COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT-SOIXANTE-QUATRIÈME.

JANVIER — JUIN 1917.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS et Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1917

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1917.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

Section Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

Jordan (Marie-Ennemond-Camille), O. ✻.
Picard (Charles-Émile), O. ✻.
Appell (Paul-Émile), C. ✻.
Painlevé (Paul), ✻.
Humbert (Marie-Georges), O. ✻.
Hadamard (Jacques-Salomon), ✻.

Section II. — *Mécanique.*

Boussinesq (Joseph-Valentin), O. ✻.
Deprez (Marcel), O. ✻.
Sebert (Hippolyte), C. ✻.
Vieille (Paul-Marie-Eugène), C. ✻.
Lecornu (Léon-François-Alfred), O. ✻.
N. . . . .

Section III. — *Astronomie.*

Wolf (Charles-Joseph-Étienne), O. ✻.
Deslandres (Henri-Alexandre), ✻.
Bigourdan (Guillaume), ✻.
Baillaud (Édouard-Benjamin), C. ✻.
Hamy (Maurice-Théodore-Adolphe), ✻.
Puiseux (Pierre-Henri), ✻.

Section IV. — *Géographie et Navigation.*

Grandidier (Alfred), O. ✻.
Bassot (Jean-Antoine-Léon), C. ✻.
Bertin (Louis-Émile), C. ✻.
Lallemand (Jean-Pierre, *dit* Charles), O. ✻.
N. . . . .
N. . . . .

Section V. — *Physique générale.*

Messieurs :

LIPPMANN (Jonas-Ferdinand-Gabriel), C. ✻.
VIOLLE (Louis-Jules-Gabriel), O. ✻.
BOUTY (Edmond-Marie-Léopold), O. ✻.
VILLARD (Paul-Alfred), ✻.
BRANLY (Désiré-Eugène-Édouard), ✻.
N. . . . .

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie.*

GAUTIER (Émile-Justin-Armand), C. ✻.
LEMOINE (Clément-Georges), O. ✻.
HALLER (Albin), C. ✻.
LE CHATELIER (Henry-Louis), O. ✻.
MOUREU (François-Charles-Léon), ✻.
N. . . . .

Section VII. — *Minéralogie.*

BARROIS (Charles-Eugène), O. ✻.
DOUVILLÉ (Joseph-Henri-Ferdinand), O. ✻.
WALLERANT (Frédéric-Félix-Auguste), ✻.
TERMIER (Pierre-Marie), O. ✻.
LAUNAY (Louis-Auguste-Alphonse DE), ✻.
N. . . . .

Section VIII. — *Botanique.*

GUIGNARD (Jean-Louis-Léon), O. ✻.
BONNIER (Gaston-Eugène-Marie), O. ✻.
MANGIN (Louis-Alexandre), C. ✻.
COSTANTIN (Julien-Noël), ✻.
N. . . . .
N. . . . .

SECTION IX. — *Économie rurale.*

Messieurs :

SCHLŒSING (Jean-Jacques-Théophile), C. ✻.
CHAUVEAU (Jean-Baptiste-Auguste), G. O. ✻.
MÜNTZ (Charles-Achille), O. ✻.
ROUX (Pierre-Paul-Émile), G. O. ✻.
SCHLŒSING (Alphonse-Théophile), O. ✻.
MAQUENNE (Léon-Gervais-Marie), ✻.

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie.*

RANVIER (Louis-Antoine), O. ✻.
PERRIER (Jean-Octave-Edmond), C. ✻.
DELAGE (Marie-Yves), O. ✻.
BOUVIER (Louis-Eugène), O. ✻.
HENNEGUY (Louis-Félix), O. ✻.
MARCHAL (Paul-Alfred), ✻.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie.*

GUYON (Casimir-Jean-Félix), C. ✻.
ARSONVAL (Jacques-Arsène D'), C. ✻.
LAVERAN (Charles-Louis-Alphonse), C. ✻.
DASTRE (Albert-Jules-Frank), O. ✻.
RICHET (Robert-Charles), C. ✻.
N. . . . .

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

DARBOUX (Jean-Gaston), G. O. ✻, pour les Sciences mathématiques.
LACROIX (François-Antoine-Alfred), ✻, pour les Sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

Messieurs :

FREYCINET (Charles-Louis DE SAULSES DE), O. ✻.
HATON DE LA GOUPILLIÈRE (Julien-Napoléon), G. O. ✻.
CARNOT (Marie-Adolphe), C. ✻.
BONAPARTE (le prince Roland).
CARPENTIER (Jules-Adrien-Marie-Léon), C. ✻.
TISSERAND (Louis-Eugène), G. O. ✻.
LANDOUZY (Louis-Théophile-Joseph), C. ✻.
BLONDEL (André-Eugène), ✻.
GRAMONT (le comte Antoine-Alfred-Arnaud-Xavier-Louis DE), ✻.
N. . . . .

MEMBRES NON RÉSIDENTS.

SABATIER (Paul), O. ✻, à Toulouse.
GOUY (Louis-Georges), ✻, à Lyon.
BAZIN (Henry-Émile), O. ✻, à Chenôve (Côte-d'Or).
DEPÉRET (Charles-Jean-Julien), ✻, à Lyon.
N. . . . .
N. . . . .

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

MONACO (S. A. S. Albert Ier, prince souverain DE), G. C. ✻.
RAYLEIGH (lord), à Witham (Angleterre), O. ✻.
VAN DER WAALS (Joannes-Diderik), à Amsterdam.
LANKESTER (Edwin-Ray), à Londres.
LORENTZ (Hendrik-Antoon), à Leyde.
SCHWENDENER (Simon), à Berlin.
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10).

Messieurs :

SCHWARZ (Hermann-Amandus), à Grünewald, près Berlin.
ZEUTHEN (Hieronymus-Georg), à Copenhague.
MITTAG-LEFFLER (Magnus-Gustaf), C. ✻, à Stockholm.
NŒTHER (Max), à Erlangen.
VOLTERRA (Vito), à Rome.
GUICHARD (Claude), à Paris.
HILBERT (David), à Gœttingue.
COSSERAT (Eugène-Maurice-Pierre), à Toulouse.
LIAPOUNOFF (Alexandre), à Petrograd.
LA VALLÉE POUSSIN (Charles-Jean-Gustave-Nicolas DE), à Louvain, actuellement à Paris.

SECTION II. — *Mécanique* (10).

VALLIER (Frédéric-Marie-Emmanuel), O. ✻, à Versailles.
WITZ (Marie-Joseph-Aimé), à Lille.
ZABOUDSKI (Nicolas), à Petrograd.
LEVI-CIVITA (Tullio), à Padoue.
VOIGT (Woldemar), à Gœttingue.
BOULVIN (Jules), à Gand.
SCHWOERER, à Colmar.
SPARRE (le comte Magnus-Louis-Marie DE), à Lyon.
PARENTY (Henry-Louis-Joseph), O. ✻, à Lille.
ARIÈS (Louis-Marie-Joseph-Emmanuel), O. ✻, à Versailles.

SECTION III. — *Astronomie* (16).

LOCKYER (sir Joseph-Norman), à Sidmouth.
STEPHAN (Jean-Marie-Édouard), O. ✻, à Marseille.
VAN DE SANDE BAKHUYZEN, C. ✻, à Leyde.
CHRISTIE (William-Henry), à Greenwich (Angleterre).

Messieurs :

WEISS (Edmund), O. ✻, à Vienne.
PICKERING (Edward-Charles), à Cambridge (Massachusetts).
GAILLOT (J.-B.-Aimable), O. ✻, à La Varenne-Saint-Hilaire (Seine).
TURNER (Herbert-Hall), à Oxford.
HALE (George-Ellery), à Mount Wilson (Californie).
KAPTEYN (Jacobus-Cornelius), ✻, à Groningue.
VERSCHAFFEL (Aloys), à Abbadia (Basses-Pyrénées).
LEBEUF (Auguste-Victor), ✻, à Besançon.
DYSON (F.-W.), à Greenwich.
GONNESSIAT (François), ✻, à Alger.
N. . . . .
N. . . . .

SECTION IV. — *Géographie et Navigation* (10).

TEFFÉ (le baron DE), à Rio-de-Janeiro.
NANSEN (Fridtjof), C. ✻, à Bergen (Norvège).
HELMERT (Frédéric-Robert), à Potsdam.
COLIN (le P. Édouard-Élie), à Tananarive.
BRASSEY (Thomas, lord), C. ✻, à Londres.
HEDIN (Sven-Anders), C. ✻, à Stockholm.
HILDEBRAND-HILDEBRANDSSON (Hugo), O. ✻, à Upsal.
DAVIS (William-Morris), ✻, à Cambridge (Massachusetts).
N. . . . .
N. . . . .

SECTION V. — *Physique générale* (10).

BLONDLOT (Prosper-René), O. ✻, à Nancy.
MICHELSON (Albert-A.), à Chicago.
BENOÎT (Justin-Miranda-René), O. ✻, à Courbevoie.
CROOKES (sir William), à Londres.
BLASERNA (Pietro), C. ✻, à Rome.
GUILLAUME (Charles-Édouard), O. ✻, à Courbevoie.
ARRHENIUS (Svante-August), à Stockholm.
THOMSON (Joseph-John), à Cambridge.
RIGHI (Auguste), à Bologne.
N. . . . .

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie* (10).

Messieurs :

Forcrand de Coiselet (Hippolyte-Robert de), O. ✻, à Montpellier.
Guye (Philippe-Auguste), ✻, à Genève.
Guntz (Nicolas-Antoine), ✻, à Nancy.
Graebe (Carl), à Francfort-sur-le-Mein.
Barbier (François-Antoine-Philippe), O. ✻, à Lyon.
Ciamician (Giacomo), ✻, à Bologne.
Charpy (Augustin-Georges-Albert), ✻, à Montluçon.
Grignard (François-Auguste-Victor), ✻, à Nancy.
Walden (Paul), à Riga.
N. . . . .

Section VII. — *Minéralogie* (10).

Geikie (sir Archibald), O. ✻, à Haslemer (Angleterre).
Tschermak (Gustav), à Vienne.
Œhlert (Daniel), O. ✻, à Laval.
Brögger (Waldemar-Christofer), C. ✻, à Christiania.
Heim (Albert), à Zürich.
Kilian (Charles-Constant-Wilfrid), ✻, à Grenoble.
Lehmann (Otto), à Carlsruhe.
Grossouvre (Félix-Albert Durand de), O. ✻, à Bourges.
Becke (Friedrich-Johann-Karl), à Vienne.
N. . . . .

Section VIII. — *Botanique* (10).

Grand'Eury (François-Cyrille), ✻, à Saint-Étienne.
Pfeffer (Wilhelm-Friedrich-Philipp), à Leipzig.
Warming (Johannes-Eugenius-Beilow), à Copenhague.
Flahault (Charles-Henri-Marie), O. ✻, à Montpellier.
Bertrand (Charles-Eugène), ✻, à Lille.
Boudier (Jean-Louis-Émile), ✻, à Montmorency.
Wiesner (Julius), à Vienne.
Engler (Heinrich-Gustav-Adolf), à Dahlem, près Berlin.
Vries (Hugo de), à Amsterdam.
Vuillemin (Jean-Paul), à Malzéville, près Nancy.

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

Messieurs :

GAYON (Léonard-Ulysse), O. ✻, à Bordeaux.
WINOGRADSKI (Serge), à Petrograd.
YERMOLOFF (Alexis), C. ✻, à Petrograd.
GODLEWSKI (Emil), à Cracovie.
PERRONCITO (Edouardo), O. ✻, à Turin.
WAGNER (Paul), à Darmstadt.
LECLAINCHE (Auguste-Louis-Emmanuel), O. ✻, à Toulouse.
IMBEAUX (Charles-Édouard-Augustin), ✻, à Nancy.
BALLAND (Joseph-Antoine-Félix), O. ✻, à Saint-Julien (Ain).
N. . . . .

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

RETZIUS (Gustave), C. ✻, à Stockholm.
SIMON (Eugène-Louis), ✻, à Lyons-la-Forêt (Eure).
FRANCOTTE (Charles-Joseph-Polydore), à Bruxelles.
RENAUT (Joseph-Louis), ✻, à Lyon.
YUNG (Émile-Jean-Jacques), à Genève.
LŒB (Jacques), à New-York.
RAMON CAJAL (Santiago), C. ✻, à Madrid.
BOULENGER (George-Albert), à Londres.
BATAILLON (Jean-Eugène), ✻, à Dijon.
N. . . . .

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

LÉPINE (Jacques-Raphaël), O. ✻, à Lyon.
CZERNY (Vincent-Joseph), à Heidelberg.
CALMETTE (Léon-Charles-Albert), C. ✻, à Lille.
MANSON (sir Patrick), à Londres.
PAVLOV (Jean-Petrovitz), à Petrograd.
BERNSTEIN (Julien), à Halle-sur-Saale.
YERSIN (Alexandre-John-Émile), C. ✻, à Nha-Trang, Annam.
BERGONIÉ (Jean-Alban), O. ✻, à Bordeaux.
MORAT (Jean-Pierre), ✻, à Lyon.
DEPAGE (Antoine), à Bruxelles, actuellement à la Panne, Belgique.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 2 JANVIER 1917.

PRÉSIDENCE DE M. C. JORDAN, PUIS DE M. A. D'ARSONVAL.

M. Camille Jordan, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des Recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants pendant le cours de de l'année 1916.

État de l'impression des Recueils de l'Académie au 1er janvier 1917.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Le tome 158 (1er semestre de l'année 1914), paru avec ses tables en 1915, a été mis en distribution.

Les tomes 159 (2e semestre de l'année 1914) et 160 (1er semestre de l'année 1915) sont parus avec leurs tables et ont été mis en distribution.

Le tome 161 (2e semestre de l'année 1915) est paru avec ses tables et sera prochainement mis en distribution.

Les numéros des 1er et 2e semestres de l'année 1916 ont été mis en distribution, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Les tables du tome 162 (1er semestre de l'année 1916) sont à l'impression.

Mémoires de l'Académie. — Le tome LIV, 2e série, est sous presse et sera prochainement mis en distribution.

Procès-Verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835. — Le tome VI, années 1816-1819, a été mis en distribution.

Le tome VII, années 1820-1823, est sous presse et sera prochainement distribué.

Membres décédés depuis le 1er janvier 1916.

Section de Mécanique. — M. **Léauté**, le 5 novembre.

Section de Chimie. — M. **Jungfleisch**, le 24 avril.

Académicien libre. — M. **Labbé**, le 21 mars.

Membres non résidents. — M. **Gosselet**, le 20 (?) mars; M. **Duhem**, le 14 septembre.

Associés étrangers. — M. **Dedekind**, le 12 février; M. **Metchnikoff**, le 15 juillet; sir **William Ramsay**, le 23 juillet.

Membres à remplacer.

Section de Mécanique. — M. **Léauté**, mort le 5 novembre 1916.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Guyou**, mort le 24 août 1915; M. **Hatt**, mort le 9 octobre 1915.

Section de Physique générale. — M. **Amagat**, mort le 15 février 1915.

Section de Chimie. — M. **Jungfleisch**, mort le 24 avril 1916.

Section de Minéralogie. — M. **A. Lacroix**, élu Secrétaire perpétuel pour les Sciences physiques, le 8 juin 1914.

Section de Botanique. — M. **Prillieux**, mort le 7 octobre 1915; M. **Zeiller**, mort le 27 novembre 1915.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Bouchard**, mort le 28 octobre 1915.

Académicien libre. — M. **Labbé**, mort le 21 mars 1916.

Membres non résidents. — M. **Gosselet**, mort le 20 (?) mars 1916; M. **Duhem**, mort le 14 septembre 1916.

Associés étrangers. — M. **Édouard Suess**, mort le 26 avril 1914; M. **Hittorf**, mort le 28 novembre 1914.

M. **von Baeyer**, dont l'élection a été annulée par décision de l'Académie en date du 15 mars 1915; le décret qui avait approuvé l'élection a été rapporté par un nouveau décret en date du 28 mai 1915.

M. **Dedekind**, mort le 12 février 1916; M. **Metchnikoff**, mort le 15 juillet 1916; sir **William Ramsay**, mort le 23 juillet 1916.

Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1916.

Section d'Astronomie. — M. **Oskar Backlund**, à Poulkovo, le 29 août.

Section de Géographie et Navigation. — Le général **Gallieni**, à Versailles, le 27 mai.

Section d'Économie rurale. — M. **Édouard Heckel**, à Marseille, le 20 janvier.

Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Émile Maupas**, à Alger, dans la nuit du 17 au 18 octobre.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Guido Baccelli**, à Rome, le 10 janvier.

Correspondants élus depuis le 1er janvier 1916.

Pour la Section de Géométrie. — M. **Liapounoff**, à Petrograd, le 6 mars, en remplacement de M. Paul Gordan, décédé; M. **Ch. de la Vallée Poussin**, à Louvain, le 13 mars, en remplacement de M. Félix Klein.

Pour la Section de Mécanique. — M. **Ariès**, à Versailles, le 6 novembre, en remplacement de M. Considère, décédé.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **Gonnessiat**, à Alger, le 10 juillet, en remplacement de M. G.-W. Hill, décédé.

Pour la Section de Chimie. — M. **Walden**, à Riga, le 10 juillet, en remplacement de M. Emil Fischer.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Ramon Cajal**, à Madrid, le 26 juin, en remplacement de M. Jean Pérez, décédé; M. **Boulenger**, à

Londres, le 3 juillet, en remplacement de M. Waldeyer; M. **Bataillon**, à Dijon, le 10 juillet, en remplacement de M. J.-H. Fabre, décédé.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Yersin**, à Nha-Trang, Annam, le 17 avril, en remplacement de M. Ernst von Leyden, décédé; M. **Bergonié**, à Bordeaux, le 15 mai, en remplacement de M. Mosso, décédé; M. **Morat**, à Lyon, le 26 juin, en remplacement de M. Zambaco, décédé; M. **Depage**, à Bruxelles, le 10 juillet, en remplacement de M. Guido Baccelli, décédé.

Correspondants à remplacer.

Section d'Astronomie. — M. **Auwers**, mort à Berlin, le 24 janvier 1915; M. **Oskar Backlund**, mort à Poulkovo, le 29 août 1916.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Th. Albrecht**, mort à Potsdam, le 31 août 1915; le général **Gallieni**, mort à Versailles, le 27 mai 1916.

Section de Physique générale. — M. **Gouy**, à Lyon, élu Membre non résident le 28 avril 1913.

Section de Chimie. — Sir **Henry Roscoe**, mort à Londres, le 18 décembre 1915.

Section de Minéralogie. — M. **Vasseur**, mort à Marseille, le 9 octobre 1915.

Section d'Économie rurale. — M. **Édouard Heckel**, mort à Marseille, le 20 janvier 1916.

Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Émile Maupas**, mort à Alger, dans la nuit du 17 au 18 octobre 1916.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

En prenant possession du fauteuil de la Présidence, M. D'ARSONVAL s'exprime en ces termes:

MES CHERS CONFRÈRES,

A l'honneur de présider nos séances s'ajoute aujourd'hui pour moi le plaisir de remercier, en votre nom, mon prédécesseur. Notre vénéré Confrère, M. Jordan, a rempli ses fonctions avec une bonne grâce, une régularité et une modestie que nous n'oublierons pas.

Son mérite est grand après les glorieux mais cruels sacrifices que la Patrie a exigés de lui. Il reste pour nous un honneur et un exemple.

Le choix que vous avez bien voulu faire de ma personne pour lui succéder m'honore autant qu'il m'intimide et je vous en exprime ma profonde reconnaissance.

Pour mener à bien la tâche qui m'incombe, je compte sur la bienveillance que vous me témoignez depuis près d'un quart de siècle et sur l'amitié de nos Secrétaires perpétuels.

Je compte aussi sur le concours de notre Vice-Président, dont la jeunesse ignorera cette mélancolie inhérente à la fonction et dont la cause a été si éloquemment signalée par mon ami Edmond Perrier.

Si le génie de l'invention n'a jamais été contesté à notre race, il était réservé à notre Vice-Président de l'organiser en faveur de la Victoire.

Bien qu'il ait travaillé si activement à la préparer, il ne m'en voudra pas si je tiens à lui ravir l'honneur et le bonheur de la célébrer avant de lui avoir cédé ma place.

En attendant ce jour heureux et proche, j'adresse en votre nom à tous nos glorieux défenseurs, ceux de l'arrière comme ceux de l'avant, l'expression émue de notre admiration et de notre éternelle gratitude.

M. le **Secrétaire perpétuel** présente le nouvel *Annuaire* spécial à l'Académie des Sciences et indique sommairement les renseignements qui y sont contenus.

ASTRONOMIE. — *Sur le principe d'une nouvelle lunette zénithale.* Note de M. **G. Bigourdan.**

Sous le titre assez vague d'instruments *zénithaux* on désigne ceux qui permettent de mesurer les distances angulaires des astres au zénith. Ordinairement cette mesure se fait suivant le méridien; ces instruments fournissent ainsi les déclinaisons quand on connaît la latitude, et inversement.

Ils ont toujours joué un grand rôle dans l'astronomie d'observation; il semble même que leur importance a grandi encore dans les dernières années, par suite de la découverte de la variation des latitudes et de la possibilité, aujourd'hui entrevue, de mettre en évidence des variations de la verticale, sous l'influence de la Lune par exemple.

Un exposé critique du principe de ces instruments, et des méthodes qu'ils permettent de mettre en usage, serait un Chapitre intéressant de l'histoire de l'Astronomie. On y aperçoit plusieurs types ou grandes divisions, correspondant aux moyens employés pour déterminer le zénith.

Ce sont d'abord les *secteurs*, dans lesquels le zénith est donné par le fil à plomb. Le premier fut employé par Picard en 1670-1671, dans sa *Mesure de la Terre*, pour déterminer l'amplitude de son arc terrestre; et un autre servit à Bradley pour des déterminations de parallaxes annuelles, qui le conduisirent à la découverte de l'aberration, puis de la nutation : dès ce moment ce genre d'instruments donnait à peu près toute la précision dont il paraît susceptible.

Vinrent ensuite les instruments, variés et encore très employés, dans lesquels le zénith est déterminé par le niveau à bulle d'air. De ce nombre sont les cercles verticaux.

Une troisième catégorie, qui s'entremêle avec la précédente, est celle des instruments où le zénith résulte de pointés sur le nadir, fourni par le bain de mercure, dont l'usage a été proposé par Bohnenberger en 1826.

Enfin deux autres types d'instruments donnant aussi les distances zénithales sont, d'une part les lunettes tournant dans le premier vertical, et de l'autre les instruments flottants, dont l'usage est encore peu répandu.

L'antique secteur étant mis de côté, il serait difficile de dire quel est, de ces divers types d'instruments, celui qui permet d'atteindre la plus haute précision; et chacun a ses partisans. On peut cependant discerner certains principes directeurs permettant d'orienter les recherches pour augmenter encore la précision.

Ainsi la plupart de ces instruments exigent un retournement, et l'on admet que dans cette opération l'instrument reste absolument identique à lui-même.

Indépendamment du mode de détermination du zénith il faut donc faire entrer en ligne de compte l'étendue des déplacements qu'exige le retournement. Pour choisir un exemple, considérons le cercle méridien : le lieu du zénith est déduit de celui du nadir; et pour déterminer celui-ci il faut placer la lunette verticale, objectif en bas; puis, pour viser les étoiles, le placer objectif en haut.

Dans cette opération la collimation peut changer, par suite de quelque déplacement de l'objectif, qu'il est impossible de serrer fortement dans son barillet.

En outre les flexions ne sont pas les mêmes dans les deux cas et surtout la matière de l'instrument ne travaille pas de la même manière. Ainsi, toutes choses égales d'ailleurs, on devra donner la préférence aux méthodes qui exigent les moindres déplacements, et surtout n'admettre que des déplacements où les divers organes des instruments gardent les mêmes positions par rapport à la direction de la pesanteur.

C'est ce que j'avais cherché à réaliser dans un dispositif proposé en 1898, mais exigeant des conditions d'installation qui ne se sont pas présentées (1). Son avantage était de n'exiger aucun déplacement de la lunette, dans le champ de laquelle on voit à la fois le zénith et les étoiles.

Un autre procédé équivalent, et qui n'a été décrit que sommairement (2), exige un objectif de forme spéciale.

Le nouveau que je vais indiquer sera peut-être plus facile à réaliser; il répond d'ailleurs à la condition indiquée de n'imprimer à l'instrument que des déplacements faibles, et où la pesanteur agit toujours de la même manière sur toutes ses parties.

---

(1) G. BIGOURDAN, *Sur une méthode différentielle propre à déterminer les variations de la latitude et la constante de l'aberration* (*Comptes rendus*, t. 127, 1898, p. 848).

(2) G. BIGOURDAN, *Notice de ses travaux scientifiques*, second Supplément, page 59.

Il se composerait essentiellement de deux lunettes Z et N, de puissance optique comparable, munies de micromètres, bien liées ensemble et placées de manière à remplir approximativement les conditions suivantes :

Leurs axes optiques sont parallèles, verticaux, visent deux points diamétralement opposés, et l'ensemble peut tourner de 180° autour d'un axe vertical A. Un bain de mercure est placé sous la lunette qui vise le nadir, et les micromètres des lunettes ont leurs vis micrométriques parallèles au méridien. La condition essentielle est que dans l'intervalle d'une observation, comportant un retournement autour de l'axe vertical A, la position *relative* des deux lunettes reste bien invariable (¹).

Ces conditions supposées remplies, pour déterminer la distance zénithale méridienne d'une étoile culminant près du zénith on procédera ainsi : Un peu avant la culmination de l'étoile on pointera le nadir avec la lunette N qui a son objectif en bas, puis l'étoile avec l'autre lunette Z; on tournera le système de 180° autour de l'axe vertical, après quoi on pointera l'étoile à nouveau avec la lunette Z, puis le nadir avec la lunette N.

L'axe A étant resté invariable, les deux pointés faits avec la lunette N donneront alors le double de l'inclinaison, dans le méridien, de l'axe de rotation A ; et les deux pointés faits avec la lunette Z donneront le double de la distance de l'étoile à l'axe de rotation ou zénith instrumental; par somme ou par différence on obtiendra donc le double de la distance zénithale cherchée.

Dans le cas de deux observateurs, les pointés sur l'étoile et sur le nadir pouvaient être absolument simultanés.

Il faut admettre que l'axe A est resté invariable : cette hypothèse est justifiée par les résultats fournis par d'autres instruments portés par un tel axe, le cercle vertical par exemple. D'ailleurs on vérifierait son invariabilité comme à l'ordinaire, avec des niveaux, ou mieux encore avec un système optique qui le transformerait en une lunette pointée sur le bain de mercure.

On notera que si l'on faisait le retournement, non sur une seule étoile, mais sur deux étoiles différentes, l'hypothèse de l'invariabilité de l'axe A ne serait même plus nécessaire.

(¹) Une solution qui s'est présentée d'abord serait de mettre les deux objectifs aux extrémités d'un même tube, ces objectifs étant percés au centre pour donner passage à l'oculaire. Mais l'emploi de deux lunettes bien liées paraît préférable et plus facile à réaliser.

On voit que toutes les parties de cet instrument travaillent toujours dans les mêmes conditions sous l'influence de la pesanteur, de sorte qu'il ne peut intervenir ni flexion, ni déplacement relatif entraînant un changement de collimation.

Parmi les avantages de cet instrument, les suivants sont immédiatement visibles :

1° L'abri est réduit à sa plus simple expression, et la partie mobile serait une plaque simplement posée et manœuvrée à la main.

2° On peut employer de puissants objectifs, de manière à trouver alors facilement un assez grand nombre d'étoiles à observer sur un parallèle quelconque; on pourrait donc multiplier les déterminations, ce qui supprimerait une difficulté des observations zénithales actuelles.

Quant aux questions que l'instrument permettrait d'aborder, ce sont toutes celles qui sont basées sur la détermination précise des distances zénithales et des déclinaisons : latitude et ses variations, constantes de l'aberration et de la nutation, etc.

GÉOLOGIE. — *Sur une faune miocène supérieure marine (Sahélienne) dans le R'arb (Maroc occidental).* Note (¹) de MM. **Ch. Depéret** et **L. Gentil.**

La vallée de l'Oued Behts est l'une de celles qui offriront, au point de vue géologique, au Maroc, le plus d'intérêt. La rivière qui la sillonne prend naissance, sous le nom d'Oued Tigrigra, chez les Beni Mguild, alimentée par les eaux d'infiltrations des plateaux jurassiques qui s'étendent au nord du Moyen Atlas; elle traverse, dans son bassin de réception, les déjections basaltiques de volcans récents, puis elle coule sur les terrains paléozoïques dans une région pittoresque. Elle pénètre enfin dans la zone des dépôts du détroit Sud-Rifain après avoir franchi un massif jurassique au fond d'une vallée encaissée.

L'entrée de l'Oued Behts dans les plaines néogènes du R'arb se fait à Dar bel Hamri, poste militaire qui doit son importance au passage de la voie ferrée stratégique de Rabat à Fez.

Un peu en amont de cette station la rivière se développe, en méandres divagants, sur un thalweg argilo-sableux limité par des berges parfois à pic,

(¹) Séance du 26 décembre 1916.

hautes de 25^m à 30^m sur les rives convexes. De belles coupes naturelles s'offrent ainsi qui permettent de relever dans des couches sensiblement horizontales la succession suivante, de la base au sommet, notamment à $1^{km},5$ en amont de Dar bel Hamri :

a. Banc de poudingue, à galets bien roulés réunis par un ciment argilo-gréseux, qui affleure au niveau de la rivière. Cette assise irrégulière, de 2^m à 5^m de puissance, semble bien représenter un conglomérat de base, mais ne laisse malheureusement pas apparaître son substratum.

b. Au-dessus s'étagent des sables fins, un peu argileux, bleuâtres en profondeur, jaunes ou rougeâtres par oxydation suivant les lignes d'affleurement. Des grès calcarifères, en bancs irréguliers, lenticulaires, résultent d'une consolidation partielle de ces sables et se multiplient en s'élevant. L'épaisseur de cette assise est de 25^m à 30^m; elle est très fossilifère.

c. Des cailloutis se montrent au-dessus formant le petit plateau de Dar bel Hamri qui domine la station du chemin de fer.

Notre attention a été appelée par M. Jean Chautard sur la présence de beaux fossiles dans les sables argileux de l'assise médiane.

Sur la rive droite de l'Oued Beths ces débris organisés, surtout des coquilles de Mollusques, apparaissent, admirablement conservés, mais assez fragiles par suite de la perméabilité des sables qui les renferment. Seuls les Huîtres et les Pectoncles résistent à la pression des doigts, les autres méritent quelque ménagement pour leur récolte et leur transport (1).

Nous avons repris l'étude détaillée de cette faune à l'aide de beaux matériaux recueillis par l'un de nous, et nous avons pu déterminer une cinquantaine d'espèces dont voici la liste :

I. Gastropodes. — *Clavatula turriculata** Grat., var.; *Clavatula Jouanneti** Desm.; *Streptosiphon* nov. sp. aff. *afer* (détermination de M. Dautzenberg); *Nassa mutabilis* L., var. *minor; Nassa limata* Chemnitz, var.; *Murex* groupe *bracteatus* Br.; *Chenopus pespelecani* L., var. *minor; Terebra Basteroti* Nyst.; *Cassis* cf. *miolævigatus* Sacco*; *Turritella Archimedis** Brongn.; *Turritella terebralis** Lam.; *Turritella communis* Risso, var. *ariesensis* Font.; *Natica epiglottina* Lam.; *Natica millepunctata*, var. *minor; Natica* n. sp. (groupe *millepunctata*, mais sans funicule);

(1) Ce gisement fossilifère a été déjà reconnu et fouillé par M. G. Lecointre qui en a donné une liste. Cet auteur attribue toute la formation des berges de l'Oued Behts au Pliocène; il considère la faune des sables argileux comme du Pliocène ancien à caractères méditerranéens avec cachet atlantique subtropical à cause de la présence d'un *Yetus* (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 556).

Natica Josephinia Risso; *Sigaretus striatus* de Serres; *Scalaria Tartoni* Turton; *Calyptræa chinensis* L., var. *muricata* Br.; *Dentalium sexangulum* Schr.; *Dentalium fossile* Schr.

II. LAMELLIBRANCHES. — *Venus plicata* Gm.; *Venus islandicoides* Lam.; *Venus multilamella* Lam.; *Venus gallina* L., *Venus ovata* Penn.; *Cytherea rudis* Poli; *Arcopagia corbis* Bronn.; *Mactra subtruncata* da Costa; *Mactra corallina* L.; *Syndesmya alba* Wood; *Lutraria lutraria* L.; *Tellina planata* L.; *Tellina incarnata* L.; *Tellina nitida* Poli; *Tellina donacina* L.; *Psammobia faroënsis* Chem.; *Lucina fragilis* Phil.; *Solenocurtus strigillatus* L., var. *minor*; *Pharus legumen* L.; *Cardium paucicostatum* Sow.; *Pectunculus insubricus* Broc.; *Arca imbricata** Brug.; *Arca pectinata* Broc.; *Pecten (Lissochlamys) excisus* Born.; *Ostrea sacellus* Duj. (aff. *O. cucullata* var. *comitatensis* Font.); *Ostrea gingensis** Schl. et formes de passage à *O. crassissima** Lam.

Nota. — Les espèces marquées d'un astérisque sont exclusivement miocènes.

La détermination de l'âge de cette faune est assez délicate, d'autant plus que les conditions du gisement ne permettent de l'envisager que du seul point de vue paléontologique.

Pour apprécier cet âge, nous répartirons les espèces de la liste précédente en *six groupes* d'après leurs indications stratigraphiques.

1° Un groupe, le plus nombreux (19), composé d'*espèces banales* ayant une grande extension verticale allant du Miocène moyen au Pliocène et à la faune actuelle méditerranéenne : *Turritella communis*, *Nassa mutabilis*, *Natica millepunctata*, *Natica Josephinia*, *Chenopus pespelecani*, *Calyptræa chinensis*, *Venus multilamella*, *Venus gallina*, *Venus ovata*, *Cytherea rudis*, *Mactra subtruncata*, *Lutraria lutraria*, *Tellina planata*, *Tellina incarnata*, *Tellina donacina*, *Syndesmya alba*, *Solenocurtus strigillatus*, *Pharus legumen*, *Cardium paucicostatum*.

2° Un groupe de trois espèces à la fois actuelles et pliocènes, n'ayant pas encore été trouvées dans le Miocène : *Tellina nitida*, *Psammobia faroënsis*, *Mactra corallina*.

3° Un groupe comprenant une seule espèce exclusivement pliocène : *Pecten excisus*.

4° Un groupe de quinze espèces, connues à la fois dans le Miocène et dans le Pliocène : *Nassa limata*, *Natica epiglottina*, *Sigaretus striatus*, *Scalaria Turtoni*, *Murex* cf. *bracteatus*, *Terebra Basteroti*, *Dentalium sexangulum*, *Dentalium fossile*, *Venus plicata*, *Venus islandicoides*, *Arcopagia corbis*, *Arca pectinata*, *Pectunculus insubricus*, *Lucina fragilis*, *Ostrea* groupe *sacellus* et *cucullata* var. *comitatensis*.

5° Un groupe de sept espèces à signification exclusivement Miocène : *Clavatula turriculata*, *Clavatula Jouanneti*, *Cassis miolævigata*, *Turritella Archimedis*, *Turritella terebralis*, *Arca imbricata*, *Ostrea gingensis* et var. passant à *O. crassissima*. Ces espèces, qui sont marquées d'une astérisque dans la liste générale, sont, à notre avis, celles qui donnent à la faune de Dar bel Hamri son cachet le plus essentiel.

6° Un groupe d'une seule espèce à caractère subtropical, spécialement africain : *Streptosiphon* n. sp. (aff. *afer*).

Il résulte de cette analyse paléontologique que la faune de Dar bel Hamri présente un *caractère mixte* en *partie miocène* et en *partie pliocène*, tel en un mot qu'on peut l'attendre d'un étage géologique intermédiaire par sa faune entre les faunes classiques du Miocène moyen et celles du Pliocène ancien. Il s'agit donc de l'étage miocène supérieur ou *Sahélien*.

Ce Sahélien du Maroc présente d'ailleurs un cachet faunique assez différent de celui du Sahélien de Carnot (vallée du Chéliff) décrit par M. Brives; et ces différences doivent être mises sur le compte d'un faciès également très différent : sables argileux littoraux à Dar bel Hamri, marnes bleues de mer plus profonde à Carnot. Nous pouvons noter cependant la présence de 13 espèces communes aux deux gisements; mais sauf pour *Turritella Archimedis*, il s'agit de formes n'ayant qu'une faible valeur stratigraphique.

La conclusion paléontologique que nous venons de formuler sur l'âge sahélien de la faune de Dar bel Hamri appelle quelques réflexions d'intérêt général.

1° Pour la première fois une faune marine du Miocène supérieur (Sahélien), bien caractérisée, est signalée dans les dépôts du détroit Sud-Rifain, du côté atlantique. L'existence des sédiments de cet âge au Maroc nord-occidental avait été admise par l'un de nous [1] en se basant sur des données stratigraphiques et altimétriques; mais la preuve paléontologique de leur existence n'avait pas été faite : elle est affirmée de façon définitive par la faune de Dar bel Hamri.

2° L'âge miocène supérieur des sables de l'Oued Behts met en harmonie, au point de vue paléogéographique, la structure des grandes plaines du R'arb avec celle des côtes du Maroc occidental. S'ils étaient plus récents, il faudrait admettre qu'un golfe pliocène avait pénétré assez profondément jusqu'à plus de 70^{km} des rivages atlantiques actuels, alors que le Plaisancien

(1) Louis Gentil, *Sur les dépôts du détroit Sud-Rifain* (*Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 293).

a été signalé par l'un de nous dans plusieurs de ses publications (d'accord en cela avec les observations de M. A. Brives et de M. Russo) comme formant une bordure littorale assez étroite sur l'immense étendue de côtes comprise entre le cap Spartel et Agadir.

3° L'extension des sables miocènes de Dar bel Hamri est considérable. C'est au même niveau et dans son prolongement direct que se trouvent les sables, parfois remaniés en petites dunes continentales, mais le plus souvent couverts par une belle végétation de chênes-liège comme celle de la forêt de Mâmora. La même formation se poursuit plus au Sud jusqu'au delà de Tiflet et les sables prennent ensuite la consistance d'un grès sableux calcarifère au bord de l'Oued Bou Regreg, ainsi que semble l'affirmer une faunule de *Pecten* du Miocène supérieur, signalée par l'un de nous.

A l'est de Dar bel Hamri le même niveau sableux apparaît au voisinage de Fort Petitjean ainsi que l'ont entrevu M. Lecointre ([1]) et le Dr E. Poirée ([2]). En ce point, ils se trouvent à 80^{km} de la côte atlantique.

Les sables miocènes de l'Oued Behts ou leur équivalent latéral se poursuivent au Nord où des témoins paraissent conservés à la bordure occidentale des plaines du R'arb jusqu'à Souq el Arbâ. Ce n'est que plus près des rivages atlantiques actuels qu'il faut rechercher le Plaisancien qui existe d'ailleurs un peu partout, le long des côtes. En particulier, il convient de laisser dans le Pliocène les grès calcaires marins de Rabat, malgré les vestiges de Mammifères quaternaires recueillis par M. Lecointre au bord de la mer ([3]). Sans doute ces Vertébrés caractérisent à Salé, à Rabat et à Mehdya des formations plus récentes, mais il est facile de suivre, en s'enfonçant à l'intérieur depuis la cote 50 jusqu'à l'altitude de 150^m, les grès marins de Rabat qui forment une assise continue. De plus, au nord de la capitale administrative du Protectorat, on peut voir ces grès se superposer aux sables miocènes de la forêt de Mâmora.

4° Il ne sera pas inutile d'indiquer enfin que le Sahélien marin du R'arb jalonne, du côté atlantique, l'entrée du bras de mer qui se continue à l'Est par le seuil de Taza et la vallée du Chélif, et par lequel se faisait exclusivement, à l'époque miocène supérieure, la communication de l'Atlantique avec la Méditerranée, conformément à la présomption successivement formulée par Ed. Suess, Ch. Depéret et L. Gentil.

([1]) *Loc. cit.*

([2]) *Comptes rendus somm. séances S. G. F.*, 17 avril 1916, p. 59.

([3]) *Quelques résultats d'une mission dans le Gharb (Maroc occidental)*, en 1914 (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 719).

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les réseaux K des quadriques générales.* Note [1] de M. C. GUICHARD.

Soit $M(x_1, x_2, x_3)$ un point qui décrit un réseau sur la quadrique dont l'équation est

$$\frac{x_1^2}{A_1}+\frac{x_2^2}{A_2}+\frac{x_3^2}{A_3}=1. \tag{1}$$

Je pose

$$x_1=\sqrt{A_1}\,\alpha_1,\qquad x_2=\sqrt{A_2}\,\alpha_2,\qquad x_3=\sqrt{A_3}\,\alpha_3. \tag{2}$$

Le point $m(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ décrit un réseau O sur la sphère de rayon égal à l'unité. Soit

$$\Delta=\begin{vmatrix}\alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3\\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3\\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3\end{vmatrix}$$

le déterminant orthogonal correspondant à ce réseau; a, b, m, n les rotations correspondantes. Les paramètres directeurs des tangentes au réseau M seront

$$\begin{cases}\xi_1=\sqrt{A_1}\,\beta_1, & \xi_2=\sqrt{A_2}\,\beta_2, & \xi_3=\sqrt{A_3}\,\beta_3,\\ \eta_1=\sqrt{A_1}\,\gamma_1, & \eta_2=\sqrt{A_2}\,\gamma_2, & \eta_3=\sqrt{A_3}\,\gamma_3.\end{cases} \tag{3}$$

En exprimant que le réseau (M) est un réseau K (voir ma Note du 27 novembre) on aura

$$A_1\beta_1\gamma_1+A_2\beta_2\gamma_2+A_3\beta_3\gamma_3=\frac{\partial m}{\partial u}+\frac{\partial n}{\partial v}. \tag{4}$$

D'autre part, on a

$$\beta_1\gamma_1+\beta_2\gamma_2+\beta_3\gamma_3=0. \tag{5}$$

Des équations (4) et (5) on déduit

$$(A_1+\lambda)\beta_1\gamma_1+(A_2+\lambda)\beta_2\gamma_2+(A_3+\lambda)\beta_3\gamma_3=\frac{\partial m}{\partial u}+\frac{\partial n}{\partial v}. \tag{6}$$

On en déduit que le point qui a pour coordonnées

$$y_1=\sqrt{A_1+\lambda}\,\alpha_1,\qquad y_2=\sqrt{A_2+\lambda}\,\alpha_2,\qquad y_3=\sqrt{A_3+\lambda}\,\alpha_3,$$

λ étant une constante, décrit un réseau K. Donc :

L'affinité d'Ivory qui transforme une quadrique en une quadrique homofocale conserve les réseaux K.

[1] Séance du 26 décembre 1916.

Des équations (4) et (5) on déduit aussi

$$(7)\quad \begin{cases} (A_2 - A_1)\beta_1\gamma_1 + (A_2 - A_3)\beta_3\gamma_3 + \dfrac{\partial m}{\partial u} + \dfrac{\partial n}{\partial v} = 0, \\ (A_3 - A_1)\beta_1\gamma_1 + (A_3 - A_2)\beta_2\gamma_2 + \dfrac{\partial m}{\partial u} + \dfrac{\partial n}{\partial v} = 0. \end{cases}$$

On en conclut qu'on peut former, dans un espace d'ordre 4, deux déterminants orthogonaux ayant pour rotations

$$\text{I.}\quad \begin{cases} A = \sqrt{A_2 - A_1}\,\beta_1, & E = \sqrt{A_2 - A_3}\,\beta_3, & M = n, \\ B = \sqrt{A_2 - A_1}\,\gamma_1, & F = \sqrt{A_2 - A_3}\,\gamma_3, & N = m; \end{cases}$$

$$\text{II.}\quad \begin{cases} A' = \sqrt{A_3 - A_1}\,\beta_1, & E' = \sqrt{A_3 - A_2}\,\beta_2, & M' = n, \\ B' = \sqrt{A_3 - A_1}\,\gamma_1, & F' = \sqrt{A_3 - A_2}\,\gamma_2, & N' = m. \end{cases}$$

Soient

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_4 \\ \xi_1 & \xi_2 & \xi_3 & \xi_4 \\ \eta_1 & \eta_2 & \eta_3 & \eta_4 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} x'_1 & x'_2 & x'_3 & x'_4 \\ y'_1 & y'_2 & y'_3 & y'_4 \\ \xi'_1 & \xi'_2 & \xi'_3 & \xi'_4 \\ \eta'_1 & \eta'_2 & \eta'_3 & \eta'_4 \end{vmatrix}$$

ces deux déterminants; ω la valeur du rapport $\dfrac{\sqrt{A_3 - A_1}}{\sqrt{A_2 - A_1}}$. On a

$$\Sigma x_i^2 = \Sigma x_i'^2 = 1,$$

$$\Sigma\, dx_i^2 = A^2\, du^2 + B^2\, dv^2, \qquad \Sigma\, dx_i'^2 = \omega^2(A^2\, du^2 + B^2\, dv^2).$$

Si donc on pose

$$(8)\quad \begin{cases} X_1 = \omega x_1, & X_2 = \omega x_2, & X_3 = \omega x_3, & X_4 = \omega x_4, & X_5 = i\omega, \\ X'_1 = x'_1, & X'_2 = x'_2, & X'_3 = x'_3, & X'_4 = x'_4, & X'_5 = i, \end{cases}$$

les fonctions X et X′ sont solutions de l'équation

$$(9)\quad \frac{\partial^2 \theta}{\partial u\, \partial v} = \frac{1}{A}\frac{\partial A}{\partial v}\frac{\partial \theta}{\partial u} + \frac{1}{B}\frac{\partial B}{\partial u}\frac{\partial \theta}{\partial v},$$

et, de plus, on a

$$\Sigma X_i^2 = \Sigma X_i'^2 = 0, \qquad \Sigma\, dX_i^2 = \Sigma\, dX_i'^2 = \omega^2(A^2\, du^2 + B^2\, dv^2).$$

Si donc on fait

$$(10)\quad y_i = \frac{X_i}{\theta}, \qquad y'_i = \frac{X'_i}{\theta},$$

θ étant une solution quelconque de l'équation (9), les points $A(y_1, \ldots, y_5)$ et $A'(y'_1, \ldots, y'_5)$ décrivent dans un espace d'ordre 5 des réseaux O appli-

cables, et l'on a

$$y_5 = \omega y'_5.$$

Si maintenant on prend pour θ une combinaison linéaire isotrope de X_1, X_2, X_3, X_4, par exemple la combinaison

$$\theta = X_1 + i X_2,$$

on pourra supprimer les deux premières coordonnées de A. On arrive donc au résultat suivant :

Le problème posé revient à trouver deux réseaux O *applicables; l'un* $B(x_1, x_2, x_3)$ *situé dans un espace d'ordre* 3; *l'autre* $B'(y_1, y_2, \ldots, y_5)$ *situé dans un espace d'ordre* 5; *ces deux réseaux ayant une coordonnée proportionnelle, par exemple*

$$x_1 = \omega y_1.$$

Je coupe le réseau B par le plan $x_2 + i x_3 = 0$, j'obtiens une droite L; si je porte B sur B', la droite L vient occuper une position L'. Cette droite L' décrit une congruence. Cette congruence est C, comme harmonique au réseau B'; de plus elle est 2I et si $Y_1, Y_2, \ldots, Y_5$ sont les paramètres directeurs de L', la coordonnée qui rend cette congruence 2I est $i\omega Y_1$. De sorte que si les paramètres Y satisfont à l'équation

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial u \, \partial v} = \frac{1}{h} \frac{\partial h}{\partial v} \frac{\partial Y}{\partial u} + \frac{1}{l} \frac{\partial l}{\partial u} \frac{\partial Y}{\partial v} + R Y, \tag{11}$$

on aura

$$Y_1^2 + Y_2^2 + Y_3^2 + Y_4^2 + Y_5^2 = h^2 + l^2, \tag{12}$$

$$(1 - \omega_1^2) Y_1^2 + Y_2^2 + Y_3^2 + Y_5^2 + Y_5^2 = 0. \tag{13}$$

Si l'on détermine un angle constant φ par la relation

$$\cos^2\varphi + (1 - \omega^2) \sin^2\varphi = 0, \tag{14}$$

on aura

$$Y_2^2 + Y_3^2 + Y_4^2 + Y_5^2 = \cos^2\varphi (h^3 + l^2). \tag{15}$$

La droite $\Delta(Y_2, Y_3, Y_4, Y_5)$ décrit dans un espace d'ordre 4 une congruence C, en vertu de la relation (15); de plus cette congruence est 2I, la coordonnée complémentaire étant, d'après l'équation (13), $i\sqrt{1 - \omega_1^2}\, Y_1$.

On retombe ainsi sur les congruences C, 2I dans un espace d'ordre 4. Cet élément géométrique se rencontre dans la théorie des surfaces isothermiques.

Si donc on appelle *groupe* l'ensemble des éléments (réseaux et congruences) qu'on peut déduire d'éléments donnés, en appliquant un nombre quelconque de fois les opérations harmoniques et conjuguées, on peut dire :

Le groupe qui contient les réseaux K *des quadriques est identique au groupe qui contient les réseaux* O *des surfaces isothermiques.*

Je vais signaler rapidement une question qui se rattache à la précédente. C'est la recherche des réseaux 2C d'une quadrique. Soit $M(x_1 x_2 x_3)$ un réseau 2C situé sur la quadrique ayant pour équation

$$(16) \qquad (1+\omega_1^2)x_1^2 + (1+\omega_2^2)x_2^2 + x_3^2 = 1.$$

Ce réseau sera applicable sur un réseau $M_1(y_1 y_2 y_3 y_4)$ situé dans un espace d'ordre 4. Je coupe le réseau M_1 par les plans

$$y_1 + i y_2 = 0, \qquad y_3 + i y_4 = 0.$$

On obtient ainsi deux droites G_1, H_1 qui se rencontrent en I_1. Il y correspond sur le réseau M des droites G, H et un point I. D'après la théorie générale le point I décrit un réseau O. Soit z_1, z_2, z_3 les coordonnées de I. Effectuons sur la figure M, G, H, I l'affinité définie par les formules

$$x'_1 = \sqrt{1+\omega_1^2}\,x_1, \qquad x'_2 = \sqrt{1+\omega_2^2}\,x_2, \qquad x'_3 = x_3.$$

Au système M, G, H, I correspond le système M', G', H', I'. Le point M' décrit un réseau O sur la sphère de rayon un ; donc les congruences G' et H' sont des congruences C ; par suite le réseau I' est un réseau K. Les coordonnées de I' sont

$$Z'_1 = \sqrt{1+\omega_1^2}\,Z_1, \qquad Z'_2 = \sqrt{1+\omega_2^2}\,Z_2, \qquad Z'_3 = Z_3.$$

Or parmi les réseaux parallèles à I il y en a un qui est sur la sphère ayant pour équation

$$Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 = 1 ;$$

donc, parmi les réseaux parallèles à I' il y en a un qui est situé sur la quadrique ayant pour équation

$$(17) \qquad \frac{Z_1'^2}{1+\omega_1^2} + \frac{Z_2'^2}{1+\omega_2^2} + Z_3'^2 = 1.$$

La quadrique (17) est polaire réciproque de la quadrique (16) par rapport à la sphère qui a pour équation

$$(18) \qquad X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 = 1 ;$$

donc :

Si l'on connaît un réseau 2C *de la quadrique* (16) *on pourra de* ∞^2 *manières en déduire des réseaux* K *de la quadrique* (17).

Un réseau C est un cas particulier d'un réseau 2C; il suffit de supposer que y_4 se réduit à une constante; donc :

Si l'on connaît une déformée de la quadrique (16) *on pourra d'une infinité de manières en déduire des réseaux* K *de la quadrique* (17).

GÉOLOGIE. — *Les formations pléistocènes et la morphologie de la vallée de l'Arc* (*Savoie*). Note (1) de MM. **W. Kilian** et **J. Révil.**

L'histoire de la vallée de l'Arc pendant les temps pléistocènes peut être reconstituée par l'étude attentive des divers éléments géologiques et morphologiques parmi lesquels il convient de citer :

a. A des altitudes diverses sur les flancs de la vallée des ruptures de pentes, replats ou « banquettes » glaciaires, recouverts fréquemment de dépôts morainiques anciens, dont l'étude a fait l'objet des remarquables publications de M. E. de Martonne (2) qui, pour la plupart, sont antérieurs au stade néowürmien et à l'aide desquels cet auteur a pu reconstituer une série de thalwegs successifs.

b. Des amas morainiques et des dépôts glaciaires du fond de la vallée marquant une série de *récurrences* et de *stades de retrait* tous postérieurs au Néowürmien.

c. Des « cuvettes terminales » correspondant à ces stades et occupées par des *cônes de déjections* et des alluvions interstadiaires et postglaciaires,

d. Des alluvions et cônes de déjections *interstadiaires* accumulés par des torrents de fonte et des lacs temporaires morainiques et recouverts par des dépôts glaciaires plus récents (Lanslebourg, Bessans).

e. Des *verrous* rocheux accompagnés d'encoches glaciaires de divers âges et de gorges épigéniques récentes, le lit actuel postglaciaire se trouvant toujours sur le côté de la gauche de la vallée, c'est-à-dire, comme l'a

(1) Séance du 6 novembre 1916.

(2) Emm. de Martonne, *L'évolution des vallées glaciaires alpines, en particulier dans les Alpes du Dauphiné* (*Bull. Soc. géol. de France*, 4e série, t. 12, 1912, p. 516).

ingénieusement remarqué M. Bénévent, au pied du versant le moins ensoleillé.

Les *verrous* de nos vallées alpines, dont M. E. de Martonne a indiqué la genèse, ont subi, depuis leur formation, des sorts différents en rapport avec le régime de creusement ou de remblaiement qui a prévalu dans la section de vallée où ils sont situés.

Certains d'entre eux, en partie *noyés* ou enterrés par le remblaiement postglaciaire (dans les parties inférieures des vallées), d'autres, au contraire, plus ou moins complètement détruits par l'érosion fluviatile, ne laissent subsister que des *amorces* plus ou moins anciennes, parfois à une grande altitude, sur les flancs de la vallée surcreusée; d'autres enfin, dans les hautes vallées, se montrent encore intacts avec leurs encoches et une partie de leur revêtement morainique et le creusement d'une gorge torrentielle épigénétique en accentue encore le relief (l'Esseillon, Pas du Roc) en *échaussant* pour ainsi dire l'une de leurs extrémités.

M. Bénévent a fait remarquer (¹) l'influence que peut avoir eue, sur la formation des encoches qui accidentent les *Verrous* glaciaires, le côté d'insolation minima des vallées alpines. Cet auteur semblent admettre la contemporanéité des diverses « encoches » qui accidentent ces verrous rocheux. Nous y voyons plutôt une série de lits épigéniques *successifs*, correspondant à des phases interstadiaires et par conséquent l'indice d'une sorte de *migration* de l'encoche fluviale ou torrentielle sous-glaciaire, correspondant aux diverses glaciations, la dernière servant de passage au cours d'eau actuel, alors que les autres, qui ont successivement joué le même rôle, ont été depuis façonnées par le passage de simples languettes glaciaires et même successivement abandonnées par la glace à mesure que l'importance du glacier diminuait et que le creusement de la vallée s'accentuait.

Les *encoches* parfois multiples des verrous glaciaires représentent donc pour nous des *thalwegs épigéniques* interglaciaires ou interstadiaires *successifs* dont le plus récent seul (situé en général du côté le moins ensoleillé de la vallée) fonctionne encore actuellement et a été approfondi en une gorge étroite par l'érosion fluviatile postglaciaire, et dont les autres ont été successivement occupés par des languettes glaciaires de divers âges qui les ont façonnées et ont déblayé, pour y substituer des moraines, les alluvions torrentielles qui pouvaient y subsister. *Les plus élevées de ces encoches datent parfois de la période würmienne.*

Le rôle de l'insolation minima, ayant eu pour effet la conservation de l'appareil glaciaire dans la situation où a subsisté l'encoche épigénique actuelle, a été mis en évidence d'une façon plausible, mais on peut se demander s'il ne convient pas plutôt de voir dans l'emplacement si fréquent de cette gorge, au voisinage du flanc est des vallées, la simple manifestation d'une tendance générale ayant une cause purement mécanique dont il resterait à expliquer la nature.

f. Des cônes de déjections postglaciaires de divers âges parfois emboîtés les uns dans les autres, dont les plus récents ont provoqué, en déviant le

(¹) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 742.

cours de l'Arc, le ravinement des cônes plus anciens par cette rivière et la formation de *fausses terrasses* (environs d'Épierre et des Chavannes, Saint-Rémy, Saint-Julien, aval de Thermignon, environs de Bessans).

Grâce à ces éléments, on peut reconnaître de l'aval vers l'amont une série de tronçons et la trace de plusieurs récurrences correspondant à des stades ou stationnements glaciaires.

CORRESPONDANCE.

Mme Vve **A. de la Chauvinière** fait hommage à l'Académie d'une photographie de Biot (Jean-Baptiste), Membre de la Section de Géométrie de l'Académie, de 1803 à 1862. Cette photographie, qui a été prise en 1860, deux ans avant la mort du savant physicien, a été donnée par Biot, lui-même, à un membre de la famille de Mme de la Chauvinière.

M. L. Launoy adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

La **Société de Documentation paléontologique** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil*.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la réduction des formes binaires à coefficients réels de degré quelconque.* Note [1] de M. **Gaston Julia**, présentée par M. Émile Picard.

Une des questions les plus importantes de la théorie arithmétique des formes est, comme l'on sait, celle de la réduction. Dans la classe des formes équivalentes à une forme donnée f, il s'agit d'en distinguer une ou un nombre fini, qu'on appellera *réduites de* f, et qui représenteront la classe entière que définit f dans tous les problèmes ultérieurs. Dans son Mémoire *Sur l'introduction des variables continues dans la théorie des nombres*, Hermite jette les bases d'une théorie de la réduction pour toute forme

[1] Séance du 26 décembre 1916.

binaire à coefficients réels; il développe les calculs pour les formes cubiques, puis, dans le premier de ses deux Mémoires *Sur la théorie des fonctions homogènes à deux indéterminées* (*Œuvres*, t. I), il les développe pour les formes biquadratiques ayant toutes leurs racines réelles. Les remarques suivantes fournissent une interprétation géométrique de la méthode d'Hermite qui éclaire cette méthode d'un jour favorable, et permet de se représenter simplement la plupart des résultats qu'Hermite déduit du calcul, ainsi que ceux qu'on peut trouver en s'inspirant de sa méthode pour les cas qu'il n'a pas traités.

Hermite considère la forme de degré n

$$f(x, y) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} y + \ldots + a_n y^n \tag{1}$$

et l'équation

$$f(z, 1) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n = 0. \tag{1'}$$

Les coefficients étant réels, on aura μ racines réelles et ν couples de racines imaginaires conjuguées ($\mu + 2\nu = n$). En soumettant au besoin f à une substitution modulaire préalable à coefficients réels, on peut supposer $a_0 \neq 0$.

A f, on associe la forme quadratique définie

$$\varphi = \sum_{i=1}^{i=\mu} t_i^2 (x - \alpha_i y)^2 + 2 \sum_{j=1}^{j=\nu} u_j^2 (x - \beta_j y)(x - \beta'_j y) = px^2 - 2qxy + ry^2, \tag{2}$$

les α_i étant les μ racines réelles de (1'); ses (β_j, β'_j) des ν couples de racines conjuguées. On imagine que, pour toutes valeurs des paramètres (t, u), on réduise φ et fasse dans f la substitution qui réduit φ ($\Phi = \varphi S$, $F = fS$). On obtient ainsi un ensemble de formes F qu'Hermite désigne par la notation (f), parmi lesquelles vont être choisies la ou les réduites équivalentes à f.

Si l'on marque dans le demi-plan analytique supérieur les points d'affixes $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\mu, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_\nu$ (les β'_j étant supposés dans le demi-plan inférieur), et si l'on représente comme à l'habitude la forme φ par le point ζ du demi-plan supérieur racine de

$$\varphi(z, 1) = pz^2 - 2qz + r = 0; \qquad \frac{\zeta + \zeta'}{2} = \mathcal{R}(\zeta) = \frac{q}{p}; \qquad \text{Norme}\ \zeta = \frac{r}{p} = \zeta\zeta',$$

il est aisé de démontrer que le point ζ décrit l'intérieur et le périmètre du *plus petit polygone convexe non euclidien* D *contenant à son intérieur ou sur son*

périmètre tous les points racines $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\mu, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_\nu$. Ce polygone a pour côtés des droites non euclidiennes, c'est-à-dire des arcs de cercles orthogonaux à l'axe réel; il est convexe, c'est-à-dire qu'il n'est traversé par aucun de ses côtés prolongé indéfiniment, et tout polygone convexe non euclidien renfermant toutes les racines précédentes renferme D à son intérieur ou coïncide avec lui. D a en particulier pour sommets tous les α_i. Réduire la forme quadratique définie dont ζ est le point représentatif, c'est faire sur elle la substitution modulaire S

$$x = aX + bY, \qquad y = cX + dY$$

(a, b, c, d, entiers réels, $ad - bc = 1$) qui transforme ζ en un point Z

$$\left(\zeta = \frac{aZ + b}{cZ + d}\right)$$

intérieur au domaine fondamental connu $\mathfrak{D}_0$ du groupe modulaire dans le demi-plan analytique. Si l'on considère la division modulaire du demi-plan et le polygone D associé à la forme f étudiée, l'ensemble des substitutions S qui réduiront φ lorsque les (tu) prendront toutes les valeurs possibles est *l'ensemble des substitutions qui amènent sur* $\mathfrak{D}_0$ *chacun des triangles* $\mathfrak{D}$ *de la division modulaire avec lesquels* D *a au moins un point commun*.

Hors le cas banal où toutes les racines réelles seraient rationnelles, cas qu'on exclut en arithmétique en ne considérant que des formes f irréductibles, l'ensemble des S et par suite celui des (f) compte une infinité d'éléments si l'une au moins des racines de f est réelle. Le seul cas où (f) ne compte qu'un *nombre fini de formes* est celui où f *n'a que des racines imaginaires;* on peut dire à un changement de signe près que f *est positive*. [C'est là un résultat qui pourrait suffire pour faire la réduction des formes positives, toute (f) pourrait être appelée *réduite*.] Car c'est le seul cas où D étant au-dessus de l'axe réel et ne l'atteignant pas, n'empiète que sur un nombre fini de triangles $\mathfrak{D}$.

Pour définir dans tous les cas la réduite, on envisage la fonction

$$\theta = \frac{a_0^2\,\delta^{\frac{n}{2}}}{t_1^2 \ldots t_\mu^2 u_1^1 \ldots u_\nu^1},$$

δ étant le déterminant de φ ($\delta = pr - q^2$) et l'on cherche les valeurs de (tu) qui rendent θ maximum absolu. Ces valeurs substituées dans φ donnent ce qu'on appelle la *correspondante* quadratique de f. La substitution qui la réduit, faite aussi dans f, donnera la *réduite* de f. L'étude des réduites équivaut à celle des correspondantes. Pour les formes cubiques et biquadra-

tiques, les correspondantes reçoivent à l'aide des polygones des figurations géométriques simples.

1° Formes cubiques à trois racines réelles. D est un triangle non euclidien de sommets α_1, α_2, α_3. La correspondante est représentée par l'*orthocentre non euclidien de* D [intersection des droites non euclidiennes (hauteurs) menées par les sommets orthogonalement aux côtés opposés].

2° Formes cubiques à une racine réelle. D est l'arc du cercle orthogonal à l'axe réel qui va de α (racine réelle) à β racine imaginaire (β' conjugué). Les tangentes en α et β à ce cercle se rencontrent en K, et Kβ' coupe l'axe réel en P qui est la projection sur cet axe du point ζ de l'arc $\alpha\beta$ qui représente la correspondante de f.

3° Formes biquadratiques à quatre racines réelles. D est un quadrilatère non euclidien de sommets α_1, α_2, α_3, α_4. La correspondante est représentée par *le point d'intersection* ζ *des diagonales non euclidiennes*.

4° Formes biquadratiques; deux racines réelles α_1 et α_2; deux imaginaires β et β'. D est le triangle non euclidien de sommets $\beta\alpha_1\alpha_2$. ζ représentatif de la correspondante est *sur la hauteur non euclidienne* $\beta\zeta$, menée de β à $\alpha_1\alpha_2$, et au *milieu non euclidien du segment* $\beta\zeta$ de cette hauteur compris entre β et son pied ζ, sur $\alpha_1\alpha_2$.

5° Formes biquadratiques positives. β_1 et β_2 sont les deux racines du demi-plan supérieur. D est l'arc $\beta_1\beta_2$ du cercle orthogonal à l'axe réel par $\beta_1\beta_2$ (segment non euclidien $\beta_1\beta_2$). La correspondante est représentée par le *milieu non euclidien* ζ *de ce segment non euclidien* $\beta_1\beta_2$.

Les cas 4° et 5° ne sont pas traités par Hermite. Par des considérations d'ordre arithmétique et géométrique, on arrive à supprimer bien des calculs dans les trois premiers cas, et à trouver pour le cas général des propositions qui, appliquées aux cinq cas précédents, les relient entre eux pour chaque degré de façon satisfaisante. Un Mémoire ultérieur développera ces considérations.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Une formule asymptotique pour le nombre des partitions de n.* Note ([1]) de MM. G.-H. Hardy et S. Ramanujan, présentée par M. Hadamard.

1. Les divers problèmes de la théorie de la partition des nombres ont été étudiés surtout par les mathématiciens anglais, Cayley, Sylvester et

([1]) Séance du 26 décembre 1916.

Macmahon [1], qui les ont abordés d'un point de vue purement algébrique. Ces auteurs n'y ont fait aucune application des méthodes de la théorie des fonctions, de sorte qu'on ne trouve pas, dans la théorie en question, de formules asymptotiques, telles qu'on en rencontre, par exemple, dans la théorie des nombres premiers. Il nous semble donc que les résultats que nous allons faire connaître peuvent présenter quelque nouveauté.

2. Nous nous sommes occupés surtout de la fonction $p(n)$, nombre des partitions de n. On a

$$f(x)=\frac{1}{(1-x)(1-x^2)(1-x^3)\dots}=\sum_0^\infty p(n)\,x^n \qquad (|x|<1).$$

Nous avons pensé d'abord à faire usage de quelque théorème de caractère *Taubérien* : on désigne ainsi les théorèmes réciproques du théorème classique d'Abel et de ses généralisations. A cette catégorie appartient l'énoncé suivant :

Soit $g(x)=\Sigma a_n x^n$ *une série de puissances à coefficients* POSITIFS, *telle qu'on ait*

$$\log g(x)\sim\frac{A}{1-x},$$

quand x *tend vers un par des valeurs positives. Alors on a*

$$\log s_n=\log(a_0+a_1+\dots+a_n)\sim 2\sqrt{An},$$

quand n *tend vers l'infini* [2].

En posant $g(x)=(1-x)f(x)$, on a

$$A=\frac{\pi^2}{6};$$

et nous en tirons

$$(1)\qquad p(n)=e^{\pi\sqrt{\frac{2n}{3}}(1+\varepsilon)},$$

où ε tend vers zéro avec $\frac{1}{n}$.

3. Pour pousser l'approximation plus loin, il faut recourir au théorème

---

(1) Voir le grand Traité *Combinatory Analysis* de M. P.-A. Macmahon (Cambridge, 1916).

(2) Nous avons donné des généralisations étendues de ce théorème dans un Mémoire qui doit paraître dans un autre Recueil.

de Cauchy. Des formules

$$p(n)=\frac{1}{2\pi i}\int\frac{f(x)}{x^{n+1}}dx,$$

avec un chemin d'intégration convenable intérieur au cercle de rayon *un*, et

(2) $$f(x)=\frac{x^{\frac{1}{24}}}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{\log\frac{1}{x}}\,e^{\frac{\pi^2}{6\log\frac{1}{x}}}f\left(\frac{4\pi^2}{\log\frac{1}{x}}\right)$$

(fournie par la théorie de la transformation linéaire des fonctions elliptiques), nous avons tiré, en premier lieu, la formule vraiment asymptotique

(3) $$p(n)\sim P(n)=\frac{1}{4\pi\sqrt{3}}e^{\pi\sqrt{\frac{2n}{3}}}.$$

On a

$p(10)=42,\quad p(20)=627,\quad p(50)=204226,\quad p(80)=15796476;$
$P(10)=48,\quad P(20)=692,\quad P(50)=217590,\quad P(80)=16606781.$

Les valeurs correspondantes de $P(n):p(n)$ sont

1,145; 1,104; 1,065; 1,051 :

la valeur approximative est toujours en excès.

4. Mais nous avons abouti plus tard à des résultats beaucoup plus satisfaisants. Nous considérons la fonction

$$f(x)=\frac{1}{\pi\sqrt{2}}\sum_{1}^{\infty}\frac{d}{dn}\left\{\frac{\text{ch}\left[\pi\sqrt{\frac{2}{3}\left(n-\frac{1}{24}\right)}\right]-1}{\sqrt{n-\frac{1}{24}}}\right\}x^n.$$

En faisant usage des formules sommatoires que démontre M. E. Lindelöf dans son beau livre *Le calcul des résidus*, on trouve aisément que $f(x)$ (on parle, il va sans dire, de la branche principale) a pour seul point singulier le point $x=1$, et que la fonction

$$F(x)-\frac{x^{\frac{1}{24}}}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{\log\frac{1}{x}}\left(e^{\frac{\pi^2}{6\log\frac{1}{x}}}-1\right)$$

est régulière pour $x=1$. On est conduit naturellement à appliquer le théo-

rème de Cauchy à la fonction $f(x) - F(x)$, et l'on trouve

$$(5) \qquad p(n) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}} \frac{d}{dn} \frac{e^{\pi\sqrt{\frac{2}{3}\left(n-\frac{1}{24}\right)}}}{\sqrt{n-\frac{1}{24}}} + O(e^{k\sqrt{n}}) = Q(n) + O(e^{k\sqrt{n}}),$$

où k désigne un nombre quelconque supérieur à $\frac{\pi}{\sqrt{6}}$. L'approximation, pour des valeurs assez grandes de n, est très bonne : on trouve, en effet,

$p(61) = 1\,121\,505$, $\quad p(62) = 1\,300\,156$, $\quad p(63) = 1\,505\,499$;
$Q(61) = 1\,121\,539$, $\quad Q(62) = 1\,300\,111$, $\quad Q(63) = 1\,505\,536$.

La valeur approximative est, pour les valeurs suffisamment grandes de n, alternativement en excès et en défaut.

5. On peut pousser ces calculs beaucoup plus loin. On forme des fonctions, analogues à $F(x)$, qui présentent, pour les valeurs

$$x = -1,\ e^{\frac{2\pi i}{3}},\ e^{-\frac{2\pi i}{3}},\ i,\ -i,\ e^{\frac{2\pi i}{5}},\ \ldots,$$

des singularités d'un type très analogue à celles que présente $f(x)$. On soustrait alors de $f(x)$ une somme d'un nombre fini convenable de ces fonctions. On trouve ainsi, par exemple,

$$(6) \qquad p(n) = \frac{1}{2\pi\sqrt{2}} \frac{d}{dn} \frac{e^{\pi\sqrt{\frac{2}{3}\left(n-\frac{1}{24}\right)}}}{\sqrt{n-\frac{1}{24}}} + \frac{(-1)^n}{2\pi} \frac{d}{dn} \frac{e^{\frac{1}{2}\pi\sqrt{\frac{2}{3}\left(n-\frac{1}{24}\right)}}}{\sqrt{n-\frac{1}{24}}}$$

$$+ \frac{\sqrt{3}}{\pi\sqrt{2}} \cos\left(\frac{2n\pi}{3} - \frac{\pi}{18}\right) \frac{d}{dn} \frac{e^{\frac{1}{3}\pi\sqrt{\frac{2}{3}\left(n-\frac{1}{24}\right)}}}{\sqrt{n-\frac{1}{24}}} + O(e^{k\sqrt{n}}),$$

où k désigne un nombre quelconque plus grand que $\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{2}{3}}$.

ASTRONOMIE. — *Les théories des nébuleuses spirales et le sens véritable de leur rotation.* Note [1] de M. **Émile Belot**, présentée par M. Bigourdan.

L'importance cosmique des nébuleuses spirales est considérable tant par leur nombre, évalué à 120000, que par leur spectre stellaire qui peut faire supposer qu'elles seraient des Voies lactées indépendantes de la nôtre.

La découverte faite au mont Wilson par A. van Maanen du sens de rotation des nébuleuses spirales M.101 et M.81 est donc capitale pour la connaissance de l'Univers. Il a trouvé pour M.101 que les ailes tournent *en avant* de la rotation du noyau, le rayon vecteur des branches spirales augmentant dans le sens de cette rotation, et que pour 52 points se prêtant à une comparaison du mouvement avec la direction des spires, la divergence moyenne vers leur concavité n'est que $7° \pm 4°$, tandis que le mouvement radial moyen est de $0'',007$ vers le dehors. En un mot, les spires sont des trajectoires de matière qui en est encore à sa période dispersive et n'est pas encore arrivée à son équilibre radial entre la force centrifuge et l'attraction centrale. La durée de rotation à $5'$ du centre est de 85000 ans, mais elle augmente avec la distance au centre en sorte que, la partie extérieure des spires prenant du retard sur la partie intérieure, leur forme changera avec le temps comme si elles étaient refoulées sur elles-mêmes, ce que leur attraction interne suffirait à produire.

Les auteurs qui ont esquissé des théories des nébuleuses spirales ont tous conclu à une rotation en sens inverse de la rotation réelle. Les uns ont imaginé un choc presque direct de deux soleils ou une formation centripète par attraction mutuelle de deux nébuleuses linéaires, les autres une appulse d'étoiles provoquant des explosions sur la ligne des centres, ou enfin des éruptions diamétralement opposées ressemblant à de gigantesques protubérances; les auteurs sont obligés par leurs théories de supposer que les spires ne sont pas des trajectoires de matière, mais des courbes synchrones comme dans le tourniquet hydraulique, et que d'autre part le *rayon vecteur diminue* quand on tourne dans le sens de la rotation du noyau au lieu que dans la réalité sidérale *il augmente*.

Je tiens à rappeler que, malgré l'opinion contraire soutenue par tant de savants autorisés, ayant pour seul guide la Cosmogonie tourbillonnaire [2],

---

[1] Séance du 26 décembre 1916.

[2] *Essai de Cosmogonie tourbillonnaire*, 1911.

j'ai présenté sept ans avant la découverte de M. Van Maanen, en août 1909, une théorie complète des nébuleuses spirales au Congrès de Lille de l'Association pour l'avancement des Sciences, dans une Note intitulée : *L'origine dualiste des nébuleuses spirales*, où j'ai prévu le sens véritable de la rotation de ces astres et donné l'équation de leurs spires,

$$(1) \qquad \rho = a + \varepsilon e^{B\Omega} \qquad (\rho,\ \Omega \text{ coordonnées polaires}),$$

où a est le rayon du tourbillon cosmique qui vient en collision avec une nébuleuse amorphe, $a + \varepsilon$ le rayon du renflement périodique du tourbillon, produit par cette collision. J'ai expliqué la production de la seconde spire diamétralement opposée à la première par la vitesse orbitale supplémentaire que donne aux masses détachées du noyau la vitesse relative V de la nébuleuse amorphe. J'ai complété la théorie précédente dans une Note présentée par H. Poincaré [1], où j'ai indiqué une expérience permettant de reproduire à la surface d'un liquide les deux spires opposées d'une nébuleuse spirale avec leur sens de rotation véritable. J'avais d'ailleurs eu l'occasion d'observer à Paris, le 31 mai 1909, un cirro-cumulus présentant deux spires en forme de nébuleuse spirale et où le sens de rotation qui put être déterminé était bien celui observé par Van Maanen (observation communiquée le 2 juin 1909 à la Société astronomique de France).

Les suggestions et vérifications suivantes peuvent être faites sur les photographies de nébuleuses spirales et viennent compléter notre théorie :

1° Contrairement à l'opinion parfois exprimée et que démentent les photographies, l'angle β du rayon vecteur avec la tangente à la spire diminue, quand on s'éloigne du noyau, de 90° à la valeur β_1 donnée par la formule (1)

$$\operatorname{tang}\beta_1 = \frac{1}{B}.$$

La courbe (1) est bien conforme dans leur ensemble aux spires de M.51 (Chiens de Chasse).

2° Le diamètre aux extrémités duquel partent les spires est perpendiculaire à la vitesse V dont le sens fait prévoir qu'une des spires peut être dans certains cas refoulée sur elle-même (ainsi pour la condensation secondaire de M.51) quand elle arrive à être opposée à V. Dans la région diamétralement opposée où la spire marche dans le sens de V, elle doit être diluée et dispersée comme on le voit sur M.51.

(1) *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1780.

3° Le cas moins fréquent de 4 ou 5 spires s'explique facilement dans notre théorie. Car le choc latéral sur un tourbillon, surface virtuellement élastique grâce à sa rotation, y détermine des vibrations et une déformation de la section circulaire en une courbe à saillies équidistantes qui, d'après les travaux de lord Kelvin et J.-J. Thomson, tourne dans son plan dans le sens de la rotation générale. Chaque saillie augmentant la collision avec la nébuleuse amorphe sera le point de départ d'une spire qui, d'après notre théorie comme d'après la réalité découverte par Van Maanen, tourne avec l'aile *en avant* de la rotation.

Sauf dans l'hypothèse d'explosions, les théories des nébuleuses spirales font toutes intervenir un *dualisme cosmique;* c'est aussi un dualisme qui est à la base de notre hypothèse, mais il est formé de deux nébuleuses dont l'une en rotation. En outre c'est le même dualisme qui explique toute la formation du système solaire dans la cosmogonie tourbillonnaire. La fonction logarithmique qui régit l'épanouissement des spires des nébuleuses spirales [formule (1)] est corrélative de la loi exponentielle des distances des planètes et satellites ($x_n = a + c^n$). Les mêmes équations qui avaient expliqué la dispersion de la matière planétaire à partir du tourbillon solaire se sont trouvées donner la géométrie des nébuleuses spirales et préciser le sens véritable de leur rotation.

On remarquera combien est compréhensive une telle synthèse cosmique. Elle aboutit, en rendant aux forces répulsives dues aux chocs cosmiques primitifs leur importance capitale, à cette vérité qui serait paradoxale si elle n'était vérifiée par toutes les constructions humaines et terrestres (volcans) :

L'architecture des mondes ne dépend pas de l'attraction, leur stabilité seule en dépend.

Mais ce qui semble surtout paradoxal c'est qu'après avoir admis cette proposition pour les nébuleuses spirales, astres immenses dont on cherche les causes mécaniques dans les forces répulsives, les mêmes astronomes se refusent à l'admettre pour expliquer notre petit système solaire.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le troisième trimestre de* 1916. Note (¹) de M. J. GUILLAUME, présentée par M. B. Baillaud.

Le nombre des jours d'observation dans ce trimestre a été de 89, dont 73 jours consécutifs du 18 août au 28 septembre (²) Les principaux faits qu'on en déduit se résument ainsi :

Taches. — Le nombre de groupes de taches est peu différent de celui enregistré précédemment (³) (81 au lieu de 84), mais leur développement a diminué de moitié, environ, avec une aire totale de 3202 millionièmes au lieu de 6042.

On a enregistré 13 groupes en moins au sud de l'équateur (26 au lieu de 39), et 10 en plus au nord (55 au lieu de 45).

La latitude moyenne des taches continue de décroître, plus lentement dans l'hémisphère austral que dans l'autre hémisphère : $-17^\circ,5$ au lieu de $-17^\circ,9$ précédemment, et $+15^\circ,5$ au lieu de $+16^\circ,4$.

Le groupe le plus important de ce trimestre,

Août 18,2 à $+19^\circ$ de latitude,

est né le jour de son passage au méridien central, le 18 août; son développement a été d'une rapidité remarquable, puisque le 20 il était *visible à l'œil nu*.

Enfin, le Soleil s'est montré *dépourvu de taches* les 25, 26 et 27 août; ce fait ne s'était pas produit depuis le mois de mai 1915.

Régions d'activité. — L'augmentation signalée des facules s'est légèrement accrue, avec 159 groupes au lieu de 152, mais leur surface totale a été moindre que dans le trimestre précédent : on a, en effet, 140,9 millièmes au lieu de 158,7.

Dans la répartition de ces phénomènes entre les deux hémisphères, on a enregistré 4 groupes en moins au sud (70 au lieu de 74) et 11 en plus au nord (89 au lieu de 78).

(¹) Séance du 26 décembre 1916.

(²) Cette période dépasse de 22 jours celle du trimestre correspondant de 1915 (voir *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 374), qui n'avait jamais été atteinte, antérieurement à l'installation personnelle d'une lunette de $0^m,16$ d'ouverture, faite à mon domicile, à Saint-Genis-Laval, pour profiter de la moindre éclaircie en période de ciel couvert.

(³) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 436.

TABLEAU I. — *Taches*.

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.
		Juillet. — 0 00.			
30- 5	6	1,4		+18	12
3- 6	4	2,8	−17		9
1- 6	4	4,3		+ 5	6
29- 9	10	4,5	−21		21
5- 9	4	9,5	−33		11
9-11	3	10,5		+ 7	2
8	1	11,0	−13		10
5-12	7	11,3		+ 6	26
8-12	11	13,1		+13	190
18 20	3	17,7		+16	4
18-23	6	19,1		+23	10
18-19	2	19,4	−19		3
14-26	12	20,5		+18	53
25	1	21,9		+30	6
18-28	11	22,2		+ 9	193
20-21	2	22,6		+22	3
22-30	9	24,3		+12	73
24	1	24,4	−11		3
20-30	11	25,3		+14	75
20- 1	13	26,7		+12	254
2	1	27,7		+12	20
24-26	2	28,8	−18		10
23- 2	11	28,9		+ 5	30
29-31	2	29,2		+14	2
	29 j.		−18°,9	+13°,9	
		Août. — 0,10.			
28- 6	4	3,6		+16	8
7	1	3,7	−18		4
5- 9	5	4,5		+20	5
5- 9	5	4,6		+14	16
2- 3	2	5,7		+22	4
1- 8	5	6,0	−25		6
3-15	13	9,5		+12	75
12-16	5	11,2	−16		65
9-15	6	11,3		+37	6
6- 8	3	11,9	−10		11
7-13	7	12,0	−17		7
13-16	4	13,3		+24	4
15-18	3	16,4		+ 7	4
17-21	3	16,6		+19	42
11-22	12	17,6		+ 9	118
18-24	7	18,2		+19	593
24	1	19,5	−22		5
16-21	6	20,0		+ 8	26
		Août (suite).			
15-23	9	21,2		+ 8	8
16-21	5	22,0		+10	5
19	1	23,4		+ 9	4
28-29	2	24,3	− 8		22
28	1	25,1	−24		10
29	1	27,6	−12		7
28- 1	5	30,8	−18		9
2- 3	2	31,0		+10	22
	31 j.		−17°,0	+15°,3	
		Septembre. — 0,00.			
30- 1	3	1,8		+18	
4- 8	5	3,3		+ 9	
31- 4	3	4,5		+ 8	
4- 9	6	5,0	−13		
8	1	5,6		+ 9	
4	1	5,7		+13	
1-10	6	5,7	−22		
8	1	7,1		+12	
13	1	10,4		+ 8	
7-10	3	11,5		+15	
15-16	2	11,9	−15		
10-13	4	13,1	−21		
7-19	13	13,8		+17	
17	1	13,9		+23	
8-16	9	14,6		+17	
10-15	5	14,7		+21	
18-21	4	15,2		+18	
12-15	4	15,7		+21	
10-22	13	16,5		+24	
11-20	10	17,1		+27	
19-24	6	18,1		+26	
20	1	18,6	−11		
13-16	4	19,3		+12	
14-22	9	19,6	−14		
14-21	8	20,3	−19		
18-19	2	21,4	−18		
18-24	9	24,0		+19	
30- 1	2	25,9		+13	
22-28	2	28,2		+18	
26- 3	4	29,1	−21		
26-30	4	30,0		+22	
	29 j.		−17°,1	+16°,8	

TABLEAU II. — *Distribution des taches en latitude.*

1916.	Sud. 90°-40°.	40°-30°.	30°-20°.	20°-10°.	10°-0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°-10°.	10°-20°.	20°-30°.	30°-40°.	40°-90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Juillet......	»	1	1	5	»	7	17	5	9	3	»	»	24	1026
Août........	»	»	3	5	2	10	16	7	6	2	1	»	26	1086
Septembre..	»	»	3	6	»	9	22	4	11	7	»	»	31	1090
Totaux....	»	1	7	16	2	26	55	16	26	12	1	»	81	3202

TABLEAU III. — *Distribution des facules en latitude.*

1916.	Sud. 90°-40°.	40°-30°.	30°-20°.	20°-10°.	10°-0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°-10°.	10°-20°.	20°-30°.	30°-40°.	40°-90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Juillet......	»	2	10	10	1	23	29	5	12	5	6	1	52	49,7
Août........	1	2	7	10	1	21	32	6	16	8	2	»	53	44,3
Septembre..	1	2	15	8	»	26	28	8	11	8	1	»	54	46,9
Totaux....	2	6	32	28	2	70	89	19	39	21	9	1	159	140,9

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la densité absolue du gaz acide bromhydrique.* Note (¹) de M. **C.-K. Reiman**, présentée par M. Georges Lemoine.

Les recherches consignées ci-après font partie de l'ensemble de travaux entrepris au Laboratoire de Chimie physique de l'Université de Genève sur la revision physico-chimique du poids atomique du brome; deux Notes récentes de M. E. Moles (²) ont déjà fait connaître une première série de résultats. Le plan de travail adopté étant le même pour les différents collaborateurs qui ont participé à ces recherches, nous nous bornerons à indiquer ici rapidement les conditions de nos déterminations de la densité par la méthode des ballons.

Nous avons employé trois ballons différents, dont les capacités étaient $0^{l},61518$, $0^{l},56519$ et $0^{l},47946$ et dont le remplissage se faisait simultanément. Le gaz acide bromhydrique a été préparé par trois méthodes, toutes différentes de celles mises en œuvre par M. Moles, à savoir :

1° Par synthèse directe des éléments Br et H. Le gaz hydrogène provenait de l'électrolyse d'une solution concentrée de KOH; le brome a été préparé à partir du sel K Br pur (Poulenc frères), le brome étant de pro-

(¹) Séance du 26 décembre 1916.

(²) E. Moles, *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 686, et t. 163, 1916, p. 94.

venance du Chili. Le sel K Br a été chauffé avec un petit excès de brome et ensuite décomposé par K MnO^4 et SO^4H^2. Le brome séparé a été distillé sur $CaBr^2$ anhydre et finalement avec K Br pur. L'hydrogène, séché au moyen de SO^4H^2, passe dans un laveur contenant du brome pur; le mélange gazeux est conduit dans un tube rempli d'amiante platiné, chauffé électriquement à 250°-300°. Le gaz bromhydrique produit est accompagné d'un excès de brome et d'hydrogène; on le débarrasse de ces éléments par condensation fractionnée et on le dissout dans un laveur contenant de l'eau distillée. On fractionne la solution aqueuse et, en laissant ensuite tomber la fraction moyenne sur un excès de P^2O^5, on obtient un courant régulier de Br H qu'on purifie par liquéfaction et distillations fractionnées successives.

2° Le gaz bromhydrique préparé par synthèse comme ci-dessus a été condensé avec l'air liquide et a subi d'abord une purification partielle par un second passage sur l'amiante platiné chauffé; le gaz liquéfié une seconde fois a été purifié par distillation fractionnée dans le vide.

3° Par l'action de l'acide PO^4H^3 sirupeux sur le sel K Br; en chauffant légèrement on obtient un dégagement rapide et régulier de Br H qui est condensé avec le mélange carbonique et purifié ensuite par distillation fractionnée dans le vide.

		Poids du litre normal.			
		Ballon			
Séries.	Pression (corr.).	I.	II.	III.	Moyennes.
I..........	757,3	3,6440	3,6439	3,6429	3,6436
II.........	758,2	3,6451	3,6433	»	3,6442
III.........	754,4	3,6430	3,6433	»	3,6442
IV.........	753,8	3,6469	3,5453	»	3,6461
V..........	763,5	3,6445	3,6465	3,6462	3,6457
VI.........	743,6	3,6421	3,6443	3,6442	3,6435
VII........	769,9	3,6424	3,6448	3,6434	3,6435
VIII.......	757,4	3,6420	3,6449	3,6430	3,6433
IX........	756,4	3,6442	3,6448	3,6445	3,6445
X.........	754,9	3,6442	3,6438	3,6446	3,6442
XI........	757,95	3,6442	3,6437	»	3,6439
XII........	759,3	3,6436	3,6444	»	3,6440
Moyennes........		3,6440	3,6444	3,6441	3,6442

Résultats. — Nous consignons ci-dessus les résultats des mesures de densité, sous une pression voisine de 760^mm et à la température de la glace fondante; les pesées ont été faites avec toutes les précautions d'usage et

les résultats ont subi toutes les corrections qui permettent d'en déduire le poids du litre normal de gaz (soit à 0° sous 1^{atm} au niveau de la mer, sous la latitude de 45°).

Pour les séries I à VIII, on a utilisé le gaz préparé par la première méthode; les séries IX et X concernent le gaz obtenu par la seconde et les séries XI et XII celui par la troisième méthode.

La moyenne générale arithmétique des 31 mesures est 3,6442; les moyennes par ballon diffèrent de moins de $\frac{1}{10000}$ de cette valeur. Pour les mesures isolées, l'écart maximum, par rapport à la moyenne, est de $\frac{7,3}{10000}$, et de $\frac{5,3}{10000}$ pour la moyenne par séries. Les moyennes par méthodes de préparation du gaz bromhydrique sont 3,6443, 3,6440 et 3,6444; l'écart est inférieur à $\frac{1}{10000}$. Une erreur systématique paraît donc exclue. Notre moyenne générale diffère de $\frac{0,55}{10000}$ seulement de celle déduite des expériences de M. Moles.

Nous adopterons provisoirement comme poids du litre normal du gaz bromhydrique résumant nos observations le nombre $3^g,6442 \pm 0,0002$.

MINÉRALOGIE. — *Sur les indices de réfraction des carbonates rhomboédriques.* Note [1] de M. **Paul Gaubert**.

En étudiant la vitesse d'attaque des dolomites par les acides, j'ai obtenu parfois des résultats contradictoires qui m'ont amené non seulement à vérifier l'origine des échantillons soumis à l'expérience, mais aussi leur homogénéité. Le moyen le plus commode, pour constater les variations de composition pouvant exister dans un cristal en apparence parfait, est de mesurer les indices de réfraction par la méthode de la réflexion totale avec un appareil permettant de limiter de petites surfaces.

La dolomite étant un carbonate double de calcium et de magnésium dans lequel le second métal peut être remplacé en quantité plus ou moins grande par du fer et du manganèse, j'ai d'abord déterminé les indices de réfraction des carbonates simples sur lesquels on a encore peu de données, à l'exception de la calcite.

L'indice ordinaire de la sidérite, de la dialogite, etc. étant plus élevé que celui de la lentille demi-boule du réfractomètre, j'ai mesuré directement les deux indices extraordinaires ε et ε' relatifs à la face du rhomboèdre et

---

[1] Séance du 26 décembre 1916.

calculé le grand indice par la formule bien connue $\omega^2 = \frac{\varepsilon'^2 - \varepsilon^2 \sin^2\mu}{\cos^2\mu}$, μ désignant l'angle que fait la normale à la face du rhomboèdre de clivage avec l'axe optique.

Voici la valeur moyenne des indices mesurés pour la lumière du sodium :

Giobertite. — La giobertite de Snarum est la plus pure de toutes; elle ne contient que 0,87 pour 100 de FeO :

	Snarum (¹).	Hall.	Moutiers.	Saint Pandelon.
ω	1,7053	1,707	1,7105	1,7115
ε	1,5148	1,515	1,5170	1,5170

Sidérite. — Des lames de clivage de la sidérite de Saint-Pierre-d'Allevard m'ont fourni les résultats suivants :

$$\omega = 1,7959 \text{ à } 1,8120, \qquad \varepsilon = 1,5982 \text{ à } 1,6020.$$

Cette sidérite renferme, d'après M. Arsandaux, 8,13 pour 100 de $MnCO^3$ et 18,69 pour 100 de $MgO.CO^3$, mais cette composition varie légèrement d'un échantillon à l'autre puisque la mesure des indices fournit des résultats différents (²).

Dialogite. — Avec des lames de clivage de la dialogite de Vieille-Aure, j'ai obtenu les résultats suivants :

$$\omega = 1,8100 \text{ à } 1,8194, \qquad \varepsilon = 1,5934 \text{ à } 1,6053.$$

Smithsonite. — Une face polie d'un rhomboèdre *p* de la smithsonite cuprifère de Chessy m'a donné

$$\omega = 1,782, \qquad \varepsilon = 1,612.$$

Dolomite. — Les indices de la dolomite de quelques localités ont été déjà déterminés par divers observateurs (³). Ceux des échantillons des gisements suivants n'avaient pas encore été mesurés :

(¹) E. Mallard (*Bull. de la Soc. fr. de Min.*, t. 11, 1888, p. 304) a trouvé pour ω 1,717.

(²) Hutchinson a obtenu avec la sidérite de Cornwall, relativement pure ($MnCO^3$, 1,82 pour 100; $MgCO^3$, 0,26; $CaCO^3$, 0,18) : $\omega = 1,8722$ à $1,8734$; $\varepsilon = 1,6310$ à $1,6342$.

(³) Fizeau a mesuré les indices de réfraction d'une dolomite donnée comme provenant de Traversella. Il est très probable que l'indication du gisement est erronée; les indices sont presque identiques à ceux de la dolomite de Binn, dont provient vraisemblablement le minéral.

	Binn.	Haiderenia.	Saint-Pandelon.	Bastennes.
ω	1,6808	1,6820	1,6825	1,6829
ε	1,5021	1,5025	1,5030	1,5040

	Djelfa.	Teruel.	Hall.	Miemo (miemite).
ω	1,6848	1,6870 à 1,6877	1,6875 à 1,6946	1,6830
ε	1,5052	1,5075 à 1,5083	1,5070 à 1,5133	1,5063

Ankérite. — Les indices des ankérites observés se rapprochent beaucoup de ceux de la giobertite et ne permettent pas de distinguer les deux espèces :

	Allevard.	Vizille.	Gollrath.
ω	1,7172	1,7046	1,717
ε	1,5273	1,5148	1,519

Mésitite. — Une face de clivage d'un cristal de Traversella m'a donné

$$\omega = 1,7632, \qquad \varepsilon = 1,5873.$$

La valeur des indices de réfraction des diverses dolomites, ankérites, etc. concorde avec celle obtenue par le calcul en appliquant les lois régissant les relations entre les indices d'un mélange isomorphe et ceux de ses composants ([1]). Mais l'accord n'est souvent qu'approximatif (différences affectant la troisième décimale) ([2]). Cela tient à ce que, comme on l'a déjà fait remarquer, les divers échantillons d'une même localité peuvent ne pas avoir la même réfringence par suite de légères variations dans leur composition chimique.

En effet, j'ai constaté que la valeur des indices peut varier dans un même cristal. Pour s'en convaincre, il suffit de faire glisser un rhomboèdre de clivage, conservant exactement son orientation sur la face plane de la lentille demi-boule du réfractomètre, pour observer la variation des indices. L'expérience réussit parfois avec les gros cristaux de dolomite ferrifère de Traversella, avec la sidérite d'Allevard. Les variations peuvent même

---

([1]) Les indices de la mangandolomite de Greiner, mesurés par Eisenhuth (*Zeitsch f. Krist.*, t. 35, 1902, p. 593), sont beaucoup plus petits que ceux qui sont calculés en partant de la composition chimique. De même le grand indice (ω) de la dolomie de Zillerthal, déterminé par Danker, est beaucoup trop petit.

([2]) La valeur des indices calculés en partant de la composition chimique sera publiée dans un autre Recueil.

affecter la troisième décimale. Ces cristaux possèdent donc une structure zonée, analogue à celle des feldspaths, de la tourmaline, etc. On sait que des matières étrangères indiquent quelquefois cette structure comme dans la dolomite de Teruel, mais on n'avait pas pensé qu'il pouvait y avoir des variations de composition du cristal. Les indices de la dolomite de Teruel varient aussi d'une plage à l'autre, mais il ne m'a pas été possible, à cause des faibles dimensions des zones, de voir si les parties claires ont une composition différente de celle des parties colorées par un pigment.

L'attaque par les acides montre en outre que les dolomites, riches en fer, se comportent en se dissolvant comme si elles étaient constituées par le groupement de deux sortes de minéraux. Alors que les cristaux peu ferrifères, de Saint-Pandelon et même de Djelfa se dissolvent comme ceux de calcite, ceux de Traversella, d'Allevard, etc., très parfaits en apparence, laissent pénétrer facilement l'acide suivant certaines directions parallèles au clivage; il se détache de tout petits rhomboèdres plus ou moins parfaits et dont la solubilité est par conséquent plus faible que celle des autres parties du cristal.

GÉOLOGIE. — *La Somme-Oise pré-quaternaire*. Note (¹) de M. V. **Commont**, présentée par M. H. Douvillé.

Les difficultés de la circulation dans la zone des armées, en restreignant le champ de nos investigations, nous ont incité à étudier en détail les éléments lithiques des alluvions des terrasses les plus anciennes de la Somme, à Amiens.

Après avoir, au cours de ces derniers mois, examiné des milliers de galets de silex dont l'étude détaillée sera faite ultérieurement, nous avons pu récolter, en place, une petite série de roches étrangères au bassin de la Somme, déterminées par M. G. Dollfus, fait nouveau élucidant la question de l'histoire ancienne de la Somme vers son amont.

I. Saint-Acheul :

a. Terrasse de 48ᵐ; alluvions crayeuses provenant du remaniement de la terrasse de 60ᵐ-70ᵐ; deux galets de forme irrégulière ($L = 6^{cm}$) de *phtanite noir* du *calcaire carbonifère*. Cet étage apparaît dans la vallée de la Haute Sambre, près d'Aulnoye, dans la vallée de la Helpe majeure, où il est largement entamé entre Avesnes et son

(¹) Séance du 26 décembre 1916.

confluent à Noyelles-en-Thiérache (152^m-154^m) et dans la vallée de la Petite Helpe, de Cartignies à Etrœungt (144^m-146^m).

b. Même terrasse (alt. 45^m); alluvions caillouteuses; un galet plat, irrégulier, fluviatile ($4^{cm},5 \times 4^{cm},5 \times 1^{cm},5$) en grès schisteux, gris de fumée, avec inclusion d'une bande de quartz blanc (*grès dévonien d'Anor*) dont les affleurements les plus rapprochés sont à Passe-d'Anor (237^m) et Rue d'Hirson (242^m), dans la vallée de l'Oise supérieure; fragment de *quartz hyalin* mamelonné; deux petits galets de *quartz blanc*.

c. Terrasse de 70^m; un *galet de quartzite ardennais* a été trouvé, en 1908, par M. L. Delambre.

II. Montières, *terrasse de* 42^m :

a. Galet ($11^{cm} \times 6^{cm} \times 5^{cm}$), presque cylindrique, poli extérieurement, légèrement rosé, en *calcaire oolithique bathonien* dont le point d'affleurement le plus proche est à Origny, limite extrême Est de la bande jurassique (j''), comprise entre le ruisseau des Champs, le Gland, l'Oise supérieure et la rivière du Thon, affleurant sur le plateau à 247^m et entamé jusqu'au fond de la vallée (150^m).

b. Bloc de grès blanc (3^{dm}), légèrement calcarifère, formé de gros grains de quartz et de glauconie (*grès bruxellien*), empâtant des silex blonds caverneux et un fragment d'Inocérame, se divisant en plaquettes, altéré et noir vers la surface; à la base se trouve un conglomérat de petits galets irréguliers, bosselés, aplatis, en silex quartzifère blanchâtre. La présence d'un fragment de coquille d'Inocérame dans le grès prouve que ce dépôt a raviné la craie, ce qui n'a pu avoir lieu que dans l'Avesnois où la mer bruxellienne a déposé ses sédiments en transgression sur le Crétacé. (Plus au Sud, le calcaire grossier inférieur repose sur les couches de l'Éocène inférieur.) Vers l'Est, le Bruxellien, en place, a été signalé par M. Leriche, dans l'Avesnois, entre Trélon et Ohain et entre Sobre-le-Château et Clairfayts à l'origine de la Helpe majeure et de la Petite Helpe.

c. Plaque roulée de *marne* feuilletée gris jaunâtre glauconieuse *cénomanienne* affleurant également à l'Est dans la vallée de l'Oise supérieure [1].

Cette série de roches ardennaises récoltées dans les alluvions quaternaires de la Somme est remarquable par son unité (Dévonien, Carbonifère, Jurassique, Cénomanien, Bruxellien). Leurs affleurements les plus rapprochés se trouvant dans les hautes vallées de l'Oise et de la Sambre, leur présence à Amiens ne peut être expliquée que par une communication existant anciennement entre la haute vallée de la Somme et celle de l'Oise supérieure, antérieurement : 1° aux captures de la Haute Sambre par l'Oise

---

[1] Au confluent de l'Avre et de la Noye et sur les plateaux de cette région, nous avons récolté des galets de quartz blanc ou jaunâtre, irrégulièrement sphériques (sables de Beauchamp?) et des galets de quartzite d'origine indéterminée.

(Briquet); 2° à la capture opérée par la Sambre de Marchiennes au détriment de tout le système hydrographique compris actuellement entre la Grande Helpe, au Nord, et le Thon, au Sud (Cornet), et se dirigeant de l'Est à l'Ouest. Les cours d'eau de cette époque coulaient sur la couverture de terrains éocènes qui a recouvert toute cette région et dont les collines tertiaires actuelles en sont les témoins.

Un simple calcul permet de constater que cette communication a été possible à l'époque pliocène et même au début du Pléistocène.

L'étude des terrasses de la Somme nous a montré que les véritables alluvions de haut niveau n'existent plus, à l'amont d'Amiens, au delà de Corbie : la Somme supérieure et ses affluents coulaient au début du Pléistocène, sur les couches meubles de l'Éocène inférieur, presque complètement disparues actuellement.

Le dernier lit quaternaire de la Somme repose à Saint-Acheul (Camon), sur la craie sénonienne à l'altitude 13^m, et la source actuelle est plus élevée d'environ 80^m, à Fonsomme. Lorsque la Somme quaternaire déposait ses alluvions à Saint-Acheul, à l'altitude 70^m, la pente de son cours était plus forte que celle du cours d'eau actuel, parvenu au stade de sénilité complète, et il paraît évident que la partie de son cours correspondant à sa source actuelle, se trouvait, aux environs de Saint-Quentin, à une altitude supérieure de plus de 80^m à celle de ses alluvions correspondantes d'Amiens, c'est-à-dire à une *altitude minimum de* 150^m, supérieure de plus de 20^m à celle des collines tertiaires qui, à la latitude de Saint-Quentin, séparent le bassin de la Somme du fossé de l'Oise moyenne, altitude également plus élevée que celle des alluvions anciennes de l'Oise supérieure, contemporaines de sa capture, qui, à Lesquielles, sont à l'altitude de 140^m.

A cette époque, le haut cours de la Somme pouvait donc encore être en communication avec le bassin de l'Oise supérieure, comme l'indique également l'altitude des débris démantelés de l'assise du calcaire grossier inférieur à *Nummulites lævigatus* éparpillés par l'érosion fluviale au sommet des collines tertiaires du Vermandois.

Conclusion. — Les eaux fluviales du versant sud-ouest de l'Ardennes, drainées par le groupe hydrographique compris entre la Sambre supérieure-Helpe et l'Oise d'Hirson-Gland, ruisselant dans la direction est-ouest, ont formé des cours d'eau s'écoulant directement vers l'Ouest, au retrait de la mer pliocène, sur les couches de l'Éocène inférieur et plusieurs de ces rivières ont été en relation avec la Somme pliocène jusqu'au début du Pléistocène.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Les dunes maritimes de la côte de Gascogne.* Note (¹) de MM. **Édouard Harlé** et **Jacques Harlé**, transmise par M. Depéret.

La longue et plate côte de Gascogne, qui s'étend, à peu près Nord-Sud, de l'embouchure de la Gironde à celle de l'Adour, sur 240^{km}, est bordée par une bande de dunes. Ces dunes ont été étudiées par de nombreux savants et l'un de nous a publié à leur sujet, dans *Société géologique de France* (1912), *Bulletin de la Section de Géographie* (1914) et *Académie de Bordeaux* (3 décembre 1914), des remarques basées sur des points de vue nouveaux. Il nous paraît utile de coordonner et compléter ces renseignements.

La largeur de cette bande varie de 4^{km} à 8^{km}, sauf à ses deux extrémités, où elle est réduite. Ses dunes ont été édifiées avec le sable de la plage, emporté par le vent de la mer, c'est-à-dire par le vent d'Ouest et Nord-Ouest. On les a, très justement, divisées en *dunes modernes* et *dunes anciennes*. Les unes et les autres dépassent, par endroits, 80^{m} de hauteur au-dessus de la mer.

Les *dunes modernes* étaient nues, sans végétation, lorsque Brémontier et le service des Ponts et Chaussées les ont fixées, en les plantant de pins, de 1787 à 1864. Elles s'avançaient vers l'Est, sous l'action du vent de la mer, surtout celui des tempêtes d'équinoxe. Ces dunes ont généralement la forme de vagues, parallèles à celles de la mer et, comme elles, perpendiculaires au vent. Le talus ouest de ces *dunes en vagues* est doux ; leur talus est, par lequel elles envahissaient le pays, est extrêmement raide : c'est leur *à pic d'envahissement*. Il y a jusqu'à dix grandes dunes en vagues dans un même profil tranversal (Sainte-Eulalie); celles de 5^{km} à 10^{km} de long sont assez nombreuses et l'on peut dire de quelques-unes, malgré leurs irrégularités, qu'elles ont 20^{km} et même 30^{km} (Biscarrosse, Sainte-Eulalie).

Du bassin d'Arcachon vers le Nord, sur une trentaine de kilomètres, les dunes en vagues sont bien moins importantes qu'au Sud. Avant les travaux de fixation, le vent qui faisait cheminer ces dunes les sectionnait en tronçons, qu'il divisait ensuite en fragments, auxquels ses attaques donnaient des formes en W. Partagés eux-mêmes, en avançant dans la plaine, ces W

(¹) Séance du 26 décembre 1916.

se réduisaient en V, ou plutôt en croissants à pointes (d'ailleurs courtes) dirigées vers l'Est. Ces dunes conservaient, du début à la fin, leur talus ouest en rampe douce et leur talus est en à pic d'envahissement. Leur forme dernière, le croissant à pointes vers l'avant, est la forme type bien connue des dunes isolées qui sont dépourvues de végétation. Les travaux de plantation ont figé toutes ces dunes arrivées à diverses étapes.

Nos dunes modernes sont la phase de jeunesse de nos dunes maritimes; nos dunes anciennes sont leur phase de vieillesse.

Nos *dunes anciennes* sont couvertes de forêts de temps immémorial. Leur forme (ainsi que Durègne l'a remarqué) est celle de paraboles dont le sommet est à l'Est et dont les branches sont dirigées vers l'Ouest, c'est-à-dire à l'inverse des dunes en croissants que nous venons de citer. Elles sont le résultat de la transformation, par le vent de la mer, de dunes en vagues que la végétation commençait à envahir : cette végétation empêchait le vent d'exercer l'action d'ensemble nécessaire pour la forme en vagues, mais elle était encore assez clair-semée pour donner prise à des actions locales, origines d'excavations en *caoudeyres* (type décrit dans notre Note du 6 novembre 1916), développées ensuite en paraboles. Ces dunes occupent de grandes surfaces qui sont toutes sur le bord est de la bande de dunes, parce que là l'éloignement de la mer tendait à réduire l'apport du sable venu de la mer, ce qui favorisait la végétation. Elles sont surtout développées au sud de Léon parce que l'apport du sable de la mer a été arrêté par une déviation de l'Adour, longeant de près le rivage, et qui a persisté, en partie, jusqu'en 1578, où le débouché direct, actuel, de ce fleuve a été percé par l'ingénieur Louis de Foix. Souvent, la parabolisation s'est alliée à la tendance à prendre la forme en vagues, de sorte que des paraboles sont accolées, la branche droite de l'une étant aussi branche gauche de la suivante, et les sommets, ou têtes, formant une chaîne continue, alignée à peu près Nord-Sud : il en est résulté des groupes en forme de *râteaux*. Des caoudeyres, paraboles, râteaux, sont actuellement en pleine activité, sur 2^{km^2} des dunes du Gurp, à 8^{km} au sud de Soulac, où, par suite de faible apport de sable, il est venu une végétation clair-semée.

On rencontre des dunes curieuses en allant du bassin d'Arcachon vers le Sud jusqu'à la dune du Centre, par la Ville d'Hiver et le garde-feu du Centre. Dans ce trajet de 3^{km}, on croise sept dunes, toutes alignées de l'Ouest un peu Nord à l'Est un peu Sud, c'est-à-dire parallèlement au vent de l'Océan, qui les a certainement formées, car elles sont entourées par des dunes en vagues dues à ce vent. Elles ont leur talus nord très raide et leur

talus sud beaucoup plus doux et font penser à certaines de nos dunes continentales. Elles résultent aussi d'une activité de la végétation, démontrée par plusieurs îlots de forêt ancienne, dont l'un, sur l'à pic d'envahissement de la dune de Pissens, y indique un arrêt dans l'apport du sable.

Les dunes modernes ont été fixées si brusquement par les plantations, que la transformation parabolique n'a pu s'y produire; mais l'exécution des travaux a cependant modifié un peu leur forme. Ainsi, à la limite de deux ensemencements de dates différentes, des dunes sont surmontées par un long remblai rectiligne, ayant jusqu'à 10^m de hauteur, dû à l'accumulation du sable sur la palissade qui protégeait la partie ensemencée la première, contre l'envahissement du sable venu de la seconde. Nous avons remarqué aussi que les dunes ont parfois continué à avancer dans la seconde partie, après fixation de la première, de sorte que ces deux parties chevauchent.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Observations sur les troubles atmosphériques pendant les mois d'octobre et de novembre* 1916. Note (¹) de M. **Albert Nodon**, transmise par M. Wolf.

D'importantes *perturbations atmosphériques* sévirent sur l'Europe ainsi que sur l'océan Atlantique, pendant les mois d'octobre et de novembre 1916, principalement pendant les trois périodes suivantes : du 22 au 30 octobre, du 4 au 9 novembre et du 17 au 20 novembre. Chacune de ces périodes troublées fut traversée par des perturbations électromagnétiques, analogues à celles que nous avions déjà signalées dans des Notes antérieures.

Ces divers troubles furent suivis d'abaissements très notables de la pression atmosphérique, de bourrasques du Nord-Ouest, de grains d'orage, de chutes abondantes de pluies et de neiges. Les troubles furent particulièrement intenses du 4 au 9 novembre. Chacune des périodes précédentes concorda avec celle d'importantes *perturbations solaires*.

Un foyer d'activité apparut, le 22 octobre, dans la région est de l'hémisphère nord de l'astre. Ce centre actif se développant rapidement, prit une grande extension à la date du 24 octobre, qui fut également celle d'un maximum d'intensité dans les troubles atmosphériques. Rappelons, à ce propos, que ce fut précisément le 24 octobre à 2^h, que la planète Jupiter

(¹) Séance du 26 décembre 1916.

fut en opposition avec le Soleil, et que la Lune fut en conjonction le lendemain.

Les manifestations orageuses du 4 au 9 novembre concordèrent (ainsi que nous l'avions antérieurement observé), avec la disparition de noyaux actifs, et la formation simultanée de centres actifs dans d'autres foyers voisins. En outre, les passages des divers foyers actifs précédents, sur le bord ouest de l'astre, du 17 au 20 novembre, concordèrent avec de violents troubles atmosphériques observés en Europe et en Asie (cyclone à Pondichéry le 23 novembre 1916).

L'apparition d'aurores boréales n'a pu être observée à Christiania (Norvège) pendant les périodes précédentes, à cause de l'état nébuleux de l'atmosphère dans les régions polaires. Toutefois, une faible aurore fut constatée le 12 novembre, de 21^h à 22^h. La composante magnétique horizontale atteignit des maxima à Christiania, pendant les périodes suivantes : du 24 au 29 octobre; les 4, 8 et 10 novembre; les 17 et 19 novembre.

En résumé, l'ensemble des observations précédentes, confirmant des recherches antérieures, permettent de laisser présumer d'étroites relations entre les perturbations solaires, les troubles électromagnétiques et les grands troubles de l'atmosphère terrestre.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Perturbations de la déclinaison magnétique à Lyon (Saint-Genis-Laval) pendant le troisième trimestre de* 1916. Note (¹) de M. **Ph. Flajolet**, présentée par M. B. Baillaud.

Les relevés des courbes du déclinomètre Mascart, pendant le troisième trimestre de 1916, fournissent la répartition suivante des jours perturbés :

Échelle.		Juillet.	Août.	Septembre.	Totaux du trimestre.
0	Jours parfaitement calmes.......	4	5	2	11
1	Perturbations de 1′ à 3′.......	9	5	6	20
2	» de 3′ à 7′.......	12	12	9	33
3	» de 7′ à 15′.......	6	7	10	23
4	» de 15′ à 30′.......	0	1	2	3
5	» >30′...........	0	1	0	1

Il y a eu 2 jours fortement perturbés en août (16′ le 27; 31′ le 22); 2 en septembre (18′ le 3; 20′ le 30), et aucun en juillet.

(¹) Séance du 26 décembre 1916.

Par rapport aux résultats du deuxième trimestre (¹), il y a diminution de 2 jours dans les cotes 0 et 4 de l'échelle, et de 9 jours dans la cote 1; puis augmentation de 1 jour dans la cote 5, de 2 jours dans la cote 4, et de 4 jours dans les cotes 2 et 3.

ZOOLOGIE. — *Nouvelles recherches sur la sexualité chez* Dinophilus. Note (²) de M. **Paul de Beauchamp**, présentée par M. Paul Marchal.

Les élevages de *Dinophilus* que j'ai pu faire depuis les deux Notes publiées ici même (³) et que j'ai depuis été obligé d'interrompre ne m'ont malheureusement pas conduit à des conclusions pouvant faire l'objet d'un travail d'ensemble sur les nombreux problèmes que soulève l'étude de la sexualité chez cette forme aberrante (⁴). Je juge utile néanmoins d'en publier quelques résultats, qui modifient passablement les idées en cours à ce sujet.

En effet *Dinophilus* (ou plutôt certaines espèces de ce genre) est regardé comme un exemple typique du dimorphisme reproducteur étendu jusqu'aux œufs, dont la taille (jointe à l'abondance du vitellus beaucoup plus grande dans les gros) permettrait de reconnaître le sexe du futur produit. Or, s'il est vrai que les petits œufs transparents donnent toujours naissance à des ♂ (⁵), *j'ai constaté que fréquemment les gros œufs opaques donnent aussi naissance à des* ♂, anormaux il est vrai, mais incontestables vu la présence de spermatozoïdes vivants.

Les œufs qui subissent cette évolution sont absolument indiscernables des œufs réellement ♀ au moment de la ponte, et ne peuvent être reconnus qu'à un stade de développement assez avancé; ils se mêlent à eux en nombre quelconque et ne sont pas plus fréquents dans les pontes dépourvues de petits œufs qui s'observent parfois. Ils donnent naissance à des embryons ayant conservé la taille de l'œuf, donc beaucoup plus gros que les ♂ normaux, arrondis et vésiculeux; comme dans ceux-ci, on dis-

(¹) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 442.

(²) Séance du 26 décembre 1916.

(³) *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 739, et t. 154, 1912, p. 1384.

(⁴) Du moins autant qu'on peut le constater : l'ovaire même dans la ♀ normale, n'étant pas visible à la naissance, et le produit du petit œuf ne pouvant vivre longtemps faute de tube digestif, il se pourrait que certains individus sans spermatozoïdes fussent virtuellement ♀.

(⁵) Ce type élémentaire de ciliation est tout à fait analogue à celui auquel j'ai autrefois ramené la ciliation des Rotifères et de beaucoup de larves de Métazoaires.

tingue à un pôle une ciliation circumapicale qui se prolonge sur la face ventrale [1], jamais de couronnes métamériques comme dans la ♀. A l'intérieur le reste du vitellus est renfermé dans des boules protoplasmiques irrégulières, dont il n'y a nulle trace dans le ♂ ordinaire, qui s'organisent parfois en un rudiment de tube digestif. Les spermatozoïdes, bien formés et mobiles, sont inclus dans une vésicule testiculaire qu'embrasse celui-ci (je me suis assuré par l'examen avant l'éclosion que leur présence n'était pas due à une fécondation précoce par des ♂ normaux); on observe enfin un petit pénis conique, à l'extrémité de la plaque ciliée ventrale. Mais le développement de toutes ces parties est très variable d'un individu à l'autre, et quand l'appareil génital est mal formé, l'absence constante d'yeux et de pharynx permet seule de distinguer les gros ♂ de certaines ♀ anormales, raccourcies et vésiculeuses également. Après l'éclosion ils restent vivants plusieurs jours, se déplaçant à peine dans le fond du verre de montre, mais paraissent incapables de s'accoupler normalement.

Il serait tentant de voir dans ces faits une confirmation partielle des vues de Shearer, que j'ai déjà discutées, sur les rapports du sexe avec la fécondation : les deux sortes d'œufs préexisteraient (contrairement à son opinion) dans l'ovaire, mais les gros, seuls destinés à être fécondés, fourniraient, quand par hasard ils ne l'ont pas été, les ♂ anormaux. Dans ce cas, tous les œufs d'une ♀ vierge devraient évoluer de cette façon. Malheureusement, dans tous les isolements rigoureux que j'ai faits en vue de l'établir, je n'ai obtenu que des segmentations irrégulières et j'en suis à me demander si les cas de parthénogenèse autrefois décrits par moi (et qui m'avaient fourni des ♀) étaient purement fortuits, sans exclure d'ailleurs une erreur de technique pour certains. D'autre part, s'il arrive souvent que les gros ♂ se rencontrent parmi les pontes ultimes d'une ♀ épuisée, ce qui plaiderait dans le même sens, ils sont fréquents aussi dans les premières pontes et surtout dans les pontes moyennes après lesquelles réapparaît une série normale. D'autres anomalies : émission d'œufs sans coque qui n'évoluent pas (ils sont la majorité chez les ♀ vierges), segmentations incomplètes, nanisme et déformations diverses, qn'on pourrait aussi attribuer à l'absence de fécondation, se rencontrent parfois en même temps que les gros ♂, mais peuvent aussi exister seules. Les choses paraissent donc très complexes, et la question cytologique reste également pendante : chez les ♀ vierges le dualisme nucléaire n'est, comme je l'ai établi, pas aboli, mais la régularité des phénomènes est beaucoup moins grande.

L'existence des ♂ anormaux complique singulièrement l'étude de l'action des facteurs externes sur la sexualité, et les statistiques antérieures à sa découverte, où tous les gros œufs aussitôt pondus sont comptés comme ♀, se trouvent viciées par ce fait, qui rend d'ailleurs moins vraisemblable

[1] Des œufs normaux à vitellus abondant, mais beaucoup plus petits que les gros œufs habituels, peuvent évoluer soit en ♀ naines, soit en ♂ comme ceux que nous venons de décrire; on en trouve même parfois d'aussi petits que les œufs ♂ normaux, mais ils avortent après un début de segmentation. Les œufs plus gros que la normale dans les deux catégories résultent d'une fusion et donnent des monstres doubles.

l'influence directe de la nutrition. En fait, dans mes élevages, je trouve le rapport $\frac{♂}{♀}$ pour la totalité des pontes d'un individu oscillant autour de 0,5, mais très variable sans cause apparente (de même que la présence et la proportion des gros ♂) d'un animal à l'autre, et cela dans la même lignée; les œufs sans coque difficiles à retrouver, et ceux qui souvent restent et dégénèrent à l'intérieur de la ♀ épuisée faussent aussi les conditions du problème. Un élevage parallèle de deux lignées issues d'un même animal a été poursuivi pendant 7 générations à 17°-19° et 15 générations à 24°-26°. La statistique générale, portant sur une centaine d'individus en tout, donne $\frac{♂}{♀} = 0,474$ dans la première et 0,526 dans la seconde. L'action de la température serait donc en tout cas beaucoup moins accentuée que ne le veut von Malsen, qui a trouvé 0,416 et 0,769 à 19° et 26°; encore n'est-il pas sûr qu'elle soit bien en jeu dans le cas présent : d'autres expériences, faites à 16°-18°, n'avaient donné que 0,449. Vers 10° je n'ai pu réussir aucun élevage, les animaux pondent mal et dégénèrent rapidement. L'action du jeûne, d'ailleurs difficile à doser, celle du liquide filtré de vieilles cultures (qui a une influence certaine sur l'adulte épuisé, produisant la dégénérescence vésiculeuse signalée par Shearer) ne m'ont pas conduit à des résultats bien nets.

En somme la seule conclusion que je veuille retenir est que, contrairement aux vues admises jusqu'ici, le sexe de l'œuf est chez *Dinophilus* indépendant de sa taille et de l'abondance du vitellus qui est généralement (non toujours) [1], en corrélation avec celle-ci.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le déchet de la fermentation alcoolique.* Note [2] de M. L. **Lindet**, présentée par M. Schlœsing fils.

En 1860, Pasteur publiait son célèbre Mémoire sur la fermentation alcoolique, où il constatait que 6 pour 100 environ du sucre mis en œuvre échappe à l'équation classique de Gay-Lussac [3]. Ce déchet représente la

(1) J'ai pu constater, ce dont je doutais en 1912, que les individus trouvés dans l'aquarium de Monaco étaient identiques à ceux de Roscoff et se comportaient en élevage de la même façon sous tous les rapports.

(2) Séance du 26 décembre 1916.

(3) Ce déchet, en valeur absolue, a été plus élevé pour mes expériences; j'en expliquerai la raison dans le Mémoire.

glycérine, l'acide succinique, les alcools supérieurs, la levure elle-même quelquefois, en tout cas, les produits excrétés par les vieux globules, l'acide carbonique en excès, etc.; on sait aujourd'hui que la formation de ces sous-produits est influencée par la présence des acides aminés; mais elle n'est jamais réalisée en dehors des conditions mêmes du développement de la levure au cours de la fermentation; ces sous-produits constituent donc un véritable déchet qui est provoqué par la végétation et l'entretien des globules. Aussi, quand on veut se rendre compte de la facilité avec laquelle la levure évolue dans un moût sucré, c'est-à-dire des ressources alimentaires que lui offre celui-ci, convient-il de faire figurer, à côté du poids de levure recueillie pour 100 de sucre consommé, le chiffre du déchet, non pas considéré en valeur absolue, mais bien rapporté à l'unité de levure récoltée.

I. Lorqu'on donne à la levure une alimentation exclusivement minérale (comprenant du sulfate d'ammoniaque), en présence du sucre pur, quand on l'oblige à constituer ses tissus en empruntant son carbone au sucre et son azote à l'ammoniaque, on constate que la fermentation est très lente, que le poids de levure recueillie est faible et que le déchet est tellement élevé, qu'il représente environ 17 fois le poids de la levure recueillie; par des dosages directs, j'ai reconnu que ce déchet était, pour les $\frac{2}{3}$, formé d'acide carbonique. La substitution au sulfate d'ammoniaque du tartrate, du lactate, de l'acétate, en quantités équivalentes, n'ont guère modifié ce déchet. Le remplacement de l'azote ammoniacal par de l'azote amidé a donné, avec l'urée, l'asparagine, des résultats un peu meilleurs. Mais incontestablement, la synthèse des protéines au moyen de l'azote amidé et surtout de l'azote ammoniacal, en présence du sucre seul, est très pénible.

II. Il n'en est pas de même quand on ajoute au sucre, dans une solution de sels semblable à la précédente, et à la dose maxima de 2 pour 100, d'autres matières hydrocarbonées, probablement plus assimilables, comme la gomme arabique, la gomme de seigle, le tannin, les matières humiques des sucres roux, ou de la tourbe; la fermentation dès lors devient plus rapide; la récolte de la levure est au moins triple de celle dont il est parlé plus haut, et le déchet par unité de levure recueillie trois fois moindre. On peut supposer que la cellule ayant créé plus facilement, au contact de ces hydrates de carbone, sa cellulose, son glycogène, prend plus de vigueur et acquiert plus rapidement le pouvoir de transformer l'azote ammoniacal en azote protéique.

	Pour 100 du sucre disparu (exprimé en glucose).					
	Alcool en poids.	Acide carbonique correspondant.	Levure sèche.	Glucose utilisé pour la constitution de la levure ([1]).	Déchet en valeur absolue.	Déchet pour 1g de levure recueillie.
I. — *Sels minéraux dont sulfate d'ammoniaque.*						
Saccharose :						
I	43,5	41,6	0,8	0,9	14,0	17,5
II	43,5	41,6	0,9	1,1	13,8	15,3
III	41,5	39,6	1,2	1,4	17,5	14,6
IV	44,4	42,4	0,7	0,8	12,4	17,7
V	42,9	41,0	0,9	1,1	15,0	16,6
VI + acide tartrique	44,4	42,4	0,6	0,7	12,5	20,9
Moyenne	43,4				14,2	17,0
II. — *Sels minéraux dont sulfate d'ammoniaque + matières hydrocarbonées.*						
Saccharose :						
Gomme arabique	43,8	41,9	3,3	0,0	14,3	4,3
Gomme de seigle	45,3	43,3	2,4	0,0	11,4	4,7
Tannin	44,6	42,6	2,1	0,0	12,8	6,1
Humus de tourbe	46,0	44,0	2,5	0,0	10,0	4,0
Sucres roux (cannes)	42,8	40,9	2,2	0,0	16,3	7,4
Glucose commercial roux	43,5	41,6	2,1	0,0	14,9	7,1
Moyenne	44,4				13,3	5,6
III. — *Matières hydrocarbonées + protéines.*						
Saccharose :						
Décoction de levure	45,8	43,8	2,9	0,0	10,4	3,6
Viande peptonisée	46,9	44,8	2,6	0,0	8,3	3,2
Gluten peptonisé	47,3	45,2	2,2	0,0	7,5	3,4
Moût de touraillons	45,3	43,3	4,3	0,0	11,4	2,6
Maltose (moût de bière)	45,2	43,2	4,6	0,0	11,6	2,5
Sucre inverti ; raisins	47,7	45,6	1,5	0,0	6,7	4,4
Moyenne	46,4				9,3	3,3

([1]) Dans le cas de l'alimentation purement minérale, la levure emprunte son carbone au sucre, et celui-ci, ainsi consommé, doit être déduit du déchet; dans les deux autres cas, le carbone de la levure est emprunté, au moins pour la plus grande partie, aux substances organiques ajoutées.

III. Ces résultats, obtenus en présence d'hydrates de carbone ajoutés au sucre, se rapprochent, à tous les points de vue, de ceux que donne la fermentation dans des milieux qui, comme le bouillon de levure, les peptones, les décoctions de touraillons, les moûts de bière ou de raisins, renferment des matières hydrocarbonées, dites *extractives*, et des matières azotées protéiques; dans ces derniers milieux, la quantité de levure que j'ai recueillie a été à peu près la même que dans le cas précédent, variant d'ailleurs avec la teneur du moût en protéines; le déchet par unité de levure n'a pas été beaucoup plus faible.

Il résulte de ces expériences que, de tous les aliments hydrocarbonés que j'ai essayé d'ajouter à une solution sucrée et minérale, sauf l'arabinose et le xylose, le saccharose lui-même s'est montré le plus mauvais aliment pour la levure; en sa présence, les sels ammoniacaux se transforment très difficilement en protéines. Il n'en est plus de même quand on ajoute au liquide des matières hydrocarbonées plus assimilables; la synthèse des protéines devient plus rapide; la levure se développe à peu près dans les mêmes conditions que si elle se trouvait en présence d'une matière protéique toute formée.

MÉDECINE. — *Examen spécial des urines pour le choix rapide et non erroné d'une station thermale.* Note (¹) de M. F. Garrigou. (Extrait.)

Après avoir dosé par les méthodes les plus classiques ou même très approximativement évalué l'albumine, les phosphates, les chlorures, l'acide urique, les urates etc., on jugera si le sujet est albuminurique, phosphaturique, chlorurique, rhumatisant ou arthritique. On peut de plus, par le plus simple examen médical, savoir si l'on a affaire à un nerveux, un anémique etc. On pourra donc ainsi décider rapidement si l'on doit envoyer le malade à des eaux antialbuminuriques, comme Saint-Nectaire ou Châteauneuf; à des sources fixant les phosphates, telles que les eaux salées fortes ou moyennes; à des eaux sulfurées à acide sulfhydrique comme Luchon ou sulfurées par des sulfures alcalins, telles que Ax ou Cauterets; à des eaux salines antinerveuses, comme Bagnères-de-Bigorre, Ussat ou Néris; à des eaux métalliques, comme Aulus, etc.

Telles sont les indications pratiques qu'une étude chimique simple et

(¹) Séance du 26 décembre 1916.

rapide peut fournir même à un médecin dont les connaissances hydrologiques sont peu étendues.

Dans mon enseignement à la Faculté de Médecine et de Pharmacie de Toulouse j'ai pu, depuis 1891, faire ainsi connaître les principes sur lesquels repose l'application rationnelle médicale des eaux minérales.

CHIRURGIE. — *Réalisation du siamoisisme chez les animaux.* Note (¹) de M. O. LAURENT, présentée par M. Edmond Perrier.

La greffe est fréquemment tentée dans la chirurgie de guerre, sous la forme cutanée, nerveuse ou osseuse, consistant à transplanter le greffon sur le sujet lui-même ou sur un autre individu. Mais si des succès sont à noter, de graves inconvénients peuvent en résulter : fracture du tibia à la suite de l'excision d'un segment de cet os; intoxication par décomposition du greffon, ou absence de soudure. Aussi me suis-je efforcé d'aller beaucoup plus loin dans ce domaine : deux fois j'ai greffé deux blessés l'un à l'autre, *réalisant ce que j'appelle la « greffe siamoise », avec le but de conserver au greffon sa vitalité.*

C'est ainsi que j'ai été amené à rechercher chez l'animal la valeur de cette idée nouvelle.

J'ai donc pratiqué un très grand nombre d'expériences dans la série des vertébrés : mammifères, oiseaux, reptiles, batraciens et poissons. Ces expériences ont été faites à l'École d'Alfort, dans le laboratoire de M. le professeur Vallée, et au Muséum, dans le laboratoire de M. le professeur Roule; je remercie vivement MM. Vallée et Roule de l'hospitalité qu'il ont bien voulu me réserver.

Abordant un champ nouveau de biologie, j'ai rencontré de considérables difficultés, par suite de conditions générales et très spéciales qui comportent les obstacles les plus divers, les plus imprévus. Malgré des tentatives réitérées, je n'ai pu qu'aborder cette question chez les lézards, les caméléons, les salamandres, les grenouilles, les dorades et les tanches. Dans les classes des oiseaux et des mammifères, j'ai obtenu des résultats très intéressants : deux poules ont été *siamoisées* pendant un mois; un canard a pu être soudé cinq fois. Une pièce anatomique montre nettement la soudure chez deux poules, après un mois; une autre pièce établit le même phénomène chez deux chevreaux qui ont survécu 34 jours.

(¹) Séance du 26 décembre 1916.

Ces expériences concernent le siamoisisme homologue.

Mais j'ai pu aller au-delà : je suis arrivé à *souder des animaux d'espèces différentes :* ainsi la poule et le pigeon ont été siamoisés; de plus, une pièce anatomique établit la réunion du faisan au canard. Ces expériences sont rendues très laborieuses par les disjonctions spontanées résultant des complications les plus inattendues.

Le siamoisisme ouvre, je pense, de nouveaux horizons à la Médecine, à la Biologie et à la Botanique; je crois qu'on pourra, de la sorte, étendre considérablement les applications des greffes, réaliser certains sangs synthétiques de laboratoire, peut-être donner une large extension aux études du cancer, de l'hérédité et de la déchéance organique.

CHIRURGIE. — *Du rôle relatif de la surface et du périmètre dans le phénomène de cicatrisation des plaies en surface et de la formule qui les interprète.* Note (1) de M. **P. Lecomte du Noüy**, présentée par M. Ch. Richet.

L'expérience nous a prouvé que la surface joue, dans le phénomène de cicatrisation, le rôle principal, le deuxième facteur important étant l'âge du blessé. Ces deux grandeurs peuvent même suffire, dans la majorité des cas, pour déterminer une courbe logarithmique qui exprime graphiquement la marche normale de la cicatrisation d'une plaie stérile.

On sait en effet que la formule d'extrapolation :

$$S = S_0\left[1 - i(t + \sqrt{T})\right]$$

(où S est la surface de la plaie au temps t; S_0 la surface de la plaie mesurée au planimètre; i un coefficient dépendant de l'âge de l'homme et de la surface de la plaie, et T l'âge de la plaie, en jours), permet de calculer cette courbe qui donne, par là même, la date de la cicatrisation complète (2).

Dans le cas des plaies longues et étroites, lorsque le rapport de la longueur à la largeur est supérieur à 10, c'est-à-dire quand le périmètre est considérablement augmenté par rapport à la surface, mais seulement dans ce cas, on constate une accélération de la cicatrisation, accélération qui peut faire gagner 12 à 16 jours sur la date calculée au moyen de la formule ci-dessus. Ce phénomène n'apparaît que vers la fin de la cicatrisation. Il était intéres-

(1) Séance du 26 décembre 1916.

(2) *Journal of Experimental Medicine*, 1er novembre 1916. — Dr Hartmann, *Thèse de doctorat de Paris*, 1916.

sant de chercher si cette perturbation était corrigible et dans quelle proportion elle était due au périmètre, ou au fait que les bords de la plaie se trouvaient rapprochés à une très petite distance l'un de l'autre.

Une étude expérimentale très minutieuse du phénomène et un grand nombre de mesures précises mirent en évidence le fait que l'écart maximum entre la courbe « normale » (c'est-à-dire calculée au moyen de la formule ci-dessus) et la courbe observée (obtenue en mesurant périodiquement la plaie au planimètre) était voisin de I.

En tenant compte de ce que la correction devait forcément être exprimée en fonction de la surface (seule quantité connue), et en remarquant que, si P est le périmètre, on peut écrire

$$P = K\sqrt{S}$$

(K étant un coefficient dépendant de la forme de la plaie) la correction représentant le rôle du périmètre, lorsque, la plaie étant très longue, le rapport de celui-ci à la surface augmente, peut s'exprimer

$$\frac{\sqrt{S}}{S}.$$

La formule devient alors

$$S = S_0[1 - i(t + \sqrt{T})] - \frac{\sqrt{S_0}}{S_0},$$

formule qui rend compte du phénomène d'une façon très satisfaisante, ainsi qu'il résulte des expériences faites à l'hôpital 21, à Compiègne.

Il semble donc logique d'admettre que la longueur du périmètre n'intervient en rien dans le phénomène de cicatrisation, mais que l'épithélisation est considérablement accélérée lorsque les liserés épithéliaux se trouvent rapprochés à une faible distance l'un de l'autre.

A 15 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures.

G. D.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 8 JANVIER 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Notre vénéré ancien président le professeur **Chauveau** s'est éteint doucement dans la 90ᵉ année de son âge. Une cérémonie intime a eu lieu samedi à l'église Notre-Dame où le corps a été provisoirement déposé. Les funérailles officielles se feront solennellement à Lyon après la guerre.

Avec Chauveau disparait une des plus grandes figures de la Science biologique.

Jamais longue carrière scientifique ne fut mieux remplie, car notre confrère a eu le rare bonheur de conserver jusqu'à son dernier jour la plénitude de ses brillantes facultés.

Je n'énumérerai pas ses nombreux titres honorifiques. Tous les corps savants compétents, tant en France qu'à l'étranger, ont tenu à se l'adjoindre, ainsi qu'il arrive aux hommes éminents qui jettent un lustre nouveau sur les distinctions qu'ils consentent à accepter.

L'Académie des Sciences fut toujours son milieu préféré, c'est à Elle qu'il a confié la primeur de ses précieuses découvertes. Le seul énoncé de ses communications tiendrait dix pages des *Comptes rendus;* aussi me bornerai-je à signaler brièvement les grandes lignes directrices de son œuvre magistrale.

De tous les grands problèmes de la Physiologie et de la Pathologie aucun ne lui est demeuré étranger. C'est ainsi que, dès 1863, il aborde expérimentalement l'importante question de la contagion et de son corollaire, l'immunisation, puis l'étude de l'excitant physiologique par excellence

l'électricité, et enfin le fonctionnement encore si mystérieux du moteur animé. Avec son grand talent d'expérimentateur il étudie ses besoins, les transformations d'énergie dont il est le siège, pour arriver à établir sur des bases scientifiques l'alimentation rationnelle de l'homme et des animaux.

C'est par cet ensemble harmonieux que l'œuvre de Chauveau revêt un caractère éminemment social.

Dès le début de ses recherches sur la clavelée, la variole et la vaccine, il démontre la fausseté de la croyance, alors générale, de la spontanéité des maladies virulentes ou infectieuses. Il fait justice des entités du *Quid ignotum*, du *Quid divinum* et du *génie épidémique*.

Par dilution, filtration, décantation, diffusion des substances virulentes, il montre que le *contage* n'est ni un liquide ni un gaz, mais un élément solide qu'il qualifie de *corpusculaire*.

Il termine son Mémoire par ces mots que je transcris littéralement :

« Ces maladies n'ont pas d'autre cause que la contagion, et celle-ci procède toujours d'un agent spécial, le virus, organisme ou organite, que la spontanéité vitale est impuissante à créer de toutes pièces... L'étude d'un tel agent peut être faite par les méthodes rigoureuses applicables à l'histoire naturelle des êtres vivants... Soyez sûrs que la méthode expérimentale le déterminera bientôt... Ce sera le point de départ de recherches qui permettront peut-être d'opposer, à chaque virus pernicieux, un agent atténué de même famille, jouant le rôle, jusqu'à présent unique, du virus vaccinal. »

Ces vues prophétiques, notre immortel Pasteur en faisait bientôt des réalités et expliquait tous ces phénomènes par la même théorie, celle du *virus ferment*.

Les mémorables travaux de Villemin sur la contagiosité de la tuberculose n'ont pas d'abord rencontré l'accueil qu'ils méritaient. Chauveau fut un des premiers à en saisir la portée.

En 1867, il fit des expériences d'une précision absolue qui établirent deux faits nouveaux, à savoir : 1° que l'ingestion de viandes tuberculeuses donne la tuberculose, qu'il y a infection par le tube digestif, et 2° que, contrairement à l'opinion de Virchow, alors universellement adoptée, il n'y a aucune différence de nature entre la tuberculose de l'homme et celle du bœuf. Si, en effet, l'homme donne la tuberculose au bœuf, la réciproque est également vraie.

L'émotion provoquée par ces graves conclusions fut considérable. Et elles ont servi de base aux règlements sur la police sanitaire et la surveillance du service de la boucherie.

Ses recherches sur l'excitant électrique ont montré la nature *polaire* de l'excitation et ont doté la Physiologie de méthodes de mesure très précises. Je me bornerai à signaler ses travaux classiques sur les mouvements du cœur et la circulation entrepris avec Marey.

Enfin dans les dernières années de sa vie, Chauveau, avec l'aide de son assistant Tissot, a abordé le difficile problème de la contraction et de l'énergétique musculaires.

Un grave dissentiment divise physiciens et physiologistes sur le sens à attribuer au mot *travail*. Quand un homme exerce un violent effort de tous les muscles de son corps pour résister à une poussée, sans mouvement apparent, ou quand, plus simplement, il tient à bras tendu un poids, il ne fait aucun travail au dire des physiciens.

Pourtant dans ces conditions le patient, fût-il le plus rigoriste des physiciens, éprouvera bientôt le sentiment pénible d'une énorme dépense d'énergie.

Cette dépense est réelle, car elle se traduit non seulement par la fatigue (effet subjectif), mais aussi par une augmentation des combustions internes (effet objectif mesurable). Si le poids soutenu par le bras est immobile il y a travail *statique* ou *improductif*, s'il est soulevé le travail est *positif*, *négatif* s'il est abaissé. Cette terminologie employée par Chauveau donne évidemment prise à la critique. Mais dans chacun de ces trois cas il y a une dépense d'énergie incontestable qui aboutit à cette réalité : un *travail physiologique* dont Chauveau a cherché par des expériences systématiques à dégager les lois.

Si les résultats qu'il a obtenus ne sont pas en proportion de la peine qu'il s'est donnée, n'est-ce pas chose touchante que de voir ce maître de la Physiologie aborder fructueusement à 80 ans une des études les plus abstraites et les plus délicates de la Biologie.

Mais, mes chers Confrères, je m'arrête devant le sentiment de mon impuissance à retracer en quelques mots une existence si bien remplie.

Par la dignité de sa vie, par sa recherche constante de l'amélioration des conditions de la vie humaine, par la majesté naturelle émanant de toute sa personne, Chauveau restera une des plus belles figures qu'ait produite la culture française.

ANALYSE. — *Sur la valeur approchée d'une intégrale définie.* Note de M. **Maurice Hamy**.

Des recherches particulières sur la diffraction des disques circulaires, uniformément éclairés, m'ont conduit à évaluer l'intégrale

$$I = \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-u^2}\frac{\sin^2 mu}{u^2}\,du,$$

lorsque m a une valeur très élevée, entière, fractionnaire ou incommensurable. Je me propose de montrer, dans la présente Communication, comment on peut y parvenir, en s'appuyant sur des questions largement traitées dans mon Mémoire sur l'approximation des fonctions de grands nombres [1].

Dans le plan représentatif de la variable u, considérée comme complexe, décrivons, de l'origine comme centre, une demi-circonférence de rayon infiniment petit, du côté des ordonnées positives. La fonction sous le signe $\int$ étant holomorphe, dans le voisinage de la valeur $u = 0$, on peut remplacer le diamètre de cette demi-circonférence, qui fait partie du chemin d'intégration donné, par la courbe elle-même. Appelons C le contour d'intégration ainsi obtenu. On peut écrire

$$I = \frac{1}{2}\int_C \frac{\sqrt{1-u^2}}{u^2}\,du - \frac{1}{2}\int_C \frac{\sqrt{1-u^2}}{u^2}\cos 2mu\,du.$$

La fonction primitive de $\frac{\sqrt{1-u^2}}{u^2}$ ayant pour valeur

$$-\frac{\sqrt{1-u^2}}{u} - \arcsin u \qquad \left(-\frac{\pi}{2} < \arcsin u < +\frac{\pi}{2}\right),$$

on en déduit

$$I = -\frac{\pi}{2} - \frac{H}{2},$$

en faisant

$$H = \int_C \frac{\sqrt{1-u^2}}{u^2}\cos 2mu\,du.$$

Posons

$$K = \int_C \frac{\sqrt{1-u^2}}{u^2}\sin 2mu\,du.$$

---

[1] *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 1908.

La valeur de H est réelle, comme celle de I. D'autre part, la valeur de K se compose de plusieurs parties. Celles qui proviennent de l'intégration, le long de l'axe des abscisses, sont réelles; mais celle qui se rapporte à la demi-circonférence infiniment petite, comprise dans le chemin C, est égale à $-2m\pi\sqrt{-1}$, comme on le reconnaît en développant l'élément différentiel dans le voisinage de $u=0$. Il résulte de là : 1° que la somme

$$2m\pi\sqrt{-1}+K$$

est réelle; 2° que H est la partie réelle de l'expression

$$H+\sqrt{-1}[2m\pi\sqrt{-1}+K],$$

c'est-à-dire de $-2m\pi+J$, J désignant l'intégrale

$$J=\int_C \frac{\sqrt{1-u^2}}{u^2}E^{2mu\sqrt{-1}}\,du,$$

où E représente la base des logarithmes népériens. Il est facile de voir, du reste, que J est réelle; mais ce point n'a pas d'importance ici.

Par les points $u=-1$ et $u=+1$, menons deux ordonnées positives et raccordons leurs extrémités par un arc de courbe quelconque ne rencontrant pas l'axe des abscisses. Prenons arbitrairement un point X, sur cet arc, et appelons C′ le chemin composé de l'ordonnée passant par le point $u=-1$ et de la partie de l'arc de courbe qui joint son extrémité au point X. Appelons, de même, C″ le chemin composé de l'ordonnée menée au point $u=+1$ et de la seconde partie de l'arc de courbe qui se termine au point X. Si l'on s'assujettit à parcourir les chemins C′ et C″, en partant respectivement des points $u=-1$ et $u=+1$, on peut écrire

$$J=\int_{C'}-\int_{C''},$$

l'élément différentiel n'ayant pas de singularités dans l'aire limitée par les chemins C, C′, C″. Or le module de la fonctions $E^{u\sqrt{-1}}$ décroît quand on s'éloigne de l'axe des abscisses, du côté des ordonnées positives. Chacune des intégrales entrant dans l'expression de J est donc de la forme

$$\int f(u)\quad \varphi^n(u)\,du,$$

où n représente le grand nombre $2m$, $|\varphi(u)|$ prenant d'ailleurs sa plus grande valeur, le long du contour d'intégration, à l'extrémité d'où part la variable. J'ai montré (*loc. cit.*) que la valeur de pareilles intégrales s'obtient, avec une faible erreur relative, notamment lorsque les dévelop-

pements des fonctions f et φ, dans le voisinage du point de départ de la variable, sont algébriques. Or c'est ce qui arrive dans le cas actuel.

Dans le voisinage du point $u = -1$, on a, le long du contour C′,

$$f(u) = \sqrt{2}\sqrt{u+1}\left[1 + \frac{7}{4}(u+1) + \ldots\right],$$

et, dans le voisinage du point $u = 1$, le long du contour C″,

$$f(u) = \sqrt{2}\,E^{-\frac{\pi}{2}\sqrt{-1}}\sqrt{u-1}\left[1 - \frac{7}{4}(u-1) + \ldots\right],$$

les binomes $u+1$ et $u-1$ étant affectés de leur plus petit argument positif.

Partant de ces développements, et appliquant la formule (41) de mon Mémoire (*loc. cit.*, p. 252), en négligeant le second terme, on obtient [1]

$$\int_{C'} = -E^{-\left(\frac{\pi}{4}+2m\right)\sqrt{-1}}\frac{\sqrt{\pi}}{4m^{\frac{3}{2}}}(1+\varepsilon'),$$

$$\int_{C''} = E^{\left(\frac{\pi}{4}+2m\right)\sqrt{-1}}\frac{\sqrt{\pi}}{4m^{\frac{3}{2}}}(1+\varepsilon''),$$

puis

$$J = -\frac{\sqrt{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{4}+2m\right)}{2m^{\frac{3}{2}}}(1+\varepsilon),$$

ε', ε'', ε tendant vers zéro, lorsque m augmente indéfiniment. Il en résulte

$$H = -2m\pi - \frac{\sqrt{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{4}+2m\right)}{2m^{\frac{3}{2}}}(1+\varepsilon)$$

et

$$I = \left(m - \frac{1}{2}\right)\pi + \frac{\sqrt{\pi}\cos\left(\frac{\pi}{4}+2m\right)}{4m^{\frac{3}{2}}}(1+\varepsilon).$$

On pourrait, du reste, développer ε suivant les puissances de $\frac{1}{m}$, en considérant les termes qui suivent le premier, dans chacun des deux développements de $f(u)$.

---

(1) Je signale un erratum, au bas de la page 251 de mon Mémoire : au lieu de $\int f(z)\varphi^n(z)\,dz$, lire $\int f(u)\varphi^n(u)\,du$.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur une extension des équations de la théorie des tourbillons et des équations de Weber.* Note de M. **Paul Appell.**

La théorie classique des tourbillons dans un fluide sans viscosité est établie dans l'hypothèse que les accélérations des divers points du fluide dérivent d'un potentiel. Sur la production des tourbillons, quand cette condition n'est pas remplie, on pourra consulter une Note de Schütz (*Ann. Phys. und Chemie*, Dritte Folge, Bd 56, 1895, p. 144-145) et un article de Silberstein (*Bulletin international de l'Académie des Sciences de Cracovie*, 1896-1897, p. 280-290).

Voici, pour le cas général de l'Hydrodynamique des fluides parfaits, des équations qui présenteront peut-être quelque intérêt. En vue d'un travail plus détaillé, je serai reconnaissant des indications bibliographiques qui pourront m'être données.

Les équations du mouvement d'un fluide parfait sont

$$(1) \qquad u' = X - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}, \qquad v' = Y - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}, \qquad w' = Z - \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z},$$

u', v', w' désignant les projections de l'accélération

$$u' = \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x}u + \frac{\partial u}{\partial y}v + \frac{\partial u}{\partial z}w,$$

....

I. Employons d'abord les variables dites *de Lagrange*, à savoir : le temps t et les valeurs initiales a, b, c des coordonnées x, y, z d'une particule pour $t = 0$.

Appelons δa, δb, δc des variations arbitraires de a, b, c, et δx, δy, δz les variations correspondantes de x, y, z prises en regardant t comme constant. Posons

$$(2) \qquad X\,\delta x + Y\,\delta y + Z\,\delta z = A\,\delta a + B\,\delta b + C\,\delta c;$$

$$(3) \qquad \begin{cases} A_1 = \displaystyle\int_0^t A\,dt, & B_1 = \displaystyle\int_0^t B\,dt, & C_1 = \displaystyle\int_0^t C\,dt, \\ A_2 = -\displaystyle\int_0^t \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial a}\,dt, & B_2 = -\displaystyle\int_0^t \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial b}\,dt, & C_2 = -\displaystyle\int_0^t \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial c}\,dt; \end{cases}$$

où A, B, C, ρ et p sont supposés exprimés en a, b, c, t.

Introduisons maintenant le tourbillon ξ, η, ζ de la vitesse, le tourbillon initial ξ_0, η_0, ζ_0, et les vecteurs tourbillons auxiliaires

$$(4)\quad \begin{cases} \xi_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial C_1}{\partial b} - \frac{\partial B_1}{\partial c}\right), & \eta_1 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial A_1}{\partial c} - \frac{\partial C_1}{\partial a}\right), \quad \ldots; \\ \xi_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial C_2}{\partial b} - \frac{\partial B_2}{\partial c}\right), & \eta_2 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial A_2}{\partial c} - \frac{\partial C_2}{\partial a}\right), \quad \ldots. \end{cases}$$

Un calcul, analogue à celui de Cauchy, donne finalement les trois relations

$$(5)\quad \begin{cases} \frac{\rho_0}{\rho}\xi = (\xi_0 + \xi_1 + \xi_2)\frac{\partial x}{\partial a} + (\eta_0 + \eta_1 + \eta_2)\frac{\partial x}{\partial b} + (\zeta_0 + \zeta_1 + \zeta_2)\frac{\partial x}{\partial c}, \\ \frac{\rho_0}{\rho}\eta = (\xi_0 + \xi_1 + \xi_2)\frac{\partial y}{\partial a} + (\eta_0 + \eta_1 + \eta_2)\frac{\partial y}{\partial b} + (\zeta_0 + \zeta_1 + \zeta_2)\frac{\partial y}{\partial c}, \\ \frac{\rho_0}{\rho}\zeta = (\xi_0 + \xi_1 + \xi_2)\frac{\partial z}{\partial a} + (\eta_0 + \eta_1 + \eta_2)\frac{\partial z}{\partial b} + (\zeta_0 + \zeta_1 + \zeta_2)\frac{\partial z}{\partial c}. \end{cases}$$

Pour $t = 0$, ξ_1, η_1, ζ_1, ξ_2, η_2, ζ_2 sont nuls et ξ, η, ζ se réduisent à ξ_0, η_0, ζ_0. A un instant t les équations (5) donnent le tourbillon ξ, η, ζ. Les lignes du tourbillon à l'instant t

$$(6)\quad \frac{\partial x}{\xi} = \frac{\partial y}{\eta} = \frac{\partial z}{\zeta}$$

ont, pour images dans le milieu initial, les lignes

$$(7)\quad \frac{\partial a}{\xi_0 + \xi_1 + \xi_2} = \frac{\partial b}{\eta_0 + \eta_1 + \eta_2} = \frac{\partial c}{\zeta_0 + \zeta_1 + \zeta_2}$$

qui changent avec t, à moins que $\xi_1 + \xi_2$, $\eta_1 + \eta_2$, $\zeta_1 + \zeta_2$ soient proportionnels à ξ_0, η_0, ζ_0.

Ce dernier résultat conduit à un théorème de Sir W. Thomson, d'après lequel les lignes de tourbillon se conservent quand le tourbillon de l'accélération

$$(8)\quad \xi' = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w'}{\partial y} - \frac{\partial v'}{\partial z}\right), \qquad \eta' = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u'}{\partial z} - \frac{\partial w'}{\partial x}\right), \qquad \zeta' = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial v'}{\partial x} - \frac{\partial u'}{\partial y}\right)$$

est parallèle au tourbillon ξ, η, ζ de la vitesse.

II. Si l'on considère l'expression différentielle

$$(9)\quad u\,\partial x + v\,\partial y + w\,\partial z - (u_0 + A_1 + A_2)\,\partial a - (v_0 + B_1 + B_2)\,\partial b - (w_0 + C_1 + C_2)\,\partial c,$$

les équations précédentes expriment qu'elle est une différentielle totale

d'une fonction $F(a, b, c, t)$. On a donc

$$(10)\quad \begin{cases} u\dfrac{\partial x}{\partial a}+v\dfrac{\partial y}{\partial a}+w\dfrac{\partial z}{\partial a}=u_0+A_1+A_2+\dfrac{\partial F}{\partial a},\\ u\dfrac{\partial x}{\partial b}+v\dfrac{\partial y}{\partial b}+w\dfrac{\partial z}{\partial b}=v_0+B_1+B_2+\dfrac{\partial F}{\partial b},\\ u\dfrac{\partial x}{\partial c}+v\dfrac{\partial y}{\partial c}+w\dfrac{\partial z}{\partial c}=w_0+C_1+C_2+\dfrac{\partial F}{\partial c}.\end{cases}$$

Dérivant ces équations par rapport à t et tenant compte des équations du mouvement, on trouve

$$(11)\quad \frac{1}{2}(u^2+v^2+w^2)=\frac{\partial F}{\partial t}.$$

Dans le cas particulier où la densité est fonction de la pression, ξ_2, η_2, ζ_2 sont nuls. Si l'on pose

$$P=\int_{p_0}^{p}\frac{dp}{\rho},\qquad R=-\int_0^t P\,dt,$$

p_0 étant une constante numérique, on peut écrire

$$A_2=\frac{\partial R}{\partial a},\qquad B_2=\frac{\partial R}{\partial b},\qquad C_2=\frac{\partial R}{\partial c}.$$

Dans ce cas, si l'on fait

$$R+F=\Phi,$$

les équations (10) ont pour seconds membres

$$u_0+A_1+\frac{\partial \Phi}{\partial a},\qquad v_0+B_1+\frac{\partial \Phi}{\partial b},\qquad w_0+C_1+\frac{\partial \Phi}{\partial c}$$

et (11) s'écrit

$$-P+\frac{1}{2}(u^2+v^2+w^2)=\frac{\partial \Phi}{\partial t}.$$

Si au contraire la force dérive d'une fonction U, ξ_1, η_1, ξ_1 sont nuls, et en posant

$$V=\int_0^t U\,dt,$$

U étant exprimé en a, b, c, t, on a

$$A_1=\frac{\partial V}{\partial a},\qquad B_1=\frac{\partial V}{\partial b},\qquad C_1=\frac{\partial V}{\partial c}.$$

On peut alors poser

$$V+F=\Psi;$$

les équations (10) ont pour seconds membres

$$u_0 + A_2 + \frac{\partial \Psi}{\partial a}, \qquad v_0 + B_2 + \frac{\partial \Psi}{\partial b}, \qquad w_0 + C_2 + \frac{\partial \Psi}{\partial c},$$

et (11) s'écrit

$$U + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) = \frac{\partial \Psi}{\partial t}.$$

Si les deux circonstances se présentent en même temps, on revient aux équations de Weber (*Journal de Crelle*, t. 68, 1867).

III. Nous ne nous arrêterons pas à l'expression de la circulation telle qu'elle résulte du fait que l'expression (9) est une différentielle totale.

Terminons en remarquant que, dans le système des variables d'Euler, les équations précédentes peuvent être rattachées aux relations

$$(12) \qquad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt}\left(\frac{\xi}{\rho}\right) = \frac{\xi'}{\rho} + \frac{\xi}{\rho}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\zeta}{\rho}\frac{\partial u}{\partial z}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \end{array} \right.$$

que j'ai données dans un Mémoire ([1]), *Sur quelques fonctions de point dans le mouvement d'un fluide*, et qui se réduisent aux équations de la théorie des tourbillons, quand l'accélération dérive d'un potentiel, c'est-à-dire quand $\xi' = \eta' = \zeta' = 0$.

Supposons, par exemple, que ρ étant fonction de p, la force X, Y, Z soit une force conservative accompagnée d'une résistance au mouvement dirigée en sens contraire de la vitesse et proportionnelle à la vitesse

$$X = \frac{\partial U}{\partial x} - ku, \qquad Y = \frac{\partial U}{\partial y} - kv, \qquad Z = \frac{\partial U}{\partial z} - kw$$

(k, constante positive). On a alors, d'après (1),

$$\xi' = -k\xi, \qquad \eta' = -k\eta, \qquad \zeta' = -k\zeta,$$

et les équations (12) s'écrivent

$$\frac{d}{dt}\left(e^{kt}\frac{\xi}{\rho}\right) = e^{kt}\left(\frac{\xi}{\rho}\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\eta}{\rho}\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\zeta}{\rho}\frac{\partial u}{\partial z}\right)$$

qui sont les équations de la théorie des tourbillons, sauf le changement de ξ, η, ζ en $e^{kt}\xi$, $e^{kt}\eta$, $e^{kt}\zeta$, et dont les conséquences se développent aisément.

([1]) *Journal de Mathématiques*, de M. Jordan, 5e série, t. 9, 1903, p. 5, et *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. 31, 1903, p. 68.

En général si l'on suppose, dans le cas où le théorème de Sir W. Thomson s'applique,

$$\xi' = -\lambda\xi, \quad \eta' = -\lambda\eta, \quad \zeta' = -\lambda\zeta,$$

λ étant une fonction de t, les équations (12) se ramènent à la forme classique où ξ, η, ζ sont remplacés par $\mu\xi$, $\mu\eta$, $\mu\zeta$, μ étant égal à $e^{\int \lambda\, dt}$; on voit alors quels changements subiront les théorèmes de la théorie ordinaire des tourbillons.

M. **Pierre Termier**, offrant à l'Académie, de la part de l'auteur, un Mémoire en langue allemande sur la structure des Alpes suisses sud-orientales, récemment publié dans la série des *Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz*, s'exprime en ces termes :

Le Mémoire que je présente aujourd'hui à l'Académie est intitulé *Zur Tektonik der sudöstlichen Schweizeralpen;* il a pour auteur M. Rudolf Staub, de Zürich, et forme une partie de la 76e livraison des *Beiträge* (46e livraison de la nouvelle série). Une planche en couleurs, jointe au Mémoire, comprend une carte structurale à l'échelle de $\frac{1}{250000}$ et sept profils.

La région étudiée par M. Staub comprend les Alpes du Tessin, des Grisons et de la Haute-Italie, entre les méridiens de Locarno (à l'Ouest) et du Stelvio (à l'Est), et entre les parallèles d'Ilanz (au Nord) et de la Valteline (au Sud). Elle embrasse les massifs de l'Adula, du Tambo, de la Suretta, du Piz d'Err, de la Bernina, du Monte della Disgrazia; les montagnes qui enserrent la Haute-Engadine, et celles qui séparent la vallée de l'Inn du Col de Stelvio et du massif de l'Ortler. Connu dans ses grandes lignes depuis 1902, 1903 ou 1904, ce pays a été très attentivement exploré, après 1904, par les géologues suisses et allemands. A l'Ouest, MM. E. Argand et C. Schmidt; à l'Est, MM. F. Zyndel et H.-P. Cornelius, ont particulièrement contribué à nous le faire bien connaître. M. Staub a publié lui-même en 1914 une étude tectonique sur le massif de la Bernina, étude qui est une introduction au Mémoire synthétique dont je parle.

Au nord d'une ligne qui, dans la région en question, est dirigée à peu près Est-Ouest et que l'auteur fait passer par le lac de Poschiavo et par Claro, toutes ces Alpes sont *pays de nappes*. Au sud de la même ligne, les nappes *s'enracinent*, et une zone de plis aigus, dressés jusqu'à la verticale, ou même renversés vers le Sud, apparaît : c'est la *zone des racines* des

nappes. Large d'une vingtaine de kilomètres, elle passe par Locarno et Bellinzona; elle est entaillée par les profondes coupures où coulent le Tessin et la Mera, où gisent les lacs Majeur et de Côme; et c'est le long de cette zone que court l'Adda dans la basse Valteline. La ligne séparative des plis et des nappes tracée par M. Staub se raccorde, un peu au sud de Bormio, à celle qui joue le même rôle dans les Alpes autrichiennes et que j'ai tracée, en 1904, jusqu'aux Hohe Tauern. Au Sud, la zone des racines est limitée par le *bord alpino-dinarique*. M. Staub, prenant le tracé de ce bord où je l'avais laissé en 1904, l'a prolongé pas à pas dans la basse Valteline, puis dans les montagnes qui séparent la Mera du Tessin, enfin à l'ouest du lac Majeur, jusqu'à Ornavasso. Il signale, le long de ce bord, des phénomènes d'écrasement continus et intenses; et le bord alpino-dinarique lui paraît être l'affleurement d'une surface de friction ou de charriage.

M. Staub s'est proposé le problème suivant : rattacher chacune des nappes empilées qui forment les montagnes des Grisons à sa racine. La zone des racines, dans la région de Bellinzona, se laisse diviser en cinq bandes parallèles, formée de terrains cristallins un peu différents et enserrant, çà et là, quelques lambeaux de calcaire triasique. D'autre part, les nappes qui s'empilent dans les montagnes des Grisons sont assurément très nombreuses; mais on a souvent pris pour deux nappes indépendantes des digitations ou des redoublements locaux de la même nappe, et le nombre des nappes principales (Stammdecken) peut, d'après M. Staub, être ramené à cinq. Ce sont, de bas en haut : la nappe de l'Adula; la nappe de Tambo et de la Suretta; la nappe rhétique; la nappe austro-alpine inférieure; la nappe austro-alpine supérieure. Cette dernière est la nappe de la Silvretta et du massif de l'Œtztal. La nappe rhétique de M. Staub est notablement différente de celle que M. Steinmann a désignée sous ce nom; et peut-être un nom nouveau eût-il été préférable.

M. Staub montre avec beaucoup de clarté que les quatre plus basses de ses *Stammdecken* se relient à quatre des bandes cristallines de la région de Bellinzona, chacune de ces dernières étant la racine de l'une des nappes. Le rattachement de la nappe à sa racine paraît tout à fait démontré pour la nappe de l'Adula et pour la nappe austro-alpine inférieure. Cela entraîne naturellement des rattachements analogues pour les deux nappes intermédiaires, encore que la liaison nappe-racine, pour ces deux nappes, soit masquée par l'apparition au milieu d'elles d'un granite post-alpin, qui est la *tonalité* du Monte della Disgrazia. Les observations de M. Staub con-

firment celles de M. Cornelius au sujet de l'âge de cette tonalite. Elle est bien, comme M. Steinmann l'avait pressenti dès avant 1912, postérieure à la formation des nappes, c'est-à-dire probablement oligocène.

Reste l'enracinement de la nappe la plus haute des Grisons, celle de la Silvretta. M. Staub considère que cet enracinement se fait dans la zone cristalline des lacs (Seegebirge), zone qui est au sud du bord alpino-dinarique et qui appartient, par conséquent, aux Dinarides. Pour M. Staub, la nappe de la Silvretta est un morceau des Dinarides, un témoin du *traîneau écraseur* qui est passé sur les Alpes. En tout cas, l'avancée générale des Dinarides sur les Alpes semble à M. Staub définitivement démontrée; et, pour lui comme pour moi, c'est à cette avancée que sont dues les nappes alpines.

J'avoue n'être pas convaincu que le Seegebirge soit réellement la racine de la nappe de la Silvretta. S'il en était ainsi, la nappe en question serait la plus haute de toutes les nappes autrichiennes. Chacun sait aujourd'hui que, sur elle, il y a plusieurs autres nappes; et c'est seulement à la plus élevée de toutes ces nappes qu'on peut attribuer une origine dinarique. Je crois que la racine de la nappe de la Silvretta se cache *sous le Seegebirge*, c'est-à-dire *sous* les Dinarides.

Cette réserve faite, et une autre encore touchant les raccordements des racines bellinzoniennes aux racines des nappes pennines, je dirai que j'ai lu le Mémoire de M. Staub avec une grande admiration. Ce Mémoire clarifie les descriptions un peu confuses qu'on nous avait données jusqu'ici de ces Alpes suisses sud-orientales; il est une remarquable tentative de synthèse qu'on peut croire, en majeure partie, définitive, et il fait vraiment honneur à l'école d'où il est sorti, l'école d'Albert Heim.

HYDRAULIQUE. — *Calcul du coup de bélier dans une conduite forcée, formée de deux sections de diamètres différents.* Note (1) de M. DE SPARRE.

En général (2), si θ et θ' sont commensurables, on posera, p et q étant premiers entre eux,

$$\theta = p\theta_1, \qquad \theta' = q\theta_1,$$

et l'on considérera des périodes de durée égale à θ_1. On posera alors, pour

(1) Séance du 26 décembre 1916.

(2) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 959.

la $m^{\text{ième}}$ période,

$$t = (m-1)\theta_1 + \tau, \tag{1}$$

où

$$0 \leqq \tau \leqq \theta_1, \qquad \xi(t) = \xi_m(\tau), \qquad \lambda(t) = \lambda_m(\tau).$$

On aura alors, pour $m \leqq p$, par la formule (18),

$$\xi_m(\tau) = 2\rho y_0 \frac{\lambda_0 - \lambda_m(\tau)}{1 + \rho\lambda_m(\tau)}, \tag{2}$$

puis, pour $p < m \leqq p + q$, par la formule (20),

$$\xi_m(\tau) = 2\rho y_0 \frac{\lambda_0 - \lambda_m(\tau) - \mu[\lambda_0 - \lambda_{m-p}(\tau)]}{1 + \rho\lambda_m(\tau)} - \mu \frac{1 - \rho\lambda_{m-p}(\tau)}{1 + \rho\lambda_m(\tau)} \xi_{m-p}(\tau). \tag{3}$$

Enfin, pour $m > p + q$, on aura, par la formule (21),

$$\begin{aligned} \xi_m(\tau) = {} & 2\rho y_0 \frac{\lambda_{m-p-q}(\tau) - \lambda_m(\tau) + \mu\lambda_{m-p}(\tau) - \mu\lambda_{m-q}(\tau)}{1 + \rho\lambda_m(\tau)} \\ & - \frac{1 - \rho\lambda_{m-p-q}(\tau)}{1 + \rho\lambda_m(\tau)} \xi_{m-p-q}(\tau) - \mu \frac{1 + \rho\lambda_{m-q}(\tau)}{1 + \rho\lambda_m(\tau)} \xi_{m-q}(\tau) \\ & - \mu \frac{1 - \rho\lambda_{m-p}(\tau)}{1 + \rho\lambda_m(\tau)} \xi_{m-p}(\tau). \end{aligned} \tag{4}$$

D'ailleurs, pour les conduites formées de parties de diamètres différents, disposition qui n'est en général employée que pour les très hautes chutes, on peut, en général, considérer, avec une approximation très suffisante, la variation du coup de bélier comme linéaire pendant une période, si le mouvement de la vanne n'éprouve pas de discontinuité pendant cette période.

Désignons alors par ξ' et λ' les valeurs de ξ et de λ en fin de période. Nous aurons, en vertu des formules précédentes, pour $m \leqq p$,

$$\xi'_m = 2\rho y_0 \frac{\lambda_0 - \lambda'_m}{1 + \rho\lambda'_m}; \tag{5}$$

pour $p < m \leqq p + q$,

$$\xi'_m = 2\rho y_0 \frac{\lambda_0 - \lambda'_m - \mu(\lambda_0 - \lambda'_{m-p})}{1 + \rho\lambda'_m} - \mu \frac{1 - \rho\lambda'_{m-p}}{1 + \rho\lambda'_m} \xi'_{m-p}, \tag{6}$$

et enfin, pour $m > p + q$,

$$\begin{aligned} \xi'_m = {} & 2\rho y_0 \frac{\lambda'_{m-p-q} - \lambda'_m + \mu(\lambda'_{m-p} - \lambda'_{m-q})}{1 + \rho\lambda'_m} - \frac{1 - \rho\lambda'_{m-p-q}}{1 + \rho\lambda'_m} \xi'_{m-p-q} \\ & - \mu \frac{1 + \rho\lambda'_{m-q}}{1 + \rho\lambda'_m} \xi'_{m-q} - \mu \frac{1 - \rho\lambda'_{m-p}}{1 + \rho\lambda'_m} \xi'_{m-p}. \end{aligned} \tag{7}$$

Ces formules font connaître de proche en proche le coup de bélier à la vanne, quelle que soit la loi de fermeture.

Si la vanne est arrêtée pour $t = n\theta_1$ et maintenue ensuite au repos, la valeur de λ sera constante pour $m \geqq n$ et, si nous désignons par λ' cette valeur constante de λ, nous aurons, en vertu de (7), pour $m \geqq n + p + q$,

$$\xi'_m = -\frac{1-\rho\lambda'}{1+\rho\lambda'}\xi'_{m-p-q} - \mu\xi'_{m-q} - \mu\frac{1-\rho\lambda'}{1+\rho\lambda'}\xi'_{m-p}. \tag{8}$$

Si, en particulier, il s'agit d'une fermeture ou d'une ouverture dans un temps inférieur à θ_1 [1], on a, pour $m \leqq p$,

$$\xi'_m = 2\rho y_0 \frac{\lambda_0 - \lambda'}{1+\rho\lambda'}; \tag{9}$$

pour $p < m < p + q$,

$$\xi'_m = 2\rho y_0 \frac{(\lambda_0 - \lambda')(1-\mu)}{1+\rho\lambda'} - \mu\frac{1-\rho\lambda'}{1+\rho\lambda'}\xi'_{m-p}; \tag{10}$$

puis enfin la formule (8) pour $m > p + q$ [2].

Cherchons maintenant le coup de bélier à la jonction des deux parties de diamètres différents et désignons-le par $H(t)$ à l'instant t.

On aura, par la formule (1) où l'on fait $x = l$,

$$H(t) = F\left(t - \frac{\theta}{2}\right) - f\left(t + \frac{\theta}{2}\right).$$

Mais, si nous tenons compte des formules (5) et (6), nous aurons

$$\begin{aligned}H(t) = \rho y_0\left[\lambda\left(t+\frac{\theta}{2}\right) - \lambda\left(t-\frac{\theta}{2}\right)\right] + \frac{1}{2}\left[\xi\left(t-\frac{\theta}{2}\right) + \xi\left(t+\frac{\theta}{2}\right)\right] \\ - \frac{\rho}{2}\left[\lambda\left(t-\frac{\theta}{2}\right)\xi\left(t-\frac{\theta}{2}\right) - \lambda\left(t+\frac{\theta}{2}\right)\xi\left(t+\frac{\theta}{2}\right)\right].\end{aligned}$$

Nous poserons alors

$$t = \frac{\theta}{2} + (m-1)\theta_1 + \tau, \qquad \text{où} \qquad 0 < \tau < \theta_1;$$

et nous désignerons par $H_m(\tau)$ la valeur correspondante de $H(t)$. Nous

---

(1) Auquel cas on a constamment $\lambda'_m = \lambda'$ pour $m > 0$.

(2) Nous rappelons qu'on a dans ces formules

$$\rho = \frac{a v_1}{2 g y_0} \qquad \text{et, par suite,} \qquad 2 g \rho \lambda_0 = \frac{a v_0}{g}.$$

aurons, en remarquant que $\theta = p\theta_1$,

$$(11) \qquad H_m(\tau) = \rho y_0 [\lambda_{m+p}(\tau) - \lambda_m(\tau)] + \frac{1}{2}[\xi_m(\tau) + \xi_{m+p}(\tau)] - \frac{\rho}{2}[\xi_m(\tau)\lambda_m(\tau) - \xi_{m+p}(\tau)\lambda_{m+p}(\tau)].$$

Si, en particulier, nous considérons les coups de bélier en fin de période, donc $\tau = \theta_1$, et si nous désignons les valeurs de H, λ, ξ en fin de période par H', λ', ξ', nous aurons

$$(12) \qquad H'_m = \rho y_0(\lambda'_{m+p} - \lambda'_m) + \frac{1}{2}(\xi'_m + \xi'_{m+p}) - \frac{\rho}{2}(\xi'_m\lambda'_m - \xi'_{m+p}\lambda'_{m+p}).$$

Ces formules permettent, avec l'aide de celles déjà données plus haut, de calculer le coup de bélier à la jonction, quelle que soit la loi de fermeture ou d'ouverture.

MÉMOIRES LUS.

De la transformation secondaire des fractures ouvertes en fractures fermées; par M. **Depage.**

Avant la guerre, les fractures largement ouvertes ne guérissaient jamais aseptiquement. Leur traitement consistait dans l'application d'un bandage fenêtré, et le drainage du foyer de fracture avec irrigations journalières d'un liquide antiseptique quelconque. La suppuration était la règle, les blessés restaient alités pendant de longs mois et bien souvent dépérissaient sous l'influence de la septicémie. Une fracture ouverte de la cuisse, par exemple, guérissait rarement en moins de 6 mois; plus souvent, la durée de traitement dépassait 1 an et il n'était pas exceptionnel de voir la longue immobilité, à laquelle était soumis le patient, amener des ankyloses et des scléroses musculaires définitives.

La méthode de Carrel, appliquée d'une façon rigoureuse après débridement de la plaie, nous a permis, non seulement de stériliser le foyer de fracture avec contrôle bactériologique à l'appui, mais aussi de fermer le foyer d'une façon régulière par la suture après un laps de temps variant de 15 jours à 1 mois, et de transformer ainsi secondairement la fracture ouverte en fracture fermée.

Voici comment nous procédons :

1° Dès l'arrivée du blessé à l'ambulance (en moyenne de 2 à 6 heures après la blessure), le foyer de fracture est largement débridé, les tissus contus sont réséqués, et les corps étrangers extraits avec soin. Nous enlevons les esquilles libres, mais nous laissons en place celles dont la vitalité ne nous paraît pas compromise. Nous assurons rigoureusement l'hémostase et nous plaçons ensuite des tubes de Carrel en nombre suffisant.

2° La plaie est irriguée toutes les deux heures par le liquide de Dakin, conformément aux prescriptions de Carrel.

3° Les pansements sont renouvelés tous les jours et, en même temps, la plaie est savonnée à l'oléate de sodium neutre, jusqu'à élimination complète de la moindre souillure.

4° Le contrôle bactériologique est fait tous les deux jours. Il consiste dans l'examen d'un frottis, fait avec l'exsudat de la plaie, et dans la numération des microbes par champ du microscope. Les résultats, inscrits sur une feuille spéciale, donnent par leur tracé graphique la courbe bactériologique de la plaie. On fait la suture quand la courbe reste à o après deux ou trois examens consécutifs.

5° La suture est faite par le rapprochement des bords après avivement et ablation du liséré cicatriciel. Les bourgeons charnus sont laissés en place; ils ne gênent nullement la réunion par première intention. Quand la plaie est anfractueuse, on peut dans certains cas combler la dépression en disséquant les bourgeons sur son pourtour, et en les retournant ensuite sur eux-mêmes. Dans certains cas de tension de la peau, il y a lieu de faire des glissements plus ou moins étendus. Parfois, on doit procéder à un débridement cutané. Il arrive enfin que nous ayons recours à la greffe italienne ou à la greffe de Thiersch.

Nos premiers essais datent du mois de juin 1916. Depuis lors, sur un total de 136 fractures débridées des différents segments des membres, nous avons fait 68 sutures avec 66 succès et 2 insuccès seulement.

Dans l'un deux, une fracture du radius, les sutures se sont relâchées par suite d'une tension trop forte de la peau. Il y eut cependant, à la suite de l'intervention, fermeture du foyer de fracture. Dans l'autre cas, relatif à une fracture de la jambe, la suture fut suivie d'un phlegmon, dû à la présence d'un séquestre qui jusque-là avait passé inaperçu.

Ces deux cas redevinrent stériles, au bout de 8 jours, et guérirent par deuxième intention.

Au début, nous n'osions recourir à la suture que dans des cas exceptionnels. Mais, peu à peu, encouragés par nos résultats, nous sommes devenus plus entreprenants ; aujourd'hui ce mode de traitement est devenu la règle dans notre service. Depuis le mois de novembre, nous suturons indistinctement tous les cas et nous estimons, en opérant ainsi, procurer au patient un grand bénéfice, tant au point de vue de la durée du traitement que du résultat fonctionnel.

Ce progrès nouveau, le plus important peut-être qui ait été réalisé en chirurgie au cours de ces dernières années, est une démonstration éclatante de l'efficacité du liquide de Dakin et une confirmation décisive de la valeur de la méthode Carrel.

CORRESPONDANCE.

MM. **Gambier**, **Aldo Massaglia** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

M. **Louis Roule** adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une nouvelle suite de conditions pour la convergence des séries de Fourier.* Note de M. **W.-H. Young**, présentée par M. Emile Picard.

1. Les conditions classiques pour la convergence à l'origine de la série de Fourier d'une fonction paire $f(u)$ [1] sont résumées dans les deux suivantes :

1° $f(u)$ *est une fonction à variation bornée ;*

2° $\frac{f(u)-C}{u}$ *est sommable,* C *étant une constante convenablement choisie.*

La somme de la série est dans le premier cas $f(+0)$ *et dans le second* C.

Dans une Note précédente j'ai montré comment on peut obtenir une suite

---

[1] Il suffit évidemment d'approfondir ce cas.

continue de conditions en partant du critère 1°. La condition générale de cette suite est la suivante :

I. *$f(u)$ est une fonction paire, telle que*

$$(a) \qquad ru^{-r}\int_0^u t^{r-1}f(t)\,dt$$

ait, pour une certaine quantité positive r, une limite C, unique et finie, quand u s'approche de zéro ;

$$(b) \qquad u^{-q}\int_0^u |d[t^q f(t)]|$$

soit bornée dans un certain voisinage de l'origine, pour une certaine quantité q positive ou nulle.

La somme de la série est alors C.

Cette suite I, qui a la condition classique 1° pour membre initial, contient aussi la généralisation de la condition que j'avais formulée il y a quelques années; la valeur correspondante de q est 1.

Nous allons voir que la condition classique 2° peut aussi être généralisée et donne lieu à une nouvelle suite continue de conditions II.

2. La formulation des conditions II se trouve dans le théorème suivant :

Posons

$$\varphi(u) = ru^{-r}\int_0^u t^{r-1}f(t)\,dt \qquad (0 < r).$$

Si $\varphi(u)$ est une fonction à variable bornée (c'est-à-dire, dans notre cas, si elle est une intégrale), la série de Fourier de la fonction paire $f(u)$ converge pour $u = 0$, et a $\varphi(+0)$ pour somme.

La démonstration est fort simple. Nous n'avons qu'à remarquer que dans ce cas $\varphi'(u)$ existe, sauf sur un ensemble de mesure nulle.

Par suite

$$f(u) = \varphi(u) + \frac{u\varphi'(u)}{r},$$

les valeurs de $\varphi'(u)$ étant convenablement choisies aux points exceptionnels.

La convergence voulue aura donc lieu, si les séries de Fourier de $\varphi(u)$ et de $u\varphi'(u)$ convergent pour $u = 0$. Il suffit donc que $\varphi(u)$ satisfasse à la condition classique 1°, et $u\varphi'(u)$ à 2°. Mais la première de ces conditions

entraîne la seconde, vu que $\varphi(u)$ étant une fonction à variation bornée, $\varphi'(u)$ est sommable.

Notre théorème est démontré.

Pour $r=1$, nous aurons évidemment la condition de M. de la Vallée Poussin.

3. Nous remarquons que la substitution de $f(x)-C$ pour $f(x)$ dans la définition de $\varphi(u)$ et l'omission du facteur r ne changent en rien le sens du théorème du paragraphe 2. Mais la formulation nouvelle rend le théorème encore applicable pour $r=0$ et montre que, pour cette valeur de r, la condition générale II se réduit à la condition classique 2°. *Ainsi* II *est une suite continue de critères, dont la condition classique* 2° *est le membre initial.*

4. *Notre suite de critères* II *est telle que l'un quelconque de ses membres est compris dans tous les suivants.* Pour le démontrer nous emploierons l'intégration par parties et un simple changement de variable en écrivant

$$\begin{aligned} u^{-r-s}\int_0^u t^{r+s-1}f(t)\,dt &= u^{-r-s}\int_0^u t^s\{t^{r-1}f(t)\}\,dt \\ &= \varphi(u)-\frac{s}{r+s}\int_0^u \varphi(t)\,d\{u^{-r-s}t^{r+s}\} \\ &= \varphi(u)-\frac{s}{r+s}\int_0^1 \varphi(ut)\,dt^{r+s}. \end{aligned}$$

Mais si $\varphi(u)$ est une fonction monotone non décroissante de u, cette dernière intégrale est aussi une fonction monotone non décroissante de u. Il s'ensuit que si $\varphi(u)$ est la différence de deux fonctions monotones, l'intégrale est aussi la différence de deux telles fonctions. Ainsi $\varphi(u)$ étant une fonction à variation bornée, cette propriété subsiste encore, si dans l'expression pour $\varphi(u)$ nous remplaçons r par une quantité plus grande $(r+s)$ quelconque.

5. Il est remarquable que, quoique les deux suites I et II semblent être tout à fait distinctes, *la condition classique* 1°, *qui est le premier membre de la suite* I, *est comprise comme cas particulier dans chaque membre de la suite* II, *sauf dans le membre initial.* Ceci résulte d'un changement de variable pareille à celui employé au paragraphe 4.

6. Si nous avons raison de supposer les deux critères généraux I et II distincts, nous obtiendrons des critères nouveaux, en appliquant l'un des

deux à $\varphi(u)$ et l'autre à $u\varphi'(u)$. Mais s'il y a un critère T, contenant à la fois I et II, nous n'obtiendrons par ce procédé rien de plus général que T.

C'est pour cette raison que l'application des conditions classiques, dans l'ordre inverse de ce que nous avons fait au paragraphe 2, ne conduit à aucune extension. En effet, si $\varphi(u)$ satisfait à la condition 2° et $u\varphi'(u)$ à 1°, nous n'obtiendrons qu'un cas particulier de la condition II, vu que 1° et 2° sont des cas particuliers de II. De même la substitution de la condition de M. de la Vallée Poussin pour une des conditions classiques ne donne rien de nouveau.

7. Comme exemple de l'utilité du paramètre r dans notre critère II, nous citerons le théorème suivant, qui résulte de ma Note du 23 octobre, si l'on fait un choix approprié de r :

La série de Fourier converge si $u^{-n-1}F_{n+1}(u)$ *est une fonction à variation bornée, où*

$$F_{n+1}(u) = \int_0^u F_n(u)\,du$$

et

$$F_1(u) = \int_0^u f(u)\,du.$$

Plus généralement encore on aura des théorèmes correspondants pour les séries dérivées de la série de Fourier.

8. Finalement, il y a lieu de remarquer qu'une théorie analogue existe pour la série alliée de la série de Fourier, et que les considérations exposées dans cette Note et les précédentes s'appliquent avec les modifications convenables aux séries de Fourier de plusieurs variables.

GÉOMÉTRIE. — *Limite d'extensibilité d'un arc de courbe d'allure invariable.* Note [1] de M. **Michel Petrovitch**, présentée par M. Appell.

Nous dirons qu'un arc de courbe, continu ou brisé, dans l'espace à n dimensions, présente une *allure invariable* par rapport à un système d'axes rectilignes orthogonaux $Ox_1, \ldots, Ox_n$ si, lorsqu'on parcourt l'arc d'une

(1) Séance du 26 décembre 1916.

extrémité à l'autre dans un sens déterminé, aucune des coordonnées x_i ne change le sens de sa variation, chacune d'elles croissant ou décroissant constamment le long de l'arc.

On peut, et cela d'une infinité de manières, déformer et allonger jusqu'à une certaine limite un arc donné aux extrémités fixées et d'allure invariable, sans que l'allure perde ce caractère d'invariabilité. *De combien se laisse-t-il allonger par une telle déformation?*

En désignant par ε_k l'unité affectée du signe invariable de dx_k le long de l'arc s considéré, on aura

$$s = \int_{(P_0)}^{(P_1)} \sqrt{\Sigma(\varepsilon_k dx_k)^2},$$

P_0 et P_1 désignant les extrémités de l'arc. L'identité

$$n\Sigma(\varepsilon_k dx_k)^2 - (\Sigma\varepsilon_k dx_k)^2 = \frac{1}{2}\Sigma(\varepsilon_i dx_i - \varepsilon_j dx_j)^2$$

fait voir que la valeur du rapport

$$\frac{\Sigma(\varepsilon_k dx_k)^2}{(\Sigma\varepsilon_k dx_k)^2} = \theta^2$$

est toujours comprise entre $\frac{1}{n}$ et 1, ces limites étant atteintes, la première lorsque les différentielles dx_k sont toutes égales entre elles, et la seconde lorsque toutes ces différentielles, sauf une parmi elles, sont nulles.

Il s'ensuit que l'élément d'arc a pour valeur

$$ds = \theta\Sigma\varepsilon_k dx_k,$$

θ étant un facteur compris entre $\frac{1}{\sqrt{n}}$ et 1. Le théorème commun de la moyenne conduit alors au résultat suivant :

La longueur de l'arc s est égale à la somme des valeurs absolues des accroissements que subissent les coordonnées $x_1, \ldots, x_n$ lorsqu'on passe d'une extrémité de l'arc à l'autre, cette somme étant multipliée par un facteur toujours compris entre $\frac{1}{\sqrt{n}}$ et 1.

Déformons maintenant l'arc s sans en changer les extrémités et sans en altérer l'invariabilité d'allure. Les accroissements des x_i à l'extrémité de l'arc étant les mêmes que pour l'arc primitif s, le nouvel arc s' aura pour longueur la somme précédente multipliée par un facteur θ' compris

entre $\frac{1}{\sqrt{n}}$ et 1. L'arc s' est donc au plus $\sqrt{n}$ fois plus long que l'arc s, d'où la proposition suivante :

On peut allonger un arc à allure invariable au plus $\sqrt{n}$ fois sans en altérer l'invariabilité d'allure.

Cette limite d'allongement est effectivement atteinte dans le cas particulier où l'arc s, primitivement réduit à une portion de la droite

$$\varepsilon_1 x_1 + a_1 = \varepsilon_2 x_2 + a_2 = \ldots = \varepsilon_n x_n + a_n \qquad (a_i = \text{const.}),$$

est déformé de manière à se confondre avec la ligne brisée formée de n portions de droites parallèles aux axes des coordonnées et aboutissant aux extrémités de l'arc primitif s (résultante de ces n composantes). L'arc primitif aurait alors pour longueur la valeur absolue de l'accroissement fini de l'une parmi les coordonnées à l'extrémité de l'arc, multiplié par $\sqrt{n}$; pour le nouvel arc la longueur sera ce même accroissement multiplié par n.

En particulier, *on peut allonger l'arc s d'une courbe plane au plus $\sqrt{2} = 1,414213$ fois, et l'arc d'une courbe gauche au plus $\sqrt{3} = 1,732050$ fois sans que son allure cesse d'être invariable.* Ces limites sont effectivement atteintes lorsque l'arc primitif se réduit à une portion d'une droite faisant l'angle de 45° avec chacun des axes des coordonnées et lorsque le nouvel arc se confond avec la ligne brisée aboutissant aux extrémités de cette portion de droite et composée elle-même de portions de droites parallèles aux axes des coordonnées.

Considérons maintenant un arc $s = P_0 P_1$ changeant d'allure un nombre quelconque de fois entre ses extrémités. On peut le décomposer en un nombre limité d'arcs continus ou brisés $P_0 P'$, $P'P''$, $P''P'''$, ... présentant chacun une allure invariable par rapport au système de coordonnées considéré. *On trouve alors*

$$s = \theta \sum_i \sum_k X_k^{(i)}, \qquad \frac{1}{\sqrt{n}} \leqq \theta \leqq 1,$$

où la double somme est celle des valeurs absolues des accroissements finis de toutes les coordonnées $x_1, \ldots, x_n$ le long des arcs partiels $P_0 P'$, $P'P''$, $P''P'''$, ... On voit facilement pour quels arcs l'une ou l'autre des limites de θ est effectivement atteinte.

Déformons l'arc s sans en changer les extrémités et sans que le changement d'allure se produise en des points autres que P', P'', P''', ... restant

fixes dans cette déformation. *L'arc s se laisse ainsi allonger au plus $\sqrt{n}$ fois.* Il en est de même lorsque les points caractéristiques P′, P″, P‴, ... se déplacent au cours de la déformation, de manière que la double somme précédente, ne dépendant que des positions de ces points, reste invariable [1].

On en tire facilement des conséquences relatives aux intégrales finies de la forme

$$\int_a^b \sqrt{f_1(x)^2 + \ldots + f_n(x)^2}\, dx,$$

les f_i étant des fonctions arbitraires de x. L'intégrale se laisse décomposer en une somme de termes

$$\int_\alpha^\beta f_i(x)\, dx,$$

multipliée par un facteur θ toujours compris entre $\frac{1}{\sqrt{n}}$ et 1, les α et β étant ou bien les limites a et b, ou bien les valeurs de x, comprises entre a et b, pour lesquelles une ou plusieurs fonctions f_i changent de signe.

Les considérations précédentes s'étendent à des coordonnées curvilignes et conduisent à des propositions du genre de celles qui précèdent pour les longueurs des arcs des courbes tracées sur une surface. Elles s'appliquent aussi à des problèmes de Mécanique.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur une définition des ensembles mesurables* B *sans nombres transfinis.* Note de M. **M. Souslin**, présentée par M. J. Hadamard.

Je me propose ici d'obtenir une propriété caractéristique pour les ensembles mesurables B et indépendante des nombres transfinis. C'est M. N. Lusin qui m'a guidé dans mes recherches et c'est à lui tout d'abord que je dois des résultats l'idée ci-dessous.

1. *Théorie générale.* — Considérons un système S d'intervalles fermés désignés par la notation générale $\delta_{n_1 n_2 \ldots n_k}$, les entiers k, n_1, n_2, ..., n_k

(1) Il est aussi facile de fixer des limites d'allongement lorsque les points caractéristiques restent constamment sur une courbe, surface, etc. fixe.

prenant toutes les valeurs entières positives :

$$S = \{ \delta_{n_1 n_2 \ldots n_k} \}.$$

Les intervalles du système S forment évidemment une infinité énumérable.

Nous posons maintenant les définitions suivantes. Nous dirons qu'*un point x appartient au système* S s'il existe une suite d'entiers positifs α_1, $\alpha_2, \ldots, \alpha_k, \ldots$ telle que le point x est contenu dans tous les intervalles δ_{α_1}, $\delta_{\alpha_1 \alpha_2}, \ldots, \delta_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_k}, \ldots$. La réunion de *tous* les points x appartenant au système S constitue l'ensemble E qui est parfaitement déterminé par le système S. Nous dirons que E *appartient au système* S; le système S sera appelé *système déterminant* de l'ensemble E.

Nous appellerons *ensemble* (A) tout ensemble de points qui admet un système déterminant.

Tout système déterminant S est déterminé par une infinité énumérable de conditions; par conséquent, l'ensemble de tous les ensembles (A) a la puissance *du continu.*

2. On trouve immédiatement, pour les ensembles (A), les trois lemmes suivants :

Lemme 1. — *Tout intervalle* (a, b) *est un ensemble* (A).

Lemme 2. — *Soit* $E_1, E_2, \ldots$ *une infinité énumérable d'ensembles* (A), *leur ensemble-somme* $E = E_1 + E_2 + \ldots$ *est un ensemble* (A).

Lemme 3. — *Soit* $E_1, E_2, \ldots$ *une infinité énumérable d'ensembles* (A), *leur partie commune* $E = E_1 \text{-} E_2 \text{-} \ldots$ *est un ensemble* (A).

De là, le théorème fondamental suivant :

Théorème I. — *Tout ensemble mesurable* B *est un ensemble* (A).

Nous avons donc une méthode régulière et uniforme permettant de définir, sans nombres transfinis, tout ensemble de points mesurable B.

3. Une première question se pose avant toutes autres :

Tout ensemble (A) *est-il un ensemble mesurable* B?

On s'assure immédiatement que la question est délicate : s'il existe un exemple d'ensemble (A) qui n'est pas un ensemble mesurable B, il doit être trouvé sans l'axiome de M. Zermelo (le *Principe du Choix arbitraire*),

car toute application de cet axiome à la recherche d'un exemple quelconque amène toujours à une classe d'exemples dont la puissance ($= c^c$) est supérieure à celle du continu; or la classe de tous les ensembles (A) a la puissance ($= c$) du continu.

La question posée admet une solution précise et *négative :* nous avons trouvé, sans utiliser l'axiome de M. Zermelo et les nombres transfinis, un ensemble (A) tel que son complémentaire relativement à l'intervalle (o, 1) n'est pas un ensemble (A). Cet ensemble ne peut pas être mesurable B, car l'ensemble complémentaire le serait aussi, ce qui conduirait à une contradiction au théorème I. D'où le théorème suivant :

Théorème II. — *Il existe un ensemble bien défini* (au sens logique et précis du mot *défini*) *qui n'est pas un ensemble mesurable* B.

Enfin, on peut démontrer le théorème suivant qui caractérise les ensembles mesurables B :

Théorème III. — *Si l'ensemble* E *et son complémentaire* CE *sont tous deux des ensembles* (A), *ils sont mesurables* B.

4. *Applications géométriques.* — Soit E un ensemble (A) situé sur l'axe des x dont un système déterminant est $S = \{\delta_{n_1 n_2 \dots n_k}\}$. Prenons sur l'axe des y les intervalles $d_{n_1 n_2 \dots n_k}$ définis par les inégalités

$$d_{n_1 n_2 \dots n_k} = \left[\sum_{i=1}^{i=k} \frac{1}{3^{n_1+n_2+\dots+n_i}} \leqq y \leqq \frac{1}{3^{n_1+n_2+\dots+n_k}} + \sum_{i=1}^{i=k} \frac{1}{3^{n_1+n_2+\dots+n_i}}\right].$$

Soit $D_{n_1 n_2 \dots n_k}$ le rectangle ayant ses côtés parallèles aux axes des coordonnées et dont les projections sur les axes des x et des y sont respectivement $\delta_{n_1 n_2 \dots n_k}$ et $d_{n_1 n_2 \dots n_k}$. Nous appellerons le rectangle $D_{n_1 n_2 \dots n_k}$ à k indices *rectangle de rang* k. Tous les rectangles de rang k forment une infinité énumérable et sont deux à deux sans points communs; le rectangle $D_{n_1 n_2 \dots n_k n_{k+1}}$ est contenu dans le rectangle $D_{n_1 n_2 \dots n_k}$.

Désignons par Q_k l'ensemble de points formé par la réunion de tous les rectangles de rang k; l'ensemble Q_{k+1} est contenu dans Q_k, donc

$$Q_1 > Q_2 > \dots > Q_k > \dots.$$

Désignons par Q la partie commune à tous les ensembles Q_k,

$$Q = Q_1 Q_2 \dots Q_k \dots.$$

Il est bien évident que Q est un ensemble mesurable B de classe $\leqq 1$. L'en-

semble donné E est évidemment la projection orthogonale de Q sur l'axe des x. Donc :

Théorème IV. — *Tout ensemble* (A) *est la projection orthogonale d'un ensemble mesurable* B *de classe* $\leqq 1$.

En vertu du théorème I, nous avons :

Théorème IV'. — *Tout ensemble linéaire mesurable* B *est une projection orthogonale d'un ensemble mesurable* B *de classe* $\leqq 1$.

De même, d'après le théorème II, nous avons :

Théorème V. — *Il existe, dans le plan, un ensemble mesurable* B *de classe* 1, *tel que sa projection orthogonale sur l'axe des x est un ensemble non mesurable* B.

La projection d'un ensemble mesurable B n'est donc pas toujours mesurable B, contrairement à ce que suppose M. Lebesgue (¹) dans la démonstration de son théorème sur les fonctions implicites; cette démonstration doit, par suite, être modifiée.

Toutes les définitions de cette Note sont valables pour les ensembles dans l'espace à n dimensions, ce qui revient au

Théorème. — *Si* E *est un ensemble* (A), *sa projection l'est aussi.*

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la classification de M. Baire.* Note de M. N. Lusin, présentée par M. Hadamard.

Dans la Note présente je me propose d'indiquer quelques conséquences des résultats de M. Souslin (voir la Note précédente).

1. *Applications fonctionnelles.* — Remarquons d'abord que tout système déterminant peut être remplacé par un système déterminant $S = \{\delta_{n_1 n_2 \ldots n_k}\}$ qui jouit des propriétés suivantes :

1° Les extrémités de l'intervalle $\delta_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ sont des points rationnels;

2° L'intervalle $\delta_{n_1 n_2 \ldots n_k n_{k+1}}$ est contenu dans l'intervalle $\delta_{n_1 n_2 \ldots n_k}$;

3° La longueur de l'intervalle $\delta_{n_1 n_2 \ldots n_k}$ de rang k est inférieure à $\frac{1}{k}$. Nous

(¹) *Sur les fonctions représentables analytiquement* (*Journal de Mathématiques*, 5e série, t. 10, 1905, p. 191-192, 195-196).

appellerons *système régulier* tout système déterminant qui possède les propriétés énoncées.

Cela posé, considérons un ensemble (A) quelconque situé sur l'axe des y; désignons par E cet ensemble. Soit $S = \{\delta_{n_1 n_2 \ldots n_k}\}$ un système déterminant régulier de l'ensemble E.

Prenons sur l'axe des x le domaine ($0 \leqq x \leqq 1$). Désignons par $\mathfrak{J}$ l'ensemble des points irrationnels du domaine ($0 \leqq x \leqq 1$). Soit ξ un point de $\mathfrak{J}$, représenté par la fraction continue ($\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k, \ldots$), où les entiers $\alpha_1, \alpha_2, \ldots$ sont les quotients incomplets. Considérons les intervalles $\delta_{\alpha_1}, \delta_{\alpha_1 \alpha_2}, \ldots, \delta_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_k}, \ldots$; ces intervalles étant fermés et en nombre infini, il existe, en vertu des propriétés 2° et 3°, un et un seul point η qui leur est commun. D'après la définition d'un ensemble (A), ce point η est un point de E. Ainsi, à tout point ξ de $\mathfrak{J}$ correspond un et *un seul* point η de E. Réciproquement, à tout point η de E correspond *au moins* un point ξ de $\mathfrak{J}$.

Considérons l'ordonnée η comme une fonction de l'abscisse ξ : $\eta = f(\xi)$. L'ensemble E étant *donné*, la fonction $f(x)$ est définie, *sans l'axiome de M. Zermelo*, en tous les points de $\mathfrak{J}$. D'après la propriété 3°, la fonction $f(x)$ est *continue* en chaque point de $\mathfrak{J}$ par rapport à $\mathfrak{J}$; l'ensemble des valeurs de $f(x)$ sur $\mathfrak{J}$ est l'ensemble donné E. Définissons la valeur de la fonction $f(x)$ pour x rationnel comme le maximum de la fonction $f(x)$ en x par rapport à $\mathfrak{J}$. D'après cela, la fonction $f(x)$ est définie, sans l'axiome de M. Zermelo, en tout point x du domaine ($0 \leqq x \leqq 1$). On voit bien que $f(x)$ est continue (au sens ordinaire) en tout point irrationnel du domaine ($0 \leqq x \leqq 1$); donc, $f(x)$ est une fonction mesurable (B) et de classe 1 de la classification de M. Baire. Les valeurs de $f(x)$ en tous les points rationnels forment, évidemment, une infinité énumérable. De là :

Théorème I. — *Tout ensemble* (A), *à un ensemble énumérable de points près, est l'ensemble des valeurs d'une fonction $f(x)$ de classe* 1, *définie dans* ($0 \leqq x \leqq 1$) *et dont les seules discontinuités sont les points rationnels.*

En vertu du théorème I de la Note précédente, nous avons :

Théorème I'. — *Tout ensemble mesurable* (B), *à un ensemble énumérable de points près, est l'ensemble des valeurs d'une fonction $f(x)$ de classe* 1, *définie dans* ($0 \leqq x \leqq 1$) *et dont les seules discontinuités sont les points rationnels.*

En vertu du théorème II de la Note précédente, nous avons :

Théorème II. — *Il existe* (sans utiliser l'axiome de M. Zermelo et les nombres transfinis) *une fonction bien définie* (au sens logique et précis du

mot *définie*) *de classe* 1, *continue en tout point* x *du domaine* $(0, 1)$, *sauf aux points rationnels, telle que l'ensemble de ses valeurs sur* $(0, 1)$ *est un ensemble non mesurable* (B).

Corollaire. — *Il existe une série de polynomes* $\sum_{n=1}^{\infty} P_n(x)$, *convergente partout dans* $(0, 1)$, *telle que l'ensemble des valeurs de sa somme est un ensemble non mesurable* (B).

Si l'on introduit les nombres transfinis en infinité *énumérable*, on peut supprimer [1] de l'énoncé du théorème I (et I') les mots *à un ensemble énumérable de points près*. On démontre le corollaire sans employer l'axiome de M. Zermelo, mais il faut employer, pour former effectivement la série de polynomes du corollaire, les nombres transfinis en infinité énumérable (c'est-à-dire ceux qui sont inférieurs à l'un d'eux).

Le théorème I admet une proposition inverse :

Théorème III. — *L'ensemble des valeurs de toute fonction* $f(x)$ *qui rentre dans la classification de M. Baire est un ensemble* (A).

2. *Fonctions implicites*. — Posons la définition suivante : nous dirons qu'un système déterminant $\{\delta_{n_1 n_2 \ldots n_k}\}$ de l'ensemble E est *système d'unicité*, s'il existe, pour tout point x de E, une et *une seule* suite d'entiers positifs α_1, α_2, ..., α_k, ... telle que le point x soit contenu dans tous les intervalles δ_{α_1}, $\delta_{\alpha_1 \alpha_2}$, ..., $\delta_{\alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_k}$, ... Cette définition posée, nous pouvons, en employant une méthode de M. Souslin, démontrer la proposition suivante qui caractérise les ensembles mesurables (B) :

Théorème IV. — *Pour qu'un ensemble* (A) *soit mesurable* (B), *il faut et il suffit qu'il admette un système d'unicité*.

Cette proposition nous permet de démontrer que tous les résultats de M. Lebesgue relatifs à la représentation analytique des fonctions implicites restent intacts; mais les démonstrations sont compliquées et employent *la totalité* des nombres transfinis de seconde classe.

3. *Les ensembles* (A). — On peut démontrer les théorèmes suivants sur les ensembles (A) :

Théorème V. — *Tout ensemble* (A) *est mesurable* (L).

---

[1] Cette remarque est due à M. Souslin.

Théorème VI. — *Lorsqu'un ensemble* E, *qui est un ensemble* (A) *formé à l'aide de points d'un ensemble parfait* P, *est de seconde catégorie sur* P, *il existe un intervalle contenant des points de* P *et dans lequel le complémentaire de* E *par rapport à* P *est de première catégorie.*

En vertu de ces théorèmes, les ensembles (A) sont utilisables dans la théorie des fonctions (par exemple, dans la théorie d'intégration).

Enfin M. Souslin a démontré que *tout ensemble* (A) *est ou dénombrable, ou bien contient un ensemble parfait.* La puissance des ensembles *complémentaires* des ensembles (A) est inconnue; ces ensembles ne sont pas nécessairement des ensembles (A).

MÉCANIQUE. — *Variation systématique de la valeur de la force vive dans le choc élastique des corps.* Note (¹) de M. **L. Hartmann.**

Les formules usuelles du choc élastique des corps sont en désaccord avec l'expérience, non seulement dans le cas qui fait l'objet de ma Communication précédente (²), mais aussi quand les masses m et m' qui se rencontrent ont des vitesses V et V', différant toutes deux de zéro.

D'après la théorie classique, en effet, ces masses prennent, après le choc, les vitesses ρ et ρ' données par les expressions

$$\rho = (1 - \mathrm{N})\mathrm{V} + \mathrm{NV'} \qquad \text{et} \qquad \rho' = \mathrm{N}\frac{m}{m'}\mathrm{V} + \left(1 - \mathrm{N}\frac{m}{m'}\right)\mathrm{V'},$$

N désignant le rapport $\frac{2m'}{m+m'}$ et représentant la valeur commune des deux rapports $\frac{\mathrm{V}-\rho}{\mathrm{V}-\mathrm{V'}}$ et $\frac{m'}{m}\frac{\rho'-\mathrm{V'}}{\mathrm{V}-\mathrm{V'}}$.

De son côté, le contrôle expérimental de ces formules, effectué, comme dans les essais antérieurs, avec des règles cylindriques en acier de 12^{mm} de diamètre formant pendules, fait ressortir que, ξ et ξ' étant les vitesses constatées après la séparation des masses, les rapports $\frac{\mathrm{V}-\xi}{\mathrm{V}-\mathrm{V'}}$ et $\frac{m'}{m}\frac{\xi'-\mathrm{V'}}{\mathrm{V}-\mathrm{V'}}$ sont bien égaux entre eux, mais leur valeur est un nombre n, qui est le même que lorsque le cylindre de masse m a la vitesse $\mathrm{V}-\mathrm{V'}$, l'autre cylindre étant en repos, et qui, par suite, varie avec cette vitesse, en restant cons-

(¹) Séance du 26 décembre 1916.

(²) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 559. Dans cette Note (p. 562, 4ᵉ ligne), *au lieu de* initial, *lire* initiale.

tamment inférieur à N, dont il se rapproche d'autant plus que $V - V'$ est plus voisin de zéro.

Les vitesses réelles ξ et ξ' peuvent être, dès lors, exprimées par les relations

$$\xi = (1-n)V + nV' \quad \text{et} \quad \xi' = n\frac{m}{m'}V + \left(1 - n\frac{m}{m'}\right)V',$$

qui diffèrent des expressions théoriques par la substitution de n à N.

Par exemple, avec des cylindres de 300^{mm} et 150^{mm} de longueur, auxquels on imprime des vitesses, égales, pour le premier, à 375 mm : sec et pour le second à

350 325 275 225 175 125 75 25 mm : sec,

le coefficient n, qui, théoriquement, devrait être égal à $\frac{2}{3}$ ou 0,666, dans ces divers cas, a les valeurs moyennes

0,665 0,661 0,655 0,648 0,640 0,631 0,622 0,613,

qui sont sensiblement les mêmes que lorsque le premier cylindre se meut avec les vitesses

25 50 100 150 200 250 300 350 mm : sec,

le second étant en repos.

Les résultats sont analogues quand les cylindres ont respectivement des vitesses, égales, pour l'un, à 100^{mm} par seconde, et, pour l'autre, à

75 50 0 —50 —100 —150 —200 —250 mm : sec.

Dans ces conditions, la somme des forces vives finales est

$$m\xi^2 + m'\xi'^2 = mV^2 + m'V'^2 - \frac{2n}{N}(N-n)\,m(V-V')^2,$$

c'est-à-dire qu'elle est plus petite que la force vive avant le choc

$$mV^2 + m'V'^2,$$

$N - n$ étant toujours positif et la diminution que celle-ci subit est d'autant plus grande que $V - V'$ est plus considérable.

On arrive ainsi à la conclusion que, dans ce cas encore, la force vive observée présente, par rapport à la force vive initiale, des variations régulières et systématiques, dont la valeur dépend de la différence des vitesses des deux corps.

Cette non-conservation de la force vive se vérifie avec facilité dans un cas particulier : celui de deux cylindres identiques ayant des vitesses égales et opposées $+V$ et $-V$. On constate alors que les cylindres n'ont pas, après le rebondissement, les vitesses $-V$ et $+V$, comme on l'admet actuellement, et que les vitesses obtenues peuvent être mises sous la forme

$$\xi = -(2n-1)V \quad \text{et} \quad \xi' = +(2n-1)V.$$

Ces vitesses sont, par conséquent, plus petites en valeur absolue que les vitesses théoriques $-V$ et $+V$, n étant inférieur à 1, et l'écart est d'autant plus grand que V est plus élevé.

Comme conséquence, la somme des forces vives, qui était primitivement $2mV^2$, prend, après la rencontre, la valeur plus faible $2mV^2(2n-1)^2$, et le rapport de cette dernière force vive à la première décroît de plus en plus à mesure que V augmente.

Je rappellerai, à ce sujet, que Huyghens, pour établir les lois du choc, a supposé précisément que deux masses, pour lesquelles on a $m = m'$ en même temps que $V' = -V$, échangent leurs vitesses, quand elles réagissent par choc l'une sur l'autre; l'une des hypothèses sur lesquelles il a fondé ses déductions ne répond donc pas à la réalité.

En résumé, d'après l'expérience, la somme $mV^2 + m'V'^2$ ne se conserve pas dans le choc élastique des corps, quels que soient V et V', contrairement à la proposition formulée par Leibnitz.

En ce qui concerne la quantité de mouvement, il y a lieu de remarquer qu'étant données des masses m et m' dont les vitesses sont V et V' par rapport à la terre, si leurs mouvements viennent à être rapportés à la masse m', on se trouve en présence d'une masse m, qui, ayant la vitesse $V - V'$, rencontre une masse m' en repos, et j'ai signalé, dans la Note du 13 novembre dernier, que, dans ce cas, la quantité de mouvement $m(V - V')$ se conserve d'une manière effective, en se retrouvant dans la somme des quantités de mouvement moyennes existant dans les deux corps au moment du maximum de raccourcissement longitudinal, qui sont, l'une et l'autre, de même signe que $m(V - V')$.

Il en est de même si les mouvements des masses sont rapportés à la masse m, la quantité de mouvement qui se conserve étant alors $m'(V' - V)$.

Par suite, dans le cas général du choc, il y a conservation effective de la quantité de mouvement initiale de chaque corps, évaluée par rapport à l'autre corps considéré comme immobile, et ce résultat est conforme également à la conception de Descartes, convenablement interprétée.

MÉCANIQUE. — *Sur le tracé mécanique de l'hodographe balistique.* Note (¹) de M. J. **Olive**, présentée par M. L. Lecornu.

Soient :

v la vitesse du projectile;
θ l'angle d'inclinaison de cette vitesse;
$F(v)$ la valeur absolue de l'accélération due à la résistance de l'air;
c le coefficient balistique;
V l'angle que forme la direction de la vitesse avec celle de l'accélération totale.

L'équation de l'hodographe est

$$\operatorname{tang} V = \frac{\frac{g}{c}\cos\theta}{\frac{g}{c}\sin\theta + F(v)}.$$

En distinguant dans l'échelle des vitesses un nombre suffisant d'intervalles, on peut écrire approximativement

$$F(v) = A + Bv,$$

les coefficients A, B ayant des valeurs constantes dans chaque intervalle. Posons alors

$$\lambda = -\frac{A}{B}, \qquad \mu = \frac{g}{B}.$$

Il vient

$$\operatorname{tang} V = \frac{\frac{\mu}{c}\cos\theta}{\frac{\mu}{c}\sin\theta + v - \lambda}.$$

Ceci montre que la tangente MT à l'hodographe (*fig.* 1) est parallèle à la demi-droite obtenue en portant :

Sur Oy

$$OA = \frac{\mu}{c};$$

sur OM

$$MM' = \lambda.$$

(¹) Séance du 2 janvier 1917.

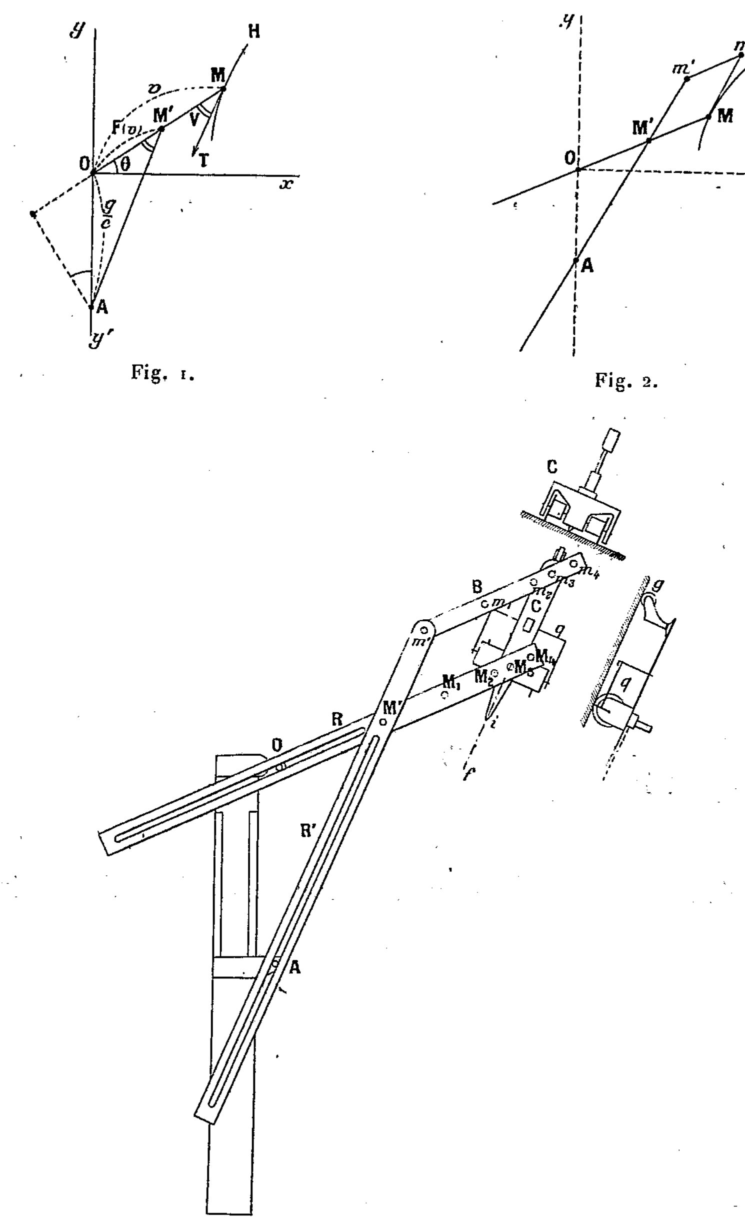


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

O pivot constituant le pôle de l'hodographe;

A tenon qu'on règle dans chaque intervalle de vitesse suivant le coefficient balistique du projectile employé $\left(\mathrm{OA} = \frac{u}{c}\right)$;

R, R′ règles coulissantes articulées en M′;

C chariot traceur articulé avec R en des points M_1, M_2, M_3, M_4 qu'on choisit suivant l'intervalle de vitesse parcouru;

B biellette articulée en m' avec R′ et, suivant l'intervalle de vitesse, en m_1, m_2, m_3 ou m_4 avec C;

g galet d'appui monté sur chape pivotante;

q cadre armé de pointes, qui sert à immobiliser le chariot quand on a atteint une limite d'intervalle de vitesse;

f fil de commande qu'on maintient en regard de l'index i.

Dans chacun des intervalles de vitesse, l'hodographe peut donc être décrit par une roulette coupante placée en M et soumise aux liaisons suivantes (*fig.* 2) :

1° Une règle OM pivote autour de O;

2° La roulette M est montée sur l'un des côtés M*m* d'un parallélogramme articulé possédant le côté constant MM';

3° Le côté M'*m'* de ce parallélogramme passe par un pivot fixe placé en O.

La figure 3 montre la réalisation de l'appareil.

On pourrait imaginer d'autres dispositifs équivalents à celui-là.

L'hodographe étant tracé, il reste, pour obtenir la courbe balistique elle-même, à effectuer les quadratures

$$x = \frac{1}{g}\int v^2\, d\theta, \qquad y = \frac{1}{g}\int v^2 \operatorname{tang}\theta\, d\theta,$$

aisées à réaliser mécaniquement pour chaque intervalle en attribuant à v la valeur constante qui correspond à cet intervalle.

Les calculs pénibles qu'exige la détermination d'une trajectoire se trouvent en définitive remplacés par des opérations rapides.

Signalons la facilité avec laquelle on peut changer les constantes de réglage pour étudier les effets d'une modification de la résistance de l'air. Ceci s'applique notamment :

1° Dans la recherche de la valeur du coefficient balistique c d'après les portées réellement obtenues;

2° Dans le cas où de nouvelles formes de projectiles nécessiteraient une modification de la fonction $F(v)$ et rendraient par suite inutilisables les Tables balistiques actuelles.

PHYSIQUE. — *Sur la réflexion et la réfraction d'ondes isolées à la surface de séparation de deux fluides en repos ou en mouvement.* Note de M. **Ernest Esclangon**, présentée par M. Appell.

Soit xOy le plan de séparation de deux fluides, identiques ou distincts, et animés, l'un par rapport à l'autre, d'un mouvement de translation uniforme. Le cas de l'immobilité relative sera compris dans ce cas général. Nous supposerons le fluide supérieur au repos, le fluide inférieur ($z < 0$) animé d'une translation horizontale de projections α, β. Désignons par a

et a' les vitesses de propagation propres aux petits ébranlements dans chacun des milieux.

Si l'on imagine, dans le fluide inférieur mobile, des axes relatifs Ox_1, Oy_1, entraînés avec le fluide, toute fonction potentielle caractérisant un ébranlement relatif infiniment petit et irrotationnel devra satisfaire à

$$\frac{\partial^2 \psi_1(x_1, y_1, z, t)}{\partial t^2} = a'^2 \Delta \psi_1(x_1, y_1, z, t). \tag{1}$$

Le mouvement d'entraînement étant lui-même irrotationnel, il existe également, vis-à-vis du mouvement absolu, une fonction potentielle $\psi(x, y, z, t)$ et, entre ces deux fonctions, on a la relation

$$\psi_1(x_1, y_1, z, t) = \psi(x, y, z) - \alpha x - \beta y \tag{2}$$

avec

$$x = x_1 + \alpha t, \qquad y = y_1 + \beta t.$$

On en conclut immédiatement que la fonction ψ doit satisfaire à l'équation

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + 2\alpha\beta \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \, \partial y} + \beta^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + 2\alpha \frac{\partial^2 \psi}{\partial x \, \partial t} + 2\beta \frac{\partial^2 \psi}{\partial y \, \partial t} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = a'^2 \Delta \psi. \tag{3}$$

Ceci posé, soit une onde *incidente* plane quelconque dans le milieu supérieur, normale au plan des xz, que nous pouvons représenter, en mettant en évidence l'angle d'incidence θ, par $f(z \cos\theta + x \sin\theta + at)$. L'onde *réfléchie* sera définie de même par $\varphi(-z \cos\theta + x \sin\theta + at)$ et enfin l'onde réfractée par $\psi(\lambda z + x \sin\theta + at)$. Nous poserons pour simplifier $u = x \sin\theta + at$.

Écrivons maintenant que les vitesses normales et les pressions dans les deux fluides sont les mêmes sur la surface de séparation. Nous obtiendrons

$$\cos\theta [f'(u) - \varphi'(u)] = \left(\frac{\partial \psi}{\partial z}\right)_0 \tag{4}$$

$$\frac{\rho}{\rho'} [f'(u) + \varphi'(u)] = \left(\frac{\partial \psi}{\partial u}\right)_0 \tag{5}$$

(pour $z = 0$).

Enfin en exprimant que $\psi(z, u)$ satisfait à (3) il vient

$$\lambda^2 = \frac{(a + \alpha \sin\theta)^2}{a'^2} - \sin^2\theta \tag{6}$$

ou, si l'on veut mettre en évidence l'angle de réfraction θ',

$$\frac{\sin\theta}{\sin\theta'} = \frac{a + \alpha \sin\theta}{a'}. \tag{7}$$

L'indice de réfraction dépend donc de l'incidence θ et de la vitesse relative des deux fluides; mais, alors même que les milieux seraient identiques ($a = a'$), *l'existence d'une vitesse relative entraîne une réflexion et une réfraction* de l'onde.

Les formules (4) et (5) permettent de déterminer quantitativement ces ondes qui sont complémentaires. On en tire

$$\varphi'(u) = \frac{\rho' \cos\theta - \lambda\rho}{\rho' \cos\theta + \lambda\rho} f'(u), \tag{8}$$

$$\psi'(u) = \frac{2\rho \cos\theta}{\rho' \cos\theta + \lambda\rho} f'(u). \tag{9}$$

Supposons que l'onde incidente $f'(u)$ soit *isolée*, c'est-à-dire que la fonction $f'(u)$ soit nulle *sauf* dans un certain intervalle qui est celui de la définition de l'onde. La formule (9) montre que, pour *l'onde réfractée*, la succession des phénomènes en un point donné y est toujours la même que dans l'onde incidente. *L'onde réfractée est ainsi toujours directe.*

Il n'en est pas de même de l'onde réfléchie. Le coefficient $\frac{\rho' \cos\theta - \lambda\rho}{\rho' \cos\theta + \lambda\rho}$ peut être en effet négatif. Dans ces conditions, dans l'onde réfléchie, les phénomènes se succèdent dans le même ordre que dans l'onde incidente, mais avec des *signes contraires*. *L'onde réfléchie est alors inversée.* Cette circonstance se présentera toujours dans une infinité de directions qui seront délimitées par un cône de directions, toujours réel, correspondant à la nullité du coefficient considéré. Pour les gaz, en effet, on a $a^2 \rho = a'^2 \rho'$, de sorte que

$$\frac{\rho' \cos\theta - \lambda\rho}{\rho' \cos\theta + \lambda\rho} = \frac{(a^2 - a'^2)(a^2 \cos^2\theta - a'^2 \sin^2\theta) - 2aa'^2\alpha \sin\theta - a'^2\alpha^2 \sin^2\theta}{(a^2 \cos\theta + \lambda a'^2)^2}.$$

En particulier, si le faisceau incident est perpendiculaire à la vitesse relative des milieux ($\alpha = 0$), cette quantité s'annule pour $\operatorname{tang}\theta = \frac{a}{a'}$ et, pour cette valeur, λ^2 donné par (6) est bien positif.

Le cône de *réfraction totale* serait de révolution, si les milieux étaient en repos relatif.

Les raisonnements précédents supposent $\lambda^2 > 0$. Dans le cas contraire, il y a *réflexion totale*, et ce cas particulier fort intéressant sera examiné spécialement. On voit, dans tous les cas, que, même si les milieux sont identiques ($a = a'$), il peut y avoir réflexion totale par le seul fait de la vitesse relative. Il suffit que l'une des quantités $\frac{a}{a' - \alpha}$, $-\frac{a}{a' + \alpha}$ soit positive et inférieure à l'unité.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Études spectrographiques des minéraux portugais d'uranium et de zirconium.* Note [1] de M. A. **Pereira-Forjaz**, transmise par M. Armand Gautier.

J'ai l'honneur de soumettre à l'Académie le résultat de mon examen spectrographique de quelques minéraux portugais.

Les minéraux d'uranium étudiés appartenaient aux gisements du nord de Portugal; presque tous provenaient de terrains granitiques, quelques-uns ont été extraits des schistes cambriens, archéens ou siluriens.

Nous avons analysé la chalcolite et l'autunite de la mine de Nellas, la chalcolite de la mine de Sabugal.

Les minéraux de zirconium analysés proviennent de la syénite à riebeckite d'Alter Pedroso.

J'ai utilisé pour ces recherches un spectrographe de Pulfrich et Löwe [2].

Pour la détermination des longueurs d'ondes, j'ai employé un spectre de référence, obtenu avec l'*alliage d'Eder* et j'ai fait usage de la formule d'interpolation proposée par Hartmann.

Pour la photographie de l'ultraviolet j'ai employé un prisme de quartz et fluorine et je me suis servi de lentilles condensatrices de quartz pour l'introduction des faisceaux de lumière dans l'appareil.

Pour la recherche du minimum de déviation, des séries de photographies ont été faites avec la même plaque, en déplaçant de demi-degré en demi-degré la tablette qui porte le prisme et la chambre photographique.

J'ai fait usage de plaques panchromatiques de Wratten et Wainwright et de plaques ordinaires sensibilisées avec le *pinachrom* et le *pinacyanol*.

Je me suis servi, comme révélateur, de l'azol. J'ai utilisé surtout les *spectres de dissociation et d'arc*.

Les premiers, selon la méthode de M. de Gramont, étaient obtenus avec des électrodes en platine (disposées en V couché); sur l'une des branches (l'horizontale) était placée la substance en fusion avec du carbonate de lithium.

Les seconds étaient obtenus avec des crayons verticaux, en charbon, de 8^{mm} et 12^{mm} de diamètre.

L'appareil de mesure spécialement employé était un microscope de Zeiss, grand modèle, avec l'objectif de Leitz 1*a* (div. 10), le tube de tirage à 150^{mm}, oculaire micrométrique de Leitz, n° 2.

Pour l'emploi de la formule de Hartmann

$$\lambda = \lambda_0 + \frac{C}{s_0 - s},$$

(1) Séance du 26 décembre 1916.

(2) C. Pulfrich, *Ueber eine neue Spectroscopconstruction* (*Zeitschrift für Instrumentenkunde*, t. 14, 1894, p. 354-363, et *Astrophysical Journal*, Chicago, t. 1, 1895, p. 335-349).

j'ai utilisé les logarithmes et j'ai déterminé pour chaque fraction considérée du spectre (jamais supérieure à 200 angströms) les constantes s_0, λ_0 et log C.

Pour l'identification des raies j'ai employé les Tables de Marshall Watts, Kayser, Pollok, Stanley et de Gramont.

Voici, résumés en quelques lignes, les résultats de ce long travail :

Conclusions. — 1. La composition chimique qualitative probable de la chalcolite (ou tobernite) de Sabugal est : P, O, U, Cu, Ca, V, Al, Fe, Ra, Ba, Pb, Mn, Mg, Tl, As, Sn et Bi.

2. La composition chimique qualitative probable de la chalcolite de Nellas est : P, O, Cu, Ca, U, Al, V, Fe, Ra, Ba, Pb, Mn, Zn, As, Sn, Bi, Mg et Tl.

3. La composition chimique qualitative de l'autunite de Nellas est : P, O, Ca, Cu, U, Al, V, Fe, Pb, Mn, As, Sn, Bi, Mg et Tl.

4. La composition chimique qualitative probable du zircon d'Alter Pedroso est : Si, O, Zr, Ca, Al, Fe, Th, Ti, Mg, Sn, Bi et Cu.

5. Nous attribuons à la raie 4682,4 angströms du radium une sensibilité plus grande que celle de la raie la plus intense, 3814,6 angströms.

6. La raie 4739,5 du zirconium ne semble pas avoir une grande sensibilité.

7. La carnotite accompagne l'autunite et la chalcolite dans la région radio-uranifère du Portugal.

8. D'autres minéraux d'uranium existent associés à la chalcolite et à l'autunite : la walpurgite, la trögérite et la zeunérite.

GÉOLOGIE. — *Sur la Géologie de l'île d'Ibiza (Baléares).* Note (¹) de M. Paul Fallot.

L'île d'Ibiza s'allonge du Sud-Ouest au Nord-Est sur 37^{km} à 40^{km} dans l'intervalle qui sépare le promontoire de Denia de Majorque. Topographiquement, elle se décompose en deux groupes montagneux; l'un au Sud-Ouest avec les sommets du Pez, du Sirer et de l'Atalayasa (475^{m}), l'autre plus important en surface et recoupé de vallées d'alluvions. Ces deux régions sont séparées par une large dépression plaquée de Quater-

(¹) Séance du 26 décembre 1916.

naire que suit la route d'Ibiza à S. Antonio et qui culmine à 130^{m} au col de S. Rafael.

Elles sont composées de plusieurs *séries tectoniques* superposées et gauchies, dont l'allure générale semble indiquer qu'elles ont été poussées du Sud-Est. Ce sont de haut en bas les séries *d'Ibiza*, de *Sirer-Rey* et d'*Eubarca*.

1. *Série d'Ibiza.* — La zone qui borde la côte sud-est de l'île comporte du Trias, inférieur et supérieur, du Tithonique (à faune oxfordienne remaniée), du Néocomien en calcaires lithographiques lités, du Crétacé moyen marneux, montant peut-être jusqu'au Cénomanien (Caleta de S. Vicente).

La meilleure coupe en est donnée, par les massifs entourant S. Vicente. La Punta Grossa est constituée par la série Trias-Crétacé d'un flanc normal dont la continuation vers le Nord-Ouest forme les sommets des P. Caragol et Clapé. Le flanc normal s'élève et devient virtuel à l'Atalaya S. Vicente constituée par le flanc renversé correspondant.

Ce pli couché se redresse contre les puissants poudingues miocènes du P. Rey et les recouvre, plus au Nord-Ouest, au P. Masson, de deux témoins importants. Des synclinaux écrasés à la Caleta, au pied du Rey et la répétition d'assises triasiques dans les témoins du P. Masson, montrent que la série charriée d'Ibiza comporte, ici, des digitations.

Cette série se suit par les massifs intermédiaires de Ribas, Fita, Llibrell, Jésus, la colline d'Ibiza, jusqu'à l'extrémité sud-est de l'île, montrant tantôt son ossature de dolomies triasiques puissantes (S. Carlos), tantôt des éléments plus ou moins écrasés des plis couchés qui l'accidentent (Ribas, Llibrell, Falco, Yondal). Mais son contact avec la série Sirer-Rey est partiellement voilé dans la région médiane de l'île par une croûte de Quaternaire. A l'extrémité opposée au Rey la série d'Ibiza chevauche de nouveau nettement le Miocène dans le massif du P. Sirer. Mais au lieu que le pli couché supérieur soit séparé de la série Sirer-Rey par une digitation à Trias développé, comme au nord-est de l'île, les calcaires lithographiques reposent sur le poudingue par l'intermédiaire d'un calcaire ivoirin écrasé, peut-être aussi néocomien que l'on retrouve dans la même position, plus à l'Ouest, dans l'Atalayasa.

La ligne de contact anormal passe au nord de la Sierra-Caravera, contourne le P. Miquel (sommet néocomien, base miocène), prend en sautoir les flancs sud-ouest et nord-est du Sirer, rentre vers le Sud dans la vallée entre le Sirer et le Pez, suit les flancs nord-ouest et nord de cette montagne pour disparaître sous le Marès dans la vallée du torrent de Funas. Le massif de Beniferri appartient au Trias et au Miocène [1] de la série Sirer-Rey qui s'enfonce sous l'écaille d'Ibiza dans le flanc nord-est de la Sierra de Rafal Trobat.

L'évaluation de l'amplitude du chevauchement de la série Sirer-Rey par celle d'Ibiza est difficile. Le long de la côte de S. Carlos, de Cala Nova au Cabo Roig, des débris écrasés de Miocène semblent supporter le Trias. Un pointement vraisemblablement néogène situé entre le P. Valls et le Cabo Roig au bord de la mer pourra

(1) A S'Coll le Miocène contient des couches à plantes.

démontrer cette superposition. Ce fait admis, et le Miocène écrasé étant identifié à celui du P. Rey, le charriage atteindrait 8^{km} jusqu'au P. Masson. Ce chiffre serait porté à 10, si un témoin douteux de Trias qui couronne l'Atalaya S. Juan était attribué à l'écaille d'Ibiza.

II. *Série Sirer-Rey*. — Même composition stratigraphique que dans la précédente, sauf que l'Urgonien réduit dans la série d'Ibiza est, ici, plus développé.

Apparaît sous l'écaille d'Ibiza, au Rey, au Capita, au Masson, occupant toute la surface nord de l'île jusqu'à la côte où elle est recouverte, transgressivement, sans doute et sous une couverture de « Marès » qui empêche l'observation par des assises dans lesquelles les auteurs citent le *Cerithium bidentatum*, mais qui peuvent être d'âge beaucoup plus récent.

Au Sud-Ouest, cette même série dont on a vu le contact avec l'écaille d'Ibiza participe avec un Miocène très développé, mais à éléments plus petits que dans le Nord, à l'architecture de la base du Pez et du Sirer, du sommet du Raco et de l'Atalayasa de S. José, sous laquelle elle sort pendant au Sud-Est, pour former de ses assises crétacées, plus au Nord-Ouest, les sommets de la barre rocheuse de las Rocas Altas.

La série Sirer-Rey, comme celle d'Ibiza, est mal individualisée dans la dépression médiane de l'île. Le Fornon et les masses triasiques et miocènes entre S. Rafael et S. Gertrudis semblent pourtant y remédier.

MINÉRALOGIE. — *L'orientation des liquides anisotropes sur les clivages des cristaux.* Note (¹) de M. F. GRANDJEAN, présentée par M. L. de Launay.

Dans un travail récent (²) j'ai signalé plusieurs exemples d'orientation et j'ai montré que cette propriété, par son caractère général, se séparait nettement de celle que peut avoir un cristal lorsqu'il forme avec un autre un groupement défini. De nouveaux cas rencontrés en poursuivant cette étude permettent de différencier plus profondément les deux sortes d'orientation : celle des liquides anisotropes est une propriété continue du cristal, pour un clivage déterminé.

Appelons T_1 la température de fusion anisotrope d'un corps, T_2 celle de fusion isotrope. Dans l'intervalle $T_1 T_2$ il peut arriver que la direction du liquide, au contact du clivage, ne varie pas sensiblement : alors elle coïncide

(¹) Séance du 2 janvier 1916.

(²) F. GRANDJEAN, *L'orientation des liquides anisotropes sur les cristaux* (*Bulletin de la Société française de Minéralogie*, t. 39, et *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 394.)

(pour tous les exemples connus jusqu'ici) avec la trace d'un plan de symétrie ou de pseudosymétrie normal au clivage, ou bien elle est perpendiculaire à cette trace; mais il peut arriver également que la direction du liquide varie d'une manière continue, d'un angle notable, parfois très grand. Je citerai trois exemples pour lesquels il est particulièrement facile de constater et d'étudier cette variation.

L'anisaldazine sur un clivage $p(001)$ de sel gemme donne des plages orientées de telle manière que la section principale de plus grand indice (axe optique) fasse un angle de 10° environ avec l'arête du cube. L'angle est de 7° à 8° à la température T_1 et de 11° à 12° à la température T_2. Pour 20° de température la rotation est de 3° à 4°, toujours dans le sens d'un rapprochement de l'arête du cube quand on passe de T_1 à T_2. Cet exemple suffirait à montrer que l'orientation ne se fait pas suivant une rangée puisque les rangées d'un cristal cubique ont des directions invariables.

Le *p*-azoxyanisol donne, sur le clivage p (001) du talc, six orientations dont les sections principales de plus petit indice sont voisines des stries à 60° que présente toujours ce clivage. J'appellerai α l'angle que fait une section principale avec la strie la plus voisine en direction. Les écarts α se disposent de part et d'autre des stries, de sorte qu'ils forment six orientations différentes. Les plages sont grandes, à limites nettes et simples; leurs écarts sont parfaitement déterminés, par exemple à la température T_1 quand on fait fondre l'azoxyanisol pour la première fois; mais ils ne sont pas les mêmes pour toutes les plages d'une préparation, ou pour des préparations différentes. Ils varient aussi avec la température. Dans mes essais, l'écart moyen était de 3° à T_1; de 6° à T_2. La rotation était donc de 3° en moyenne et elle s'éloignait rarement de cette valeur; elle se faisait toujours dans le sens d'une augmentation de α. Les écarts correspondant aux diverses plages étaient comprises entre 0° et 6° à la température T_1; entre 2° et 10° à la température T_2.

Le *p*-azoxyanisolphénétol, sur le même clivage, se comporte d'une manière analogue, mais avec des variations beaucoup plus accentuées. Ce sont les sections principales de plus grand indice (dirigées suivant l'axe optique) qui sont voisines des stries. En rapportant chacune d'elles à la strie la plus voisine en direction et en appelant α l'angle qu'elle fait avec cette strie, on constate qu'à la température T_1 les écarts α peuvent avoir toutes les valeurs possibles. Toutefois ils n'ont jamais été inférieurs à 8°. A la température T_2 ils sont petits, compris entre 0° et 9°. La rotation de l'axe optique, dans l'intervalle T_1T_2 (56° de température) est considérable.

Elle a toujours dépassé 10° dans mes essais et fréquemment atteint 17° et 18°, toujours dans le sens d'une diminution de α lorsqu'on chauffe. Si l'on élève et abaisse un grand nombre de fois la température de T_1 à T_2, et inversement, et qu'on mesure chaque fois la rotation, on voit cette dernière diminuer progressivement et finir par s'annuler. La plage est alors fixée dans une position voisine de son écart à la température T_2. On arrive au même résultat en la chauffant pendant quelque temps à la température T_2. Ainsi la propriété d'orientation ne serait pas réversible; elle rappellerait les phénomènes d'hystérésis des corps magnétiques. Il ne faut pas oublier cependant que cela peut aussi résulter d'une altération du liquide, lequel changerait en même temps de propriétés.

Dans ces trois exemples les déformations du réseau cristallin, quand on passe du T_1 à T_2, sont nulles ou extrêmement faibles. Les rangées ne changent pas sensiblement de direction. Au contraire les orientations des plages liquides varient beaucoup. Elles ne peuvent donc se faire suivant des rangées. La propriété d'orientation d'un liquide anisotrope sur un clivage déterminé n'est pas une propriété réticulaire.

GÉOLOGIE. — *Exploration géologique de la partie du Yun-nan comprise entre la frontière tonkinoise, le Kwang-si et le Kwéi-tchéou.* Note (¹) de M. **J. Deprat**, présentée par M. H. Douvillé.

Pendant l'année 1916 j'ai pu m'engager dans la région chinoise comprise entre Pé-sé (Po-so-t'ing), Kwang-nan-fou et la frontière tonkinoise durant une campagne d'exploration de quatre mois. J'ai pu faire des observations et des récoltes très fructueuses dans cette partie du Yun-nan prolongeant au nord le Kwang-si et comprise entre le Tonkin et le Kwéi-tchéou. Dans un compte rendu précédent (11 décembre 1916), j'ai déjà sommairement décrit la magnifique série cambrienne développée dans cette région totalement inconnue au point de vue géologique et géographique.

La série cambrienne puissante de 8000^m est prolongée verticalement *sans aucune interruption* par l'Ordovicien épais de 2500^m environ que surmonte un Gothlandien, généralement incomplet par suite de l'érosion antéouralienne et atteignant 1200^m environ. Cette énorme série, fossilifère

(¹) Séance du 26 décembre 1916.

du haut en bas, n'est interrompue nulle part, par des lacunes ou des transgressions; pas un lit de poudingue ne s'y observe. Un résultat important de ces nouvelles recherches, c'est que j'ai retrouvé là, *en succession normale et riches en fossiles*, tous les horizons paléozoïques tonkinois observés ailleurs et parfois dans des conditions tectoniques qui avaient rendu difficile ou imprécis leur classement rigoureux, de sorte que nous possédons maintenant une série-étalon précise qui sera du plus grand secours pour l'étude des zones bouleversées par les accidents tectoniques. Je ne veux envisager dans ce compte rendu que l'extension géographique de ces terrains dans la nouvelle région que je viens d'étudier; je laisse de côté la description stratigraphique des nombreux horizons ordoviciens et gothlandiens.

En principe l'Ordovicien prolonge partout le Cambrien par transitions insensibles, les couches cambriennes à *Anomocare megalurus* passant à des grès et calcaires à Ostracodermes. Ces derniers sont surmontés en série normale par des couches à *Trinucleus ornatus* et *Calymene* du groupe des Calymènes ordoviciens de Bretagne avec des schistes à Orthocères. L'Ordovicien moyen supporte une grosse masse de schistes et de grès à grands Lamellibranches (*Goniophora*, etc.) et Brachiopodes (*Orthis*, *Chonetes*, etc.), faune qui sera prochainement décrite. Cet Ordovicien supérieur passe aux épaisses masses de schistes et de marnes à *Sp. tonkinensis*, caractérisées par les espèces que j'ai signalées l'an dernier au Dong-quan : *S. tonkinensis* Mans., *S. dongvanensis* Mans., *Dinorthis annamitica* Mans., *Pt. mieleensis* Mans. J'ai découvert cette année *au-dessus* de ces couches et passant insensiblement à elles, une série *riche en Calymènes* siluriens, accompagnés d'une faune nombreuse de *Calcéoles*, ce qui en augmente encore l'intérêt. Cette série est recouverte par des couches avec une faune caractéristique de *Tentaculites*.

Dans la série à Calymènes et Calcéoles apparaissent des lentilles à polypiers gothlandiens, espèces classiques; ces lentilles augmentant d'importance peu à peu, on atteint au-dessus des couches à *Tentaculites* la puissante série des calcaires gothlandiens à polypiers *F. gothlandica*, *F. Forbesi*, *H. interstincta*, etc.), qui joue au point de vue du relief un rôle important. Le Gothlandien se termine par une grande série schisteuse.

Toute cette succession de terrains est plissée en plis de grande envergure, sans dislocations ni écrasements, donnant d'immenses coupes continues du plus grand intérêt. Le dernier terme est l'Ouralien calcaire, contenant

partout la belle faune que j'ai décrite au Dong-quan [1] l'an dernier. Il est toujours, ici encore, *transgressif* sur les termes plus anciens, recoupant indifféremment des horizons cambriens, ordoviciens ou gothlandiens. Aucune trace de Dévonien; le Gothlandien supérieur même manque parfois, enlevé par l'érosion antéouralienne, comme je l'ai déjà signalé [1]. L'Ouralien, dans toute cette région, s'est manifestement déposé sur des terrains très plissés et plus tard fut repris lui-même par la phase himalayenne. Il forme de longs synclinaux (synclinal de Mou-yang, etc.) pincés dans les autres terrains et complètement discordants avec ces derniers; l'importance géographique de ces calcaires est considérable.

J'ai trouvé dans cette région l'entière confirmation des vues que j'ai exposées précédemment sur l'allure du faisceau des plis du Kwang-si. Les axes des plis dirigés Nord-Ouest dans la région tonkinoise Coc-Pan, Dong-van, Yen-minh, et au Kwang-si, s'incurvent peu à peu vers le Nord, puis passent franchement au Nord-Est dans la région de Li-ta et de Kwang-nan-fou, moulant ainsi l'extrémité de l'élément ancien chinois sud-oriental; cette région, d'autre part, est enveloppée extérieurement par l'arc des nappes préyunnanaises tel que je l'ai défini précédemment.

Nulle part on n'observe de terrain plus jeune que l'Ouralien. Le Trias fait totalement défaut ainsi que le Permien lui-même; la puissante érosion due aux mouvements épirogéniques successifs pliocènes, pléistocènes et récents a tout supprimé.

J'ai trouvé dans cette région chinoise la continuation complète des cycles d'érosion que j'ai décrits précédemment. Elle forme un immense plateau, reste de la pénéplaine du cycle de Tsouéi-wéi-chan, atteignant une altitude moyenne de 1400^m, portant des croupes ou des pitons d'allure sénile élevés de 1700^m à 1800^m, d'altitude égale, monotones; ce plateau est entaillé par les jeunes vallées sauvages et extrêmement profondes du haut Song Nho-qué, du haut Song Gam et des affluents du haut Iou-kiang. Je reviendrai sur ces points qui intéressent spécialement la géographie physique.

---

(1) Voir : *La série stratigraphique dans le Nord-Tonkin* (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 254); *Sur l'existence d'un ridement d'âge paléozoïque entre le Yun-nan et le Tonkin* (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 335); *Études géologiques sur la région septentrionale du Haut-Tonkin* (*Mém. Serv. Géol. Indochine*, vol. 4, fasc. 4, 1915, p. 115 et suiv.).

GÉOLOGIE. — *Le substratum du massif volcanique du Mont-Dore, ses zones effondrées et ses vallées prévolcaniques*. Note de M. **Ph. Glangeaud**, présentée par M. Pierre Termier.

Le substratum du massif volcanique du Mont-Dore n'a fait l'objet que de quelques observations de Lecoq et de Michel Lévy. On ne connaissait jusqu'ici aucune de ses *dislocations*, sauf celle de La Bourboule, inexactement indiquée, ni aucune de ses *vallées prévolcaniques*. Ces facteurs ont cependant influé dans une très large mesure sur la *distribution des centres et des produits volcaniques*, sur leur *genèse*, sur la *direction* et la *position des coulées*, des *filons* et par suite sur la *topographie* définitive du massif volcanique.

Le substratum n'apparaît, dans l'intérieur du massif, que dans les vallées, d'origine surtout glaciaire, qui l'entaillent profondément.

I. Dans son ensemble, le relief volcanique recouvre un *grand dôme granitique* d'altitude moyenne de 1100^m, s'étendant principalement au Nord, à l'Est et à l'Ouest, tandis que les *gneiss* affleurent au pourtour (au Sud-Est, au Sud et au Sud-Ouest) et qu'une bande importante de gneiss et de *micaschistes* de direction Nord-Est longe le versant Nord-Ouest.

Au Sud, les terrains archéens (gneiss et gneiss à cordiérite) sont relevés jusqu'à 1200^m et vont se relier à ceux qui forment le substratum du Cézallier dont l'altitude est plus grande (1300^m). Au nord-est du lac Chambon, à Ceyssat, existent de larges lambeaux de schistes variés, de cornes, etc., d'âge indéterminé (cambro-dévonien) pénétrés d'intrusions granitiques. Enfin, à la périphérie Est, Nord et Nord-Ouest et en contre-bas, s'étendent des *argiles sableuses oligocènes* recouvrant indifféremment toutes les formations précédentes et se rattachant aux dépôts du même âge de la Limagne, du bassin d'Olby et de la longue traînée superposée au sillon houiller, Mauriac, Bort, Messeix, Saint-Éloy.

Les coulées de lave sont descendues dans les dépressions oligocènes ou dans les vallées prévolcaniques creusées dans le complexe précédent à 780^m au Nord (environ d'Olby), à moins de 700^m à l'Est (Le Cheix), à 800^m à l'Ouest (Tauves), tandis qu'au Sud, elles se tiennent à une altitude moyenne de près de 1100^m.

II. Toutes les formations prévolcaniques sont découpées par des fractures dont le *dessin général* est le même que celui des régions voisines et se

traduit sous la forme de compartiments différemment effondrés les uns par rapport aux autres.

Les failles du versant oriental du massif, de direction générale Nord-Sud, comme celles de la Limagne, dont elles contribuent à former une partie du cadre, sont d'âge exclusivement miocène, tandis que les fractures du versant occidental et septentrional, de direction générale Nord-Est, Sud-Ouest, sont en connexion avec les dislocations post-hercyniennes de la grande zone carbonifère disloquée du Massif central. Ces dernières failles, d'âge permo-triasique, ont souvent rejoué au Miocène et au Pliocène et ont été transformées parfois en fractures volcaniques.

Voici la succession des compartiments que j'ai observés du Nord-Ouest ou de l'Ouest à l'Est.

1° *Le compartiment archéen effondré*, entre le dôme granitique de Banson et celui du massif du Mont-Dore, dont l'axe est sensiblement jalonné par le cours moyen et inférieur de la Miouse. Ce voussoir est limité à l'Est par les rochers granitiques de Châteauneuf et par les localités de Trador, Rochefort, Saint-Martin et Polagnat. Il comprend le *bassin permien* disloqué de Saint-Sauve, plus étendu qu'on le supposait (7^{km}), car il se prolonge jusqu'à *Laqueuille*. L'Oligocène descend à 700^m d'altitude dans ce compartiment, qui se continue au Sud, au delà de Tauves.

2° *Le compartiment granitique exhaussé*, Murat le Quaire, Banne d'Ordanche, Orcival dans lequel le granite affleure à plus de 1050^m à l'ouest de la Roche Tuilière et à 1040^m au sud-ouest de La Bourboule. L'Oligocène y atteint 950^m à Trador près de Laqueuille, où j'ai découvert un lambeau important de cette formation.

A l'est de ce voussoir, le granite s'effondre brusquement de plus de 300^m en deux échelons, le long de deux failles parallèles Nord-Est, que j'appellerai *failles de la Bourboule*. Ces deux failles distantes de 500^m se traduisent par *deux escarpements* avec miroirs de faille remarquables, contre lesquels butent les cinérites. La plus occidentale de ces failles passe à l'ouest de Fouhet, l'abattoir et se dirige un peu à l'est de Murat le Quaire; la faille orientale que Michel Lévy avait signalée traverse la ville de La Bourboule et laisse en relief la « colline granitique des Fées » au pied de laquelle émergent les célèbres sources arsenicales de La Bourboule (Choussy et Perrière). La lèvre affaissée de cette faille descend à moins de 700^m d'altitude, sous la Dordogne où elle est masquée par 160^m de cinérites, mais elle a été reconnue dans les travaux de la Source Fenestre.

Cette *faille hydrothermale* se prolonge si rigoureusement en direction par le centre éruptif de la Banne d'Ordanche, les six volcans qui avoisinent ce centre au Nord-Est et au Sud-Ouest sont *alignés* si nettement sur son prolongement, *toute la topographie volcanique* de ce territoire s'ordonne si bien (comme je le montrerai ailleurs) autour de cette ligne qu'il me paraît évident de la considérer aussi comme une *fracture volcanique remarquable*, comparable comme amplitude à la grande faille bordière occidentale de la Limagne, également volcanique et hydrothermale.

3° Cette fracture limite à l'Est un *territoire effondré* s'étendant jusqu'au lac de Guéry sur l'emplacement du ruisseau de Guéry, de la vallée de la Dordogne et vraisemblablement jusqu'au Sancy. (Je n'ai pas trouvé traces de la faille Ouest-Est signalée par Michel Lévy.) Les travaux de la source Croizat, près du Mont-Dore, ceux du Mont-Dore même, n'ont pas rencontré le substratum à 860^m et à 900^m de profondeur, tandis que le granite affleure brusquement à 1160^m près du Suquet de Claude et à 1140^m aux Monaux. Au sud de ce dernier point on observe un escarpement de faille de 60^m contre lequel viennent buter des cinérites et des coulées trachytiques, jusqu'ici inconnues.

Il existait donc antérieurement aux éruptions des Monts-Dore sur l'emplacement compris entre la Banne d'Ordanche, le lac de Guéry et le Sancy, dans le grand dôme de granite signalé plus haut, une *dépression* de plus de 100$^{km^2}$, *d'origine tectonique*, accentuée peut-être par l'érosion, culminée par des hauteurs également granitiques :

C'est sur les bords et à l'intérieur de ce territoire, que se trouvent *presque tous les volcans importants du massif;* c'est là qu'eurent lieu les *éruptions les plus anciennes*, là qu'on observe le maximum de *produits de projections* et *de coulées* (plus de 1000^m d'épaisseur); c'est aussi la seule région où l'on constate la *convergence* des *coulées* des quatre centres volcaniques du Mont-Dore (coulées nord du Sancy, coulées sud de la Banne d'Ordanche, coulées sud-ouest de l'Aiguiller, coulées ouest du massif adventif). Toutes les *sources thermales* du Mont-Dore, de La Bourboule, de Chaudefour *émergent* également dans cette *zone de dislocations et de remblayage* volcanique que les glaciers ont singulièrement façonnée.

4° A l'est de ce territoire effondré, le long de la faille des Monaux, se dresse le compartiment principalement granitique surélevé de Montmie, Surain, lac Chambon, recouvert d'une faible épaisseur de produits volcaniques, territoire limité par la *faille de Varennes* que j'ai fait récemment

connaître (¹), à l'est de laquelle s'accumulent sur plus de 200ᵐ les premiers sédiments effondrés de la Limagne constituant.

5° Un nouveau *compartiment* formé uniquement par l'Oligocène, sur lequel allaient s'édifier au Pliocène et au Quaternaire une série de volcans importants (volcans du Saut de la Pucelle, de Maisse, de Jonas, du Tartaret, etc.). Ce bloc oligocène est enfoncé de plus de 200ᵐ entre le compartiment granitique du Chambon et celui de Saint-Nectaire, limité par des failles étudiées par Michel Lévy et M. Giraud (voir Feuille géologique de Clermont-Ferrand).

6° En dehors de ce *compartimentage*, la partie visible du substratum des Monts-Dore présente des vallées *prévolcaniques*, qui furent remblayées par les produits des volcans de cette région. Ces vallées ont été partiellement exhumées par l'érosion torrentielle et glaciaire, et elles offrent aujourd'hui des *versants* presque toujours *dissymétriques* aux points de vue *topographique et géologique*, et chronologiquement différents (vallées de la Couze Pavin entre le Pavin et le Cheix, de la Couze de Montcineyre entre Compains et le Valbeleix, du Taraffet entre Picheraude et Saint-Donat, de la Mortagne, etc.).

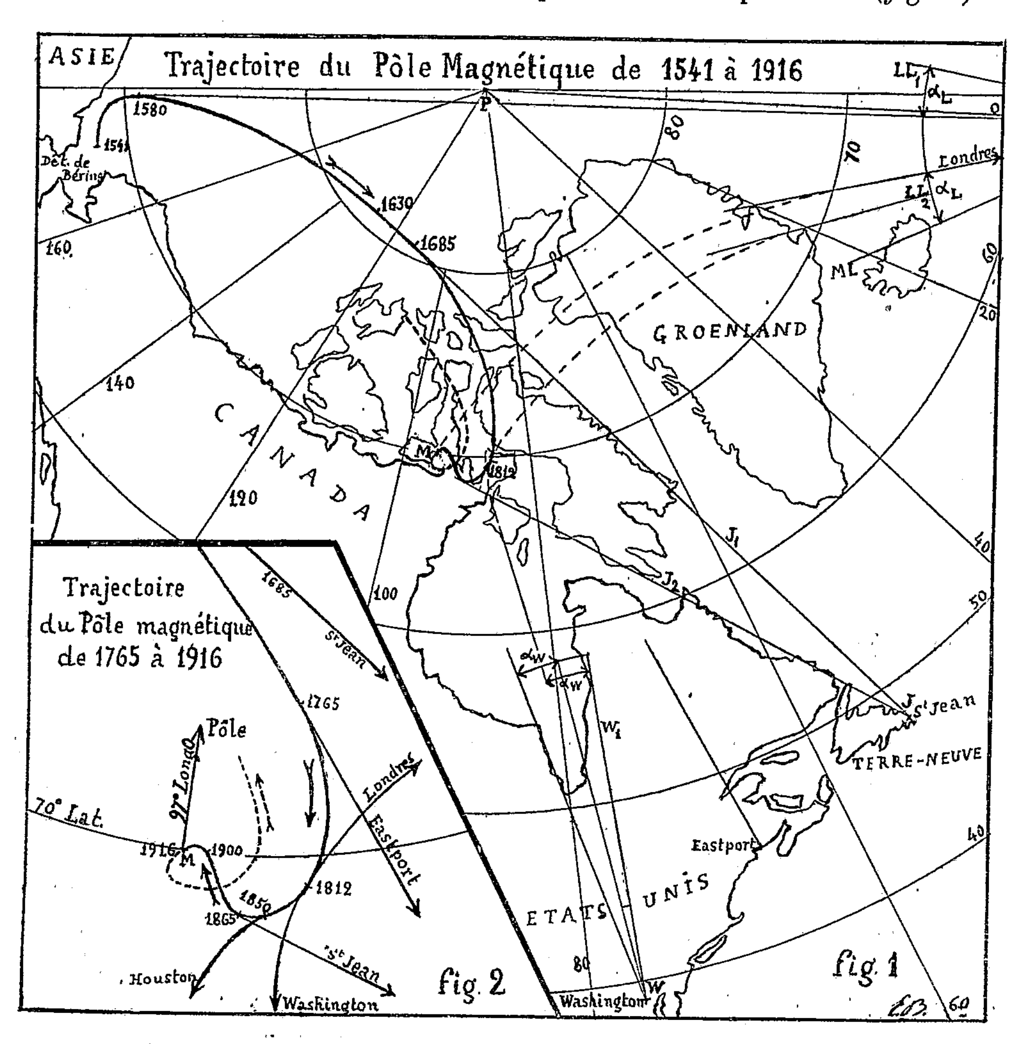
GÉOPHYSIQUE. — *Tracé provisoire de la courbe décrite par le Pôle magnétique boréal depuis* 1541. Note de M. ÉMILE BELOT, présentée par M. Bigourdan.

Le département de Magnétisme terrestre de l'Institut Carnegie vient de publier (²) les courbes donnant la variation séculaire de la déclinaison depuis 1580. Les recherches de M. Camille Flammarion ont permis de trouver la déclinaison à Paris jusqu'en 1541. M. Bauer constate que pour chaque station d'Angleterre et des États-Unis « l'intervalle de temps entre les positions extrêmes du compas pose des problèmes très compliqués », car cet intervalle de plus de deux siècles pour Londres, tombe à 130 ans pour Saint-Jean (Terre-Neuve) et à 50 ans pour Houston (Texas), tandis que le mouvement angulaire annuel, très variable pour chaque station, semble défier toute formule.

(¹) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 257.

(²) L. BAUER, *The work done in the field of terrestrial magnetism*. Washington, 1916.

On peut résoudre ces difficultés apparentes en construisant la *courbe réelle* décrite par le pôle magnétique M au moyen de ses tangentes déduites des courbes de déclinaison. Projetons sur le plan tangent au Pôle Nord P l'Amérique du Nord en conservant l'équidistance des parallèles (*fig.* 1) et



considérons trois stations : Londres, Saint-Jean et Washington. Dans le triangle sphérique rectangle en P formé par le méridien de la station de latitude λ, le méridien perpendiculaire en P et le grand cercle côté de l'angle D, on a

$$\tan d = \cos\lambda \tan D.$$

En portant les ares *d* sur la carte dans une direction normale au méridien de chaque station, on aura avec une approximation suffisante la projection des côtés des angles D. Ainsi LL_1, LL_2 correspondent aux valeurs limites 11° Est et 24° Ouest pour L; JJ_1, JJ_2 aux valeurs limites 13°,5 Ouest et 31,5 Ouest pour J; WW_1 à la valeur limite 5°,5 Ouest pour W. Théoriquement la courbe décrite par le pôle M devrait être comprise dans les angles L_1LL_2, J_1JJ_2 et à l'ouest de WW_1 s'il était vrai que de chaque station on voit le pôle M dans la direction de l'aiguille aimantée. En réalité ces deux directions forment un angle que nous appellerons *anomalie* et qu'on peut mesurer sachant que le pôle M est en 1916 par 70° de latitude et 97° de longitude Ouest (Gr.). On trouve que l'anomalie est sensiblement nulle pour Saint-Jean et orientale pour Londres et Washington, l'aiguille aimanté s'y tenant toujours à l'est de la direction du pôle magnétique. On pouvait prévoir ce résultat en s'appuyant sur la théorie que j'ai exposée dans ma Note du 3 avril 1916 (1), où j'ai rattaché le magnétisme terrestre à une double cause : le ferro-magnétisme dû aux masses fixes de la croûte dont *la teneur en fer est à peu près deux fois plus grande sous les océans que sous les continents* et les courants électriques dus à l'influence solaire qui agissent seuls pour produire la variation séculaire.

Pour Londres et Washington, les océans voisins ont une orientation Sud-Ouest à Nord-Est qui dévie la boussole vers le Nord-Est, tandis qu'autour de Saint-Jean la distribution océanique est symétrique par rapport au méridien. L'anomalie étant nulle en J, la trajectoire du pôle M sera tangente à JJ_1 et JJ_2. Corrigeant pour L et W le tracé L_1LL_2, W_1W des valeurs α des anomalies de ces stations qui ont pour effet de courber les lignes de force issues de ces stations et tangentes à la courbe cherchée, on obtient finalement un tracé provisoire qui tient compte d'ailleurs des autres variations angulaires des courbes de déclinaison.

La figure 2 indique à plus grande échelle la partie de la courbe parcourue depuis 150 ans avec les dates où les écarts maxima se sont produits pour les diverses stations.

On voit que le pôle magnétique ne fait pas le tour du pôle géographique comme on le croyait, mais oscille en 800 ans environ, mais dans la région boréale qui regarde le Pacifique et où, conformément à notre théorie, pré-

---

(1) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 516.

domine la forte attraction magnétique de cet océan. On comprend de suite les faits suivants :

1° La différence d'amplitude des oscillations maxima de la déclinaison qui est près du double à Londres (35°) qu'à Saint-Jean (18°) et qui se réduit pour Houston à 3°.

2° La forme singulière des courbes de déclinaison de Saint-Jean et Sydney (Nouvelle-Écosse) où le maximum Ouest est suivi au bout de 40 ans d'un minimum secondaire Est suivi d'une nouvelle augmentation.

3° La forme des courbes de déclinaison de Washington et d'Eastport ou l'augmentation de D est continue vers l'Ouest, tandis que dans les stations à l'Est (Saint-Jean) et à l'Ouest (Houston) apparaissent des minima et maxima pendant la même période.

Le pôle magnétique paraît décrire actuellement une boucle qui aura pour effet de réduire beaucoup la surface entourée par sa trajectoire : la théorie du potentiel magnétique de Gauss pouvait faire prévoir ce fait. Car elle permet de séparer l'action du magnétisme interne de celle du magnétisme produit par un effet externe; or celui-ci ne peut atteindre plus de 0,01 du magnétisme total.

L'action électromagnétique moyenne agissant pour produire la variation séculaire suivant la courbe figurée est 12 fois plus faible que celle qui résultait de l'hypothèse du pôle magnétique parcourant le parallèle de 70°. Enfin le déplacement du pôle M a bien le caractère d'un mouvement pendulaire se ralentissant aux points extrêmes de son oscillation, car sa vitesse moyenne entre 1580 et 1765 a été d'environ 12^{km} par an, alors que dans les 100 dernières années elle est réduite à 8^{km}, et que la vitesse maxima est en 1630 à la plus courte distance du pôle P.

Il paraît certain que le pôle magnétique Sud doit avoir une oscillation inverse de celle du pôle M, mais réduite dans le rapport de 1,62 à 2,05 qui représentent les intensités magnétiques à ces deux pôles. Ainsi dans un siècle le pôle magnétique Sud pourra traverser la mer de Ross de l'Ouest à l'Est.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur un Stromatopore nouveau du Lusitanien de Cezimbra (Portugal)*. Note de Mlle **Yvonne Dehorne**, présentée par M. H. Douvillé.

La présence d'espèces du genre *Stromatopora* dans les terrains secondaires n'est pas un fait nouveau : en 1903, l'auteur japonais H. Yabe (¹) a décrit, sous le nom de *Stromatopora japonica*, une forme qui se rencontre dans les calcaires de Torinosu (Jurassique supérieur ou Crétacé inférieur); K. Deninger (²), en 1906, a découvert dans les couches bathoniennes de la Sardaigne l'espèce *Stromatopora Tornquisti*, espèce dont G. Osimo (³) a repris la description, en 1910, dans un Mémoire consacré à l'étude des Stromatopores du Jurassique et du Crétacé.

Il m'a été possible de reconnaître des représentants de ce genre dans des échantillons que je dois à l'obligeance de M. Paul Choffat et qui proviennent des calcaires lusitaniens de Cezimbra (Portugal) (⁴).

Ce sont des masses discoïdes ou cylindriques, massives ou digitées, dont la section mesure généralement 4^{cm} de diamètre. Sur les parties altérées, on observe des strates horizontales et certains échantillons présentent une surface hydrorhizale très bien caractérisée par son réseau continu et vermiculé et par de nombreuses astrorhizes. Tous les détails de la structure sont parfaitement visibles à l'œil nu.

Aucune des espèces secondaires du genre *Stromatopora*, jusqu'à présent décrites, ne présente avec autant de netteté tous les caractères propres au genre lui-même : en lames minces, tous les tubes zoïdaux délimités par les piliers radiaux et leurs prolongements sont en effet pourvus de nombreuses cloisons transversales ou *tabulae* (*fig*. 1); les planchers sont peu distincts et les couches concentriques, visibles sur les exemplaires altérés, ne correspondent pas aux *laminae* des Actinostromidés, mais à des périodes de crois-

(¹) H. Yabe, *On a mesozoic Stromatopora* (*Journ. geol. Soc. Tokyo*, vol. 10, n° 123, décembre 1903).

(²) K. Deninger, *Einige neue Tabulaten und Hydrozoen aus mesozoischen Ablagerungen* (*N. Jahrb. f. Min., Geol. u. Pal.*, Bd 1, 1906, p. 61).

(³) G. Osimo, *Alcune nuove Stromatopore giuresi e cretacce della Sardegna e dell' Appennino* (*R. Accad. d. Sc. d. Torino*, 2e série, t. 61, 1910).

(⁴) P. Choffat, *Essai sur la tectonique de la chaîne de l'Arrabida* (*Mém. Comm. d. Serv. géol. d. Port.*, 1908).

sance ou *latilaminae;* la fibre squelettique, épaisse et dense, se détache en jaune brun au milieu de la masse claire de la calcite qui remplit les moindres cavités cœnosarcales.

Les coupes tangentielles montrent des astrorhizes constituées par trois

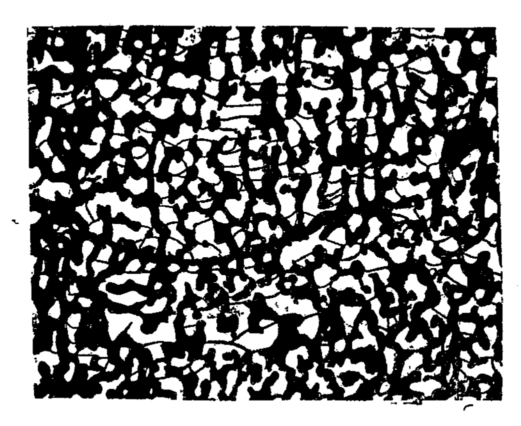


Fig. 1. — Coupe verticale dans un petit échantillon de *Stromatopora Choffati* montrant les nombreuses cloisons transversales ou *tabulae* des cavités cœnosarcales (gr. 8 fois).

à cinq canaux branchus qui rayonnent autour d'un point central et dont les ramifications s'anastomosent avec celles des systèmes voisins ; çà et là



Fig. 2. — Coupe parallèle à la surface et grossie environ 7 fois; le centre de la coupe coïncide avec un centre astrorhizal.

une mince cloison transversale unit une fibre à l'autre et coupe toute la largeur des canaux (*fig.* 2).

Par l'abondance de ces cloisons transversales ou *tabulae* et grâce au

grand développement des systèmes astrorhizaux, cette forme mésozoïque se rapproche étroitement des espèces paléozoïques décrites par Nicholson [1] sous le nom de *Stromatopora discoidea* (Silurien) et de *Stromatopora florigera* (Dévonien moyen), mais la fibre du squelette est plus épaisse dans la première espèce et les astrorhizes sont de moindre taille dans la seconde.

Je n'ai trouvé, avec les formes secondaires découvertes jusqu'à ce jour, que des ressemblances beaucoup moindres, soit que l'état de conservation des fossiles décrits laissât à désirer, soit que les auteurs ne se fussent pas attachés à donner des représentations d'une précision suffisante.

Je propose de donner à la forme que je viens de décrire et de figurer le nom de *Stromatopora Choffati*.

Les nombreux échantillons qui m'ont été fournis par M. P. Choffat sont dans un parfait état de conservation; ils ont été recueillis dans les couches à *Nerinea Elsgaudiae*, niveau marin intercalé entre deux horizons saumâtres, à la limite du Lusitanien et du Ptérocérien [2].

BOTANIQUE. — *Germination des graines de* Lepidium sativum *dans les solutions d'électrolytes.* Note de M. **Pierre Lesage**, présentée par M. Gaston Bonnier.

J'ai remarqué que, dans les solutions diluées de plusieurs sels, chlorures, nitrates, sulfates de Na, K, AzH^4, les graines de *Lepidium sativum* germent encore jusqu'à une certaine limite de concentration qui est voisine de $0^{mol},40$ au litre et j'ai dit, dans une Note récente [3], que cela indiquerait que la force osmotique de ces solutions joue un rôle important dans cette germination. Alors je n'envisageais pas le mode de dissociation qui se produit dans ces solutions diluées. Depuis, de nouveaux essais m'ont donné des résultats qui, en tenant compte de la dissociation, sembleraient ramener encore à cette idée du rôle important de la force osmo-

---

(1) H.-A. Nicholson, *A monograph of the british Stromatoporoids* (*The palæont. Society*, 1886-1892).

(2) P. Choffat, *loc. cit.*, p. 23-27.

(3) Pierre Lesage, *Essais des graines de* Lepidium sativum *dans des conditions très diverses* (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 486).

tique dans la germination, au moins à ses débuts, sur ces solutions salines.

Supposons, par hypothèse, que cette force osmotique intervienne seule effectivement, au moins au début de la germination; les graines commenceront à germer dans les solutions de moins en moins diluées jusqu'à une certaine limite à laquelle ces solutions seront isotoniques quel que soit le sel et la force osmotique commune pourra s'exprimer par $M \times 22$, en appelant M le même nombre de molécules-grammes ou la même fraction de molécule-gramme activement osmotique; et 22 représentant, en atmosphères, la force osmotique corrrespondant à une molécule-gramme par litre.

J'ai mis des graines à germer dans de minces couches de solutions disposées en séries suffisamment larges, de chlorure de sodium et de glycérine, et j'ai trouvé ainsi des limites de germination que j'exprime par m pour la glycérine et par n pour le NaCl, m et n représentant la fraction de molécule-gramme de ces corps dissous dans un litre.

S'il n'y avait pas de dissociation et si la germination ne tenait qu'à la force osmotique, nous devrions avoir

$$m \times 22 = n \times 22 \qquad \text{et} \qquad m = n.$$

Or l'expérience donne assez sensiblement $m = 2n$.

Mais la glycérine est non électrolyte, non dissociable et le NaCl est électrolyte et dissociable; la force osmotique de la glycérine peut s'exprimer par $m \times 22$, celle du chlorure de sodium est différente de $n \times 22$. Pour apprécier cette dernière, appelons q la quantité dissociée en ions Na et en ions Cl; les valeurs qui interviennent osmotiquement sont :

$$[n - q] + q + q = n + q.$$

D'autre part, on dit que la dissociation du NaCl est très grande, presque totale; imaginons-la totale, alors $q = n$. Dans ces conditions, les valeurs qui interviennent osmotiquement, pour NaCl, ne sont plus $n \times 22$; mais $2n \times 22$ et l'isotonie exprimée par $2n \times 22 = m \times 22$, d'où $m = 2n$ correspond bien au résultat de l'expérience et montre que les débuts de la germination sont sous la dépendance immédiate de la force osmotique des solutions quel que soit le corps dissous.

Avec les sels précédemment indiqués il y aurait lieu de tenir compte de la dissociation en 2 ions des chlorures et nitrates, différente de celle des

sulfates qui se dissocient en 3 ions. Il y aurait surtout à bien préciser les limites de germination. Ce sera fait et tout porte à croire que les nouveaux résultats ne démentiront pas les premiers. En effet, des expériences en cours me font supposer fortement que, si nous représentons en fraction de molécule-gramme les quantités de sel dissoutes au litre, nous aurons pour les solutions-limites de germination les valeurs suivantes : a pour NaCl, b pour KCl et c pour K^4FeCy^6, telles que $a\left(\frac{21}{48}\right)$ est un peu plus petit que $b\left(\frac{24 \text{ à } 27}{48}\right)$, et que $c\left(\frac{10}{48}\right)$ est assez sensiblement voisin de $\left(\frac{2 \times b}{5}\right)$, ce qui correspond bien à ce que l'on sait de ces sels : les chlorures se dissocient en 2 ions, le NaCl en plus grande quantité que le KCl, et le ferrocyanure de potassium se dissocie en 5 ions.

Je dois dire que, dans les mêmes expériences en cours, j'utilise comme non électrolytes l'alcool éthylique, la glycérine et le sucre, et que les solutions de ces corps ne me donnent pas la même satisfaction, pour le moment du moins; mais ces expériences ne sont pas terminées et elles seront reprises.

Maintenant, au point de vue pratique, quel intérêt s'attache à ces germinations? D'abord celui que présentent toujours des faits nouveaux; ensuite, celui qui permet d'envisager les graines de *Lepidium sativum* comme utilisables dans la vérification de quelques cas discutables de dissociation, dans l'appréciation du degré de dissociation ou de la force osmotique de certaines liqueurs. Ces graines sont plus maniables, plus faciles à observer que des cellules isolées ou des tissus étudiés au microscope. Cela amène encore à penser que d'autres graines pourraient peut-être s'utiliser de la même manière, et invite à d'autres recherches dans cette voie.

HYGIÈNE. — *Sur un nouveau dispositif de filtration rapide des eaux alimentaires, après leur épuration par le procédé Lambert-Laurent*. Note [1] de MM. C. **Galaine** et C. **Houlbert**, présentée par M. Edmond Perrier.

L'épuration des eaux suspectes, sous l'action oxydante du permanganate de potassium en léger excès, par le procédé Lambert-Laurent tend, semble-t-il, à devenir de pratique courante aussi bien dans l'armée que

---

[1] Séance du 2 janvier 1917.

dans l'alimentation civile. Ce procédé ne présente qu'un seul inconvénient : pour hâter le dépôt brun de bioxyde de manganèse en suspension, on pratique une sorte d'encollage en ajoutant au liquide une proportion déterminée d'alun et de carbonate de sodium ; le précipité gélatineux qui se forme tend à entraîner la poudre d'oxyde brun au fond du vase ; mais ce dépôt, ne se faisant que très lentement, il en résulte que, si l'on veut utiliser rapidement l'eau épurée, *il faut la filtrer*.

Bien des systèmes de filtres ont été proposés, depuis les plus simples jusqu'aux plus compliqués et les plus coûteux ; nous n'en voulons critiquer aucun. Nous désirons seulement faire remarquer que, dans tous les appareils utilisés jusqu'ici, l'eau, épurée dans un récipient clos, *coule sur un filtre placé au dehors* et est ensuite recueillie dans un *réservoir de distribution*.

Nous savons bien qu'il s'agit, non pas d'arrêter des *germes microbiens*, mais d'une simple filtration ; néanmoins, il faut éviter le plus possible que le liquide se trouve en contact avec l'air extérieur, ou soit exposé à être contaminé par les mains d'expérimentateurs négligents. Ces conditions ne sont jamais réalisées dans les appareils actuels, même les plus récents, c'est pourquoi nous avons pensé qu'il était utile de faire connaître le dispositif suivant, que nous avons imaginé et qui, tout *en assurant le débit rapide* du liquide épuré, réalise en même temps *la stérilisation permanente* et, en quelque sorte, *automatique* de l'appareil filtrant.

En principe, notre procédé consiste à placer le filtre *non plus à l'extérieur du liquide* à épurer, *mais à l'intérieur;* de cette façon le filtre reste lui-même indéfiniment aseptisé.

Le récipient est quelconque. S'il s'agit d'une barrique, par exemple, notre filtre se fixe à l'intérieur, à l'aide du robinet d'écoulement, *avec lequel il fait corps;* il se compose d'un cylindre en toile métallique enveloppé d'un épais manchon de molleton ou d'un matelas d'ouate hydrophile recouvert de gaze ; les dimensions du cylindre, supportant le manchon filtrant, seront calculées d'après le débit qu'on veut obtenir.

Lorsque le manchon filtrant est ainsi fixé d'une façon étanche sur le robinet, dans l'ouverture disposée à cet effet, l'eau à épurer est à son tour introduite dans le récipient, par une ouverture supérieure ; on ajoute alors les substances épurantes dans les proportions voulues (¹).

Pour faire fonctionner le filtre placé *à l'intérieur de l'eau à épurer*, il suffit

(¹) Voir la *Notice officielle* du Service de Santé en date du 20 mars 1915.

d'ouvrir le robinet d'écoulement et de régler le débit; le liquide passe doucement, *sans agitation*, à travers la paroi du filtre; le précipité gélatineux d'alumine hydratée, ne pouvant traverser le manchon, se trouve arrêté à l'extérieur; l'eau coule absolument limpide, le plus souvent à plein robinet, de sorte qu'on peut la recueillir directement et *supprimer le réservoir de distribution*. L'eau filtrée ne se trouve pas deux fois en contact avec l'air extérieur, comme dans les procédés actuellement en usage; le filtre lui-même, *toujours protégé à l'intérieur du liquide*, est à l'abri de toute contamination possible.

Le débit du filtre dépend, comme nous l'avons dit, de la surface filtrante; mais, comme la quantité de précipité à arrêter est relativement faible (elle ne dépasse pas 3^g à 4^g par hectolitre), le filtre peut fonctionner très longtemps. Lorsque son débit se ralentit et qu'il commence à s'encrasser, on profite d'un moment où le récipient d'épuration est vide, soit pour le nettoyer, soit pour le remplacer. Notre filtre, en résumé, fonctionne comme la bougie Chamberland; l'eau pénètre *du dehors à l'intérieur* en traversant la paroi filtrante.

La simplification réalisée par l'appareil que nous venons de décrire (*suppression du filtre extérieur et du réservoir de distribution*) permet d'employer notre dispositif filtrant dans les conditions les plus variées.

Une barrique ordinaire, nettoyée conformément aux prescriptions du Service de Santé, munie d'un robinet-filtre, peut, en effet, être installée partout à demeure, ou transportée sur un petit chariot, qui permettra de distribuer l'eau potable à une foule de groupements sur le front.

Une bonbonne en verre, d'environ 60^l, plus facile à nettoyer que la barrique en bois, pourra aussi être munie d'un filtre avec robinet-siphon et être employée dans les mêmes conditions; un entonnoir à longue tige, fixé dans le bouchon, permettra de remplir la bonbonne et d'amorcer le siphon-robinet; les solutions de stérilisation seront aussi introduites par l'entonnoir; après 30 minutes de contact, en ouvrant le robinet, l'eau s'écoule parfaitement stérile et incolore.

Les appareils que nous venons de décrire peuvent être installés partout, à peu de frais, et sans la moindre difficulté : dans les hôpitaux, dans les casernes, dans les campements, dans les établissements d'instruction, dans les ateliers et même dans les ménages, où la question de l'eau potable représente souvent un problème difficile à solutionner.

Il est certainement très remarquable de voir qu'un simple manchon

d'ouate hydrophile ou de molleton, dont les parois présentent une porosité considérable, puisse arrêter les particules extrêmement ténues du précipité gélatineux d'alumine hydratée. Il se produit certainement ici, *au sein d'un liquide au repos*, des phénomènes d'adhérence et de capillarité qu'il serait intéressant d'étudier plus complètement. Nous avons l'intention de revenir sur ces faits dans un travail plus étendu et plus complet.

En résumé, notre manchon-filtre réalise les améliorations suivantes :

1° Débit rapide et avec le maximum de limpidité du liquide filtré;
2° Protection de l'appareil filtrant à l'intérieur du liquide stérilisé;
3° Organisation simple et peu coûteuse des appareils d'épuration dans les conditions les plus variées.

BACTÉRIOLOGIE. — *Recherche des bacilles typhiques et paratyphiques dans les selles et les eaux.* Note [1] de MM. **F. Dienert** et **G. Mathieu**, transmise par M. Roux.

Depuis l'époque où Lœffler a signalé que le vert malachite favorisait le développement du bacille typhique et empêchait celui du colibacille, de nombreux bactériologistes ont employé ce dérivé du triphénylméthane dans la recherche du bacille typhique avec des résultats très divers, tenant, nous le pensons, à la pureté très variable de divers verts malachites vendus dans le commerce.

A la suite d'une étude systématique de l'action du vert malachite en poudre de Grübler sur de nombreuses souches [2] de bacilles typhiques, paratyphiques, et sur le *B. coli* retirés du sang ou des selles des malades, ou des eaux, études que nous publierons ultérieurement en détail, nous avons constaté qu'en ensemençant sur de l'eau peptonée, additionnée de doses variables de vert malachite, le colibacille se développe lentement pendant les premières 24 heures et ne supporte généralement pas une dose de $\frac{1}{8000}$ de vert malachite.

Le bacille d'Eberth se multiplie plus rapidement dans les solutions plus riches en vert malachite ($\frac{1}{5000}$ à $\frac{1}{2000}$) sauf les souches cultivées depuis long-

[1] Séance du 2 janvier 1917.
[2] Nous avons étudié 20 souches de bacilles d'Eberth, 10 souches de para A, 8 souches de para B et 13 souches de *B. coli*.

temps au laboratoire qui semblent aussi sensibles au vert malachite que le *B. coli*.

Le para A se développe mieux que le bacille d'Eberth; quant au para B, il semble que le vert malachite constitue pour lui un véritable milieu d'élection. En 24 heures l'eau peptonée contenant $\frac{1}{2600}$ de vert malachite est totalement décolorée par le para B.

En employant l'eau peptonée contenant des doses variables de vert malachite et en partant de cette culture sur plaque d'Endo et sur gélose-lactose tournesolée, on arrive à isoler des selles ou de l'eau les paratyphiques B et A ou des bacilles d'Eberth, et, résultat intéressant, quelquefois les deux germes dans une même selle, tandis que, par hémoculture, on n'obtient que l'un de ces germes.

Voici la méthode qui nous a réussi :

Pour les selles. — A. Prélever des selles et les délayer dans une petite quantité d'eau physiologique stérile.

B. Ensemencer une goutte de cette dilution dans deux tubes contenant de l'eau peptonée, additionnée l'un de $\frac{1}{8000}$ de vert malachite et l'autre de $\frac{1}{4000}$ de ce colorant; mettre à l'étuve à 36°.

C. Pendant la journée, toutes les quatre heures, et cela durant deux jours, prélever une petite dose et faire un étalement sur milieu d'Endo et sur gélose-lactose tournesolée; on doit examiner les colonies qui virent et celles qui ne virent pas au rouge. Parmi les premières il existe des germes intéressants, différant du *B. coli*.

Pour les eaux. — A 50^{cm^3} d'eau peptonée à $\frac{1}{8000}$ et à $\frac{1}{4000}$ de vert malachite on ajoute 50^{cm^3} d'eau à analyser ou 50^{cm^3} d'eau de lavage d'une bougie Chamberland collodionnée sur laquelle on a titré un certain volume d'eau suspecte à analyser pour concentrer les germes. On met à l'étuve à 36° et l'on opère ensuite les ensemencements sur les boîtes d'Endo et sur gélose-lactose tournesolée comme pour les selles.

Nous avons recherché les bacilles d'Eberth et les para A et B des selles de malades pour lesquels nous avions eu des hémocultures positives.

A. Malade depuis 17 jours. Isolement de nombreuses colonies du bacille d'Eberth et de rares colonies de *B. coli*.

B. Vacciné contre le bacille d'Eberth et les para, 5 semaines auparavant; malade depuis le 5 décembre. On isole le para A des selles à l'état pur le 21 décembre.

C. Malade depuis le 5 décembre; on isole le 23 décembre le para A des selles, avec quelques rares *B. coli* et le para B. On n'avait trouvé que le para A à l'hémoculture.

D. Malade depuis le 22 octobre. Rechute. Hémoculture positive de bacille d'Eberth le 5 décembre. Très nombreux para B dans les selles du 21 décembre.

Recherches dans l'eau de Seine. — On isole de deux prélèvements faits à quelques jours d'intervalle :

Germe I. — Ayant les caractères du para A.

Germe II. — Bacille mobile ayant les caractères du *B. coli*, ne donne pas d'indol et noircit la gélose au plomb. Ce germe a été retrouvé dans une selle contenant le para B.

Germe III. — Un bacille mobile agglutinant au $\frac{1}{100}$ le sérum para B, paraissant voisin de bacilles Entéritidés.

Conclusions. — Tous les verts malachites du commerce ne sont pas également convenables pour la recherche des germes du genre Eberth.

Au préalable, il faut essayer ce colorant en ensemençant le para B dans de l'eau peptonée contenant $\frac{1}{3000}$ de vert malachite.

Le vert malachite est convenable quand le para B se développe et décolore le milieu en 24 heures.

En opérant comme nous venons de l'indiquer, nous avons toujours retrouvé les germes d'Eberth et de para dans les selles des malades chez lesquels l'hémoculture était positive. Tandis que l'hémoculture ne donnait qu'un seul germe, l'enrichissement par le vert malachite des selles de malades nous a donné une fois un mélange de para A et de para B.

La présence des paratyphiques dans l'eau de Seine est facile à démontrer par ce procédé, qui nous paraît digne d'une certaine vulgarisation.

A 15 heures trois quarts l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES D'OCTOBRE 1916 (*suite et fin*).

Canada. Ministère des Mines. Division des Mines. N° 223 : *L'exploitetion filonienne au Yukon; une investigatiôn des gisements de quartz dans la division de Klondike*, par H. A. MAC LEAN. — N° 280 : *Rapport sur les pierres de construction et d'ornement du Canada*, vol. II, *Provinces maritimes*, par WM-A. PARKS. — N° 308 : *Recherches sur les charbons du Canada au point de vue de leurs qualités économiques* (en 6 volumes), par J.-B. PORTER et R.-J. DURLEY, vol. IV. — N° 310 : Recherches sur le cobalt et ses alliages, faites à l'Université Queens, Kingston, Ontario, deuxième partie : *Les propriétès physiques du cobalt métallique*, par H.-L. KALMUS et C. HARPER. — N° 384 : *Annual report on the mineral production of Canada, during the calendar year* 1914, by JOHN MC LEISH. Ottawa, Imprimerie du gouvernement, 1915 et 1916; 5 vol. in-8°.

Canada. Department of Mines. Geological Survey. N° 1591; memoir 83; n° 70, geological series : *Upper ordovicians formations in Ontario and Quebec*, by A.-F. FOERSTE. Ottawa, Government Printing Bureau, 1916; 1 vol. in-8°.

Canada. Department of the Interior. Publications of the Dominion Observatory; vol. III, n° 6 : *Precise Levelling*; n° 7 : *Orbit of the spectroscopic binary* 14 *Aurigae*. Ottawa, Government Printing Bureau, 1916; 2 fasc. in-4°.

Canada. Department of marine and fisheries. *Report of the meteorological Service of Canada for the year ended december* 31, 1913, by R. F. STUPART. Ottawa, J. de L. Taché, 1916; 1 vol. in-4°.

Results of meteorological Observations in the five years 1911-1915, *also of underground temperatures in the twelve years* 1898-1910, *made at the* RADCLIFFE OBSERVATORY, vol. LI. Oxford, Humphrey Milford, 1916; 1 vol. in-8°.

The nautical Almanac and astronomical ephemeris for the year 1919, *for the meridian of the royal Observatory at Greenwich*, published by order of the Lords commisioners of the Admiralty. Edinburgh, Neill, 1916; 1 vol. in-8°.

Transactions of the Royal Society of Edinburgh, vol. L, part IV, session 1913-1914. Edinburgh, Robert Grant, 1916; 1 vol. in-4°.

Comunicações da Comissão do Servico géológico de Portugal, t. XI, 1915-1916. Lisboa, Serviço géológico, 1916; 1 vol. in-8°.

Venezia. Ufficio idrografico del R. Magistrato alle acque. *Norme ed istruzioni per il servizio meteorologico*, et *Catalogo alphabetico della biblioteca, della lettera* A *alla lettera* C *compresa*. Venezia, Carlo Ferrari, 1916; 1 fasc. in-8° et 1 fasc. 27 × 37.

Mi aportacion clinica : la vitalizacion, kayovarterapia y fixoterapia como tres nuevos procedimientos del eubiotonogenismo, por CIRIACO YRIGOYEN. San Sebastian, Tipografia Editorial Guipuzcoana, 1916; 1 vol. in-8°.

La cuadratura del circulo y de la eliptica, por INOCENCIO ANDION. La Paz, Rafael Carranza Pinto, 1916; 1 fasc. in-4°.

Year Book of the Michigan College of Mines 1915-1916; *announcement of courses for* 1916-1917. Houghton, Michigan, 1916; 1 vol. in-16.

Annual report of the Peabody Institute for the fiscal year ending may 31, 1916. Baltimore, Franklin, 1916; 1 fasc.

ERRATA.

(Séance du 11 décembre 1916.)

Note de M. *E. Ariès*, Sur la détermination de l'énergie libre par l'équation d'état de Clausius :

Page 738, lignes 5-6, la seconde formule doit être $-\Phi = c\mathrm{T}\log \mathrm{AT} - c\mathrm{T} - \mathrm{B}$.

(Séance du 26 décembre 1916.)

Note de M. *E. Ariès*, Sur une forme de la fonction de la température dans l'équation d'état de Clausius :

Page 964, lignes 2-3 en remontant, la première formule doit être $\mathrm{K} = \frac{27 \mathrm{R}^2 \mathrm{T}_c^{n+2}}{64 \mathrm{P}_c}$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 15 JANVIER 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Les premières sociétés scientifiques de Paris au* XVII[e] *siècle. — Les réunions du P. Mersenne et l'Académie de Montmor.* Note (¹) de M. G. **Bigourdan.**

Les historiens de l'Académie des Sciences, parlant des origines de cette Société, ne nous ont laissé que de vagues indications sur les réunions qui l'avaient précédée.

Duhamel (²), qui écrivait en 1698, les fait remonter à plus de 50 ans, c'est-à-dire avant 1648; et Fontenelle (³) parle à peu près de même. Pingré (*Ann. cél.*, p. 128), après Weidler, les fait commencer en 1638 et Piobert (⁴) en 1635; c'est cette dernière date qui doit être acceptée, d'après Mersenne lui-même. En effet, après avoir annoncé à Peiresc (P. — C_2, XIX, 101, 106, 116), le 2 et le 24 août 1634, la création de l'Académie française, puis celle d'une « Academie, ou Compagnie de Musiciens », il lui écrivait de Paris, le 23 mai suivant :

> L'on m'a asseuré que nous aurons icy M[r] Gassendi au commencement de juin dont je me resjouis. Il verra la plus noble academie du monde qui se fait depuis peu en ceste ville dont il sera sans doute, car elle est toute mathématique.

Un peu plus tard, comme Peiresc s'était informé des noms des membres,

---

(¹) Séance du 8 janvier 1917.

(²) J.-B. du Hamel, *Regiæ scientiarum academiæ Historia*, 1698, p. 7.

(³) *Anciens Mém.*, t. 1, p. 3.

(⁴) *Relations des savants entre eux avant la création de l'Académie des Sciences en* 1666 (*Comptes rendus*, t. 54, 1862, p. 703).

Mersenne (p. 138) cite les suivants : président Pascal, Mydorge, Cl. Hardy, Roberval, Desargues, l'abbé Chambon, et « quelques autres » que malheureusement il nous laisse à deviner.

Duhamel ajoute les noms de Gassendi, Descartes, Hobbes, Bl. Pascal et Blondel. Baillet cite également Auzout, qui devait être fort jeune.

Nous ne trouvons pas ici une organisation bien arrêtée, comme pour les Conférences du Bureau d'Adresse, car les lieux de réunion n'étaient pas fixes et les comptes rendus font défaut; quant aux règles d'admission des membres nous les ignorons, ainsi que ce qui regarde les matières sur lesquelles pouvaient porter les discussions.

Le plus souvent, semble-t-il, les réunions se tenaient aux Minimes, près de la place Royale, chez le P. Mersenne; mais on cite beaucoup d'autres centres de réunion.

Piobert (p. 704) dit que des séances avaient lieu chez le président Pascal avant 1638, époque où il dut quitter Paris; et de Marolles donne, sans date, quelques détails sur celles qui se tenaient d'abord chez le Pailleur, puis chez Louis Chantereau le Febvre.

Il y avoit, dit-il (1), tous les Mardis une espece d'Académie chez M. le Febvre, pour conférer principalement de ces choses-là [de chronologie], comme chez feu M. le Pailleur, il y en avoit une autre tous les Samedis, pour parler des Mathématiques, où j'ai vu Messieurs Gassendi, Bouillaud, Pascal, Roberval, Desargues, Carcavi, et autres (2) illustres en cette Science, qui maintenoient tous que la Sphère de Copernic, qui met le Soleil au centre de notre Monde, est beaucoup plus juste et plus aisée à soutenir que non pas l'ancienne....

Baillet (II, 344, 345), de son côté, nous dit qu'en 1648, lors de la présence de Descartes à Paris, les mathématiciens de la ville s'assemblaient souvent chez l'abbé Picot, ou même chez des personnes de marque qu'il n'indique pas; c'est dans une de ces dernières réunions que « M. de Roberval entreprit de pousser entièrement M. Descartes à bout sur tous les points de sa Physique ausquels il étoit contraire ».

D'après un manuscrit de J.-N. Delisle (*Observatoire*, archives, A 1, 7, 56) il se tenait aussi, chez la comtesse d'Auxy, des réunions où Pagan (3)

(1) *Mémoires*, II, 116. Voir aussi II, 221.

(2) Les biographes nous font connaître, comme ayant également assisté aux réunions de Chantereau le Febre, *J. de Launoy*, docteur en théologie, de la maison de Navarre.

(3) *Blaise François*, comte de PAGAN (Avignon, 1604 mars 3 — Paris, 1665 nov. 18), ingénieur militaire qui eut Vauban comme élève, appartenait à une famille originaire de Naples. Il était, par sa mère, proche parent du connétable de Luynes qui le pro-

prononça une harangue en 1638; et plus tard la maison de cet ingénieur devint, de son côté, « une sorte d'Académie ».

La mort du P. Mersenne (1648) et les troubles de la Fronde, survenus en même temps, paraissent avoir suspendu ces réunions savantes.

En 1657 elles reprirent (¹) en se perfectionnant, sous les auspices d'un des mécènes de l'époque, H.-L. Habert de Montmor (²), qui était depuis longtemps le protecteur des gens de lettres.

L'expérience du passé fit sentir, sans doute, le besoin d'un règlement qui nous a été conservé par Sorbière (³), et au sujet duquel il écrit de Paris à Hobbes le 1er février 1658 (⁴) :

Ie vous ay dit en mes Lettres precedentes, que Monsieur de Montmor m'ayant fait l'honneur de me communiquer le dessein qu'il avoit de recevoir chez luy un certain nombre de personnes choisies pour s'entretenir de Questions naturelles, ou d'expe-

---

tégea, et il reçut une éducation toute militaire. Entré au service à 12 ans, à partir de 1620 il prit part à un grand nombre de sièges et eut un œil enlevé d'un coup de mousquet à celui de Montauban (1621).

Il continua cependant de servir, se distingua dans diverses campagnes et était désigné, en 1642, pour aller en Portugal, quand une maladie lui fit perdre l'autre œil.

Il se remit à l'étude des mathématiques, publia un *Traité de fortification*, etc., puis une *Théorie des planètes* (1657), des *Tables astronomiques* (1658, 1681), avec des méthodes pour trouver la longitude sur terre et sur mer, et enfin une *Astrologie naturelle* (1659), car il donnait dans les travers de l'époque.

(¹) Du temps de Gassendi il dut y avoir des réunions chez de Montmor, mais accidentelles sans doute. Voir Marolles, *Mém.*, II, 114.

(²) Henri-Louis Habert, seigneur de Montmor, dont la date de naissance ne nous est pas connue, était maître des requêtes et devint doyen de ce corps. Dès l'origine (1635) il fut membre de l'Académie française. Sous le titre de *De rerum Natura* il avait fait un poëme latin, demeuré inédit, exposant les Principes de Descartes, et dont un flatteur disait que « les pensées de M. Descartes y étoient plus aisées à entendre que dans les écrits de leur Auteur ».

Il avait offert à ce philosophe « avec beaucoup d'instance l'usage entier d'une maison de campagne de trois à quatre mille livres de rente », située au Mesnil-Saint-Denis. Descartes n'ayant pas accepté, de Montmor fit une offre analogue à Gassendi qui mourut en effet chez lui, et dont il fit imprimer les Œuvres, en 6 vol. in-f°. Il mourut lui-même en 1679. Il avait un cabinet de curiosités, composé surtout de ciselures, dit Marolles (III, 219). Son hôtel, véritable berceau de l'Académie des Sciences, se trouvait rue du Temple, en face la rue de Braque, où l'on voit encore son entrée.

(³) *Lettres et Discours de M. de Sorbière. Sur diverses matières curieuses.* Paris, 1660, in-4°, p. 631.

(⁴) La correspondance de Sorbière, toute préparée pour l'impression et mise en latin, se trouve à la Bibliothèque Nationale, manuscrits, fonds latin.

riences et de belles inventions; il me donna charge de faire un project de la maniere en laquelle on pourroit former des Conferences, qui tournassent à l'utilité publique, aussi bien qu'au divertissement de ceux qui y entreroient. Je dressay avec Monsieur du Prat quelques Articles, qui furent presentés à la premiere Assemblée qui se trouva formée de bon nombre de personnes curieuses. Ils y furent examinés, avec quelque contestation de la part de ceux qui ne vouloient pas escrire. Je vous les envoye, puis que vous me les demandés; et je seray bien aise qu'ils soient veus de tout le monde: pour ce qu'ils tesmoigneront nostre bonne intention, et qu'ils ne seront peut estre pas inutiles à ceux qui voudront s'appliquer aux mesmes recherches que nous nous sommes proposées. Le siecle de fer ne durera pas tousiours; la Paix reviendra à son tour visiter la Terre.... Quand je vous auray nommé une partie de ceux qui composent notre Assemblée, vous m'advouërés qu'il seroit mal aisé d'en composer ailleurs une pareille, encore qu'on la choisist parmi tout ce qu'il y a de curieux hors de Paris, et peut estre hors de ce Royaume....

Voici les neuf articles de ce règlement:

Art. I. *Que le but des Conferences ne sera point le vain exercice de l'esprit à des subtilités inutiles; mais qu'on se proposera tousiours la plus claire cognoissance des œuvres de Dieu, et l'advancement des commodités de la vie, dans les Arts et les Sciences qui servent à les mieux establir.*

II. *Que celuy qui preside establira, de l'advis de la Compagnie, la question pour la conference prochaine, et priera nommement deux personnes qu'il en jugera des mieux informées de rapporter leur sentiment, laissant aux autres la liberté d'en dire leurs pensées.*

III. *Que ces advis seront leus et donnés par escrit, en termes courts et pleins de raisonnement, sans aucune amplification ni authorités.*

IV. *Qu'ils seront leus sans interruption; les deux personnes choisies ayant les premières produit les leurs.*

V. *Qu'après toutes les lectures chacun dira par ordre, et en peu de mots, les obiections ou les confirmations sur ce qui aura esté leu. Et qu'après la responce, on n'insistera pas davantage, sans la permission particulière de celuy qui preside.*

VI. *Que l'on pourra envoyer son advis sur la question proposée, quand on ne pourra pas venir en personne.*

VII. *Que l'Assemblée priera ceux qui en ont occasion, d'entretenir correspondance avec les sçavans de France et des pays estrangers; afin d'apprendre d'eux ce qui se prepare, ou ce qui est desia publié, ou decouvert dans les Arts et les sciences; de quoy l'Assemblée sera informée en se separant.*

VIII. *Que l'Assemblée estant formée, on n'y admettra plus personne qui ne le demande, et par le consentement des deux tiers de la compagnie presente, lors qu'on en fera la proposition.*

IX. *Qu'on n'admettra point d'autres que les Membres de l'Assemblée dans le lieu de la Conference, qui sera toute composée de personnes curieuses des choses naturelles, de la Medecine, des Mathematiques, des Arts liberaux, et des Mechaniques; si ce n'est qu'auparavant on ait demandé permission d'y amener quelque homme de merite.*

Certains de ces articles, et notamment le second, se sont évidemment inspirés de ce qui avait eu lieu aux Conférences du Bureau d'adresse.

Voici le jugement que Sorbière portait sur les résultats acquis, le 14 février 1659 (p. 145) :

...il y a bien de la vanité en tout ce à quoy les hommes s'occupēt, et en tout ce qu'ils établissent le mieux par leurs raisonnemens. Je m'en rapporte à une Assemblée où l'on cherche depuis deux ans quelques principes generaux sur lesquels on puisse raisonner de concert sur les choses naturelles, dequoy on ne sçauroit venir à bout : De sorte que sur les plus ordinaires questions, et sur les plus sensibles matières, il y a de continuels dissentimens; et toûjours il se trouve une douzaine d'anges destructeurs, qui abbattent en un moment les travaux qu'un beau génie aura faits avec bien du temps et de la peine.

Les noms de la plupart des membres de cette compagnie nous sont inconnus (1), ainsi que leurs travaux (2), dont la relation avait été écrite par Sorbière (3), et il avait pu la conduire fort loin, puisqu'il vécut jusqu'en 1670.

Toutefois, il rapporte quelques-uns des *Discours* qu'il y a prononcés lui-même en 1658 et en 1659, et dont voici les sujets :

1658 mai 3 (p. 181) : Ce que c'est que le Mouvement.

1658 juin 7 (p. 190) : De la Raréfaction et de la Condensation.

1658 juin 14 (p. 193) : Que le peu de cognoissance que nous avons des choses naturelles, ne nous doit pas destourner de leur Estude.

---

(1) Nous savons que Sorbière lui-même en était (*Sorberiana*, p. 19). Les discussions contre les principes de Descartes prouvent que Clerselier et Roberval en étaient également et s'y trouvaient le 13 juillet 1658 (Baillet, II, p. 347). De divers passages des *Lettres et Discours* de Sorbière on peut conclure que parmi les autres membres on comptait Pecquet (p. 23), du Prat, médecin du Roi (p. 64), Rohault (p. 192, 194), Chapelain (p. 194), Roberval (p. 194), de Montmor, qui était le Modérateur (p. 704). Ailleurs (p. 201) il dit : « Nous avons veu dans cette Assemblée des premiers hommes de la Robe, des Cordons bleus, des Ducs et Pairs, et de grands Prélats. »

(2) « On y examinoit les expériences, et les découvertes nouvelles, l'usage ou les conséquences qu'on en pouvoit tirer. Il y venoit des Etrangers... » (*Anc. Mém.*, I, 3.)

(3) Une lettre de Graverol (*Sorberiana*, p. 28-29) cite parmi les manuscrits laissés par Sorbière « une Rélation, ou mémoires de la compagnie qui commença de s'assembler chez Monsieur de Montmor le dix-huitième Decembre 1657, pour la recherche des causes naturelles ». Dans une lettre à Mazarin du 10 février 1659 (*Lettres et Discours*, p. 23), Sorbière dit d'ailleurs qu'il a « charge de dresser les Memoires » de cette Assemblée.

1659 février 11 (p. 60) : Du Froid des Fiebvres Intermittantes.

1659 août 19 (p. 694) : De la Vérité de nos connoissances Naturelles.

1659 août 26 (p. 701) : De la source des diverses Opinions sur une mesme matière.

THERMODYNAMIQUE. — *La loi de l'entropie moléculaire des fluides, pris à des états correspondants.* Note [1] de M. E. **Ariès.**

De l'équation d'état adoptée dans notre précédente Note

$$p=\frac{RT}{v-\alpha}-\frac{K}{T^n(v+\beta)^2} \qquad (1)$$

on tire des conséquences nombreuses dont la plupart ont été pressenties, sinon démontrées. L'une des plus importantes concerne l'entropie du fluide dont l'expression devient [2]

$$S=R\log(v-\alpha)-\frac{nK}{T^{n+1}(v+\beta)}+c\log AT.$$

Les variables réduites sont alors

$$x=\frac{27\gamma R}{8K}T^{n+1}=\left(\frac{T}{T_c}\right)^{n+1}, \qquad y=\frac{v-\alpha}{\gamma}, \qquad z=\frac{8\gamma}{R}\frac{p}{T}=\frac{p}{P_c}x^{-\frac{1}{n+1}}. \qquad (2)$$

D'après la première et la dernière de ces relations, on pourra définir les états correspondants de tous les corps soumis à des équations d'état comportant le même exposant n, par une valeur commune de $\frac{T}{T_c}$ et de $\frac{p}{P_c}$ pour tous ces corps. L'expression de l'entropie en fonction des variables réduites deviendra

$$S=R\log\gamma y-n\frac{27R}{8x(y+1)}+c\log AT_c x^{\frac{1}{n+1}}.$$

Si l'on considère un état initial déterminé par les valeurs particulières x_0, y_0, z_0 des variables donnant lieu à l'entropie S_0, on aura pour la différence d'entropie entre un état quelconque et l'état initial

$$S-S_0=\log\frac{y}{y_0}-n\frac{27R}{8}\left(\frac{1}{x(y+1)}-\frac{1}{x_0(y_0+1)}\right)+\frac{c}{n+1}\log\frac{x}{x_0}.$$

---

(1) Séance du 8 janvier 1917.

(2) Voir aux *Comptes rendus*, t. 163, 1916, la formule (3) de la page 738 et les formules de notre dernière Note, p. 963.

Cette expression ne change pas, si tous les corps ont le même degré d'atomicité qui fixe la valeur de la capacité calorifique c. Quoique la question soit à trancher au moyen de vérifications à faire sur les données de l'expérience, l'équation précédente conduit à penser que l'exposant n caractérise le degré d'atomicité d'un corps, et permet de formuler la loi suivante :

La variation de l'entropie moléculaire, comparée à des états correspondants, est la même pour tous les corps de même atomicité.

Cet énoncé n'est pas nouveau, quoique aucune démonstration rigoureuse n'en ait été donnée [1]. Celle que nous présentons aujourd'hui est basée sur la validité de l'équation (1).

Considérons les corps observant cette loi et pris à deux états infiniment voisins (x, y, z) et $(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$. La variation d'entropie ΔS, par suite $\frac{\Delta S}{\Delta x}$, ou, à la limite, $\frac{\partial S}{\partial x}$ aura une même valeur pour tous ces corps. Or, d'après la définition de x, donnée par la première des formules (2),

$$\Delta x = (n+1)x\frac{\Delta T}{T} \qquad \text{et} \qquad \frac{\partial S}{\partial x} = \frac{T}{(n+1)x}\frac{\partial S}{\partial T},$$

d'où l'on tire

$$(n+1)x\frac{\partial S}{\partial x} = T\frac{\partial S}{\partial T}. \tag{3}$$

$(n+1)x\frac{\partial S}{\partial x}$ aura aussi même valeur pour tous ces corps pris à des états correspondants : il en sera donc de même pour $T\frac{\partial S}{\partial T}$, qui représente une capacité calorifique, laissée jusqu'ici indéterminée. Cette capacité dépend de la manière dont sera définie la transformation élémentaire donnant lieu à la variation ΔS d'entropie ; suivant que cette transformation se sera opérée à volume constant ou à pression constante, $T\frac{\partial S}{\partial T}$ représentera la capacité calorifique à volume constant C_v ou à pression constante C_p.

La capacité calorifique moléculaire, à volume constant ou à pression constante, est la même pour tous les corps de même atomicité, pris à des états correspondants.

Cet énoncé également connu et admis vient porter une nouvelle confirmation à cette hypothèse que l'exposant n serait unique pour tous les corps de même atomicité. Il a été indiqué autrefois par M. A. Leduc comme

[1] Voir aux *Comptes rendus*, t. 123, 1896, la Note de M. G. Darzens, p. 940.

principe expérimental, et Amagat en a donné une démonstration s'appuyant sur une autre loi importante qui sera rappelée plus loin ([1]).

On peut appliquer la formule (3) aux capacités calorifiques M_1 et M_2, définies par la condition que la température varie avec la pression, de façon à maintenir une vapeur ou un liquide à l'état de saturation. Le coefficient M_1 est ce qu'on appelle la *capacité calorifique de la vapeur saturée sèche*. Il résulte de la formule (3) que *les deux capacités calorifiques moléculaires* M_1 *et* M_2 *ont même valeur pour tous les corps de même atomicité pris à des températures correspondantes de saturation.*

On sait que pour la benzine, le chloroforme, le chlorure de carbone, le coefficient M_1 s'annule à une certaine température, propre à chacun de ces corps; les observations qu'on possède, pour d'autres vapeurs, sur la valeur de ce coefficient à diverses températures, ont fait admettre qu'il est négatif au-dessous d'une certaine température T_i, qu'on appelle la *température d'inversion*, à partir de laquelle il devient positif pour aller en croissant. La température réduite d'inversion $x = \left(\frac{T_i}{T_c}\right)^{n+1}$ serait unique, d'après ce qui précède, pour tous les corps d'une même série; d'où la loi suivante :

Pour tous les corps de même atomicité la température d'inversion est dans un rapport invariable avec la température critique.

Des lois analogues à celles qui concernent C_p et C_v régissent les six autres des huit coefficients de la thermo-élasticité qui sont indépendants : coefficients de dilatation α_v et α_p, coefficients de compressibilité ε_T et ε_S, chaleur de dilatation l et coefficient de W. Thomson h ([2]). On trouve pour le coefficient de dilatation à volume constant α_v

$$(4) \qquad T\alpha_v = \frac{T}{p}\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{8x(y+1)^2 - n27y}{8x(y+1)^2 - 27y},$$

ce qui montre qu'à des états correspondants l'expression $T\alpha_v$ a une seule valeur pour tous les corps de même atomicité.

On pourrait opérer de même sur les autres coefficients, mais les lois qui les régissent résultent immédiatement des cinq relations distinctes qui existent entre les huit coefficients, et que nous rappelons

$$(5) \quad C_p - C_v = \alpha_v \alpha_p p v T, \quad \alpha_p = \alpha_v p \varepsilon_T, \quad \frac{C_p}{C_v} = \frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_S}, \quad \frac{l}{p} = T\alpha_v, \quad hC_p = \alpha_p v T.$$

([1]) *Bulletin de la Société française de Physique*, 1906, 4e fasc., p. 64.

([2]) E. Ariès, *Chimie physique élémentaire*, t. 1, 1914, p. 16-20, et *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 918.

En tenant compte des lois précédemment établies, on voit successivement par ces relations que

$$p v \alpha_p, \quad \frac{p^2 v}{T}\varepsilon_T, \quad \frac{p^2 v}{T}\varepsilon_S, \quad \frac{l}{p} \quad \text{et} \quad \frac{p}{T}h$$

ont même valeur pour tous les corps de même atomicité pris à des états correspondants.

Enfin, de la définition même de la chaleur de vaporisation d'un liquide résulte la loi bien connue qu'elle observe, et qui n'est que la traduction de l'une des formules de notre précédente Note.

Tous ces résultats ne relèvent que de la validité de l'équation (1). Si, *en outre*, on adopte la loi fondamentale de Van der Waals, l'une de ses conséquences que nous avons déjà signalée dans notre précédente Note, c'est que $\frac{P_c v_c}{T_c}$ a une seule valeur r pour tous les corps considérés. On en déduit la nouvelle loi qui suit :

A des états correspondants, l'expression $\frac{pv}{T}$ a une même valeur pour tous les corps de même atomicité.

Si l'on prend en effet comme variables réduites $x = \frac{T}{T_c}$, $y = \frac{v}{v_c}$ et $z = \frac{p}{P_c}$, on aura

$$\frac{pv}{T} = \frac{zy}{x}\frac{P_c v_c}{T_c} = \frac{zy}{x} r, \tag{6}$$

ce qui établit la loi. Elle permet d'énoncer plus simplement, comme il suit, celles qui régissent α_p, ε_T, ε_S et h.

A des états correspondants, $T\alpha_p$, $p\varepsilon_T$, $p\varepsilon_S$ et $\frac{h}{v}$ ont même valeur pour tous les corps de même atomicité.

Les lois concernant α_p, α_v, ε_T et la chaleur de vaporisation L peuvent se déduire aisément de la seule loi fondamentale de Van der Waals [1]. Amagat en a déduit celles qui régissent C_p, C_v ainsi que l'expression $\frac{pv}{T}$, et alors celles qui régissent ε_S, l et h découlent des trois dernières formules (5); en sorte que les dix lois sont des conséquences directes de celle de Van der Waals.

La loi concernant $\frac{pv}{T}$ se démontre très simplement par l'application de la loi de

[1] VAN DER WAALS, *Continuité des états gazeux et liquide* (traduction française), 1894, p. 199 et 218.

Van der Waals aux fluides réduits à l'état de gaz parfaits. On a alors

$$\frac{pv}{T} = R = \frac{zy}{x}\frac{P_c v_c}{T_c} = \frac{zy}{x} r \qquad \text{ou} \qquad \frac{zy}{x} = \frac{R}{r}.$$

Pour un gaz parfait donné, r est une constante déterminée, et $\frac{zy}{x}$ a toujours même valeur, quelles que soient la température et la pression du gaz parfait; mais cette valeur est commune à tous les gaz de même atomicité, pris à leurs divers états correspondants, en sorte que r est le même pour tous ces corps; et l'on voit par la formule (6) que, si l'on reprend ces fluides à des états correspondants quelconques, $\frac{pv}{T}$ aura même valeur pour tous.

GÉOLOGIE. — *Sur l'histoire de la vallée de l'Arc (Maurienne) à l'époque pléistocène.* Note [1] de MM. **W. Kilian** et **J. Révil.**

La vallée de l'Arc (Maurienne) est l'une des plus importantes des Alpes de Savoie dont elle traverse les zones tectoniques intérieures en amont de son confluent avec l'Isère, situé dans le voisinage de Saint-Pierre-d'Albigny.

Une analyse attentive [2] des dépôts pléistocènes et récents qui s'y rencontrent et des caractères morphologiques qu'elle présente permet de distinguer dans cette vallée, de l'aval vers l'amont, les sections (ou tronçons) suivantes :

I. Près de Chamousset s'observe un « amphithéâtre morainique » avec « cône de transition » à l'aval (hameau des Boissons) et « cuvette terminale » à l'amont (plaine d'Aiguebelle-Chamousset), indiquant nettement

---

(1) Séance du 6 novembre 1916.

(2) Outre les ruptures de pente et les « replats » glaciaires dont M. E. de Martonne a fait une étude détaillée et féconde en résultats d'un grand intérêt, quelques-uns des faits signalés dans la présente Note ont été indiqués par cet auteur dans une carte schématique très instructive publiée dans le *Bulletin de la Société géologique de France*, 4e série, t. 12, p. 527, et dans les *Annales de Géographie*, t. 19 et 20, 1910-1911; d'autre part M. Girardin (*La Géographie*, t. 12, n° 1, 1905) a signalé à Bessans des dépôts qu'il considère comme lacustres et s'est occupé de l'éboulement de la Magdeleine, ainsi que de divers détails morphologiques des environs de Bonneval.

Aucun de ces auteurs n'avait cependant distingué les stades successifs que nous avons reconnus en amont de Chamousset, ni retracé la *succession des phénomènes* dont les divers tronçons de la vallée ont été le théâtre.

l'existence d'un stationnement glaciaire ou STADE DE CHAMOUSSET, nécessairement postérieur au complexe néowürmien plus extérieur des environs de Chignin et de Chambéry et probablement contemporain du « stade de Bühl » de MM. Penck et Brückner. Ce « stade de Chamousset » n'avait été reconnu par aucun de nos devanciers.

II. En amont de ce tronçon, on remarque le *verrou* rocheux d'Aiguebelle, la dépression (ancienne cuvette terminale en partie remblayée) d'Epierre et des cônes de déjections postglaciaires (la Chapelle, les Chavannes-Saint-Rémy, la Chambre Saint-Avre) de divers âges, dont l'un a fourni des monnaies romaines (la Chapelle) et date par conséquent des temps historiques, puis l'étroit défilé de Pontamafrey établi dans les Schistes cristallins et, en amont de celui-ci, les cônes de déjections *emboîtés* de Saint-Jean-de-Maurienne sur la rive gauche, ceux de Villarclément et de Saint-Julien sur la rive droite, ayant donné lieu à la formation de « fausses terrasses » et dont les intéressants ravinements des plus anciens d'entre eux par les plus récents permettent d'établir la succession chronologique.

III. Le « verrou » du Pas du Roc, en aval de Saint-Michel, en arrière et sur lequel des dépôts morainiques et des « Marmites de géants » indiquent un nouveau stationnement (STADE DE SAINT-MICHEL) glaciaire.

IV. Un tronçon d'abord assez étroit et encombré d'éboulis entre Saint-Michel et Modane (¹), puis plus large (cônes de déjections de Modane-Ville) et remarquable, à l'amont de ces derniers cônes, par sa morphologie glaciaire (croupes moutonnées de gypses et quartzites triasiques) encore extrêmement fraîche (environs de Villarodin).

V. Avec le grandiose « verrou » de l'Esseillon, qui barre presque complètement la vallée, ne laissant que le passage de la rivière et de la route et qui porte des fortifications intéressantes, s'observent des amas morainiques (dominés eux-mêmes par les puissantes moraines plus anciennes d'Aussois et de Sardières sur le côté droit de la vallée) s'étendant jusque près de Thermignon et attestant l'existence d'un STADE DE THERMIGNON et l'on pénètre ensuite dans une nouvelle « cuvette terminale » remblayée, en aval de

(¹) Voir au sujet de ce tronçon P. GIRARDIN, *Les éboulements de Saint-André et d'Orelle* (*Compte rendu de l'Association française pour l'avancement des Sciences*, 14ᵉ session, 1915, p. 112).

cette localité, par un curieux complexe de cônes de déjections postglaciaires successifs emboîtés les uns dans les autres et ravinant nettement les dépôts morainiques à Sollières.

Accidentée par le verrou de Thermignon (avec gorge épigénique de l'Arc), cette dépression s'étend jusqu'à Lans-le-Villard et présente, près de Lans-le-Bourg, d'intéressantes *alluvions* torrentielles *interstadiaires* à stratification entrecroisée et recouvertes par des dépôts morainiques où abondent les roches vertes nettement *striées*.

VI. En amont de Lans-le-Villard (dont le chef-lieu est établi sur l'amorce d'un verrou en partie démantelé), le verrou complexe de la Magdeleine, presque entièrement recouvert par un gigantesque éboulis de blocs postglaciaires (¹) provenant des escarpements des Schistes lustrés de la rive gauche (et non de la rive droite comme semble le croire M. Girardin), présente les traces d'un nouveau stationnement des glaciers (STADE DE LA MAGDELEINE), sous forme de moraines qui tapissent la portion aval de la belle *cuvette terminale de Bessans*. Cette cuvette *surcreusée* présente sur la rive gauche les traces d'un magnifique cône de déjections et de terrasses (lacustres??) étagées, interstadiaires (²) (à stratification inclinée), recouvertes par les dépôts nettement morainiques d'une RÉCURRENCE GLACIAIRE qui, plus en amont encore, forment plusieurs amas, à topographie très caractéristique (moraines de fond), en aval de la chapelle de Notre-Dame des Grâces). Des cônes de déjections postglaciaires accidentent en outre cette ancienne cuvette terminale.

Le stade de la Magdeleine et de Bessans semble correspondre au « stade de Daun » de MM. Penck et Brückner, celui de l'Esseillon et de Thermignon au « stade de Gschnitz » et ceux de Saint-Michel et de Chamousset au « stade de Bühl » des mêmes auteurs.

(¹) L'éboulement de la Magdeleine ne fait que recouvrir un verrou de *roche en place* (visible dans la gorge de l'Isère) elle-même tapissée de dépôts morainiques. Il est donc postglaciaire et bien postérieur aux terrasses interstadiaires de Bessans. M. P. Girardin (*La Géographie*, t. 12, 1905, p. 13-14) en a singulièrement exagéré l'importance et inexactement interprété la nature faute sans doute d'en avoir assez étudié les matériaux et les conditions *géologiques*.

(²) Ces terrasses de Bessans, qui supportent nettement des dépôts glaciaires à blocs striés, sont des formations interstadiaires incontestablement antérieures à l'éboulement de la Magdeleine et non, ainsi que le pense M. P. Girardin (*loc. cit.*), des dépôts lacustres causés par un barrage temporaire qu'aurait déterminé cet éboulement. On y observe la *stratification inclinée* des cônes de déjections s'étalant dans un lac glaciaire qu'est venu combler rapidement une récurrence du glacier de l'Arc.

VII. En amont de la cuvette de Bessans et vers Bonneval on entre dans le domaine des OSCILLATIONS GLACIAIRES LES PLUS RÉCENTES qui ont fait l'objet des remarquables études de M. Girardin.

Ce géographe a émis à leur sujet quelques considérations sur lesquelles nous reviendrons et qu'il n'y a pas lieu de discuter ici [1]. En outre, cet auteur a publié de nombreux Mémoires [2] sur les bassins supérieurs de l'Isère et de l'Arc qui sont encore à l'heure actuelle le siège d'une importante glaciation et où M. Girardin a signalé plusieurs *lacs temporaires* actuellement comblés.

Indépendamment des stades ou stationnement ci-dessus, reconnus dans le fond même de la vallée, des *replats* bien développés sur la rive droite au-dessus de Lans-le-Bourg, puis de Thermignon à Aussois (par Sardières), sont recouverts de dépôts morainiques très épais. Ils appartiennent à des *glaciations plus anciennes* (néowürmiennes et würmiennes). Sur la rive gauche se retrouvent les dépôts analogues du vallon d'Étiache et du col du Mont-Cenis.

Il est intéressant d'ajouter encore que les croupes portant les forts supérieurs de l'Esseillon, établis sur des barres rocheuses moutonnées, ont été façonnées antérieurement à celles de la vallée inférieure et que l'on constate ici une sorte de « *migration* » *des encoches épigéniques* vers le flanc gauche de la vallée.

CORRESPONDANCE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Le fascicule XII (texte et planches) des *Études de Lépidoptérologie comparée*, par CHARLES OBERTHÜR. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

2° Colonel M.-J. SAND. *Nouvelles mesures de bases en Danemark* (en langue danoise). (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

---

(1) P. GIRARDIN, *Glaciation quaternaire* (*Revue de Géographie annuelle*, dirigée par M. Ch. Vélain, t. 2, p. 602).

(2) P. GIRARDIN, *Les phénomènes actuels et les modifications du modelé dans la Haute-Maurienne* (*La Géographie*, t. 12, 1902, Paris); *Les glaciers de la Savoie* (*Bull. Soc. neuchâtel. de Géographie*, t. 16, 1905. Neuchâtel, etc.).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la dérivation asymptotique.* Note (¹) de M. A. Khintchine, présentée par M. Hadamard.

Dans la présente Note je me propose d'établir quelques théorèmes sur la dérivation asymptotique (²).

1. Je commence par démontrer la proposition suivante :

Théorème I. — *Pour qu'une fonction mesurable* $F(x)$ *définie dans l'intervalle* $[0, 1]$ *possède une dérivée asymptotique finie* $F^{[1]}(x)$ *presque partout dans cet intervalle, il faut et il suffit qu'on puisse, quel que soit* $\varepsilon > 0$, *assigner un ensemble parfait* P *de mesure plus grande que* $1 - \varepsilon$ *et tel que* $F(x)$ *soit absolument continue dans* P.

La condition est suffisante. En effet, soient δ_n $(n = 1, 2, \ldots)$ les intervalles contigus de P. Considérons la fonction continue $F_1(x)$ égale à $F(x)$ dans P et linéaire dans les δ_n.

On voit aisément que $F_1(x)$ est une fonction à variation bornée (et même absolument continue) dans $[0, 1]$; par suite $F'_1(x)$ existe et est finie presque partout dans cet intervalle ; on en conclut aisément que l'ensemble où $F^{[1]}(x)$ existe et est finie a au moins la mesure de P et contient pas suite presque tout point de $[0, 1]$.

La condition est aussi nécessaire. En effet, $F(x)$ possédant en presque tout point de $[0, 1]$ une dérivée asymptotique finie $F^{[1]}(x)$, soit Π un ensemble mesurable de mesure plus grande que $1 - \varepsilon$ et tel que $F^{[1]}(x)$ soit bornée dans Π. Considérons la fonction $\varphi(x)$ égale à $F^{[1]}(x)$ dans Π et nulle en dehors de Π, et soit $\Phi(x)$ l'intégrale indéfinie de $\varphi(x)$ prise au sens de M. Lebesgue. La fonction $\Psi(x) = F(x) - \Phi(x)$ possède les deux propriétés suivantes ;

1° On a $\Psi^{[1]}(x) = 0$ presque partout dans Π;

2° $\Psi(x)$ étant absolument continue dans un ensemble, $F(x)$ est absolument continue dans ce même ensemble.

Partageons l'intervalle $[0, 1]$ en 2^n parties égales, et soit $\left[\frac{k}{2^n}, \frac{k+1}{2^n}\right]$ une

(¹) Séance du 8 janvier 1917.

(²) Pour la terminologie voir ma Note du 21 février 1916, t. 162, p. 287. Voir aussi la Note de M. Denjoy du 13 mars 1916, p 377.

quelconque de ces parties. S'il est possible d'assigner deux nombres M et $N = M - \frac{1}{2^n}$ tels que la condition

$$N < \Psi(x) < M$$

soit remplie pour des points de l'intervalle considéré qui forment un ensemble de mesure plus grande que $\frac{1}{2^{n+1}}$, appelons *points de première espèce* les points de cet intervalle pour lesquels on a

$$N - \frac{1}{2^{n+1}} < \Psi(x) < M + \frac{1}{2^{n+1}},$$

et *points de seconde espèce* tous les autres; sinon, tous les points de l'intervalle considéré seront dits des *points de seconde espèce*. Soit A_n l'ensemble des points de première espèce de tous les intervalles

$$\left[\frac{k}{2^n}, \frac{k+1}{2^n}\right] \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots, 2^n - 1).$$

Considérons la suite d'ensembles

$$(1) \qquad A_1, A_2, \ldots, A_n, \ldots.$$

On voit aisément que tout point où l'on a $\Psi^{[1]}(x) = 0$, donc presque tout point de Π, appartient à l'ensemble limite restreint de la suite (1).

D'autre part, considérons l'intervalle $\left[\frac{k+\frac{1}{2}}{2^n}, \frac{k+\frac{3}{2}}{2^n}\right]$ et partageons ses points en deux *espèces* suivant le même principe. Soit B_n la réunion des points de première espèce de tous ces intervalles ($k = 0, 1, 2, \ldots, 2^n - 2$). On voit de même que presque tout point de Π appartient à l'ensemble limite restreint de la suite $B_1, B_2, \ldots, B_n, \ldots$.

On conclut de là qu'il est possible d'assigner un nombre entier m et un ensemble parfait P (faisant partie de Π) de mesure plus grande que $1 - \varepsilon$, de sorte que tout point de P appartienne à la fois aux ensembles A_n, B_n, quel que soit $n \geqq m$.

Je dis que $\Psi(x)$ est absolument continue dans P. En effet, soit $[a, b]$ $(a < b)$ un intervalle quelconque de longueur $b - a < \frac{1}{2^{m+1}}$ et dont les extrémités sont des points de P, et soit p le nombre entier pour lequel on a

$$(2) \qquad \frac{1}{2^{p+1}} \leqq b - a < \frac{1}{2^p};$$

on a évidemment $p > m$. Supposons que b soit un point de l'intervalle

$$\left[\frac{s}{2^{p-1}}, \frac{s+1}{2^{p-1}}\right].$$

Alors deux cas peuvent se présenter :

1°
$$\frac{s}{2^{p-1}} < a \leq b < \frac{s+1}{2^{p-1}};$$

2°
$$\frac{s-\frac{1}{2}}{2^{p-1}} < a < b < \frac{s+\frac{1}{2}}{2^{p-1}}.$$

Or a et b appartiennent à A_{p-1} et B_{p-1} d'après la définition de P, et par suite on a, dans les deux cas,

$$|\Psi(b) - \Psi(a)| \leqq \frac{1}{2^{p-2}},$$

d'où il suit en vertu de (2)

$$|\Psi(b) - \Psi(a)| \leqq 8\,|b - a|,$$

ce qui démontre l'affirmation. En vertu de 2°, la démonstration du théorème est achevée. C. Q. F. D.

2. En second lieu, je signale quelques propriétés de la dérivée asymptotique.

Théorème II. — *La fonction mesurable $f(x)$ étant en tout point d'un intervalle la dérivée asymptotique d'une fonction mesurable* $F(x)$, *pour que $f(x)$ soit en tout point de cet intervalle la dérivée exacte de* $F(x)$, *il faut et il suffit qu'on puisse majorer $f(x)$ par une dérivée exacte,* c'est-à-dire trouver une fonction $\varphi(x)$, en tout point dérivée exacte d'une fonction continue $\Phi(x)$ et telle qu'on ait en tout point

$$f(x) < \varphi(x).$$

En particulier, $f(x)$ est la dérivée exacte de $F(x)$ si elle est bornée.

Théorème III (théorème des accroissements finis). — $F(x)$ *étant une fonction mesurable possédant en tout point d'un intervalle* $[a, b]$ *une dérivée asymptotique finie* $F^{[1]}(x)$, *on peut assigner entre a et b un point ξ tel que*

$$F^{[1]}(\xi) = \frac{F(b) - F(a)}{b - a}.$$

Il est évident que ce théorème permet d'affirmer la subsistance pour la dérivation asymptotique d'un grand nombre de théorèmes du calcul différentiel ordinaire.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Positions héliographiques des taches solaires et orages magnétiques.* Note (¹) de M. **Henryk Arctowski.**

Utilisant les évaluations journalières de la fréquence des taches solaires, Loomis a formulé la loi qu'aux dates des orages magnétiques on observe un maximum de taches et que des maxima secondaires s'observent également 4 jours avant ces dates et 3 jours après (²).

Sans avoir connaissance des recherches statistiques de Loomis, Lord Kelvin a partiellement confirmé ce résultat (³). D'autre part, F. Terby a remarqué que les orages magnétiques coïncident avec le passage et souvent avec le retour d'une tache au méridien central du Soleil (⁴). E. Marchand et E.-W. Maunder ont également admis cette hypothèse.

M. A. Veeder, par contre, a supposé une influence prédominante au moment de l'apparition des taches au bord Est du disque solaire (⁵), tandis que A. Riccò (⁶) a observé que les perturbations magnétiques sont en retard par rapport au passage de taches à la moindre distance du centre du disque solaire. Le retard d'environ 45 heures, constaté par Riccò, indiquerait une vitesse de propagation 335 fois moindre que la vitesse de la lumière.

Se basant sur ce résultat, Arrhenius (⁷) a supposé que les aurores polaires ainsi que les orages magnétiques sont dus à des particules chargées négativement, chassées de l'atmosphère solaire par la pression de radiation.

Pourtant, d'après les observations de Birkeland (⁸), le retard serait moindre que ne le veut Riccò ainsi que l'hypothèse d'Arrhenius.

Enfin, récemment, A.-L. Cortie a discuté le problème à nouveau (⁹).

La corrélation entre taches solaires et orages magnétiques constatée par Loomis se trouvant vérifiée, il m'a paru intéressant d'élucider la contradiction des résultats des recherches de Terby, Riccò et de Veeder.

(¹) Séance du 8 janvier 1917.

(²) *Amer. J. of Sc.*, t. 50, 1870, p. 167.

(³) *J. Inst. Electr. Eng.*, t. 54, 1916, p. 424.

(⁴) *Bull. Ac. Belge*, t. 6, 1883, p. 35.

(⁵) *Astron. and Astroph.*, t. 12, 1893, p. 264.

(⁶) *Comptes rendus*, t. 115, 1892, p. 595.

(⁷) *Trans. Int. Electr. Congress*, t. 1, 1904, p. 276.

(⁸) *Norv. Aurora pol. Expedition*, 1902-1903, p. 534.

(⁹) *M. N. Roy. Astron. Soc.*, t. 76, 1915, p. 15.

J'ai pris tout d'abord la liste des orages magnétiques observés à Porto-Rico (¹) pendant les années 1903 à 1908 et, pour les dates du commencement de ces perturbations, j'ai transcris les aires des ombres des taches solaires renseignées dans les résultats des observations héliographiques de Greenwich, en ayant soin toutefois de faire un classement en fonction de la distance des taches du centre du disque solaire. Les sommes des aires, pour des distances de dixième en dixième du rayon, exprimées en centièmes de la somme totale, sont :

0,0-0,1	0,1-0,2	0,2-0,3	0,3-0,4	0,4-0,5
0,40	5,52	9,56	9,80	13,25
0,5-0,6	0,6-0,7	0,7-0,8	0,8-0,9	0,9-1,0
12,39	10,58	9,40	11,67	17,40

Ces chiffres montrent un maximum bien distinct pour une distance de 30° environ du centre et un autre maximum pour les 25° d'arc de la dixième division.

Ce second maximum, qui est en faveur de l'hypothèse de Veeder, pourrait s'expliquer par l'effet de perspective, mais s'il en était ainsi le minimum de la huitième division n'aurait aucune raison d'être.

Il faut donc admettre que la constatation de Veeder semble être vérifiée par cette première série de chiffres. De même, évidemment, celle de Riccò.

J'ai refait les calculs pour les orages magnétiques observés à Bombay (²) pendant les années 1874 à 1892. J'ai pris les aires entières des taches (ombres et pénombres) et j'ai pris en considération séparément les secteurs Est et Ouest du Soleil.

Exprimés en centièmes les résultats numériques sont :

0°-180° : 12,44; 6,07; 5,07; 4,30; 3,66; 4,28; 2,95; 5,20; 1,12; 0,33; centre.
180°-360° : centre; 0,10; 0,75; 3,78; 4,03; 9,46; 4,65; 6,47; 8,51; 4,97; 11,85.

Ces chiffres mettent en doute l'hypothèse de Veeder, ainsi que celle d'Arrhenius, car les maxima s'observent de part et d'autre du méridien central.

Une vérification plus détaillée était donc nécessaire. J'ai pris les dates d'orages magnétiques, observés à Greenwich, fournis par Maunder (³) pour les années 1882 à 1903.

(¹) U.-S. Coast and Geod. Survey, *Results... magn. obs. at Vieques...*.
(²) N.-A.-F. Moos, *Magn. obs... Bombay*, t. 2, p. 714.
(³) *M. N. Roy. Astron. Soc.*, 1904, p. 4.

J'ai tabulé séparément les « grands orages » ainsi que les « très actifs » et « actifs », et je n'ai pas pris en considération les orages « modérés ».

Exprimés en centièmes de la somme, les aires des ombres des taches observées à l'Est et à l'Ouest et de dixième en dixième du rayon du disque solaire, aux dates du commencement des orages « grands » et « très actifs », sont :

0° à 180° : 4,96; 2,68; 4,93; 4,24; 2,69; 11,05; 2,15; 3,44; 1,06; 0,08; centre.
180° à 360° : centre; 0,01; 1,31; 3,52; 6,50; 12,85; 7,91; 12,00; 8,34; 5,58; 4,69.

Il résulte de ces chiffres que dans le cas des 60 orages magnétiques les plus importants observés à Greenwich de 1882 à 1903, l'hypothèse de Veeder est complètement en défaut. De même celle de Terby. La constatation de Riccò, par contre, se trouve partiellement vérifiée, mais seulement partiellement, attendu que le maximum à l'est du méridien central n'était pas prévu.

Dans le cas des orages magnétiques appelés « actifs » par Maunder, le maximum pour 20° à 30° avant le passage au méridien se trouve également fort bien accentué; mais, dans ce cas, les maxima pour des positions voisines du bord du disque solaire se montrent également. Il semble donc que ces maxima ne sont dus qu'à l'effet de perspective pour une distribution quelconque des taches.

Je pense, par conséquent, pouvoir conclure que les chiffres ci-dessus démontrent en toute évidence l'existence d'une corrélation entre la position des taches solaires et les orages magnétiques, telle qu'il faut admettre que les radiations qui produisent les orages se trouvent déviées de la normale et que, de plus, elles se propagent avec une vitesse qui n'est pas notablement inférieure à celle de la lumière.

Supposant qu'il s'agit des rayons β, comme A. Brester et d'autres l'admettent, les déviations observées, dans des cas particuliers, fourniront peut-être des renseignements sur les variations du champ magnétique des taches.

GÉOLOGIE. — *L'Ordovicien et le Gothlandien dans le nord du Tonkin et le bassin du Haut Iou-Kiang (Chine méridionale).* Note de M. **J. Deprat**, présentée par M. H. Douvillé.

J'ai récemment indiqué, dans deux Notes successives, la puissance et la richesse en fossiles du Cambrien moyen et supérieur, et l'allure des terrains

paléozoïques entre la frontière tonkinoise et Kwang-nan-fou, c'est-à-dire dans le sud-est du Yunnan et le nord-ouest de Kwang-si. Il me reste à indiquer, d'une façon succincte et préliminaire, la composition de la série ordovicienne et gothlandienne qui lui fait suite.

Ces deux étages offrent une puissance énorme; la série des couches prolonge sans interruption le Cambrien. L'Ordovicien passe *insensiblement* au Cambrien par intercalation de bancs calcaires oolithiques et de marnes sèches à *Anomocare megalurus* dans une puissante série de grès, marnes micacées, calcschistes violemment bariolés, à débris de Placodermes, offrant des débris d'algues (*Bythotrephis* cf. *antiquata*) à sa partie supérieure. Cette série que je considère comme représentant l'Ordovicien inférieur passe (San-kia-tchai) à des grès micacés à *Trinucleus ornatus* qui représentent, par conséquent, en partie l'Ordovicien moyen; un horizon supérieur m'a fourni, dans ma dernière exploration, une espèce intéressante : un *Calymene* probablement identique à *Calymene Aragoi* M. R., espèce typique de l'Ordovicien moyen de Bretagne; puis viennent (Sin-ma-kao) des schistes à Orthocères surmontés par un horizon à *Spirifer bacbounensis* déjà observé dans mon précédent voyage. Cette série me paraît, sans conteste, former l'Ordovicien moyen, au sens européen, les Trilobites l'affirment suffisamment. L'Ordovicien supérieur paraît constituer la série suivante, grosse masse de grès, psammites, calcschistes à grands Lamellibranches, dont l'étude n'est pas achevée, et qui se termine par des couches caractérisées par un *Chonetes* probablement nouveau.

Je fais commencer le Gothlandien par les couches de Mia-ré, série de marnes, grès marneux rouges et jaunes qui succèdent à la série précédente et qui renferment, comme espèces principales :

Spirifer tonkinensis Mansuy, *Sp. dongvanensis* Mans., *Dinorthis annamitica* Mans., *Pterinæa mieleensis* Mans., *Proetus* sp., etc. Cette série, que j'ai déjà signalée l'an dernier avec la même faune dans le nord du Tonkin, a déjà été discutée et j'ai montré les raisons pour lesquelles j'en fais le passage de l'Ordovicien au Gothlandien et le Gothlandien inférieur en partie. Au-dessus et en continuité avec ces couches j'ai relevé des calcschistes verts caractérisés par : *Spirifer inopinatus* Mans., *Orthothetes* cf. *pecten* Linné, *Stropheodonta orientalis* Mans., *Meristella miarensis* Mans., *Zaphrentis* aff. *Stokei*, *Combophyllum Brancai* Fr., etc. Cette assise renferme un *Spirifer* curieux qui, comme me l'a fait remarquer M. Mansuy, offre d'étroites affinités avec des *Spirifers carbonifériens*, tels que *Sp. fasciger*, *Sp. striatus*, *Sp. cameratus*, etc. Ce fait est à rapprocher de la présence dans cette série de *Sp. tonkinensis*, dont les affinités dévoniennes sont frappantes. Un horizon très constant de grès, calcschistes mélangés avec des lentilles à polypiers gothlandiens de la faune Wenlock et de Dudley vient au-dessus, avec *Calymene maloungkaensis*

Mans., *C. elongata* Mans., *Proetus indosinicus* Mans., *Sp. inopinatus* Mans., *Calceola sandalina* Lmk., *C. acuminata* Mans., *Stropheodonta orientalis* Mans. [1], *Streptelasma* cf. *profundum* Mans. [2], *Ptychoph. depressum* Mans., *Fenestella* cf. *polyporata* Phill., etc. Ici encore apparaît un anachronisme curieux : *Calymene maloungkaensis* est très voisin de *C. Blumenbachii*; l'horizon correspond donc à peu près au Gothlandien moyen d'Europe, au Wenlock ; or, des *Calcéoles* extrêmement abondantes apparaissent avec ces Calymènes et avec elles *C. sandalina*. Il semble que nos régions de l'Asie sud-orientale offrent certains types, certains phylums, d'une date d'apparition plus hâtive qu'en Europe. Les couches que je viens de signaler sont recouvertes par des calcaires offrant : *Calymene maloungkaensis* Mans., *C. elongata* Mans., *Proetus indosinicus*, *Dalmanella* cf. *canaliculata? Leptœna rhomboidalis* Wilck., *Chonetes* cf. *margaritacea* Whidb., *Stroph. corrugatella* Dav., *Conchidium galeatum*, *Orbiculoidea convexa* Mans., *Zaphrentis* cf. *Guillieri* Barr., *Fav. gothlandica* Lmk. Dans cette faune, *D. canaliculata* est une espèce d'Aymestry et de Wenlock, *Sp. corrugatelle* appartient au Caradoc et au Llandeilo, *C. galeatum* appartient à Dudley et Wenlock. Au-dessus vient une série de quartzites et grès à *Ptéropodes* formant un horizon typique que surmonte l'énorme série de calcaires à polypiers de la faune de Wenlock et de Dudley; *Favosites gothlandica*, *F. Forbesi*, *Montic*, *Bowerbanki*, *Heliol. megastoma*, *Heliol. interstincta*, *H. decipiens*, etc. Cette grande série calcaire, avec bancs de quartzites, est recouverte par la série des schistes de Dong-van, équivalente de la série des couches de Muong-thé (Rivière Noire).

Dans un travail en préparation je montrerai le parallélisme des divers horizons dans tout le Tonkin et la région chinoise que j'ai étudiée. Je possède actuellement des repères nombreux et des données abondantes. J'ai observé, et suivi par exemple, avec d'intéressantes variations de facies, toute la série gothlandienne, depuis la région de Kwang-nan-fou jusqu'aux environs d'Hanoï. Ainsi, j'ai revu récemment, très nette, la série des schistes à *Sp. tonkinensis* avec toutes les couches suivantes près de Bao-lac, de Nguyen-binh, puis de Tra-linh (feuilles de Cao-bang), près de Na-cham et sur la feuille de Thât-khé, dans le même ordre de succession et avec les mêmes fossiles que dans la région que j'étudie maintenant. L'âge attribué à ces couches me paraît établi nettement par les affinités des espèces nouvelles et par les espèces connues. J'ai insisté ici sur les curieux anachronismes offerts par certaines formes (association de Calcéoles, de Spirifères à affinités dévoniennes avec des Brachiopodes, des Polypiers et surtout des Trilobites siluriens). Les listes complètes de fossiles dans chaque horizon seront données ailleurs.

---

(1) Affine à *R. lineatissima* de l'Ordovicien himalayen, à *St. euglypha* du Llandovery, à *St. imbrex* et *St. deltoidea* du Caradoc (Mansuy).

(2) Ordovicien de Cincinnati.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur l'origine du magnétisme terrestre.* Note de M. **Raclot**, présentée par M. Bertin.

Dans l'expérience du magnétarium de Wilde, on recouvre un globe terrestre de minces feuilles de fer sur la superficie des océans et l'on constate que la répartition du magnétisme sur ce globe est l'image du magnétisme terrestre.

Une ancienne remarque de Faye peut en donner l'explication de ce résultat d'expérience, en le tenant pour vérifié. Faye, remarquant la basse température du fond des mers (voisine de 0°) et la différence considérable entre cette température et celle qui règne sous les continents pour la même surface de niveau, concluait que le refroidissement de la croûte terrestre devait être plus rapide sous les océans.

Si l'on suppose la masse interne du globe formée d'un alliage où le fer prédomine (comme dans les météorites), alors en raison de la haute température qui doit régner dans sa masse, ce fer, sous les continents, se trouverait tout entier au-dessus du point critique auquel a lieu la disparition du magnétisme (750° à 900°). Sous les océans au contraire, en raison du refroidissement rapide supposé par Faye, la couche superficielle pourrait être arrivée à une température inférieure à la température critique; par suite, une certaine épaisseur de cette couche serait magnétique. Cette supposition serait encore plus vraisemblable si l'on admet avec M. Belot, que la couche rocheuse ayant été refoulée par les eaux pour former les continents, son épaisseur serait moindre sous les mers. Mais cette dernière remarque n'est pas indispensable et l'hypothèse de Faye suffit pour faire concevoir la possibilité de l'existence d'une couche de fer magnétique sous l'étendue des mers. Cette couche correspondrait à l'armature de fer du magnétarium de Wilde.

ENTOMOLOGIE. — *Observations biologiques et anatomiques* (intestin) *sur quelques* Cetoninæ. Note de M. **L. Bordas**, présentée par M. Edmond Perrier.

La plupart des représentants de la tribu des Cetoninæ vivent sur les fleurs, dont ils dévorent le pollen. Les espèces, au contraire, dont les mâchoires ou les mandibules sont pourvues de dents ou de griffes, attaquent les substances plus solides telles que les étamines, les pétales et les feuilles.

Quant aux Cétoines proprement dites (*Cetonia aurata* L., *C. floricola* Herbst., *C. morio* Fabr., etc.), elles ne se nourrissent généralement que du pollen des étamines et des pétales des fleurs; elles aspirent également les sucs sucrés qui découlent des nectaires. Elles se posent sur les fleurs des Rosiers, des Aubépines, des Troènes, des Lierres, sur les inflorescences des Ombellifères, etc. Quoique peu nuisibles en général, elles ne laissent pas de commettre (les Cétoines dorées surtout) certains dégâts dans les jardins en détruisant ou détériorant les fleurs des Rosiers, rongeant les pétales, dévorant les étamines et le pollen et empêchant ainsi la fécondation, etc.

Les insecticides, liquides ou pulvérulents, qu'on pourrait employer et que j'ai expérimentés, sont sans effet sur les Cétoines et ont le grave inconvénient de détériorer les fleurs des Rosiers. Par contre, la méthode la plus simple, la plus pratique et la plus efficace est le *secouage*, qu'il faut effectuer le matin, quand les insectes sont encore engourdis; puis, écraser ensuite ces derniers au fur et à mesure qu'ils tombent sur le sol.

La structure anatomique et la morphologie de l'appareil alimentaire sont en rapport avec le genre de vie des Cetoninæ. Le *tube digestif* des Cétoines (*Cetonia aurata* L., *C. floricola* Herbst., *C. cardui* Gyll., *C. morio* Fabr., etc.) est surtout caractérisé par le grand développement que prend l'intestin moyen. Ce dernier forme, à peu près, les deux tiers de la longueur totale de l'organe. Les Cetoninæ appartiennent, en effet, à la seconde section que nous avons formée dans l'ordre des Coléoptères : *Coléoptères à gésier atrophié* (voir *Congrès de l'Association française pour l'Avancement des Sciences*, Tunis, 1913). Dans ce groupe, le *gésier* a la forme d'une vésicule ou ampoule piriforme, presque identique, par sa structure interne, à celle de l'œsophage qui précède. Les replis internes y sont peut-être un peu plus accentués, et un bourrelet annulaire, légèrement dentelé, formant valvule, marque l'origine de l'intestin moyen. Chez *Tropinota squalida* L. et *Tr. hirtella* L., les soies cornées et les replis internes ont disparu : cet état marque la dernière étape régressive.

L'*intestin moyen* constitue la partie la plus importante du canal intestinal : sa longueur, son large diamètre, la présence de nombreuses papilles glandulaires périphériques, etc., font de cet organe la région essentiellement sécrétante et digestive du tube alimentaire. Il décrit, dans la cavité abdominale, deux grandes circonvolutions. Sa surface est recouverte d'une multitude de papilles ponctiformes, sortes de villosités externes provenant d'évaginations du canal intestinal, à orifices cylindriques, courtes et ter-

minées par un cæcum hémisphérique. Ces sortes de cryptes tubuleuses sont essentiellement glandulaires et doivent, par leur abondante sécrétion, suppléer à l'absence des glandes salivaires. Elles conservent leurs formes et leurs dimensions sur toute l'étendue des parois de l'intestin moyen et ne s'arrêtent brusquement qu'en avant d'un petit bourrelet annulaire, appartenant à l'intestin moyen, sur lequel viennent déboucher les *quatre tubes de Malpighi*.

Une section longitudinale, faite dans la région commune aux intestins moyen et terminal, nous montre nettement le mode brusque de terminaison des papilles glandulaires. Leurs orifices cessent à une sorte de valvule interne, irrégulière et digitée, entre les replis de laquelle se voient les quatre ouvertures des vaisseaux urinaires.

Chez les *Oxythyrea stictica* L. et les *Trichius abdominalis* Ménétr., les tubercules papilliformes qui recouvrent l'intestin moyen sont plus courts que ceux des Cétoines et se terminent par une pointe arrondie. Ils conservent leurs mêmes formes et leurs mêmes dimensions sur toute la surface de l'organe.

L'*intestin postérieur* débute par un bourrelet circulaire, brusquement suivi d'une partie étroite et cylindrique. C'est sur ce bourrelet initial que s'abouchent les quatre tubes de Malpighi.

La seconde partie de l'intestin terminal est large, sacciforme et constitue l'*ampoule rectale*. Cette dernière est remplie d'un liquide épais, lactescent et renferme de nombreuses concrétions cristallines provenant des vaisseaux urinaires.

L'appareil digestif de *Tropinota squalida* L. présente, dans son ensemble, à peu près les mêmes caractères morphologiques que celui des autres Cetoninæ. Trois particularités permettent cependant de le différencier. Ce sont : l'atrophie complète du gésier, la longueur de l'intestin moyen et l'absence de tubercules (remplacés par des cryptes internes) à la surface externe de l'organe.

Les tubes de Malpighi des *Cetoninæ*, par leur forme, leur structure et la nature de leur contenu méritent une courte description. Toujours au nombre de *quatre*, ils vont déboucher à l'extrémité antérieure de l'intestin terminal. L'intestin moyen des *Cetonia* est creusé de nombreuses cryptes qui se continuent extérieurement par de petits tubercules hémisphériques. Ces courtes papilles glandulaires hérissent toute la surface externe de l'organe.

Les *tubes de Malpighi* sont tout à fait caractéristiques et diffèrent, comme forme, de ceux des autres Coléoptères. Ils sont irrégulièrement

cylindriques, moniliformes, avec dilatations et constrictions et parfois des boursouflures plus ou moins accentuées. Ils sont, en général, étroitement appliqués contre les parois de l'intestin terminal.

Ceux des *Trichius* et des *Oxythyrea* présentent à peu près la même disposition anatomique que ceux des Cétoines : irréguliers, variqueux, de couleur blanchâtre, ils appartiennent nettement, par leur mode d'embouchure, à l'intestin terminal.

Ils renferment un contenu granuleux leur donnant une apparence laiteuse très caractéristique. Dans ce contenu se trouvent les produits les plus divers. Comme chez les Chenilles des Lépidoptéres, nous y avons rencontré de *l'acide urique*, de *l'urée*, des *urates divers*, de *l'oxalate de chaux*, des *carbonates de chaux* et *de soude*.

L'urate de soude s'y montre en cristaux lamelleux, à faces planes, souvent striées et de forme losangique ou rectangulaire.

L'acide urique y apparaît en cristaux disposés en lamelles aplaties, à surface lisse, mêlés à des concrétions granuleuses.

Ces tubes contiennent également du carbonate de chaux, sous forme de concrétions ou de petites granulations sphériques, de dimensions variables.

MÉDECINE. — *Sur la prophylaxie de l'infection des plaies de guerre. Étude comparée de divers agents antiseptiques*. Note de M. **H. Vincent**, présentée par M. Dastre.

Lorsqu'on ensemence, quelques heures après la blessure, les sécrétions provenant des plaies de guerre par éclat d'obus, on obtient d'une manière presque constante des bactéries aérobies et anaérobies, parmi lesquelles le *Bac. perfringens*, agent pathogène de la gangrène gazeuse, est commun. Ces bactéries pullulent donc, dans les plaies, avec rapidité.

En raison des complications si graves qu'elles peuvent entraîner, il serait important de réaliser une véritable *prophylaxie des infections chirurgicales*, comme on le fait pour des infections médicales. L'avenir du blessé dépend très souvent du premier pansement et de la date à laquelle il a été opéré. On doit se proposer, en conséquence, une antisepsie précoce et efficace des plaies contaminées.

Dans des expériences faites en 1894 (¹), j'ai soumis au contrôle bactériologique un grand nombre de désinfectants chimiques. L'hypochlorite de chaux et le sulfate de cuivre se sont montrés parmi les plus efficaces.

(¹) H. Vincent, *Étude sur la valeur comparée des divers désinfectants chimiques usuels* (*Comptes rendus*, t. 119, 1894, p. 965).

Cette étude a été reprise en 1896 au point de vue chirurgical, à l'occasion du traitement des plaies atteintes de pourriture d'hôpital, chez les blessés de la guerre de Madagascar. Elle a permis de constater l'efficacité très grande de l'hypochlorite de chaux dans le traitement curatif de cette redoutable complication septique [1].

Il m'a paru utile de renouveler ces recherches et de les étendre à d'autres agents microbicides, en vue, spécialement, de la désinfection *préventive* des plaies de guerre, au poste de secours.

En raison des difficultés du pansement au poste de secours, il importe que la méthode employée soit d'une application facile.

C'est pourquoi je me suis arrêté à l'étude des antiseptiques secs, pulvérulents. Sous cette forme, l'antiseptique est très maniable, d'une grande simplicité d'emploi. Il est absorbant. Il emprunte peu à peu, aux humeurs ou aux sécrétions des plaies elles-mêmes, les liquides qui le dissolvent. Il s'y maintient à son maximum de concentration. Ses effets sont ainsi progressifs et énergiques.

Les essais ont porté, en conséquence, sur le *fluorure de sodium*, le *formiate de sodium*, le *chlorure de zinc*, l'*hypochlorite de chaux*, l'*acide borique*, le *borate de soude*, le *sulfate de cuivre*, le *sulfate ferreux*, le *permanganate de potasse*, enfin accessoirement, l'*iodoforme*.

A l'exception de ce dernier, de l'acide borique et du borate de soude, qui ont été employés en nature, les autres antiseptiques ont été dilués à 10 pour 100 par mélange à diverses poudres inertes ou peu actives par elles-mêmes.

Leur valeur préventive ou stérilisante a été mesurée par leur action sur du bouillon (20^{cm^3}) souillé dans des conditions semblables par 1 centigr. ou 2 centigr. de terre cultivée et desséchée [2], ou bien par de la sanie de gangrène gazeuse.

Ces essais ont permis d'éliminer l'iodoforme, le sulfate ferreux, l'acide borique, le borate de soude, le permanganate de potasse, le formiate de soude, qui n'ont qu'une valeur insuffisante pour détruire les germes résistants. Le chlorure de zinc est plus actif et amène, dans les premières heures, une diminution des bactéries; mais leur chiffre augmente ensuite. De plus, le chlorure de zinc est caustique.

Le sulfate de cuivre a montré des propriétés énergiques. Au titre de 1,5

---

[1] H. VINCENT, *Le Caducée*, 15 avril 1905, et *La Presse médicale*, 8 octobre 1914, p. 642.

[2] La terre est un *test* excellent pour l'appréciation de la valeur des antiseptiques. Elle renferme un grand nombre et une grande variété de bactéries sporulées ou non. Il est inutile de rappeler que le danger d'infection des plaies de guerre provient surtout des parcelles de terre apportées par le projectile et par les débris de vêtements souillés de boue.

à 3 pour 1000, il empêche la multiplication des bactéries et les stérilise à 5 pour 1000. Mais, au point de vue chirurgical, la toxicité des sels de cuivre en limite nécessairement l'usage.

Au titre de 2,75 pour 1000, le fluorure de sodium a empêché la multiplication des bactéries. A 6 pour 1.000, il a habituellement stérilisé le bouillon déjà trouble (le *Bac. subtilis* a parfois persisté).

Cet agent serait donc susceptible d'être employé. Mais il possède une certaine toxicité : $0,20^{cg}$ ont tué un cobaye de 650^{g} en 4 heures (cette quantité correspond à 20^{g} pour un adulte de 65^{kg}). Dans une autre expérience, $0,12^{cg}$ dans le péritoine ont tué en 13 minutes un cobaye de 575^{g}. C'est pourquoi il ne nous a pas paru devoir être recommandé comme désinfectant des plaies.

L'*hypochlorite de chaux*, titrant 110^{l} de chlore, *s'est montré l'agent antiseptique le plus puissant*. D'après mes expériences, l'addition d'hypochlorite en proportion telle que la quantité de chlore dégagée soit égale à 5^{mg} ou 6^{mg} pour 20^{cm^3} de bouillon très souillé, empêche la multiplication des bactéries et les détruit le plus souvent. Cette quantité correspond, en moyenne, à $0^{g},7$ ou $0^{g},9$ d'hypochlorite pour 1000^{cm^3}.

A la dose de 8^{mg} ou 9^{mg} de chlore pour 20^{cm^3}, ce qui correspond environ à $1^{g},15$ ou $1^{g},30$ d'hypochlorite pour 1000, ce même antiseptique stérilise le bouillon dans lequel on a laissé multiplier pendant 24 heures les microbes contenus dans la terre ou la sanie de gangrène gazeuse.

L'hypochlorite de chaux ne pouvant être employé en nature sur les plaies chirurgicales, on l'a délayé avec des produits pulvérisés et bien secs : talc, carbonate de chaux, charbon, saccharose + chaux éteinte (5 pour 100), sulfate de soude, sous-nitrate de bismuth, acide borique, borate de soude, carbonate de soude ou de magnésie, chlorure de sodium, etc. Ou bien on l'a associé avec ces produits mélangés deux à deux, trois à trois. On a procédé ensuite au contrôle bactériologique de la valeur de ces divers mélanges.

Il a été constaté que les propriétés antiseptiques de l'hypochlorite de chaux dilué se sont montrées fort différentes suivant l'excipient : très faibles avec le charbon, ainsi qu'on pouvait le présumer, en raison de la fixation du chlore ; très minimes, aussi, avec la saccharose additionnée de chaux éteinte, avec le carbonate de chaux ou de magnésie, etc. D'autres sels ne les ont pas modifiées (chlorure de sodium, sulfate de soude). Il en est, enfin, qui les ont un peu renforcées, sans doute par leur action antiseptique propre, quoique légère (acide borique, borate de soude).

Mais, pratiquement, le mélange de l'hypochlorite de chaux au sel marin, au sulfate de soude ou au borate de soude secs, n'est pas utilisable parce qu'il est hygroscopique,

se tasse ou s'agglomère en quelques jours. L'acide borique n'a pas le même inconvénient (1).

Il résulte, en conséquence de ces recherches, que la formule antiseptique à la fois la plus active et la plus facile à conserver est :

Hypochlorite de chaux frais (titrant 110^l de chlore).....	10 parties
Acide borique cristallisé, pulvérisé et sec................	90 »

(pulvériser séparément, mélanger et répartir en flacons colorés).

Au degré de dilution susindiqué, l'hypochlorite de chaux, largement déposé sur les plaies, n'éveille aucune douleur, ni même, le plus souvent, aucune sensation. Il est hémostatique par le $CaCl^2$ qu'il renferme.

Bien appliquée, cette méthode antiseptique de pansement sec des plaies de guerre immobilise leur infection. Elle a donné des résultats préventifs importants qui seront, ainsi que sa technique, exposés ultérieurement.

HYGIÈNE ALIMENTAIRE. — *La conservation des œufs.*
Réclamation de priorité de M. **Lucien Rompant.**

Au sujet de la Note communiquée par M. André Arnoux à l'Académie des Sciences, dans sa séance du 4 décembre 1916 (2), M. Lucien Rompant rappelle que, depuis 18 mois, il emploie avec succès un procédé de conservation des œufs semblable à celui que préconise M. Arnoux et qu'il a encore perfectionné en vue d'en rendre l'application plus pratique.

Les œufs à *coquille renforcée* qu'il obtient à la suite d'enrobages silicatés conservent pendant plus de deux mois tous leurs caractères de fraîcheur initiale et offrent une résistance au choc qui leur assure une intégrité presque absolue au cours des transports qu'ils ont à subir.

La séance est levée à 16 heures.

G. D.

(1) L'acide borique n'a qu'une toxicité faible (Debove et Pouchet). D'après mes expériences, la dose mortelle, pour le cobaye, en injection sous-cutanée, correspond à 180^g,70 pour un homme adulte de 65^{kg}.

(2) A. Arnoux, *Sur la protection mécanique et la conservation des œufs* (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 721).

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 22 JANVIER 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le Tome 161 (1915, second semestre) des *Comptes rendus* est en distribution au Secrétariat.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Un nouveau deuil vient de frapper notre Compagnie. Le général **Bassot** est mort le 17 janvier et avant-hier l'Académie lui rendait les derniers devoirs.

Notre Confrère a été l'un des représentants les plus méritants du Service géographique de l'armée.

C'est en 1870 qu'il y fut introduit sur la demande de notre regretté Confrère le général Perrier dont il devait rester le collaborateur et devenir, en 1888, le continuateur.

L'œuvre magistrale du général Perrier a consisté dans la réalisation du programme géodésique adopté en 1869 par le maréchal Niel, savoir : 1° une nouvelle mesure de la méridienne de France; 2° la jonction de l'Espagne avec l'Algérie; 3° la triangulation de la méridienne d'Alger à Laghouat.

Cette œuvre a nécessité 18 années de travaux sur le terrain et a pu être achevée l'année même de la mort de son organisateur en 1888.

Pendant ces 18 années, Bassot a été le fidèle et savant collaborateur du général Perrier, il a été associé à tous ses travaux.

La nouvelle chaîne méridienne de la frontière d'Espagne à Dunkerque comprend environ 90 stations; c'est Bassot qui a fait les observations azimutales dans près de la moitié de ces postes. Il a été en outre chargé de déterminer à nouveau la latitude du Panthéon qui est le point fondamental de la méridienne.

C'est lui qui, en 1884, a mesuré la chaîne d'Alger à Laghouat par une nouvelle méthode très expéditive qui lui a permis de réaliser en 56 jours l'exécution d'un arc de près de 4°. Cette chaîne prolonge la méridienne de France sur le territoire algérien.

En 1879, Bassot a pris part également à la jonction géodésique et astronomique de l'Espagne avec l'Algérie. Il occupait l'un des quatre sommets du quadrilatère de jonction, celui de Filhaoussen près de la frontière du Maroc. Cette grandiose opération a fait époque dans les annales de la Géodésie. La station de Filhaoussen mit à une rude épreuve l'endurance de notre Confrère, car Bassot resta à son poste durant 53 jours avant d'apercevoir les signaux optiques des stations espagnoles.

Le géodésien doit être en même temps astronome pour déterminer et vérifier astronomiquement les positions géographiques. C'est ainsi que Bassot fut appelé à mesurer vingt-deux différences de longitudes et presque autant de latitudes et azimuts.

En 1882, il fit partie de la mission envoyée en Floride pour l'observation du passage de Vénus sur le Soleil. Il y observa les différentes phases du passage à l'équatorial et détermina la latitude de la station.

L'Académie récompensa l'ensemble de ces travaux en admettant leur auteur dans son sein en 1893.

Le général Bassot a eu la direction du Service géographique de 1898 à 1903. Il y a marqué son passage par le renouvellement des approvisionnements de guerre avec des cartes des derniers types. Il a amorcé également la constitution de la carte au $\frac{1}{50000}$ par la réalisation des neuf cartes des environs de Paris qui sont appréciées à l'égal de celles du même type donnant les environs de Nancy, Toul, etc.

La réfection de la méridienne de France entraînait celle de l'arc du Pérou. Bassot posa la question à l'Association géodésique internationale qui décida que le privilège de procéder à cette nouvelle mesure revenait à la France. L'Académie des Sciences fut saisie et le Service géographique chargé de l'exécution de l'œuvre. Comme directeur de ce Service, Bassot eut la responsabilité de toute la préparation de cette entreprise qui fut confiée au commandant Bourgeois.

Depuis 1903 Bassot était président de l'Association géodésique internationale. Cette Association a rendu à la science les plus grands services. C'est elle notamment qui a donné naissance au Comité international du Mètre qui a tant fait pour la diffusion du système métrique.

Enfin depuis 1904 Bassot a dirigé l'Observatoire de Nice; il a assuré sa vie scientifique le plus activement possible avec le faible personnel dont il dispose. Il y a réorganisé le Service d'Astrophysique créé par Thollon; l'Observatoire de Nice a pu rendre ainsi de grands services en envoyant une mission en Espagne pour observer l'éclipse totale de Soleil le 30 août 1905. Tels sont, à grands traits, les principaux actes de la vie scientifique de notre regretté Confrère. En prenant Bassot comme collaborateur, en le désignant pour continuer son œuvre, vous estimerez avec moi que le général Perrier s'est montré une fois de plus un grand chef.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Les premières réunions savantes de Paris au* XVIIe *siècle. — L'Académie de Montmor* (¹). Note (²) de M. **G. Bigourdan.**

On ignore à quelle époque prirent fin les réunions qui se tenaient chez M. de Montmor; mais elles avaient lieu encore en 1663, car alors il était question de modifier leur règlement, ainsi qu'il ressort d'un curieux discours que Sorbière y prononça alors, véritable histoire *critique* de cette Académie, et dont nous allons donner un long extrait. Ce discours (³) est imprimé sans nom d'auteur; mais, outre que l'attribution ne peut faire de doute, dans le manuscrit 485, il est accompagné d'une lettre d'envoi à Colbert signée et très explicite.

DISCOURS prononcé le 3 d'Avril 1663. *A l'ouverture de l'Academie des Physiciens, qui s'assemblent tous les Mardis chez Monsieur de Montmor.*

Messieurs, L'ouverture de ceste Assemblée, à laquelle Vous venés avec dessein d'en renouveller les reglemens, et la liberté que Vous m'y avés donnée, de Vous représenter ce que je crois estre de son utilité, m'invitent à Vous entretenir en peu de mots sur ce que Vous allés faire; afin que Vous ne Vous relaschiés point de vos bonnes intentions.

(¹) Voir page 129 de ce volume.

(²) Séance du 8 janvier 1917.

(³) *Biblioth. Nat.*, Manuscrits, *Cinq Cents Colbert*, n° 485, f°s 441 ...; *imp.* in-4° de 8 pages.

Nous pouvons dire, Messieurs, à l'advantage de ceste Assemblée, qu'Elle est la Mere de toutes celles qui se sont formées depuis sa naissance dans ce Royaume, en Angleterre, ou dans les Païs-bas, et qui ont le mesme desir que nous avons d'avancer la science des choses naturelles, ou de perfectionner les Arts Liberaux, et les Mechaniques. C'est sur le plan qui fut dressé ceans en l'an 1657. ou sur une partie de nostre projet, que l'on travaille aujourd'huy ailleurs; il est certain que notre Illustre Moderateur a le premier excité dans Paris les Estudes que nous cultivons, la curiosité de connoistre plus particulierement les œuvres de Dieu, et le desir de porter plus avant l'industrie des hommes, deux genres de choses que beaucoup de gens d'esprit, que la pluspart des gens de Lettres, et presque toutes les personnes de qualité negligeoient auparavant.

Il ne reste plus à souhaiter pour sa gloire, et pour l'utilité publique, si ce n'est qu'il face passer plus avant une si noble entreprise, qu'elle devienne celle des Souverains; Et qu'il ayt le mesme bon-heur que le grand Galilée, *qui primus in Physicis, omnino nugari desiit* (comme dit un de nos amis) le Maistre de tous les Physiciens modernes qui ont parlé raisonnablement, le premier qui a tiré hors de page ceste science, et qui en a esté le restaurateur; non seulement par les belles choses qu'il nous a enseignées, mais parce qu'il a inspiré aux Princes de Toscane l'amour de la Physique, à laquelle ils s'appliquent fort heureusement. Il y a à espérer que ce bon-heur arrivera quelque jour à M. de Montmor, et il est à presumer que peut-être mesme la France n'enviera pas long-temps aux Estrangers leurs rares inventions. Le Roy est jeune; il a l'âme grande, et il a desia commencé de favoriser quelques-uns de nos Artisans, les Peintres, et les Architectes; qui sont une considerable partie des ouvriers sur lesquels les Physiciens doivent avoir l'œil, et que l'Academie generale dont nous avons fait le projet ceans, embrasse dans la vaste estendue qu'Elle se propose.

Cependant, Messieurs, ce ne fust pas sans beaucoup de circonspection, que les personnes sçavantes et judicieuses, que Monsieur de Montmor appella pour consulter avecque luy sur l'establissement de cette docte Assemblée, dresserent quelques loix, et firent quelques reglemens, par l'exacte observation desquels Elle peut-estre renduë utile, agréable, et de longue durée. Nos sages Legislateurs, regardans invariablement à ces trois choses, creurent qu'ils arriveroient à leur but, en donnant occasion à chacun d'employer son talent, en establissant l'ordre, et en ayant égard à ce qui estoit de la portée des personnes privées, qui ne se doivent pas incommoder pour faire des experiences, quoy qu'elles puissent tourner à l'utilité publique. Dans ceste vuë, on ne destourna personne de suivre son genie; on laissa à chacun la liberté d'apporter ses expériences; on exhorta les plus laborieux et les plus industrieux à en faire, on les prefera à tout autre entretien; et on trouvera bon aussi, afin que la Compagnie ne chommat point, et que on profitat des estudes, des pensées, et du commerce les uns des autres, que l'on se communiquat les nouvelles de science que l'on recevroit de divers endroits; et que l'on se divertit par des discours polis, doctes, et bien raisonnés sur des matieres Physiques, qui seules estoient de nostre juridiction.

Tandis, Messieurs, que nous nous assemblasmes avec cest esprit, les Conferences se passerent d'une agreable maniere. Il fut dit ceans d'excellentes choses; Il y fust

mesme fait plusieurs belles expériences; Et quand une matiere y avoit esté agitée en deux ou trois scéances, il sembloit que l'on y avoit épuisé toute la subtilité humaine : De sorte que nous eussions pû pretendre à y devenir les legitimes arbitres de toutes les questions curieuses; et les resultats de nos scavans entretiens eussent esté sans doute autant d'oracles rendus sur toutes les disciplines. Et ce fut aussi pendant ces bons intervalles que nostre Assemblée attira sur Elle les yeux de toute l'Europe, qu'elle eust l'honneur de recevoir des complimens de celle de Londres, qui toute Royale qu'Elle est dès sa première institution envoya faire des civilités à la nostre; que celle de Florence nous consulta sur ses experiences; que les Curieux nous vindrent visiter de toutes parts; et que certaines personnes, qui estoient alors tres puissantes, aspirerent à la gloire de prendre nostre protection, et de fournir aux frais de nos experiences.

Mais, MESSIEURS, me permettrés vous de le dire, nostre concert ne dura pas long-temps, et bien tost apres nostre premier establissement il y eust de la dissonance. Le mal vint de ce qu'on eust un peu trop d'indulgence pour certains esprits, qui s'estimerent devoir estre au dessus des loix que nous avions establies; et il fut reconnu un peu trop tard, qu'il valoit mieux se priver de leur lumiere, que de l'admettre au préjudice de tous nos reglemens : car par là nous nous rendismes inutile le sçavoir et le genie de tous les autres, qui furent comme estouffés sous les torrents de paroles, qui ont souvent inondé ceste Assemblée. Combien de fois avons nous veu ceans deux hommes qui ne sont plus, deux esprits aussi penetrants et judicieux qu'il y en eust de ma connoissance, deux disciples de M. Hobbes et deux copies de Bacon, le scavant M. du Prat, et l'agreable M. du Bosc s'en retourner sans avoir dit un seul mot; parce que deux autres avoient amusé infructueusement trois heures entieres ceste compagnie, comme s'il n'y avoit qu'eux qui eussent quelque chose de bon à dire. Certes, MESSIEURS, il vaudroit mieux tomber dans la secheresse de discours. que de permettre une telle abondance; et n'estre qu'un petit nombre de personnes, qui ne prennent jamais la parole hors de leur rang, ou que par l'ordre du Moderateur, que de continuer dans une telle confusion. Elle fait honte à de si nobles estudes; car ce n'est presque qu'en celles de la Physique que je la vois regner, et par tout ailleurs on s'écoute et on laisse parler ceux qui ont commencé à dire quelque chose. Il semble qu'en ceste matiere l'on a peur de perdre les moindres pensées qui surviennent, si on ne les produit tout incontinent; ou que l'on abhorre le silence et la reflexion, comme la plus dangereuse chose du monde, et la plus ruineuse à la reputation d'un honneste homme. Quoy, ne peut-on pas parler quelquesfois en soy mesme, et est-il toujours besoin de de faire sçavoir tout ce que l'on pense? Ceste vérité est-elle si bien establie, que tout ce que l'on scait est fort inutile, si l'on ignore que nous le scavons; car c'est de là que viennent les fréquentes interruptions, et les actions de mespris que font ceux qui écoutent impatiemment les autres; *qui non scire cupiunt* (dit un venerable Autheur) *ut sciant, sed ut sciantur.* Il semble que dans une Academie telle que la nostre, ceux qui y prenent la parole à leur tour se doivent souvenir, qu'ils parlent à des personnes consommées dans les sciences, qui ont la plus-part veu le monde depuis long-temps, et qui meritent d'estre écoutées. On ne vient pas ceans pour enseigner, mais pour apprendre les uns des autres; et je n'ay jamais oüy dire, que ceux qui scavent quelque chose, la sceussent moins en ne la disant pas; au lieu qu'il est très-asseuré,

que ceux qui ne font que parler se privent bien souvent de plusieurs connoissances qu'ils pourroient acquerir des autres, s'ils leur permettoient de les leur communiquer.

On eust bien pû remedier à ce desordre, et l'altercation eust esté interdite dès le commencement, si elle n'eust esté fomentée peut-estre par deux sortes de personnes qui ont eu interest à la conserver. Car il y a (je ne pretends, Messieurs, offencer nommement personne, et il n'y a que ceux qui se reconnoistront dans le crayon que je vay faire, qui se puissent plaindre de ce que j'ay à dire). Il y a eü, dis-je, dans ceste Assemblée de certaines personnes, dont la politique luy a esté fort prejudiciable, et qui par une complaisance contraire aux bons desseins ont applaudi tousiours au party qui paroissoit le plus fort, ou qui prevaloit en quelque maniere. Comme ces gens-là ne sont venus ceans que pour y tüer le temps, et y acquerir de l'estime, ils se sont mis peu en peine de l'avancement des connoissances qu'on y recherche; et ils ont esté bien ayse qu'il y eust d'autres qu'eux qui tinssent le dé, qui y formassent des disputes pires que celles de l'Escole, et qui y excitassent des tempestes, tandis qu'ils demeuroient en repos; parce qu'à la fin du combat les champions estant récreus, ils s'entremettoient pour les separer, jugeoient des coups, donnoient la palme à qui bon leur sembloit, et s'ingeroient de decider du fond des choses; où ils rencontroient la gloire qu'ils cherchoient d'estre estimés les arbitres des scavans. Je ne trouve pas mauvais qu'ils allassent adroitement à leurs fins; mais cela ne nous doit pas destourner de la nostre; et c'est à quoy nous avons d'oresenavant à prendre garde.

Il y a eü une autre espece de gens, qui en la deroute generale de ceste Assemblée s'est voulu rallier, et prendre le dessus, sous un pretexte bien apparant, mais avec un dessein dont l'execution nous est impossible. Ils n'ont presché que les experiences, et ont demandé qu'on ne s'assemblat que pour en faire; ou que l'on ne discourut que sur le champ. Ils ont dit, qu'il ne falloit avoir soin que de bien agir, et qu'il n'estoit pas besoin de raisonner sur aucune matiere avant qu'on eust fait quelque experience, ce qui fourniroit assés de subjet de bien parler sans autre méditation. Il faut voir, Messieurs, ce que l'on a pretendu faire, et descouvrir ce qui a fait de ce costé là negliger nos premieres resolutions, qui estoient de faire un docte et judicieux meslange des experiences et des raisonnemens.

En faisant hommage à l'Académie des fascicules XLVIII et XLIX des *Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht*, S. A. S. le Prince **Albert de Monaco** s'exprime ainsi :

Dans son Mémoire *Sur les Annélides polychètes pélagiques provenant des yachts* Hirondelle *et* Princesse-Alice (1885-1910), M. **Pierre Fauvel** étudie les nombreuses Annélides polychètes pélagiques recueillies dans mes croisières de 1885 à 1910 depuis le Spitzberg jusqu'aux îles du Cap Vert. M. Fauvel a compté 72 espèces appartenant à 44 genres, rangés dans 16 familles.

8 espèces prises au voisinage des côtes et à la surface ont subi une méta-

morphose au moment de la reproduction. Leur nombre est parfois considérable; ainsi en rade de Mazaghan, sur la côte du Maroc, plus de 700 mâles épitokes de *Platynereis Dumenili* ont été pris sous un fanal.

M. Fauvel a pu ainsi décrire la forme épitoke, encore inconnue jusque-là, de plusieurs Annélides.

Le Mémoire de MM. **L. Germain** et **L. Joubin** est consacré aux *Chétognathes provenant des campagnes des yachts* Hirondelle *et* Princesse-Alice (1885-1916).

Pendant la période d'années qui sépare 1885 de 1910, un nombre considérable d'individus, répartis entre 5 genres et 18 espèces dont une seule est nouvelle (*Eukrohnia Richardi*), a été recueilli à la profondeur de 4000^{m}.

7 cartes sont consacrées à la distribution géographique de ces animaux dont certaines espèces vivent dans les couches superficielles, alors que d'autres vivent plus profondément, tout en étant soumises à des migrations verticales.

M. **Appell**, en présentant à l'Académie un Mémoire en russe de M. Riabouchinsky *Sur la résistance de l'air*, s'exprime comme il suit :

M. **Riabouchinsky** étudie la résistance que l'air oppose au mouvement d'un projectile, en se basant sur la théorie de l'écoulement des gaz de B. de Saint-Venant et de L. Wantzel. Il obtient des résultats s'accordant assez bien avec ceux que résume la courbe connue, qui exprime la variation des coefficients de résistance en fonction de la vitesse et qui a été étudiée par les généraux N. Maievsky et N.-A. Zaboudsky, par F. Bashforth et par les ingénieurs des usines Krupp. Il donne pour la résistance R deux formules différentes suivant que la vitesse v du projectile dépasse ou non celle du son. Il introduit un coefficient de *rugosité* dépendant de la nature de la surface du projectile. Enfin, il étudie l'allure de la courbe qui représente la variation de $\frac{R}{v^2}$ en fonction de v. Pour des vitesses très petites, ce rapport diminue d'abord quand la vitesse augmente et passe par un minimum; puis ce rapport augmente et passe par un maximum; ensuite il diminue de nouveau, atteint un second minimum, aux environs duquel il paraît constant, et recommence à croître pour atteindre un second maximum dans la région où v est supérieur à la vitesse du son; enfin le rapport $\frac{R}{v^2}$ diminue en se rapprochant asymptotiquement d'une valeur constante. Le mécanisme de la résistance aux environs du premier maximum est très instable.

M. A. de Gramont fait, au nom de l'auteur, hommage à l'Académie d'un Mémoire de M. A. Pereira Forjaz, intitulé : *Estudos de análise espectral realisados sobre os minerais de urânio e de zircónio portugueses*. Ce Volume, qui contient de nombreuses planches de spectres et de dispositifs expérimentaux, forme le Tome II des *Arquivos da Universidade de Lisboa* (Lisbonne, 1916). Un bref résumé de cet intéressant travail vient d'être récemment donné à l'Académie (séance du 8 janvier 1917).

M. de Gramont ajoute que les recherches de M. Pereira Forjaz ont été poursuivies par la « méthode d'analyse spectrale des minéraux non conducteurs par les sels fondus », communiquée pour la première fois à l'Académie le 18 avril 1898, et ayant servi depuis à la détermination des raies ultimes.

M. Jacques Loeb fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage intitulé : *The organism as a whole from a physico-chemical viewpoint*.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Jac. Berzelius. *Lettres* publiées au nom de l'Académie royale des Sciences de Suède, par H.-G. Söderbaum. Tome V.

2° Félix Cardellach. *Philosophie des structures dans l'architecture et dans l'art de l'ingénieur*. Traduit de l'espagnol, par Léon Jaussely.

3° Commandant Chenet. *Le sol et les populations de la Lorraine et des Ardennes*.

4° *Revue générale de l'Électricité*, 1re année, Tome I, nos 1 et 2 : organe de l'Union des Syndicats de l'Électricité.

5° *Leçons sur les fonctions elliptiques en vue de leurs applications*, par R. de Montessus de Ballore. (Présenté par M. P. Appell.)

6° *Étude sur la chronologie assyro-babylonienne*, par M. D. Sidersky. (Présenté par M. G. Bigourdan.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'identité de Bézout.* Note de M. **Bertrand Gambier.**

Une remarque due à M. Darboux permet de donner explicitement et sans le moindre calcul l'expression des quatre polynomes entiers en x les plus généraux A, B, C, D satisfaisant à l'identité classique de Bézout

$$AD - BC \equiv 1. \tag{1}$$

L'expression AD — BC ayant revêtu la forme du déterminant $\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$, si l'on connaît deux solutions (ABCD), (A′B′C′D′), on en déduit une troisième par la multiplication des deux déterminants correspondants. Pour préciser, j'effectue la multiplication par le procédé détaillé ci-dessous

$$\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{vmatrix} \equiv \begin{vmatrix} AA'+CC' & BA'+DC' \\ AB'+CD' & BB'+DD' \end{vmatrix}. \tag{2}$$

J'appelle la solution nouvelle (AA′+CC′, BA′+DC′, AB′+CD′, BB′+DD′) produit de (ABCD) par (A′B′C′D′) et je l'écris schématiquement (ABCD)(A′B′C′D′). De même, si je me donne un nombre quelconque de solutions avec leur ordre, je multiplie la première par la seconde, le résultat par la troisième, et ainsi de suite; le résultat final, ou produit des solutions données, est une solution nouvelle. Cette multiplication n'est pas commutative.

Si donc on suppose que C et D sont respectivement de degré supérieur à A et B, nous effectuons les opérations du plus grand commun diviseur entre C et A d'une part, D et B de l'autre; les quotients successifs sont les mêmes. La première opération donne

$$\begin{cases} C \equiv A\delta + C_1, \\ D \equiv B\delta + D_1, \end{cases} \qquad \begin{aligned} &AD_1 - BC_1 \equiv 1, \\ &(ABCD) \equiv (ABC_1D_1)(1\delta 01). \end{aligned} \tag{3}$$

La solution (ABCD) est remplacée par la solution plus simple ABC_1D_1; à la seconde opération celle-ci est elle-même remplacée par $A_1B_1C_1D_1$, puis par $A_1B_1C_2D_2$ à la troisième et ainsi de suite.

Chaque opération remplace alternativement le couple (AB) ou le couple (CD) par un couple plus simple, l'autre ne changeant pas. Finalement, si nous tenons compte de toutes les hypothèses possibles sur les degrés

respectifs de A, B, C, D, nous obtenons pour (ABCD) l'une des formes

$$
(4)\quad \begin{cases}
\left[0, \lambda, \frac{-1}{\lambda}, F(x)\right][1, 0, \varphi_1(x), 1][1, f_1(x), 0, 1][1, 0, \varphi_2(x), 1][1, f_2(x), 0, 1]\ldots, \\
\left[\lambda, 0, F(x), \frac{1}{\lambda}\right][1, 0, \varphi_1(x), 1][1, f_1(x), 0, 1][1, 0, \varphi_2(x), 1][1, f_2(x), 0, 1]\ldots, \\
\left[\lambda, F(x), 0, \frac{1}{\lambda}\right][1, f_1(x), 0, 1][1, 0, \varphi_1(x), 1][1, f_2(x), 0, 1][1, 0, \varphi_2(x), 1]\ldots, \\
\left[F(x), \lambda, \frac{-1}{\lambda}, 0\right][1, f_1(x), 0, 1][1, 0, \varphi_1(x), 1][1, f_2(x), 0, 1][1, 0, \varphi_2(x), 1]\ldots.
\end{cases}
$$

Le nombre des facteurs est bien entendu limité; suivant qu'il est pair ou impair, on a en réalité huit cas. λ est une constante numérique arbitraire non nulle. $F(x)$ est un polynome arbitraire, qui peut se réduire à une constante numérique non nulle; le dernier polynome f_n ou φ_n remplit les mêmes conditions; quant aux autres polynomes f_i ou φ_i ils sont complètement arbitraires, mais de degré au moins égal à 1.

Les formules (4) résolvent explicitement la question; elles montrent de plus que, si l'on prend pour F et les polynomes f_i, φ_i des polynomes entiers à un nombre arbitraire de variables, les polynomes A, B, C, D donneront encore des solutions de l'identité de Bézout, à un nombre quelconque de variables.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Valeur de l'action le long de diverses trajectoires.* Note de M. **Michel Petrovitch**, présentée par M. Appell.

Considérons le mouvement d'un système holonome à k degrés de liberté, à liaisons indépendantes du temps, sous l'action de forces dérivant d'une fonction de forces U et soit, avec les paramètres $q_1, \ldots, q_k$ formant un système de coordonnées orthogonales,

$$J = \int_{(P_0)}^{(P_1)} \sqrt{L_1 dq_1^2 + \ldots + L_n dq_n^2}$$

l'expression de l'*action* le long d'une trajectoire arbitraire passant par deux positions données P_0 et P_1 du système, les L_i étant fonctions des $q_1, \ldots, q_k$ et de la constante des forces vives h, déterminées par les liaisons et la forme de la fonction de forces U.

J'indique dans la présente Note une manière d'avoir des limites supérieures et inférieures de la valeur de l'action le long de diverses trajectoires

passant par les positions données P_0 et P_1, et de comparer entre elles les valeurs de l'action le long de ces trajectoires.

A cet effet, considérons deux positions P_0 et P_1 du système suffisamment rapprochées pour que, le long de l'arc $s = P_0 P_1$ de la trajectoire considérée T entre ces positions, aucune des différentielles $\sqrt{L_i}\, dq_i$ *ne change de signe*. Comme ces différentielles représentent les éléments d'arc des lignes coordonnées composant dans le système orthogonal $(q_1, \ldots, q_k)$ l'action J comme leur résultante, ceci revient à supposer les positions P_0 et P_i suffisamment rapprochées pour que l'action le long de l'arc s présente une *allure invariable* par rapport aux lignes coordonnées, cette invariabilité consistant dans celle du sens de croissance de ces arcs composants.

Soit ε_k l'unité affectée du signe invariable de $\sqrt{L_k}\, dq_k$ le long de s; en posant pour abréger

$$\varepsilon_k \sqrt{L_k}\, dq_k = \alpha_k,$$

on aura le long de l'arc s

$$J = \int_{(P_0)}^{(P_1)} \sqrt{\alpha_1^2 + \ldots + \alpha_k^2}.$$

Les α_k étant tous positifs, la valeur du rapport

$$\frac{\alpha_1^2 + \ldots + \alpha_k^2}{(\alpha_1 + \ldots + \alpha_k)^2}$$

sera toujours comprise entre $\frac{1}{n}$ et 1, ces limites étant atteintes, la première lorsque le long de l'arc s les α_i sont tous égaux entre eux, et la seconde lorsque les α_i, sauf un parmi eux, sont tous nuls [1].

Soit μ un facteur intégrant de l'expression $\Sigma\alpha_k$, de sorte que $\mu\Sigma\alpha_k$ soit la différentielle exacte d'une fonction f. L'existence du facteur μ est assurée pour un système quelconque à un degré de liberté inférieur à 3. Il en est de même lorsque les lignes coordonnées forment un réseau isométrique, de sorte qu'on ait $L_1 = L_2 = \ldots = L_k$; le facteur intégrant sera alors $\frac{1}{\sqrt{L_1}}$. Il en sera de même dans un nombre illimité d'autres cas généraux.

On aura dans ce cas

$$\sqrt{\alpha_1^2 + \ldots + \alpha_k^2} = \theta(\alpha_1 + \ldots + \alpha_k) = \theta \frac{dF(f)}{\mu F'(f)},$$

---

(1) Voir ma précédente Note (*Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 85).

où F désigne une fonction arbitraire d'une variable, θ étant un facteur toujours compris entre $\frac{1}{\sqrt{n}}$ et 1.

Choisissons la fonction arbitraire F de manière que l'expression $\mu F'(f)$ garde un signe invariable le long de l'arc s et soient M et N la plus grande et la plus petite valeur absolue que prend cette expression le long de cet arc. La plus grande valeur de $\frac{\theta}{\mu F'(f)}$ étant $\frac{1}{N}$, et la plus petite $\frac{1}{M\sqrt{n}}$, le théorème commun de la moyenne, appliqué à l'intégrale J, conduit à la proposition suivante :

L'action J *le long de l'arc* s *est égale à la valeur absolue* H *de la différence de valeurs que prend la fonction* $F(f)$ *aux deux positions* P_0 *et* P_1, *multipliée par un facteur toujours compris entre les limites* $\frac{1}{M\sqrt{n}}$ *et* $\frac{1}{N}$.

On a là un *théorème de la moyenne* relatif à l'action J :

$$J = \lambda H \quad \text{avec} \quad \frac{1}{M\sqrt{n}} \leqq \lambda \leqq \frac{1}{N}.$$

Le théorème fournit le moyen de comparer entre elles les actions J et J' présentant *une même allure* (les mêmes ε_k) le long de deux trajectoires arbitraires T et T'. En choisissant la fonction arbitraire F de manière que $\mu F'(f)$ garde un même signe le long des arcs P_0P_1 des deux trajectoires et en désignant par λ', M', N' les quantités λ, M, N relatives à la trajectoire T', on trouve

$$J' = \xi J,$$

où ξ est un facteur compris entre $\frac{M'\sqrt{n}}{N}$ et $\frac{N'}{M\sqrt{n}}$. En particulier : *l'action le long de l'arc* $s = P_0P_1$ *de la trajectoire naturelle ne peut jamais être plus de* $\frac{M'\sqrt{n}}{N}$ *fois plus petite que celle le long de l'arc* $s = P_0P_1$ *d'une trajectoire arbitraire de l'espèce considérée.* Il est, d'ailleurs, manifeste qu'on peut dans ces propositions remplacer (M, M') et (N, N') par la plus grande et la plus petite valeur que prend l'expression $\mu F'(f)$ dans un domaine considéré de l'hyperespace $(q_1, \ldots q_k)$ comprenant les trajectoires à comparer.

Appliquons ces résultats au mouvement d'un point matériel libre sous l'action de forces dérivant d'une fonction de forces U, le système de coordonnées étant rectiligne orthogonal (x, y, z). On aura

$$J = \int_{(P_0)}^{(P_1)} \sqrt{2(U+h)(dx^2+dy^2+dz^2)}$$

et, en désignant par $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ l'unité affectée des signes respectifs de dx, dy, dz le long de l'arc $s = P_0P_1$ de la trajectoire, on peut prendre

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{2(U+h)}}, \qquad f = \varepsilon_1 x + \varepsilon_2 y + \varepsilon_3 z, \qquad F(f) = f.$$

La quantité précédente H sera la somme de valeurs absolues des accroissements finis des coordonnées x, y, z quand on passe de la position P_0 à la position P_1 du point mobile. L'expression

$$\mu F'(f) = \frac{1}{\sqrt{2(U+h)}}$$

garde un signe invariable quelle que soit la trajectoire considérée et, en désignant par A et B la plus grande et la plus petite valeur de la fonction $U+h$ le long de l'arc s (ou bien dans une région de l'espace comprenant cet arc), on aura

$$M = \frac{1}{\sqrt{2B}}, \qquad N = \frac{1}{\sqrt{2A}},$$

de sorte que $J = \lambda H$, *où* λ *est un facteur compris entre* $\sqrt{\frac{2B}{3}}$ *et* $\sqrt{2A}$.

Il serait aussi facile de comparer entre elles les valeurs de l'action le long de diverses trajectoires passant par les mêmes points P_0 et P_1 suffisamment rapprochés pour que les arcs P_0P_1 des trajectoires considérées gardent une allure invariable (ε_1, ε_2, ε_3 invariables).

ÉLASTICITÉ. — *Formule en série simple de la plaque uniformément chargée, encastrée sur un contour rectangulaire plan.* Note de M. **Mesnager**, transmise par M. A. Blondel.

La formule en série double de cette plaque [1] a l'inconvénient d'exiger le calcul d'un grand nombre de termes. D'autre part, la démonstration donnée n'est indiscutable que si le lecteur veut bien se rendre compte des ordres de grandeur respectifs des flèches et des périodes du reste. On peut améliorer la solution à ces deux points de vue en faisant subir à la formule une transformation en série simple analogue à celle que Maurice Levy a fait subir aux formules de Navier [2]. Mais sa méthode ne peut être appliquée aux plaques encastrées, comme il l'avait fort bien remarqué, tous les coefficients de l'équation s'annulant. Toutefois son procédé équivaut [3] à

(1) *Comptes rendus*, t. 163, 27 novembre 1916, p. 661.
(2) *Comptes rendus*, t. 129, 1899, p. 535.
(3) Thèse de M. Estanave (Gauthier-Villars, 1900), p. 14 et suiv.

considérer la série double en x et y comme une série, de séries en y par exemple, et à sommer les séries contenant y. On peut ici faire cette sommation pour les séries

$$(1)\qquad \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1+(-1)^{n+1}\cos\dfrac{2n\pi y}{b}}{3\left(\dfrac{m}{a}\right)^4+3\left(\dfrac{n}{b}\right)^4+2\left(\dfrac{mn}{ab}\right)^2} = \frac{b^4}{3}\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1+(-1)^{n+1}\cos nz}{n^4+k^2n^2+l^4}$$

en posant, pour simplifier l'écriture,

$$\frac{mb}{a}=l,\qquad \frac{mb}{a}\sqrt{\frac{2}{3}}=k,\qquad \frac{2\pi y}{b}=z.$$

Égalons la série en $\cos z$ à une fonction indéterminée φ et considérons ses dérivées par rapport à z, φ'' et φ^{IV}; on trouve par addition après multiplication respectivement par les constantes l^4, $-k^2$, 1

$$\varphi^{\text{IV}}-k^2\varphi''+l^4\varphi=\Sigma(-1)^{n+1}\cos nz=0,5.$$

En résolvant par les méthodes ordinaires cette équation différentielle linéaire à coefficients constants et en posant $t=\dfrac{l}{\sqrt{3}}=\dfrac{mb}{a\sqrt{3}}$, on obtient

$$\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cos nz}{n^4+k^2n^2+l^4}=\frac{1}{18t^4}+A_m\,\text{sh}\,tz\sqrt{2}\sin tz+B_m\,\text{sh}\,tz\sqrt{2}\cos tz+$$
$$+C_m\,\text{ch}\,tz\sqrt{2}\sin tz+D_m\,\text{ch}\,tz\sqrt{2}\cos tz.$$

Les constantes sont déterminées par les remarques suivantes :

1° La fonction est paire, ce qui entraîne $B_m=C_m=0$.

2° En dérivant et en faisant $z=\pi$, on obtient une relation entre A_m et D_m.

3° En multipliant par dz et intégrant de $-\pi$ à $+\pi$, on obtient une seconde équation entre A_m et D_m. En définitive, il vient

$$\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{(-1)^{n+1}\cos\dfrac{2n\pi y}{b}}{3\left(\dfrac{m}{a}\right)^4+3\left(\dfrac{n}{b}\right)^4+2\left(\dfrac{m}{a}\dfrac{n}{b}\right)^2}$$
$$=\frac{a^4}{6m^4}\left\{1-\frac{3\pi}{2\sqrt{2}}\frac{t}{\text{sh}^2 t\pi\sqrt{2}+\sin^2 t\pi}\times\right.$$
$$\times\left[\left(\sqrt{2}\,\text{ch}\,t\pi\sqrt{2}\sin t\pi+\text{sh}\,t\pi\sqrt{2}\cos t\pi\right)\text{ch}\,tz\sqrt{2}\cos tz-\right.$$
$$\left.\left.-\left(\sqrt{2}\,\text{sh}\,t\pi\sqrt{2}\cos t\pi-\text{ch}\,t\pi\sqrt{2}\sin t\pi\right)\text{sh}\,tz\sqrt{2}\sin tz\right]\right\}.$$

Cette formule n'est justifiée que si les séries v, v'', v^{IV} sont ou peuvent être rendues convergentes. Elles possèdent cette propriété, on peut le démontrer. On peut aussi développer en série de Fourier la fonction à variation bornée du second membre : on retrouve le premier.

En faisant $y = 0,5b$, on trouve -1 en numérateur. Changeons le signe, ajoutons à la valeur précédente et multiplions par $(b^4 : 3)$ nous aurons la valeur de l'expression (1). En la substituant dans celle qui a fait l'objet de ma Note imprimée aux *Comptes rendus* de la séance du 27 novembre 1916, on obtient, pour la plaque uniformément chargée encastrée sur un contour rectangulaire plan,

$$w = \frac{\varpi}{16\sqrt{6}} \frac{1-\eta^2}{\pi^3 \text{EI}} a^3 b \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1 + (-1)^{m+1} \cos \frac{2m\pi x}{a}}{m^3(\operatorname{sh}^2 t\pi\sqrt{2} + \sin^2 t\pi)} \times$$
$$\times \Big\{ (\sqrt{2} \operatorname{ch} t\pi\sqrt{2} \sin t\pi + \operatorname{sh} t\pi\sqrt{2} \cos t\pi)(\operatorname{ch} t\pi\sqrt{2} \cos t\pi - \operatorname{ch} tz\sqrt{2} \cos tz) -$$
$$- (\sqrt{2} \operatorname{sh} t\pi\sqrt{2} \cos t\pi - \operatorname{ch} t\pi\sqrt{2} \sin t\pi)(\operatorname{sh} t\pi\sqrt{2} \sin t\pi - \operatorname{sh} tz\sqrt{2} \sin tz) \Big\}.$$

Cette série, rapidement convergente (avec deux termes on a la flèche), l'est absolument. En effet, pour tout point de la plaque, $-\pi < z < \pi$, quand $m = \infty$ et, par conséquent, $t = \infty$,

$$\lim \frac{(\operatorname{ch} \text{ ou } \operatorname{sh})\, t\pi\sqrt{2}\, (\operatorname{ch} \text{ ou } \operatorname{sh})\, tz\sqrt{2}}{\operatorname{sh}^2 t\pi\sqrt{2}} = 0$$

et, pour $z = \pi$, limite $= 1$. Donc, à partir d'un certain rang, le module du terme général est $< (\text{const.} : m^3)$. De même pour la dérivée par rapport à x ou y, il est $< (\text{const.} : m^2)$. La série des dérivées secondes par rapport à x n'est pas absolument convergente, puisque le module du terme général tend vers $(\text{const.} : m)$. Elle est uniformément convergente à l'intérieur du domaine de la plaque; car en reculant l'origine des x de $0,5\,a$, ce qui revient à compter le domaine de 0 à a, elle prend la forme

$$\sum \frac{\text{A}_m}{m} \cos \frac{2m\pi x}{a},$$

A_m étant fini. Elle est convergente si le coefficient du cosinus décroît constamment jusqu'à zéro et conserve un signe constant (¹). C'est ici le cas, en effet : 1° il décroît constamment, car en dérivant l'expression (1) par rapport à m, on obtient une série absolument convergente dont tous les termes sont négatifs; 2° d'après sa forme, il a pour limite zéro; 3° A_m est la somme de la série (1) dont chaque terme est positif.

(¹) LEBESGUE, *Séries trigonométriques*, p. 42. Gauthier-Villars, 1906.

Si l'on dérive par rapport à y, on n'obtiendra que des séries absolument convergentes, car, dans toutes les dérivées de l'accolade, il ne reste que des termes qui, pour $t = \infty$, ont une limite inférieure à l'inverse de n'importe quelle puissance fixe de t,

$$\frac{(\text{ch ou sh})\, t\pi\sqrt{2}\, (\text{ch ou sh})\, tz\sqrt{2}}{\text{sh}^2 t\pi\sqrt{2}}.$$

La dérivée seconde, en x et y, est donc absolument convergente dans l'intérieur de la plaque. On montrerait, comme pour la dérivée seconde en x, qu'elle est convergente sur le contour. On en conclut que les séries de séries correspondantes sont certainement sommables par la méthode de M. Fejér (¹) et sont bien les dérivées de w.

Toutes les séries employées dans la Note du 27 novembre sont donc ou peuvent être rendues convergentes et la méthode est rigoureusement applicable.

Remarque. — Chaque terme de la formule en série double représente une plaque rectangulaire encastrée, satisfaisant à la condition de Ritz, donc supportant la charge totale, mais assujettie à la condition d'avoir la forme d'une sinusoïde d'un nombre déterminé de périodes dans chaque sens de la plaque. En ajoutant les solutions, chaque élément de la charge descend de plus en plus, tous les w additionnés étant positifs, mais ne peut dépasser une limite (convergence). C'est cette limite qui se produit en l'absence de toute condition de forme.

ASTRONOMIE. — *Sur l'énergie possédée par la Terre du fait de sa rotation sur elle-même, quand on admet pour la densité à son intérieur la loi de variation* $d = 10\left(1 - 0,76\frac{r^2}{R^2}\right)$. Note de M. **Maurice Sauger**, présentée par M. Bigourdan.

Pour calculer l'énergie cinétique de la Terre dans son mouvement de rotation sur elle-même, il convient de se donner au préalable une loi sur la variation de la densité avec la profondeur.

Cette densité, comme on sait, n'est pas constante : égale à peu près à 2,4 pour les roches silicatées qui composent la région superficielle de l'écorce, elle admet une valeur moyenne de 5,53 ainsi qu'il résulte des

(¹) Lebesgue, *Ibid.*, p. 94.

déterminations de la constante de la gravitation. Elle augmente donc avec la profondeur.

Parmi les différentes formules qui ont été proposées pour représenter cette variation, on peut adopter la suivante :

$$d = d_0\left(1 - a\frac{r^2}{R^2}\right)$$

dans laquelle on pose

$$d_0 = 10, \qquad a = 0,76,$$

ce qui revient à admettre la valeur 5,53 pour densité moyenne et 2,4 pour densité superficielle. Cette formule s'accorde bien avec les expériences d'Airy sur les variations de la pesanteur quand on s'enfonce dans un puits de mine; en outre sa forme satisfait convenablement aux conditions qu'on déduit du mouvement de précession de notre planète.

Calculons l'énergie cinétique de rotation possédée par la Terre quand on admet cette loi.

Cette énergie est donnée par la formule

$$W = \frac{I}{2}\omega^2,$$

I désignant le moment d'inertie de la Terre par rapport à l'axe nord-sud et ω sa vitesse angulaire.

Calcul du moment d'inertie. — Soit dv un élément de volume situé à une distance r du centre, pour une latitude λ. Prenons pour cet élément de volume un petit parallélépipède ayant pour côtés :

a. Un élément de rayon dr;

b. Un élément de circonférence perpendiculaire à cet élément de rayon et de longueur $d\lambda$;

c. Un élément de circonférence tracé dans un plan perpendiculaire à l'axe de rotation nord-sud, de rayon $r\cos\lambda$ et de longueur $r\cos\lambda\, d\alpha$.

On a, pour l'expression de cet élément de volume :

$$dv = dr.r\,d\lambda.r\cos\lambda\,d\alpha = r^2\,dr.\cos\lambda\,d\lambda.d\alpha.$$

Le rayon de giration de cet élément de volume est $r^2\cos^2\lambda$; cela donne pour son moment d'inertie :

$$d^3 I = d.r^4\,dr.\cos^3\lambda\,d\lambda.d\alpha;$$

d'où, pour le moment d'inertie total,

$$I = \int\int\int d . r^4 \, dr . \cos^3\lambda \, d\lambda . d\alpha.$$

Remplaçons dans cet expression d par sa valeur adoptée, il vient

$$\frac{I}{2} = \int_{r=0}^{R}\int_{\lambda=0}^{\frac{\pi}{2}}\int_{\alpha=0}^{2\pi}\left(10 r^4 \, dr . \cos^3\lambda \, d\lambda . d\alpha - 7,6 \frac{r^6}{R^2} dr . \cos^3\lambda \, d\lambda . d\alpha\right).$$

Intégrons en remarquant que

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3\lambda \, d\lambda = \left[\frac{\sin^3\lambda}{12} + \frac{3}{4}\sin\lambda\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{2}{3}.$$

Il vient

$$\frac{I}{2} = 10 \times \frac{2}{3} \times 2\pi \times \frac{R^5}{5} - 7,6 \times \frac{2}{3} \times 2\pi \times \frac{R^5}{7} = 4\pi R^5\left(\frac{10}{15} - \frac{7,6}{21}\right),$$

soit

$$\frac{I}{2} = 4\pi \times 0,30476 \times \overline{6367}^5 \times 10^{15},$$

$$\frac{I}{2} = 4007 \times 10^{31} = 4 \times 10^{34} \text{ tonnes-mètres ou } 4 \times 10^{37} \text{ kilogrammes-mètres.}$$

On tire de là, pour l'énergie cinétique cherchée,

$$W = \frac{I}{2}\omega^2 = \frac{4 \times 10^{37}}{9,81} \times \frac{4\pi^2}{(60 \times 60 \times 24)^2} = 216 \times 10^{26} \text{ kilogrammètres.}$$

Cherchons l'écart de ce résultat avec celui qu'on obtiendrait dans l'hypothèse d'une densité uniforme, égale à la densité moyenne 5,53.

Il vient alors

$$I = \frac{8}{15}\pi R^5 d,$$

soit

$$\frac{I}{2} = \frac{4}{15}\pi . \overline{6367}^5 \times 10^{15} \times 5,53 = 4847 \times 10^{31} \text{ tonnes-mètres.}$$

En adoptant cette valeur pour le moment d'inertie de la Terre, on aurait pour son énergie cinétique de rotation

$$\frac{216 \times 10^{26} \times 4847}{4007} = 262 \times 10^{26} \text{ kilogrammètres,}$$

valeur 20 pour 100 plus forte que celle obtenue précédemment.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la réflexion totale d'ondes isolées à la surface de séparation de deux fluides en mouvement ou en repos.* Note de M. **Ernest Esclangon**, présentée par M. Appell.

Dans une précédente Note ([1]) nous avons considéré seulement le cas de la réflexion accompagnée de réfraction. Il nous faut envisager maintenant le cas de la *réflexion totale*. Employant les mêmes notations nous poserons ici

$$\mu^2 = \sin^2\theta - \frac{(a+\alpha\sin\theta)^2}{a'^2}. \tag{1}$$

En désignant par $\psi(z, u)$ le potentiel des vitesses dans le milieu inférieur réfléchissant ($u = x\sin\theta + at$), nous en concluons, d'après la relation générale (3) de la Note ci-dessus indiquée,

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} + \mu^2\frac{\partial^2\psi}{\partial u^2} = 0. \tag{2}$$

Si nous posons $v = \mu.z$, cette relation devient

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial u^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial v^2} = 0. \tag{3}$$

Enfin, les conditions aux limites, sur le plan $z = \frac{v}{\mu} = 0$, peuvent s'écrire

$$m\left(\frac{\partial\psi}{\partial u}\right)_0 + n\left(\frac{\partial\psi}{\partial v}\right)_0 = f'(u) \tag{4}$$

$$m\left(\frac{\partial\psi}{\partial u}\right)_0 - n\left(\frac{\partial\psi}{\partial v}\right)_0 = \varphi'(u) \tag{5}$$

(pour $v = 0$),

où l'on a posé

$$m = \frac{\rho'}{2\rho}, \qquad n = \frac{\mu}{2\cos\theta}.$$

$f'(u)$ et $\varphi'(u)$ définissent les ondes incidente et réfléchie, la première seule $f'(u)$ étant connue.

On a donc à déterminer une fonction *harmonique* $\psi(u, v)$ définie pour $v < 0$, satisfaisant sur l'axe Ou à (4). Mais la fonction $m\frac{\partial\psi}{\partial u} + n\frac{\partial\psi}{\partial v}$ est aussi harmonique, nulle à l'infini vers les v négatifs. On est donc ramené au

([1]) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 99.

problème de Dirichlet, les valeurs données $f'(u)$ sur l'axe Ou n'étant différentes de zéro que dans un *intervalle limité* q_0, q_1 puisqu'il s'agit d'une *onde isolée* (limitée dans le temps). Or, en considérant ce cas comme la limite d'une fonction harmonique définie dans un cercle infiniment grand et prenant des valeurs non nulles seulement sur un segment *limité* de la circonférence, on en déduit

$$m\frac{\partial\psi}{\partial u}+n\frac{\partial\psi}{\partial v}=-\frac{1}{\pi}\int_{q_0}^{q_1}\frac{v f'(q)\,dq}{v^2+(q-u)^2}. \tag{6}$$

D'où l'on tire, par un calcul facile,

$$m\frac{\partial\psi}{\partial u}-n\frac{\partial\psi}{\partial v}=-\frac{m^2-n^2}{m^2+n^2}\frac{1}{\pi}\int_{q_0}^{q_1}\frac{v f'(q)\,dq}{v^2+(q-u)^2}+\frac{2mn}{m^2+n^2}\frac{1}{\pi}\int_{q_0}^{q_1}\frac{(q-u)f'(q)\,dq}{v^2+(q-u)^2}. \tag{7}$$

En faisant tendre v négativement vers zéro dans cette formule, on en déduit enfin

$$\varphi'(u)=\frac{m^2-n^2}{m^2+n^2}f'(u)+\frac{2mn}{m^2+n^2}\lim_{v=0}\int_{q_0}^{q_1}\frac{(q-u)f'(q)\,dq}{v^2+(q-u)^2}, \tag{8}$$

ou

$$\varphi'(u)=\frac{m^2-n^2}{m^2+n^2}f'(u)+\frac{2mn}{m^2+n^2}g'(u). \tag{9}$$

L'onde réfléchie se compose donc de la superposition de deux ondes. La première semblable à l'onde incidente, mais *directe ou inversée* suivant le signe de (m^2-n^2); la deuxième $g'(u)$ que nous appelons onde *anomale* peut n'avoir que des rapports lointains avec l'onde incidente. Elle est analogue à une sorte d'onde d'induction ou de réaction, devenant très grande pour les valeurs de u où $f'(u)$ comporte de rapides variations, mais avec cette différence toutefois qu'elle dépend en outre, quoique à un degré moindre, de l'onde entière.

Ainsi, quand par suite d'une incidence trop grande, disparaît l'onde réfractée, apparaît dans l'onde réfléchie une onde nouvelle, l'onde *anomale*.

Dans le cas d'une onde incidente *périodique* et persistante, l'onde anomale est aussi périodique, mais la décomposition en vibrations harmoniques simples y est différente; le *timbre* est altéré.

Enfin, le milieu réfléchissant ne reste pas tout entier au repos; l'ébran-

lement caractérisé par $\frac{\partial\psi}{\partial u}$, $\frac{\partial\psi}{\partial v}$ ne devient nul ou plutôt négligeable qu'à une certaine distance du plan de séparation.

L'onde anomale et l'onde réfléchie ordinaire comportent des énergies complémentaires. Par exemple, si les fluides sont au repos, et si l'on fait croître l'angle d'incidence θ à partir de zéro, l'onde réfléchie est semblable à l'onde incidente, mais d'abord inversée ($a' > a$); elle devient ensuite directe en passant par zéro pour $\text{tang}\,\theta = \frac{a}{a'}$. A partir de $\sin\theta = \frac{a}{a'}$ commence la réflexion totale, et l'onde anomale d'abord nulle apparaît et croît progressivement. Elle passe par un maximum pour $\sin\theta = a\sqrt{\frac{a^2+a'^2}{a^4+a'^4}}$, pendant que s'annule l'onde réfléchie ordinaire. Celle-ci devient de nouveau inverse et croît jusqu'à $\theta = \frac{\pi}{2}$ pendant que décroît jusqu'à zéro l'onde anomale.

Mais tous ces phénomènes peuvent se produire avec deux fluides identiques, sous le seul effet de leur vitesse relative, capable ainsi à elle seule de provoquer à la fois la réflexion et la réfraction des ondes.

RADIOGRAPHIE. — *Repérage des corps étrangers par les rayons* X *sans rayon normal d'incidence et hauteur ampullaire connus*. Note [1] de M. **Mazérès**.

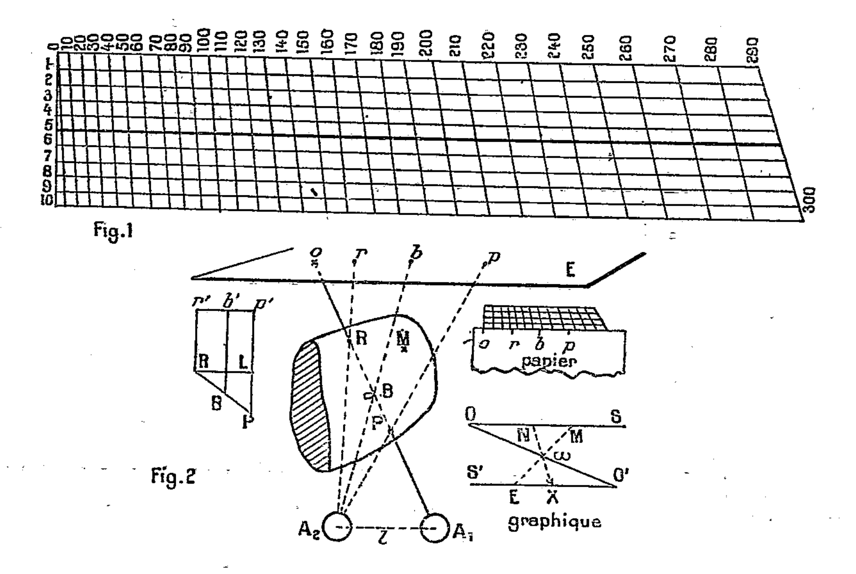
La méthode ci-dessous permet la localisation extra-rapide des projectiles sur une directrice sans connaissance nécessaire du rayon normal d'incidence et de la distance du focus au plan de projection, plaque ou écran. Elle use d'une *réglette-échelle métroradiographique* à interpolation automatique (*fig.* 1).

A. Pratique. — I. *Procédé radioscopique :*

Manipulation (*fig.* 2). — Placer la région blessée entre l'ampoule A_1 et l'écran E. Soit O l'image d'un point remarquable B de la balle. Fixer sur la peau en P et R, points d'entrée et de sortie du rayon passant par B, deux index métalliques différents. Les trois images de B, P, R coïncident en O, que l'on marque sur le bord libre d'une feuille de papier mise sur l'écran. Décaler l'ampoule de 10^{cm} parallèlement à l'écran. Les trois images se séparent, venant en r, b, p, que l'on marque sur le bord du papier.

[1] Séance du 2 janvier 1917.

Mensuration. — Sur l'échelle-réglette porter la feuille de papier, comme en la figure 2; chercher la coïncidence; lire les valeurs correspondantes (exemple : $\overline{or} = 25$, $\overline{ob} = 45$, $\overline{op} = 60$). Se rapporter alors au graphique OSO′S′ à doubles parallèles $\overline{OS}$, $\overline{OS'}$ et origines o et o' réunies. Sur $\overline{OS}$ porter la différence $\overline{ON}$ entre $\overline{ob}$ et $\overline{or}$ $(\overline{ob} - \overline{or} = 45^{mm} - 25^{mm} = 20^{mm})$ et la valeur $\overline{OM}$ différence entre $\overline{op}$ et $\overline{ob}$ $(\overline{op} - \overline{ob} = 60^{mm} - 45^{mm} = 15^{mm})$,



puis sur $\overline{O'S'}$ porter l'épaisseur $\overline{PR} = \overline{O'E}$ prise sur le sujet entre P et R avec le compas d'épaisseur sans la mesurer. Joindre M à E, qui coupe $\overline{OO'}$ en ω, puis N à ω qui donne sur $\overline{O'S'}$ la profondeur $\overline{O'X}$ égale à $\overline{RB}$ cherchée. Le corps étranger est sur la directrice PR des deux index à la profondeur $\overline{O'X}$ sous R et XE sous P.

Intervention. — Veut-on intervenir dans une autre direction MN? Sur une droite $\overline{xx'}$ porter l'épaisseur RP. De R et P comme centres, avec pour rayons respectifs RM et PM pris sur la peau au compas d'épaisseur, décrire deux arcs de cercle se coupant en M et donnant la profondeur $\overline{MB}$ sous M et la direction d'intervention MB. Les données précédentes permettent de mettre au point les compas de Saissi, de Cadenat, de Lenoir; d'opérer sous écran ou avec l'électro-vibreur de Bergonié.

II. *Procédé mixte.* — A la radioscopie, marquer avec index métalliques

différents l'entrée P et la sortie R du rayon passant par la balle et prendre sur une plaque sise sur l'écran deux radiographies successives avec déplacement ampullaire de 10^{cm} parallèle à la plaque. Mensurer comme précédemment. En changeant la plaque, on obtient une radiographie stéréoscopique double.

B. Théorie. — Soit H la distance ampoule-écran et $\overline{AA'} = l$. Les lignes $\overline{or}$, $\overline{ob}$, $\overline{op}$ sont parallèles à $\overline{AA'}$ et par suite entre elles. Ayant un point commun o elles coïncident. Donc les *quatre points* o, r, p, b *sont toujours en ligne droite*. Soient r', b', p' les projections verticales sur l'écran des points R, B, P; des considérations de similitude donnent pour les distances balle-écran, repère-écran, les formules connues :

$$(1) \qquad \overline{Bb'} = H\frac{\overline{ob}}{\overline{ob}+l}, \qquad \overline{Rr'} = H\frac{\overline{or}}{\overline{or}+l}, \qquad \overline{Pp'} = H\frac{\overline{op}}{\overline{op}+l}.$$

De l'égalité (1) se déduit $\overline{ob} = l\frac{\overline{Bb'}}{H-\overline{Bb'}}$. En y faisant $l = 100$, $H = 600$, $\overline{Bb'}$ égal à 10, puis 20, 30, 40, ..., on a les valeurs correspondantes de l'intervalle des doubles images telles que $\overline{ob}$. Celles-ci portées avec un pied à coulisse sur une droite, à partir d'un zéro arbitraire, donnent la *réglette-échelle à interpolation automatique* où, en face de $\overline{ob}$, sont marquées les valeurs Bb' cherchées : ce qui justifie l'emploi de la réglette-échelle. D'autre part, la formule (1) montre que la distance d'un point à l'écran est indépendante de la distance de B à la normale focus-écran : ce qui justifie l'emploi d'un rayon oblique. Dans le triangle RPL, par similitude

$$\frac{\overline{RB}}{\overline{RP}} = \frac{Bb' - Rr'}{Pp' - Bb'},$$

où H figurant au numérateur et au dénominateur s'élimine. Donc la connaissance de la hauteur ampullaire n'est pas nécessaire. Sur le graphique OSO'S', les valeurs $ON = Bb' - Rr'$ et $OM = Pp' - Bb'$, $x = RB$, $\mathcal{E} = RP$ étant portées, on a

$$\frac{Bb' - Rr'}{Pp' - Bb'} = \frac{ON}{OM} = \frac{O'X}{O'E} = \frac{RB}{RP} = \frac{x}{\mathcal{E}},$$

ce qui justifie le graphique qui peut être construit une fois pour toutes en ses éléments essentiels : parallèles $\overline{OS}$ et $\overline{O'S'}$ et ligne $\overline{OO'}$.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à la revision du poids atomique du brome: densité du gaz bromhydrique sous pression réduite.* Note de M. **C.-K. Reiman**, présentée par M. Georges Lemoine.

1. Ainsi que l'ont montré différents expérimentateurs et que nous avons pu le constater nous-mêmes, le gaz bromhydrique, même très pur et sec, réagit sur le mercure à la température ordinaire. Cette action exclut donc toute mesure directe de la compressibilité du gaz, qu'il faut cependant connaître pour déduire de la densité normale le poids moléculaire exact. On a donc déterminé indirectement la compressibilité, par des mesures de densités, sous différentes pressions, comme l'ont déjà fait quelques expérimentateurs; les pressions choisies sont voisines de $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{3}$ d'atmosphère (adoptées aussi pour les recherches de M. Moles). La marche des expériences est la même que pour les mesures à la pression de 760^{mm} dont les résultats ont été consignés dans une Note précédente (1); on s'est servi des mêmes ballons.

Le gaz bromhydrique utilisé a été préparé par les méthodes déjà décrites, à savoir : synthèse directe à partir des éléments brome et hydrogène pour les séries I à IV sous la pression de $506^{mm},7$ et pour les séries I, II et V sous la pression de $253^{mm},3$: il a été préparé par l'action de PO^4H^3 sur BrK pour toutes les autres séries.

2. *Résultats.* — Dans les Tableaux suivants, nous donnons les valeurs du poids du litre, toutes corrections faites, ramenées à $506^{mm},67$, ou à $253^{mm},33$, déduites des valeurs fournies par les déterminations exécutées sous les pressions indiquées dans la deuxième colonne. A la suite de chaque Tableau on indique aussi le poids du litre ramené à 760^{mm}, déduit de la valeur moyenne.

Mesures à $506^{mm},67$.

Séries.	Pression (corr.).	Poids du litre à $506^{mm},67$. Ballon I.	Ballon II.	Ballon III.	Moyennes.
I........	486,5	2,4253	2,4221	»	2,4237
II........	496,8	2,4226	2,4230	2,4224	2,4226
III.......	506,7	2,4220	2,4217	2,4225	2,4220
IV.......	508,3	2,4227	2,4223	2,4223	2,4224
V........	507,7	2,4222	2,4226	2,4223	2,4224
VI.......	508,4	2,4194	2,4192	2,4197	2,4194
	Moyennes.....	2,4224	2,4218	2,4218	2,4220

(1) C.-K. Reiman, *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 44.

La moyenne générale arithmétique est 2,4220; elle coïncide avec la moyenne des séries. Ramenée par le calcul à 760^{mm}, elle donne la valeur $3^g,6330$ comme poids du litre de gaz BrH.

Mesures à $253^{mm},33$.

Séries.	Pression (corr.)	Poids du litre à $253^{mm},33$. Ballon I.	Ballon II.	Ballon III.	Moyennes.
I.........	254,5	1,2069	1,2089	1,2076	1,2078
II........	254,8	1,2074	1,2075	1,2072	1,2074
III.......	258,6	1,2065	1,2067	1,2069	1,2067
IV........	255,4	1,2072	1,2074	1,2074	1,2073
V.........	258,0	1,2068	1,2071	1,2072	1,2070
	Moyennes.....	1,2070	1,2075	1,2072	1,2072

La moyenne arithmétique est 1,20726 qui, ramenée à 760^{mm}, donne la valeur $3^g,6218$ comme poids du litre de gaz BrH.

3. *Poids atomique du brome.* — A l'aide des valeurs précédentes, ramenées à 760^{mm} (soit 3,6330 et 3,6218), on a calculé la valeur du coefficient de compressibilité entre $\frac{1}{3}$ et 1^{atm}, ainsi que l'écart à la loi d'Avogadro en fonction de p et de $\frac{1}{v}$. La méthode indiquée par M. Guye pour faire ce calcul sera décrite *in extenso* dans un Mémoire détaillé; elle consiste essentiellement à déduire d'abord des densités les valeurs que prend le produit pv d'une même masse de gaz, et à extrapoler la valeur de pv pour $p=0$ et $v=\infty$. La moyenne des deux extrapolations fournit le nombre $\frac{(pv)_0}{(pv)_1}=(1+\lambda)=1,00927$ comme valeur de l'écart à la loi d'Avogadro entre 1^{atm} et 0^{atm}.

A partir de cette valeur et de celle du poids du litre normal précédemment trouvée, $L=3^g,6442$, ainsi que des valeurs correspondantes pour l'oxygène $[(1+\lambda)=1,00097$ et $L=1,42905]$, on obtient la valeur suivante du poids moléculaire du gaz BrH: — $\frac{32\times 3,6442\times 1,00097}{1,42905\times 1,00927}=80,932$. En en retranchant le poids atomique de l'hydrogène $H=1,008$, on déduit le poids atomique du brome $Br=79,924$, qui concorde remarquablement avec le résultat $Br=79,926$ obtenu par M. Moles [1], suivant les mêmes méthodes, mais en opérant sur du gaz BrH d'autres provenances chimiques, et avec un appareillage entièrement différent de celui dont nous nous sommes servi.

(1) Moles, *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 94.

CHIMIE PHYSIQUE. — *A propos de la densité normale du gaz acide bromhydrique.* Note de M. **W.-J. Murray**, présentée par M. Georges Lemoine.

1. Parallèlement aux travaux de M. E. Moles (¹) et de M. C.-K. Reiman (²) exécutés à Genève sur la revision du poids atomique du brome par des méthodes physico-chimiques, nous avons entrepris des recherches du même ordre sur le gaz acide bromhydrique.

Un des caractères essentiels de cet ensemble de travaux résidait dans la variété des méthodes d'obtention du gaz bromhydrique. A cet égard, nous avons étudié divers modes de préparation, différents de ceux décrits dans les publications qui viennent d'être citées.

2. Nous avons d'abord mis au point la préparation fondée sur l'hydrolyse du composé Al^2Br^6. Celui-ci a été préparé par l'action de la vapeur de brome sur l'aluminium chauffé au rouge. Le sel Al^2Br^6 a été purifié par distillation fractionnée dans le vide; il a été distillé ensuite dans un ballon générateur spécial et hydraté partiellement en ajoutant de l'eau avec précaution. En chauffant légèrement la masse, on obtient un dégagement abondant de gaz assez pur et tout à fait sec (si l'on a toujours un excès de Al^2Br^6 anhydre). Il se forme d'abord un sel hydraté qui est ensuite décomposé par la chaleur selon l'équation

$$Al^2Br^6, 12\,H^2O = Al^2O^3 + 6\,HBr + 2\,H^2O.$$

Le gaz entraîne une poussière très ténue de Al^2O^3 dont on le débarrasse par la filtration à travers plusieurs tubes garnis de petits morceaux de baguette de verre ou de laine de verre; il a été ensuite condensé à $-81°$ au moyen du mélange carbonique et purifié par distillations fractionnées successives.

Nous avons encore essayé la préparation du gaz bromhydrique par deux autres méthodes :

(*a*) hydrolyse du composé $SnBr^4$, obtenu lui-même par réaction entre les éléments; (*b*) action du gaz SO^2 sur le brome en présence de l'eau. La première de ces méthodes ne se prête pas à la préparation du gaz bromhydrique, comme l'hydrolyse du sel

(¹) E. Moles, *Comptes rendus*, t. **162**, 1916, p. 686, et t. **163**, p. 94.
(²) C.-K. Reiman, *Comptes rendus*, t. **164**, 1917, p. 44.

Al^2Br^6; la seconde donne des solutions trop étendues de gaz BrH, contenant du brome en excès, qu'il est difficile d'éliminer.

3. Avec le gaz BrH obtenu par hydrolyse du sel Al^2Br^6 nous avons effectué seize mesures de la densité normale sous la pression de 760^{mm}, avec trois ballons (portant les n°s 2, 3 et 12) dont les capacités étaient de : $0^l,59659$, $0^l,45573$ et $0^l,61025$.

Les résultats sont transcrits dans le Tableau suivant qui donne les valeurs obtenues pour le poids du litre normal de gaz BrH, toutes corrections faites selon les méthodes en usage à Genève.

Pression corrigée.	Ballon 2.	Ballon 3.	Ballon 12.
748,2...........	»	3,6410	»
749,4...........	3,6497	»	»
742,6...........	3,6415	»	»
741,4...........	»	3,6401	»
805,3...........	»	»	3,6422
766,0...........	3,6402	»	3,6453
751,6...........	3,6408	»	3,6463
765,6...........	»	3,6482	3,6492
755,5...........	3,6467	3,6439	3,6430
752,7...........	3,6432	3,6322	»
Moyennes...	3,6437	3,6431	3,6452

La moyenne arithmétique des seize déterminations est

$$L = 3^g,6440 \pm 0,0005.$$

La moyenne des moyennes par ballon est aussi de $3^g,6440$.

La concordance des déterminations individuelles est moins satisfaisante que celle des déterminations déjà citées de M. Moles et de M. Reiman; cela provient de diverses difficultés d'exécution rencontrées au cours du travail, notamment d'une fatigue du fléau de la balance employée. Notre résultat diffère cependant très peu des nombres obtenus par ces deux expérimentateurs : $3^g,6444$ (M) et $3^g,6442$ (R); l'écart atteint à peine $\frac{1}{10000}$; c'est à la limite de la précision admise pour les déterminations de ce genre.

Cette fatigue du fléau ne paraît donc pas avoir agi comme erreur systématique; elle n'a produit qu'une amplification des erreurs accidentelles. On peut donc considérer notre résultat, obtenu avec un gaz BrH d'autre provenance, comme une confirmation des valeurs déduites des expériences de M. Moles et de M. Reiman. C'est à ce titre qu'il nous a paru utile de le faire connaître.

GÉOLOGIE. — *Esquisse préliminaire de la géologie du Sénégal.* Note de M. **Henry Hubert**.

On savait déjà que la partie des territoires de l'Afrique occidentale française comprise entre l'Océan, d'une part, le fleuve Sénégal et la Falémé, d'autre part (et désignée administrativement sous le nom de *Colonie du Sénégal*) offrait, au point de vue géologique, cette particularité d'être en majeure partie occupée par des formations récentes : Crétacé à Actuel. De nombreux itinéraires et la centralisation d'abondants matériaux d'étude au laboratoire de recherches géologiques, à Dakar (¹), permettent d'indiquer aujourd'hui la répartition géographique des différentes formations rencontrées, aussi bien pour l'ensemble de la colonie du Sénégal que pour les territoires voisins non encore reconnus.

La limite des formations récentes et des terrains anciens qui, dans son ensemble, a pu être déterminée avec une approximation suffisante pour figurer sur une carte au $\frac{1}{1000000}$ (²), coupe le Sénégal vers Diaouara, passe ensuite, au sud, près de Samba Goura (³), puis à 12^{km} à l'est de Gombo. On la retrouve : un peu à l'est des villages de Koussan, Djidjé et Koukoudaka; à proximité de Kounamba; entre Médina Codiologny et Kaparto; à 7^{km} au sud de Kowar; dans le lit de la Koulountou, au nord du gué de Damantan (⁴); au sud-est de Kouladji. Elle entre ensuite en Guinée portugaise un peu à l'est de Pirada et passe tout près de Bafata. Les renseignements font défaut quant à son point d'aboutissement sur le rivage de l'Atlantique, mais on peut le situer, selon toute vraisemblance, entre le Rio Cassini et le Rio Tombali.

Dans le Boundou septentrional seul, cette limite est facile à déterminer

(¹) Échantillons recueillis au cours de missions ou adressés notamment par les Services des Travaux publics du Sénégal, par le Directeur du chemin de fer de Thiès à Kayes, par l'Administrateur du cercle du Sine-Saloum (échantillons recueillis par M. Denis) et par M. de Coutouly, vice-consul de France à Bissao.

(²) Exception faite pour la partie Kowar-Damantan, où l'erreur peut atteindre exceptionnellement plusieurs kilomètres.

(³) Renseignement déduit d'observations géographiques du capitaine Vallier (*Bull. Com. Afr. fr.*, suppl., 1906, p. 329).

(⁴) La position septentrionale de ce point est exceptionnelle. Elle s'explique par la tranchée formée par le lit de la Kouloutou, qui a mis ainsi à découvert les roches anciennes.

parce qu'elle est marquée par un rebord abrupt de grès ferrugineux. Partout ailleurs, elle est masquée par des formations détritiques.

Série récente (*Crétacé à Actuel*). — Les formations de cette série occupent dans les trois colonies du Sénégal, de la Gambie anglaise et de la Guinée portugaise, une surface d'environ 220000$^{km^2}$. Elles comprennent tout d'abord un cordon littoral; des dunes continentales, *temporairement* fixées (en hivernage seulement) dont l'importance décroît vers le sud; des grès ferrugineux, actuels et superficiels dans les régions méridionales, fossiles et recouverts d'une épaisseur de sable de plus en plus grande à partir des 14e-15e parallèles.

On trouve ensuite des sables pléistocènes à faune marine [région (¹) côtière, régions de Louga et de M' Bayène]; puis des grès argileux blancs, parfois faculés de rouge, ou des argiles plus ou moins sableuses (Gambie, Kaëdi, presqu'île du Cap Vert, Boundou, Niani-Ouli, haut Saloum); enfin des calcaires et des marnes, avec intercalation d'argiles, qui sont les formations les plus anciennes de la série. D'après M. Douvillé, qui a bien voulu se charger de l'étude des fossiles recueillis, ces calcaires et ces marnes, dont les termes extrêmes [Sénonien (²) et Aquitanien (³)] sont précisément représentés dans la même localité (Dakar), seraient partout ailleurs éocènes, sans qu'il paraisse possible de faire actuellement d'autres divisions dans cet étage (⁴).

Séries anciennes (*antécarbonifères*) :

a. Grès siliceux horizontaux. — Les grès siliceux de la région de Kindia (Guinée française) (⁵) font bien partie de la même série que ceux de la Mauritanie (Dévonien) et du Soudan : d'abord ils en ont bien les caractères lithologiques, ensuite ils s'y rattachent géographiquement. Au nord de Kindia ils se développent de façon à couvrir une large surface dont la limite septentrionale, en Guinée portugaise et en Guinée française, passe à proximité des localités suivantes : Paï Agai (⁶), Missira, Oudaba,

(¹) Pour Dakar, cf. J. Chautard, *Carte géol. de la presqu'île du Cap Vert.*

(²) Peron, *Bull. Soc. géol. Fr.*, 4e série, t. 5, 1905, p. 166.

(³) H. Douvillé, *Compt. rend. somm. Soc. géol. Fr.*, n° 15, 1916, p. 158.

(⁴) Les quelques espèces minérales observées au milieu des formations de cette série sont : la calcite, le quartz, le silex, la pyrite, la colophanite et des hydrocarbures (bitume, pétrole).

(⁵) Autrefois signalés comme éocènes par M. J. Chautard (*Étude géophysique et géologique sur le Fouta-Djallon*).

(⁶) Renseignement déduit de l'examen de Cartes géographiques portugaises.

Boussoura et Bouméhoul. La liaison entre les grès de Kindia et ceux du Tambaoura (Soudan) est marquée par quelques affleurements dans le bassin supérieur de la Gambie.

b. Roches sédimentaires métamorphisées. — Cette série s'étend sur la presque totalité des régions non occupées par les séries précédentes. Elle comprend des formations sédimentaires, qui, contrairement aux grès siliceux, sont franchement métamorphisées. Ce sont surtout des schistes, des quartzites, des brèches et des calcaires.

c. Schistes cristallins. — Enfin, les gneiss ont été observés, mais seulement dans un petit nombre d'affleurements, du moins à l'ouest de la Falémé.

On sait que la série récente a été traversée par des basaltes (¹). Quant aux séries anciennes elles ont été traversées par un trachyte (²), à Sénoudébou, et ailleurs par des granites et surtout par des diabases. Ces dernières ont donné naissance à de vastes et puissantes coulées dont les plus récentes sont contemporaines des grès (³).

Les renseignements qui précèdent embrassent non seulement l'ensemble de la colonie du Sénégal et les régions françaises limitrophes, mais encore les colonies de la Gambie anglaise et de la Guinée portugaise sur lesquelles, à ma connaissance, il n'a rien été publié jusqu'à ce jour.

GÉOLOGIE. — *Sur la tectonique d'Ibiza (Baléares).* Note (⁴) de M. Paul Fallot.

J'ai signalé, dans une précédente Note (⁵), les deux écailles supérieures du complexe tectonique d'Ibiza. Sous elles apparaît au nord-ouest de l'île un troisième élément structural, *la série d'Eubarca*.

Elle se montre sous la série Sirer-Rey, à partir de la Cova Orenga, à l'ouest de l'Atalaya S. Juan. La ligne de contact anormal remonte la Cala de Biniarras, dessine deux rentrants vers le haut des deux vallons qui y aboutissent, s'avance sur l'éperon qui sépare ce bassin de celui de S. Miguel et remonte en amont de ce village. *Un témoin de dolomie triasique repose sur le poudingue miocène* à gros éléments du sommet coté 195 qui domine à l'Est le Puerto de S. Miguel.

A l'ouest de S. Miguel l'écaille de Sirer-Rey s'avance jusqu'à couronner les sommets du rivage (P. Torre, etc.) et occupe toute la région surélevée qui se trouve en arrière

(¹) J. Chautard, *Comptes rendus*, t. 143, 1906, p. 919.
(²) H. Arsandaux, *Comptes rendus*, t. 138, 1904, p. 163.
(³) H. Hubert, *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 1007.
(⁴) Séance du 2 janvier 1917.
(⁵) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 103.

d'eux. Son chevauchement est pourtant démontré, car elle se trouve crevée à 2^{km} de la mer par un vallon qui descend du P. Tonio parallèlement à la côte, vers le Rio de S. Miguel et qui a creusé sa gorge à travers le Trias de l'écaille Sirer-Rey jusque dans le Miocène de celle d'Eubarca.

Plus loin vers le Sud-Ouest le massif du Fornou, vraisemblablement formé de deux replis, appartient à la série Sirer-Rey, chevauchant les masses miocènes et néocomiennes du Plà de Eubarca, de la Corona, etc., qui se rattachent à l'écaille inférieure. En plusieurs de ces points, l'Urgonien présente une dolomitisation susceptible de créer des confusions avec la dolomie, moins blonde toutefois, du Trias.

Au sud-ouest de la plaine quaternaire de S. Antonio, le flanc Nord du P. Raco, formé de lames de charriage, entraînées par l'écaille Sirer-Rey, domine les poudingues et calcaires miocènes de S. Agostin. En continuité apparente avec eux, une zone de collines borde la mer de Cala Moli à la Pa Creu. L'Urgonien avec couches à Orbitolines fossilifères y est surmonté par des poudingues miocènes mêlés à des marnes blanches. Cet ensemble est chevauché, suivant une ligne qui passe au flanc Nord de la Sierra Mallol et de las Roca Altas, par la série Sirer-Rey qui, comme on l'a vu, couronne ces sommets de ses éléments inférieurs.

Les rapports de cette série inférieure avec celle de Sirer-Rey portent à croire qu'elle représente l'extrémité sud-ouest de l'écaille d'Eubarca.

Ainsi d'un bout à l'autre de l'Ibiza, trois séries imbriquées sans différences notables de faciès de l'une à l'autre, composent l'architecture de l'île. Par leurs éléments stratigraphiques elles semblent correspondre dans l'ensemble au substratum apparent de Majorque. Les nappes à Oligocène et à Auversien développé qui, dans la grande Baléare, recouvrent les dépôts néogènes septentrionaux, ne se rencontrent pas ici (¹).

Quant à la signification de ces écailles, on peut les considérer comme résultant d'accidents de peu d'amplitude (8^{km}-10^{km} au maximum) ou comme représentant l'intersection avec la surface topographique des digitations frontales d'une nappe plus importante, venue du Sud-Est et dont la partie orientale se serait effondrée.

Comme à Majorque, le Burdigalien et peut-être l'Helvétien sont affectés par les charriages, mais la question pendante de l'âge et des contacts des couches à *Cerithium bidentatum* interdit encore de fixer la date limite supérieure de ces phénomènes orogéniques.

Ces indications sont sommaires et susceptibles de revision. Elles semblent toutefois relier, selon les prévisions des auteurs qui jusqu'ici ont tenté une

(¹) Toutefois j'ai trouvé, sans pouvoir les extraire, trois foraminifères semblables à des *N. intermedius*, dans des grès au bout de la P^a Galera de San Antonio. Ces grès, dont la continuation à l'île Cunillera et à l'île del Bosque, participe peut-être à un nouvel accident tectonique inférieur aux trois écailles ébusitaines, compliqueraient beaucoup le problème baléare si leur âge oligocène se trouvait démontré.

synthèse de la Méditerranée occidentale, les observations faites par MM. Kilian et Robert Douvillé sur le continent espagnol à celles réunies à Majorque par M. Dardes-Pericas et par moi.

D'un bout à l'autre de la chaîne bétique, les phénomènes orogéniques semblent postérieurs au Burdigalien et au « Schlier », et orientés suivant des directions centrifuges par rapport à la dépression méditerranéenne. Ils se sont manifestés sous forme de nappes de charriage dont les racines sont partiellement effondrées.

L'étude des montagnes entre Tarragone et le Montserrat permettra peut-être de préciser les rapports, dans le temps et dans l'espace, de ces éléments tectoniques avec ceux que nous avons mentionnés, M. Charles Jacob et moi, dans les Pyrénées catalanes.

GÉOPHYSIQUE. — *L'hypothèse satellitaire et le problème orogénique.* Note de M. **Émile Belot**, présentée par M. Bigourdan.

L'hypothèse du *rempli de la croûte terrestre par contraction du noyau* se heurte à beaucoup d'objections : Strutt et Joly ont montré qu'avec la même teneur que le granite en matières radioactives sur 20^{km} d'épaisseur la croûte devrait se réchauffer au lieu de se refroidir. Si les montagnes étaient dues à la contraction de la Terre, elles formeraient un réseau uniforme sur toute la surface, et resteraient sans doute sous-marines ne dépassant pas les 3^{km} de hauteur moyenne d'eau des océans.

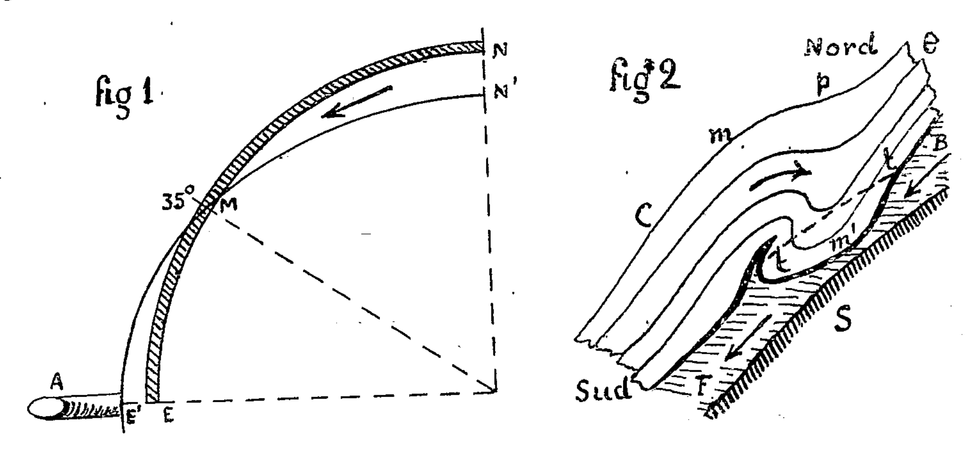
Avec un refroidissement continu il pourrait y avoir *rémittence locale ou régionale* des efforts orogéniques, mais non s'étendant en même temps à toute la Terre comme pendant l'ère secondaire.

L'hypothèse satellitaire échappe à ces objections : elle fait intervenir au cours des âges géologiques *la chute dans la région équatoriale de trois anneaux-satellites de la Terre* révélés par la loi exponentielle aux distances primitives 3,2 — 8,7 — 25 (1) et dont la précipitation est confirmée par le second terme de la loi des rotations (2). Les petites masses en partie volatiles ou solubles contenues dans ces anneaux ont dû disparaître soit dans les océans, soit par métamorphisme. Les trois anneaux A après s'être approchés lentement de la Terre ont dû y tomber à des moments distincts

(1) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 564.
(2) *Comptes rendus*, t. 143, 1906, p. 1126.

des périodes géologiques produisant un aplatissement de la Terre par attraction vers l'équateur, puis par accélération de la rotation.

Soient NE (*fig.* 1) le quart du méridien de la Terre supposée sphérique et N′E′ le méridien de l'ellipsoïde actuel de même volume : il coupe en M le méridien NE à la latitude de 35°. NN′ = 14^{km},5 et EE′ = 7^{km},5. La



masse NMN′ a dû descendre des régions polaires pour remplir le renflement équatorial EME′. La hauteur moyenne des montagnes dont il s'agit d'expliquer la surrection est seulement de l'ordre de 1^{km}, tandis que les valeurs moyennes NN′ et EE′ appliquées à la seule surface des continents sont au moins 7 fois plus grandes : ainsi notre théorie sera valable même en supposant la Terre primitive non sphérique, et ayant une durée de rotation de 30 heures environ.

Avec les chiffres indiqués plus haut, le quart du méridien devra se contracter de 5^{km},67 pour passer du cercle à l'ellipse : par contre l'Équateur s'allongera de 45^{km} : d'où tendance après la chute de chaque anneau A à un *rempli suivant les parallèles* et surtout tendance par étirage à la *production de cassures méridiennes* de la croûte, de l'Équateur à la latitude de 35°. Cette cassure se produira de préférence suivant le diamètre méridien du *bouclier continental* que nous avons défini dans une Note précédente [1], dont le centre est à Petrograd et qui a pour rayon polaire celui de la Terre. Or le méridien de Petrograd est celui du lac Tanganika et la cassure des grands lacs africains se prolonge jusqu'au sillon de la mer Morte à la latitude de 35°. Si grâce à sa rigidité la croûte MN a tendance à descendre tout d'une pièce vers l'Équateur, il y aura vers 35° de latitude une dépression suivant un parallèle : ce sont les méditerranées (Téthys, Mésogée).

(1) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 951.

Mais comment le magma igné NMN′ s'est-il transporté en EME′? L'isostasie nous montre que jusqu'à 120^{km} de profondeur, d'après Hayford, la croûte est en équilibre hydrostatique comme si elle flottait sur un fluide qui ne peut s'étendre loin de la surface en raison de la rigidité moyenne de la Terre reconnue de l'ordre de celle de l'acier. Ainsi *le magma igné n'a pu descendre du Nord vers l'Équateur qu'en suivant le dessous de la croûte* dans l'asthénosphère de J. Barrell [1]. Le magma igné formera des fleuves en marche vers le Sud, des bassins ayant leurs barrages internes résistants ou rompus, leurs vallées d'érosion à l'envers de la croûte, etc., et le contre-coup de ces actions internes apparaîtra à la surface sous forme de montagnes, d'effondrements, de transgressions marines, etc.

Le magma igné F (*fig.* 2) dont la viscosité est vaincue par le temps coulera du Nord vers l'Équateur comme un liquide contenu entre deux parois rigides, la croûte C et la barysphère S. Les plis *mp* produits par chaque chute d'anneau se succéderont donc dans notre hémisphère du Nord au Sud. Le phénomène capital de cette *tectonique interne* sera la formation de plis sur la face intérieure *m′* de la croûte par entraînement de ses matériaux semi-fluides, d'où étirage avec allongement méridien en *e* et surrection en *m*. La surépaisseur interne *m′* formera barrage pour le magma F qui s'accumulera en amont en B. Deux cas pourront alors se présenter :

1° Rupture locale du barrage : le *magma* F *passe en tunnel tt′* dans une direction normale aux plis, d'où, après écoulement du fluide, *effondrement à la surface avec direction subméridienne* et *ennoyage d'une partie de la chaîne*.

2° Le barrage tout entier cède, mais s'appuyant sur des môles anciens formant culées, *il se cintre vers le Sud* (exemples : l'Himalaya, les arcs de Perse, les guirlandes d'îles de l'Asie dont la convexité est vers le Sud et le Sud-Est).

Un *géosynclinal* se transformera par ce mécanisme en une chaîne montagneuse parce qu'il constitue un puissant barrage de 10^{km} à 20^{km} de saillie interne : un géosynclinal s'étendant dans la direction des parallèles et assez large pour arrêter quelque temps le flux igné aura sa lisière nord déversée vers le Nord et sa lisière sud déversée vers l'Équateur par effondrement de la croûte située plus au Sud.

En résumé, la théorie satellitaire semble rendre compte de la formation

(1) *Journal of Geology*, 1914 et 1915 *passim*.

interne des plis orogéniques, du rôle des môles et géosynclinaux dans cette formation, des effondrements, des aires de surrection et d'ennoyage, des plis posthumes, des grands traits des reliefs terrestres, de la teneur relativement élevée de la surface en matières radioactives, enfin de la variation des climats par la chaleur et les poussières apportées à l'atmosphère. Il y a trois zones de plis principaux (calédoniens, hercyniens, alpins) parce que la Terre a eu trois anneaux satellites dont les distances initiales pourraient servir de mesure à la durée des périodes géologiques.

ÉCONOMIE RURALE. — *Sur des procédés culturaux permettant d'augmenter beaucoup la production du blé.* Note de M. **H. Devaux**, présentée par M. Gaston Bonnier.

En présence du déficit général de la production du blé il est nécessaire d'examiner tous les moyens d'intensifier cette production en France.

Les recherches que je poursuis depuis 1915 m'ont amené à reconnaître que cette production pourrait être augmentée d'une manière importante par de simples modifications de culture.

Les observations de tous les expérimentateurs anciens et modernes [1], comme aussi les cultures faites de temps immémorial en Chine, montrent que le blé et les autres céréales ont, pendant la première période de leur développement, une puissance de végétation extraordinaire : *si les conditions de culture favorisent cette végétation*, un seul pied de blé arrive à former des touffes énormes dépassant 50 tiges et 100 tiges : les touffes de 300 épis et 400 épis sont même communes en Mandchourie et le Dr Rey évalue à 150hl à l'hectare la production de grain qu'elles donnent [2].

Mes propres expériences de culture de 1915 et 1916, quoique incomplètes encore, confirment ces données.

Les conditions principales à réaliser pour obtenir une végétation vigoureuse et de belles récoltes du blé sont les suivantes :

1° *La précocité des semailles;* elle donne aux plantes la possibilité de taller fortement avant l'hiver;

---

(1) N. et B. Demtchinsky, *Méthode pour obtenir de forts rendements en céréales.* Paris, Chapelot, 1913.

Dr Émile Rey, *La culture rémunératrice du blé.* Paris, J.-B. Baillère, 1914.

(2) Dr Rey, *loc. cit.*, p. 133.

2° *L'espacement entre les lignes*, afin que ces plantes plus vigoureuses aient chacune plus de lumière et plus de terrain vierge à leur disposition;

3° *Des buttages répétés* (2 ou 3); ils provoquent une rapide multiplication de nouvelles racines et de nouvelles tiges;

4° *Le repiquage des plants* les plus beaux à des distances pouvant aller jusqu'à 40^{cm}. Il amplifie beaucoup l'effet du buttage. Cette dernière opération n'est pas indispensable.

A ces données spéciales nous devons ajouter les soins habituels favorisant toute culture : préparation et entretien du sol, fumure, sarclages, etc.

A l'appui de ces assertions, je citerai les résultats obtenus à ce jour dans mes expériences de culture faites aux environs de Bordeaux.

Dans le terrain dit *du Petit Haut-Brion*, d'une superficie d'environ 1000^{m^2}, que j'ai pu louer grâce à la subvention que l'Académie a bien voulu m'accorder, en 1915, sur les fonds Bonaparte, j'ai mis en culture quatre variétés de blé :

Blé hybride inversable de Vilmorin;
Blé rouge de Bordeaux;
Blé du Bon fermier;
Blé Riéti barbu.

Le sol de ce terrain est une terre pauvre, sablonneuse et caillouteuse. Elle se trouvait en friche jusqu'en avril 1916. Après défrichement, une partie du terrain fut consacrée à des cultures spéciales dont je parlerai ailleurs. Une autre partie, après deux labours et une fumure moyenne, fut divisée en parcelles et ensemencée, le 19 août, avec les quatre variétés de blé précitées.

Le semis, assez clair, fut fait en lignes distantes de 30^{cm}, au fond de rigoles de 12^{cm} de profondeur et autant de largeur, et les grains pressés avec le pied avant le recouvrement.

La terre était humide et la température élevée, aussi la germination fut rapide. Après trois ou quatre semaines, par un simple binage, la terre des ados fut amenée au pied, ce qui opéra un buttage facile et très suffisant des jeunes plants. Ceux-ci prirent aussitôt un développement surprenant. Par un tallage exubérant, la plupart des pieds suffisamment écartés devinrent de véritables touffes comptant 10, 20 et jusqu'à 60 et 70 tiges. Ce magnifique développement se fit surtout en octobre et novembre.

Quand on arrache avec précaution une de ces touffes et qu'on lave les racines pour enlever la terre, on reconnaît assez facilement que la plupart d'entre elles sont produites par un seul grain : le premier entre-nœud,

de 2cm à 3cm de long, se montre alors isolé sous le nœud de tallage. Il s'agit donc bien d'un seul pied. Mais au nœud de tallage, ce pied unique forme une véritable souche de 2cm à 5cm de diamètre.

Il m'a paru intéressant de reconnaître la proportion des pieds, petits, moyens et gros obtenus ainsi par unité de surface. Cet examen a été fait sur le blé de Bordeaux, l'une des variétés qui ont le moins tallé.

6m² de cette variété ont été arrachés. Ils portaient 177 pieds dont :

	92 pieds petits avec	4,7	tiges en moyenne,	soit au total	......	432
	51 pieds moyens avec	11,0	»	»	......	561
	34 pieds gros avec	24,4	»	»	......	694
Total...	177 pieds touffes avec	9,5	»	»	......	1687

C'est une moyenne de 30 touffes environ par mètre carré, avec 261 tiges *dont* 116 *produites par* 6 *grosses touffes*. Si l'on isolait ces 6 grosses touffes pour les butter ensuite, il est certain que chacune deviendrait beaucoup plus grosse encore, arrivant à posséder 50 et 100 tiges.

Mais au lieu d'isoler les touffes on peut aussi les repiquer, et c'est ce que j'ai réalisé dans mon terrain d'essai sur les quatre variétés. La reprise a été parfaite quoique faite en plein hiver, chaque souche ayant donné une abondante production de racines nouvelles et aussi de feuillage.

Nous entrevoyons donc dès maintenant avec une certitude complète la possibilité d'avoir des champs entiers couverts de grosses touffes de blé (repiquées ou venues sur place) et possédant chacune 50, 100 tiges ou plus. A raison de 6 à 10 touffes semblables au mètre carré, c'est une production d'au-moins 500 épis par mètre courant, c'est-à-dire d'au-moins 50 quintaux de blé à l'hectare. C'est à peu près le double d'une belle récolte obtenue par les procédés habituels de culture.

Les récoltes extraordinaires et quasi fabuleuses des Chinois ne sont donc pas une utopie : on peut les réaliser en France, et cette réalisation est même facile, par de simples modifications de la culture habituelle.

ZOOLOGIE. — *Sur le développement larvaire et post-larvaire des Poissons du genre* Mugil. Note de M. **Louis Roule**, présentée par M. Edmond Perrier.

J'ai décrit dernièrement (1915 et 1916) la migration de ponte accomplie, chez plusieurs espèces du genre *Mugil* (*Muges* ou *Mulets*), par les groupements d'individus qui vivent dans les étangs littoraux et qui y font leur croissance. Ces individus, lorsqu'ils arrivent à l'époque de leur maturation sexuelle, quittent les étangs et vont dans les eaux marines, où ils achèvent cette maturation, à côté de ceux qui habitent cette dernière en permanence. La ponte normale a donc lieu en mer. Pourtant, et malgré les nombreuses recherches effectuées depuis une trentaine d'années sur les larves et les alevins des Poissons marins, le développement des espèces du genre *Mugil* se trouve encore peu connu. J'ai pu remédier à ce défaut et rassembler des documents suffisants, pendant les mois de novembre et de décembre derniers, au cours d'un séjour à la station zoologique de Naples, actuellement gérée par une Commission officielle Italienne.

La plupart de ces matériaux se rapportent à *Mugil auratus* Risso, dont j'ai obtenu une série complète, depuis la larve de 7^{mm} jusqu'à l'état parfait. Les autres concernent *M. capito* CV., espèce voisine de *M. auratus*, et *M. chelo* CV. Les auteurs ont décrit et figuré : l'œuf flottant (Raffaele, 1888; Marion, 1890), la larve venant d'éclore (Raffaele et Marion), des larves de 10^{mm} attribuées avec doute à *M. chelo* (Cunningham, 1891; Holt, 1899), enfin un petit alevin de *M. auratus* mesurant 14^{mm} (Holt, 1899). Mes matériaux débutent par les dernières phases larvaires pour continuer par les phases post-larvaires et les alevins.

Une question préliminaire, que je traiterai succinctement, est celle de la date de la ponte. Les sujets que j'ai examinés, et qui ont été pêchés en eau superficielle pendant mon séjour à Naples, différaient entre eux de dimensions, et ces différences, variables d'une pêche à l'autre, ne montraient aucun rapport régulier. Si certains individus en étaient encore à l'état larvaire, d'autres, qui mesuraient 50^{mm} à 60^{mm} de longueur, approchaient de l'état parfait, et d'autres encore se trouvaient à toutes les phases comprises entre ces deux extrêmes. Malgré les inégalités de crois-

sance que présentent habituellement les alevins d'une même ponte, l'ampleur des dissemblances constatées ici autorise à rapporter ces dernières à de réelles différences d'âge. Si l'on applique à leur cas la règle formulée par Marion (1890), il faudrait accorder aux larves de 7^{mm} une dizaine de jours depuis leur éclosion, et cinq à six mois aux alevins de 50^{mm}-60^{mm}. On devrait en conclure, par suite, que *M. auratus* et *M. capito*, car ce sont ces deux espèces que mes observations concernent surtout, donnent à leur période de ponte une durée fort longue, soit que les individus deviennent sexuellement mûrs à des dates diverses, soit que certaines femelles pondent en plusieurs fois et par intervalles espacés. Il semble, en tout cas, que la période principale, chez la majorité, embrasse la fin de l'été avec la presque totalité de l'automne, et que les autres périodes, du printemps et du début de l'été, soient celles d'individus moins nombreux.

Phases larvaires. — Les larves se font remarquer par leur pigmentation accentuée, qui les rend faciles à apercevoir malgré leur petitesse, si leur agilité les rend difficiles à capturer; leurs nageoires pourtant sont incolores et transparentes. La pigmentation la plus forte, d'un gris foncé presque noir avec reflets nacrés, est celle de la face dorsale et des flancs. Chez la larve de 7^{mm} de longueur totale, la moins avancée de celles que j'ai examinées, la vésicule vitelline est déjà résorbée. Les nageoires pectorales sont amples; par contre, les nageoires pelviennes ne sont représentées que par deux petits rudiments. Le tronc porte une nageoire dorsale primitive privée de rayons, unique, qui commence au-dessus du niveau des pelviennes et s'étend vers l'arrière, en s'élargissant progressivement, pour atteindre la caudale. De même, la nageoire anale primitive, symétrique de la précédente, touche à la caudale par son extrémité postérieure et se raccorde en avant à une volumineuse papille anale. La caudale, allongée et oblongue, montre une disposition héterocercale primitive et contient l'extrémité notocordale, coudée en haut, qui supporte une douzaine de rayons. Chez la larve de 9^{mm}-10^{mm} de longueur totale, dont la phase marque sensiblement la fin des transformations larvaires, les deux nageoires pelviennes sont devenues plus fortes, la nageoire anale s'est raccourcie et munie de rayons, la dorsale s'est dédoublée tout en se raccourcissant et commençant à montrer les bases des rayons définitifs; enfin la caudale a perdu sa structure hétérocercale et sa forme ovalaire pour devenir quadrilatère et symétrique. Dans ces deux phases, les pièces operculaires recouvrent seulement les joues et laissent l'espace jugulaire à découvert.

Phases post-larvaires. — La série de ces phases comporte deux périodes successives : la première, assez courte, caractérisée par l'absence d'écailles ou l'état encore rudimentaire de ces organes; la seconde, par la production et l'extension du revêtement écailleux. La première est celle des jeunes individus dont les dimensions de longueur totale mesurent, ordinairement, de 10^{mm} à 18^{mm}-20^{mm}. La teinte générale devient un peu moins foncée, car les chromatophores, tout en restant larges et nombreux,

s'espacent davantage. Les deux tiers postérieurs du tronc portent, au milieu de chacun des flancs, une large bande longitudinale pigmentée qui rappelle de près, comme Holt (1899; *larve stoligère*) l'a fait remarquer, la bande similaire des *Atherina*. Les nageoires et leurs rayons prennent leur aspect final; seule, la caudale ne montre encore que le début de la forme fourchue. L'espace jugulaire est toujours libre et dégagé des pièces operculaires.

Ensuite, et au cours des phases ultérieures, les écailles apparaissent chez les individus de 18^{mm}-20^{mm} et grandissent rapidement; d'abord inermes, leur groupe de petites épines commence à se montrer chez les alevins d'une trentaine de millimètres. La plupart des chromatophores se rassemblent progressivement en bandes longitudinales parallèles, qui se substituent à la précédente bande médio-latérale, et donnent aux côtés du corps, en tant que pigmentation, leur disposition définitive. D'autre part, les pièces operculaires s'étendent sous la face ventrale de la tête pour restreindre la surface dévolue à l'espace jugulaire et pour lui imprimer son aspect caractéristique. C'est entre 50^{mm} et 60^{mm} de longueur que ces modifications s'achèvent et que l'état parfait se trouve réalisé.

En somme, le développement des Poissons du genre *Mugil* se signale : par la pigmentation précoce et accentuée des larves; par la présence d'une bande médio-latérale qui rappelle temporairement une disposition permanente et caractéristique des *Athérinidés*, famille voisine de celle des *Mugilidés*; enfin, par la rapidité de l'évolution du squelette appendiculaire, qui contraste avec la lenteur de celle des pièces operculaires dans leur extension.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches sur la production du phénol par les microbes*. Note (1) de M. **Albert Berthelot**, transmise par M. E. Roux.

En 1911 j'ai exposé les principes d'une méthode permettant d'isoler facilement, parmi les nombreuses espèces microbiennes de la flore intestinale de l'homme ou des animaux, celles qui présentent une affinité spéciale pour les acides aminés (2). Comme il était aisé de le prévoir, j'ai pu séparer ainsi des bactéries possédant à un très haut degré le pouvoir de

(1) Séance du 15 janvier 1917.

(2) Albert Berthelot, *Recherches sur la flore intestinale. Isolement des microbes qui attaquent spécialement les produits ultimes de la digestion des protéiques* (*Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 306).

désaminer, de décarboxyler ou même de désagréger plus violemment encore les molécules aminoïques [1].

Dès mes premières recherches, en employant un milieu électif dans lequel la tyrosine représentait le seul aliment organique, j'ai trouvé un microbe dont les cultures contenaient une proportion de phénol qui n'avait jamais été observée.

En effet les plus grands producteurs de phénol étudiés par des bactériologistes ne donnaient pas 30^{mg} de phénol par litre d'eau peptonée, tandis que mes dosages, dans les mêmes conditions d'expérience, indiquaient une teneur de 278^{mg}; ce chiffre s'élevait même à près de 800^{mg} pour les cultures en milieu d'isolement.

Depuis, avec la collaboration de mon regretté collègue D. Bertrand, j'ai isolé sept fois ce même microbe dans les matières fécales de sujets présentant des troubles intestinaux chroniques.

Une étude trop sommaire le ferait sans doute classer parmi les para-coli ou les coliformes, mais il possède des propriétés assez différenciées pour qu'on puisse le considérer comme une espèce distincte que je propose de nommer *Bacillus phenologenes*. Je ne donnerai pas ici sa description détaillée, car elle sera prochainement publiée dans un autre Recueil; toutefois, il me semble utile de faire remarquer que je n'ai déterminé ses caractères principaux qu'en 1914, après l'avoir repiquée tous les trois mois, pendant trois ans, dans la gélose peptonée. Cette précaution était nécessaire, car les auteurs qui ont étudié les bactéries phénologènes ont en général examiné des races accoutumées depuis longtemps aux milieux de culture usuels. Elle m'a d'ailleurs permis de constater que la grande activité biochimique du *B. phenologenes* persistait en dehors du milieu intestinal; en effet, après trois ans, le pouvoir phénologène ne s'était abaissé que des deux cinquièmes et il m'a suffi de pratiquer quelques passages en milieu électif tyrosiné pour le ramener à ce qu'il était primitivement.

C'est avec la tyrosine lévogyre naturelle que le *B. phenologenes* produit le plus de phénol, mais il en donne aussi aux dépens de la tyrosine racémique, de la glycyl-*l*-tyrosine ou des peptones pancréatiques de viande. Cultivé

---

(1) Albert Berthelot et Dominique Bertrand, *Isolement d'un microbe capable de produire de l'imidazoléthylamine aux dépens de l'histidine* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1643). Voir également t. 154, 1912, p. 1826, mais ajouter (ligne 10, en remontant) : + *glucose* à la liste des trois sels azotés.

dans un milieu contenant à la fois tous les produits de la digestion tryptique et éreptique des protéiques de la viande, du pancréas et de la muqueuse intestinale, les diastases pancréatiques et intestinales, ainsi que des albumines coagulables par la chaleur, le *B. phenologenes* donne une quantité de phénol qui est encore les $\frac{40}{100}$ de celle qu'il fournit lorsque la tyrosine est son seul aliment organique. Dans ce milieu spécial la présence de bile (1 pour 100) et de microbes, comme le *B. coli*, le *Proteus* ou le *B. aminophilus*, ne diminue pas sensiblement la production de phénol; mais, quel que soit le milieu, ce corps ne se forme pas en présence de glucose.

Le *B. phenologenes* est un anaérobie facultatif, on peut donc le cultiver dans des milieux presque complètement privés d'air, mais même dans ces conditions il ne semble produire que du phénol; s'il se forme du para-crésol ce ne peut être qu'en très faible proportion puisque je n'ai pu le caractériser dans le distillat de 10^l de culture en solution de tyrosine. Les cultures aérées, en milieu tyrosiné d'isolement, prennent en quelques jours une teinte rose qui fonce peu à peu vers le rouge groseille et qui est due vraisemblablement à la formation de phénoquinone, car la substance colorante possède le même spectre d'absorption que ce produit d'oxydation du phénol. Enfin, j'ai observé que le *B. phenologenes* est très résistant à l'action antiseptique du phénol; il faut en effet ajouter $6^g,8$ de ce corps à du bouillon peptoné pour empêcher le développement du microbe. Le bouillon phéniqué à 6,5 pour 1000 permet encore d'obtenir de chétives cultures. Dans les analyses bactériologiques d'eau par le procédé de Péré ou ses dérivés, on peut donc éventuellement isoler le *B. phenologenes* à côté du *B. coli*; la confusion serait d'ailleurs de faible importance, les deux microbes témoignant également d'une souillure fécale.

En résumé, on peut éventuellement rencontrer dans la flore intestinale de l'homme un microbe qui est capable de produire, dans de médiocres conditions de milieu, environ dix fois plus de phénol que les espèces phénologènes connues pour les plus actives. Lorsque la tyrosine est son seul aliment organique et à condition que la composition du liquide nutritif soit convenablement choisie il peut donner, en quinze jours à 37°, 800^{mg} de phénol par litre, soit un rendement atteignant environ 80 pour 100

(1) Elie Metchnikoff, *Poisons intestinaux et scléroses* (*Ann. de l'Institut Pasteur*, t. 24, octobre 1910, p. 757).

de la quantité théorique que fournirait la dislocation totale des 2^g de tyrosine employés pour la préparation d'un litre de milieu.

Lorsqu'en 1910, E. Metchnikoff montra l'action sclérosante des petites quantités de phénol et de *p*-crésol que la putréfaction intestinale envoie sans cesse dans notre circulation, il pensait bien qu'on trouverait de puissants producteurs de poisons parmi les microbes de notre tube digestif et que leur découverte rendrait encore plus évident le rôle néfaste de l'auto-intoxication intestinale. L'isolement du *Bacillus phenologenes* est une nouvelle preuve de la justesse de ses prévisions.

Enfin il ne me paraît pas inutile de rappeler que les bactériologistes et les biochimistes allemands ont avancé à maintes reprises, les uns que la production du phénol dans les cultures pures serait toujours très faible, les autres qu'il était impossible de bien étudier la destruction microbienne des acides aminés autrement qu'avec des cultures mixtes. En isolant le *Bacillus phenologenes,* avec la même méthode qui m'a permis de trouver le *Bacillus aminophilus*, je crois avoir suffisamment montré l'étendue de leur erreur.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la casse blanche des vins.* Note de M. **Fonzes-Diacon**, présentée par M. Ch. Moureu.

Dans une étude sur les casses des vins (¹) Bouffard signale une casse blanche caractérisée par un trouble laiteux, opalescent, se transformant en un dépôt blanchâtre. Cette casse serait la conséquence d'une oxydation par l'air et se produirait malgré le chauffage, l'acide sulfureux et même l'acide tartrique; la couleur du vin n'y prendrait pas part.

D'après cet auteur, le dépôt, formé de matières oxydées, paraît renfermer de la chaux, peut-être du fer. L'acide citrique seul empêche sa production.

Ayant eu à examiner un vin blanc fortement atteint d'une semblable casse, j'ai pu déterminer la composition du dépôt obtenu par l'action d'un courant d'air prolongé.

Ce dépôt blanchâtre qui, après dessiccation, est blanc grisâtre, renferme de la matière organique et des éléments minéraux; la chaux y figure en

(¹) Coulet, éditeur, 1902, Montpellier.

très petite quantité, la proportion de fer y est plus élevée, et celui-ci est combiné à de l'acide phosphorique dans le rapport du phosphate ferrique basique $(P^2O^5)^2Fe^2O^3$, dont Moissan signale la solubilité dans l'acide citrique.

Cette casse ne se produit que lorsque l'acide sulfureux, existant dans tout vin blanc, est oxydé; le milieu n'étant plus réducteur, l'air agit sur le composé ferreux existant dans ce vin et le précipite sous forme de phosphate ferrique basique combiné à de la chaux et de la matière organique.

La chaux est indispensable à la formation de cette casse, car, si on la précipite en totalité ou en grande partie, le vin ne casse plus à l'air; mais la proportion de chaux que renferment naturellement les vins blancs est toujours suffisante pour qu'elle puisse se produire.

Le fer et l'acide phosphorique en excès sont également indispensables, car on peut faire naître cette casse dans un vin blanc sain en l'additionnant de petites quantités de sulfate ferreux et de phosphate ammonique, puis provoquant l'oxydation par aspiration d'air ou par l'eau oxygénée.

L'emploi des solutions sulfureuses de phosphate ammonique, utilisées à l'heure actuelle en vinification pour remplacer le métabisulfite de potassium, paraît être une des causes les plus importantes de cette casse, qui se produit surtout dans les vins vinifiés en blanc, le matériel nécessaire à cette vinification mettant les moûts en contact avec une grande masse de fer.

L'étude plus approfondie de cette casse est poursuivie dans mon laboratoire.

MÉDECINE. — *Sur le pied de tranchée (gelure des pieds).* Note de MM. **Victor Raymond** et **Jacques Parisot**, présentée par M. Laveran.

Les premiers mois d'automne et d'hiver 1916 nous ont permis de vérifier et de compléter les notions que nous avons acquises sur le *pied de tranchée* (gelure des pieds) et que nous avons exposées l'an dernier.

1° L'étiologie a été conforme à celle que nous avions indiquée. Tous nos malades provenaient de tranchées inondées et avaient séjourné plus ou moins longtemps dans l'eau remontant au-dessus du genou. Dans les secteurs secs avoisinants, il n'y a eu aucun cas de pied de tranchée dans les mêmes conditions de température.

2° Nous avons eu l'occasion de voir un nombre considérable d'Arabes et surtout de noirs; chez eux, l'affection offre un caractère de gravité tout particulier que nous n'avons observé que rarement chez le blanc. En même temps que des lésions locales des pieds consistant en gros œdème, eschares et gangrène plus ou moins étendue, nombre de ces indigènes ont présenté une affection générale revêtant les allures cliniques d'une septicémie : fièvre élevée avec clochers thermiques, adynamie, parfois véritable *tuphos* et même collapsus; langue rôtie, diarrhée fétide, épistaxis. Ces symptômes peuvent s'amender ou bien donner des lésions organiques : néphrite (albuminurie abondante pouvant aller jusqu'à 4^{g}); congestion pulmonaire et broncho-pneumonie, ictère grave.

Il s'agit là d'une maladie grave, pouvant entraîner la mort. Deux de nos malades ont en effet succombé et l'autopsie nous a montré :

1° L'absence de lésions intestinales ou éberthiennes quelconques;

2° La présence de lésions viscérales : gros foie avec nodules blanchâtres et périhépatite, grosse rate avec périsplénite, broncho-pneumonie en îlots avec piqueté hémorrhagique généralisé du poumon, gros reins;

3° Dans un de ces cas, les parenchymes viscéraux contenaient, en nombre considérable, des filaments mycéliens très facilement visibles sur les frottis et les coupes histologiques.

La bile du premier de ces malades, inoculée aseptiquement sous la peau du ventre du lapin, a produit, en 12 heures, une grosse phlyctène qui a fait rapidement place à une eschare noire. La bile du second malade, injectée dans les mêmes conditions, a entraîné très rapidement la production d'une phlyctène qui commençait à s'escharifier au troisième jour, quand l'animal a succombé (des expériences de contrôle nous ont montré l'innocuité des injections de bile normale).

Des hémocultures faites sur milieux appropriés nous ont montré, d'autre part, la présence de germes mycéliens dans le sang cinq fois pour dix cas graves.

Nous avons enfin retrouvé, comme dans nos précédentes recherches, des parasites mycéliens dans les lésions locales de ces malades.

Les frottis épais faits avec les parties putrilagineuses des pieds au moment de l'élimination des zones nécrosées (c'est-à-dire vers la sixième ou huitième semaine) sont particulièrement riches en amas mycéliens avec filaments et spores extrêmement nets.

Parmi les nombreux Européens que nous avons également traités, l'affection a toujours été arrêtée par le traitement à ses premiers stades et nous n'avons pas eu de formes d'une pareille gravité, tant générale que locale. Il faut signaler cependant que dès que ces malades ont des phlyctènes assez étendues, avec ou sans eschares, il y a toujours une élévation de température. Cette élévation se retrouve même parfois dans les cas d'œdème volumineux sans lésions tégumentaires.

Ces faits constituent tout autant de nouvelles preuves de la nature infectieuse et mycélienne du *pied de tranchée*.

A côté des germes que nous avons déjà trouvés ehez l'Européen : *Scopulariopsis Königii* et *Sterigmatocystis versicolor*, nous avons décelé chez les noirs d'autres espèces dont l'identification est en cours, en particulier des *Mucor*.

D'autre part, le *Penicillium glaucum* est extrêmement fréquent aussi bien chez les blancs que chez les indigènes. Des expériences nous ont montré que, lorsqu'on inocule ce germe aux animaux, il ne produit habituellement pas de lésions. Si, au contraire, on l'inocule à l'une des pattes postérieures d'un lapin et que l'on maintienne les deux pattes postérieures de l'animal dans l'eau pendant un temps assez long, on obtient un œdème gélatineux et parfois une eschare au point d'inoculation, la patte non inoculée ne réagissant pas.

Cette pluralité de germes nous confirme dans la notion que nous avions laissé entrevoir dans notre première Note, que l'agent mycélien est multiple.

Si nous cherchons une comparaison dans la pathologie pulmonaire, nous comparerons le pied de tranchée, non pas à la pneumonie, affection spécifique due au pneumocoque, mais aux broncho-pneumonies que peuvent engendrer les agents microbiens les plus divers.

Ce qui fait la caractéristique de la maladie est, non l'espèce de l'agent infectant, mais la modalité de l'infection. Les conditions de la guerre de tranchée ont réalisé la célèbre expérience de la poule refroidie de Pasteur. C'est la stagnation dans l'eau froide, condition indispensable, qui permet aux germes mycéliens du sol, répandus à la surface du pied, dans la profondeur des glandes sébacées, au niveau des petites excoriations produites par les chaussures, dans les onychomycomes, de franchir la barrière épidermique, de pénétrer dans l'intérieur des tissus et, d'ectoparasites ou simples saprophytes, de devenir des endoparasites pathogènes.

Dans la vie normale, ces conditions ne sont presque jamais réalisées, du moins sous nos climats. Ainsi s'explique que l'on n'ait, pour ainsi dire, jamais eu à s'occuper de l'infection de l'organisme par ce processus, alors que la pénétration des germes au niveau du naso-pharynx et de l'intestin est journellement incriminée dans un grand nombre de maladies.

Les méthodes thérapeutiques que nous avons déjà décrites et qui découlent de la notion de l'infection mycosique nous ont d'ailleurs permis d'arrêter l'affection chez tous les Européens traités et de la limiter chez les indigènes.

A 16 heures trois quarts l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 26 décembre 1916.)

Note de M. *S. Mangeot*, Sur une construction de la sphère osculatrice, etc. :

Page 973, ligne 20, *au lieu de* $\overline{O\omega}$, *lire* $\overline{O\omega}^2$.
Même page, ligne 25, *au lieu de* $Oa_2 \times Oa_2$, *lire* $Oa_1 \times Oa_2$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 29 JANVIER 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

SCIENCE INDUSTRIELLE. — *Quelques problèmes scientifiques à résoudre.* Note de M. **Henry Le Chatelier**.

En présence des difficultés traversées par le pays et appelées à devenir plus graves encore après la fin de la guerre, c'est un devoir pour tous les Français, plus particulièrement encore pour les savants, de consacrer le meilleur de leur activité au relèvement économique du pays. Je voudrais discuter ici les méthodes les plus efficaces à mettre en œuvre pour atteindre cet objectif.

Toutes les sciences sont nées de préoccupations industrielles; Archimède a inventé la Mécanique en étudiant le déplacement des poids lourds et le mouvement des corps flottants. Lavoisier a découvert la Chimie, par occasion, en travaillant la fabrication du plâtre, la culture du blé, le gonflement des ballons, la préparation de la poudre, l'emploi des combustibles au chauffage et à l'éclairage de la ville de Paris. Sainte-Claire Deville a créé la Mécanique chimique au cours de ses recherches sur la métallurgie du platine. Ultérieurement la Science frappa l'esprit des hommes par sa beauté; elle fut alors cultivée pour elle-même, d'une façon désintéressée, pour le seul amour de la vérité. Puis le snobisme s'en mêlant, on déclara la Science d'autant plus estimable qu'elle était moins utile; on rechercha les cas rares et anormaux, les monstres. On en vint à dédaigner la précision des mesures et même la simple définition des facteurs. On est ainsi retombé dans l'empirisme d'où l'on était parti, aboutissant par excès de science à la négation même de toute science. Si l'on voulait étudier les communications insérées dans nos *Comptes rendus*, on en trouverait un trop

grand nombre dans lesquelles des mesures exactes à 50 pour 100 près ont semblé suffisantes à leurs auteurs; on rencontrerait souvent aussi la mesure des propriétés physiques de corps dont la constitution chimique n'est même pas indiquée. Ce sont là des résultats dépourvus de toute valeur scientifique.

Ce cycle fermé est parcouru journellement dans l'étude des arts plastiques. On a d'abord dessiné des objets naturels, pour en avoir une image aussi exacte que possible, puis frappé de la beauté de ces images on a fait de l'art pour l'art; enfin, cédant toujours au snobisme, on est tombé dans la caricature et le mépris de la technique même du métier. Il faut, pour remonter ces courants trop faciles à descendre, reprendre de temps en temps contact avec la nature; cela est également indispensable et pour les Arts et pour les Sciences. Veut-on seulement faire de la Science désintéressée, cela ne doit pas empêcher de l'appliquer à la solution de problèmes pratiques; cela est même indispensable pour ne pas déchoir. Mais si l'on se préoccupe avant tout du développement de l'Industrie, cette orientation de la science vers ses applications doit être l'objet d'un effort plus soutenu encore.

C'est en s'inspirant de considérations de cette nature que l'Académie des Sciences a proposé récemment la création d'un grand laboratoire national de recherches physiques et mécaniques. Elle pourrait dans cet ordre d'idées exercer une action plus immédiate encore, en réservant ses prix et subventions aux travaux scientifiques manifestant une réelle préoccupation des grands intérêts du pays.

Cette mise en œuvre de la Science présente cependant une difficulté sérieuse, résultant de l'ignorance des savants au sujet des problèmes dont la solution peut intéresser l'Industrie et au sujet de la méthode par laquelle ils peuvent se rendre le plus utile. Ils ont trop souvent la tendance de déserter la Science véritable pour se livrer à des tâtonnements empiriques et essayer de mettre eux-mêmes sur pied de véritables procédés industriels. C'est là une erreur complète. Faute d'être documentés sur les essais innombrables déjà faits dans les usines, ils redécouvrent des choses archi-connues et perdent leur temps à des tâtonnements que des ingénieurs ou des contremaîtres d'usine feraient aussi bien et même mieux. Leur rôle doit se borner à étudier les lois scientifiques des phénomènes élémentaires appliqués par les industriels, et à ces derniers incombe le soin de tirer parti des documents ainsi mis à leur disposition. Mais encore faut-il signaler aux savants les problèmes à résoudre. L'éminent et regretté directeur de l'*Engineering*,

Henry Maw, avait inauguré une série de conférences intitulées : *Unsolved problems of...* (*Problèmes non résolus de telle ou telle industrie*). Cette tradition a été suivie en Angleterre par plusieurs grands industriels. Elle n'est sans doute pas restée étrangère au développement remarquable de l'emploi des méthodes scientifiques de travail dans les usines anglaises.

Le but de cette Communication est précisément de signaler quelques-uns de ces problèmes scientifiques non encore résolus.

Verrerie. — Nos industriels cherchent actuellement à fabriquer en France la verrerie de laboratoire que nous faisions venir autrefois de l'étranger. Ils le font par des tâtonnements empiriques très coûteux et très longs. Chaque fusion d'un nouveau mélange, faite dans un creuset de taille normale, peut coûter 500^{fr}. Cette somme est perdue quand le verre est inutilisable. Pour une étude complète, il faudrait faire une centaine de coulées différentes, c'est-à-dire engager une dépense énorme. Or la principale qualité du verre, dont dépend avant tout le succès de la fabrication, est l'étendue du palier de fusibilité. Des mesures préalables de la variation de viscosité du verre en fonction de la température et de la composition chimique rendraient des services inappréciables, en limitant le nombre des essais industriels définitifs. Les essais de laboratoire peuvent être faits sur une masse d'une dizaine de grammes, fondus dans un creuset de platine, au lieu des 300^{kg} à 400^{kg} des creusets de verrerie ordinaires. On pourrait profiter de la préparation des mêmes échantillons pour en déterminer la dilatation, si importante dans les applications à la céramique; la résistance électrique, qualité indispensable des isolateurs, et l'inaltérabilité chimique, précieuse pour les analyses chimiques. Il y a là un travail entièrement scientifique, long à effectuer, mais qui une fois achevé pourra être utilisé pendant des siècles.

Métallurgie. — La fabrication des projectiles de perforation employés dans la marine de guerre doivent avoir une pointe très dure pour pouvoir percer les cuirasses cémentées. Il serait nécessaire, pour le contrôle de la fabrication de ces projectiles, d'avoir un moyen de mesurer la dureté de l'acier trempé. Or nous n'en possédons pas. Le moins mauvais, à l'heure actuelle, nous est donné par le scléromètre de Shore, qui utilise le rebondissement d'un petit projectile d'acier terminé par une pointe de diamant. Mais les résultats ne sont pas comparables, ils dépendent, en dehors de la dureté, de divers facteurs élémentaires, notamment de la forme des pièces choquées. Il y aurait un grand intérêt à étudier les lois du choc

des corps élastiques. Nous en sommes encore sur ce sujet à peu de chose près au point où l'avait amené et laissé Léonard de Vinci. Le rebondissement se fait en moyenne aux trois quarts de la hauteur de chute, variant entre 60 et 90 pour 100 de cette hauteur. Le calcul, combiné à l'expérience, permettrait sans doute de faire rapidement progresser nos connaissances et de définir alors certaines conditions dans lesquelles le rebondissement ne dépendrait que de la dureté superficielle du corps choqué.

Pyrométrie. — La mesure des températures élevées joue dans l'industrie un rôle tous les jours plus important. Nos ateliers pour la trempe des projectiles utilisent chacun de nombreux pyromètres. Mais leurs indications ne présentent pas la précision désirable. On ne peut employer le thermomètre normal à gaz, trop compliqué pour le sortir des laboratoires de physique. Le thermomètre à résistance de platine Siemens-Callendar est encore très exact, mais trop fragile pour le travail courant de l'usine. On emploie exclusivement l'un des trois pyromètres : thermo-électrique, optique ou à radiation calorifique. Leurs indications ne sont cependant pas suffisamment exactes. Leur défaut ne tient pas aux caprices des lois naturelles. Les lois sont toutes absolument rigoureuses, mais elles mettent simultanément en jeu plusieurs facteurs élémentaires, plusieurs variables indépendantes. Si nous négligeons quelques-uns de ces facteurs ou tout au moins n'en assurons pas l'invariabilité absolue au cours de nos expériences, les résultats seront nécessairement inexacts, plus ou moins suivant l'importance du facteur omis. La force thermo-électrique d'un couple dépend avant tout de la température de la soudure, mais aussi, à un moindre degré, de la loi de répartition des températures le long des fils entre la soudure chaude et la soudure froide. C'est là un phénomène connu qualitativement, mais dont l'étude quantitative demanderait à être achevée. Un fil homogène, chauffé en son milieu, dans des conditions telles que le gradient de température soit différent de part et d'autre de la zone chauffée, donne naissance à une force thermo-électrique parasite. Ce phénomène varie d'intensité avec la nature du métal.

Les indications du pyromètre optique dépendent du pouvoir émissif des corps visés. On a mesuré jusqu'ici le pouvoir émissif de trois corps : le platine, l'oxyde de fer et l'oxyde de nickel. Il y aurait bien d'autres corps usuels à étudier encore.

Les résultats donnés par le pyromètre à radiation sont influencés par la répartition variable des températures dans la boîte métallique de l'ap-

pareil. Il y aurait à étudier cette influence et à définir les conditions nécessaires à remplir pour annuler cette cause perturbatrice.

Chauffage. — La conductibilité des matériaux servant à faire les parois des fours industriels et celle aussi des masses de charbon brûlées dans les foyers sont des facteurs essentiels de la bonne utilisation des combustibles. On connaît la conductibilité des métaux, mais on a seulement pour les matériaux réfractaires des données empiriques, variant d'ailleurs du simple au double suivant les conditions de fabrication. On ne possède aucun renseignement, même empirique, sur la conductibilité de masses de charbon, et pourtant cette conductibilité est le facteur capital de la fusion ou de la non-fusion des mâchefers, phénomène si important dans la conduite du chauffage. Pour rendre ces mesures réellement scientifiques, il faudrait faire les expériences sur des entassements de billes sphériques, de nature déterminée, dont on ferait varier systématiquement le diamètre et la température. On pourrait alors établir la loi du phénomène, faire la part, dans la transmision de la chaleur à travers les masses poreuses, du rayonnement, de la convection et de la conductibilité proprement dite.

Par la même occasion on pourrait étndier la loi de circulation des gaz à travers de semblables masses. Ces résultats seraient utilisables, non seulement pour le chauffage, mais encore pour le choix des sables de fonderie et dans bien d'autres circonstances.

Agriculture. — Presque tout est encore à faire au point de vue des applications de la science à l'agriculture. Jusqu'ici, on s'est presque toujours et presque partout contenté de recherches empiriques. Et pourtant les recherches scientifiques, comme celle de Boussingault, de Schlœsing, ont une autre valeur pratique que les tâtonnements innombrables des stations agronomiques. A tout hasard, je citerai une question bien intéressante et assez facile à étudier, celle de la germination des graines. Les principaux facteurs en sont l'humidité, la température et l'oxygène.

Il n'y a pas aujourd'hui une demi-douzaine de graines pour lesquelles cette étude ait été faite d'une façon méthodique; il faudrait la faire pour des milliers de graines. Cela permettrait de choisir avec bien plus de certitude les variétés de plantes convenant à tel ou tel climat. On donne bien quelques chiffres des degrés totaux nécessaires à la germination, à la floraison, à la maturation du blé; mais ces nombres varient de 50 pour 100, suivant les auteurs. Il n'y a d'ailleurs aucune raison de supposer, le con-

traire est même certain, que le produit du nombre de degrés par la durée puisse être considéré comme un facteur élémentaire. Même cela serait-il exact, que le degré d'humidité de l'atmosphère contenu dans le sol n'en serait pas moins un second facteur aucunement négligeable.

Le nombre des problèmes posés ainsi par les opérations industrielles même les plus simples, est en réalité illimité. Ils doivent être portés à la connaissance des savants capables de les étudier. Cela ne peut être fait que par les industriels eux-mêmes, mais encore leur faudrait-il une tournure d'esprit assez scientifique pour savoir discerner et dissocier les différents facteurs en jeu dans les opérations qui les intéressent. Ils ont trop souvent le tort de poser aux savants des problèmes pratiques qui ne sont pas de leur compétence, qui sont trop complexes pour pouvoir être abordés par des méthodes réellement scientifiques et pour comporter des conclusions éternellement vraies, ce qui doit être le but de toute recherche scientifique véritable.

En faisant cette Communication, mon intention est d'appeler l'attention des industriels sur la façon la plus efficace dont ils peuvent utiliser la Science et les engager à demander aux savants un concours plus actif, en facilitant leur travail par une indication nette des problèmes à résoudre.

ÉCONOMIE INDUSTRIELLE. — *Une mission économique française en Espagne.* Note de M. **Ch. Lallemand.**

Par son origine, par sa mentalité, sa langue et ses aspirations, le peuple espagnol présente, avec le nôtre, de grandes affinités.

Depuis longtemps, des relations cordiales existent entre les deux pays voisins.

Quelques bons Français ont pensé que, dans la tourmente où se débat actuellement l'Europe, il y aurait intérêt à resserrer encore davantage ces relations.

Sur l'initiative de M. Imbart de la Tour, de l'Académie des Sciences morales, une première mission, comprenant, avec lui, MM. Bergson et Lamy, de l'Académie française, M. Widor, de l'Académie des Beaux-Arts, et notre confrère M. Edmond Perrier, alla, au printemps dernier, faire, dans un certain nombre de villes d'Espagne, sur des sujets scientifiques, littéraires et artistiques, une série de conférences dont le succès dépassa toutes les espérances.

Partout la mission recueillit, pour la France, les témoignages de la plus courtoise et de la plus chaude sympathie.

En retour, au mois d'octobre suivant, un groupe de représentants des Académies et des Universités d'Espagne venaient rendre chez nous la visite qu'ils avaient reçue, et, à cette occasion, avaient lieu de nouveaux échanges de démonstrations amicales à l'adresse des deux pays.

Pour entretenir et renforcer ce courant de sympathies réciproques, on a jugé bon de l'étendre au domaine économique et d'envoyer en Espagne une seconde mission, d'un caractère plus spécial et plus large à la fois, où la science, la grande industrie et le haut commerce se trouveraient représentés.

Cette nouvelle mission comprenait MM. Th. Schlœsing, De Launay et Ch. Lallemand, de l'Académie des Sciences; A. Liesse, de l'Académie des Sciences morales; G. Teissier, professeur à l'École des Sciences politiques, président du Conseil d'Administration des chemins de fer du Midi; Isaac, administrateur du canal de Suez, président honoraire de la Chambre de commerce de Lyon; Bachellery, ingénieur des Mines, ingénieur principal à la Direction des chemins de fer du Midi, secrétaire du groupement.

La mission, qui a quitté la France le 6 novembre dernier, a consacré plus de cinq semaines à parcourir l'Espagne.

Successivement elle a visité *Renteria*, sa fabrique de biscuits, sa papeterie, sa fonderie de plomb et son usine de produits chimiques; *Saint-Sébastien*, avec les ateliers de constructions mécaniques de *Beasain; Bilbao*, ses mines de fer, son école technique, ses banques, ses grands établissements métallurgiques et son chantier de constructions navales; *Santander*, avec la soudière de *Torre la Vega; Gijon*, son port, ses hauts fourneaux, sa verrerie et sa fabrique de chapeaux; *Oviedo* et son université; *Madrid*, ses banques, son École des Mines et le Service de la Carte géologique d'Espagne; *Tolède; Penarroya*, avec ses mines et ses importantes fonderies de plomb, ses vastes plantations d'eucalyptus, ses fabriques de superphosphates et de textilose; *Cordoue*, ses huileries et son grand barrage en construction pour l'irrigation de la contrée; *Grenade* et ses sucreries; *Huelva* et son port d'embarquement des pyrites; les puissantes mines de cuivre de *Rio-Tinto; Séville*, son grand port fluvial et son usine de produits chimiques; *Carthagène*, son port et son usine de désargentation du plomb; les grands marais salants de *Torre-Vieja; Alicante* et son port; *Alcoy* et ses manufactures de tissus; *Valence*, son port en voie d'extension, son usine à gaz et sa fabrique de superphosphates; *Barcelone*, son grand port, sa fabrique de pianos, ses beaux établissements

de traitement des vins, et de production d'énergie électrique; *Tarrasa*, son école industrielle et ses tissages; enfin *Sabadell*, avec ses fabriques de drap et de matériel électrique.

Partout, présentée par nos consuls, la mission est entrée en relations avec les autorités officielles, avec les Universités, les Chambres industrielles et les Chambres de commerce, souvent aussi avec les représentants de syndicats ouvriers.

Toujours, les membres de l'Institut de France et leurs collègues ont été accueillis avec les marques de la cordialité la plus chaleureuse.

Malgré la neutralité officielle de l'Espagne, d'importantes personnalités ont publiquement, devant eux, exalté les héros de Verdun et formulé des vœux pour la victoire de la justice et de la civilisation.

Partout leur a été exprimé le souhait de relations économiques plus étroites entre les deux nations sœurs.

De leur côté, ils ont eu le grand plaisir de constater, dans ce pays, tous les signes d'une grandissante activité.

En vingt ans, certaines villes se sont transformées et embellies au point d'en être devenues méconnaissables; des monuments luxueux, de belles usines et de grandes manufactures se dressent ou se construisent de tous côtés.

La France, si elle le veut, peut jouer un rôle utile dans ce développement industriel et tirer profit du grand marché que constitue, à sa porte, une Espagne enrichie et largement dotée, par la nature, de produits qui nous font en partie défaut.

Notre production de houille, par exemple, est inférieure à nos besoins. Jusqu'à ces derniers temps, nous tirions d'Allemagne une notable partie de ce qui nous manquait. Or, les Asturies renferment peut-être un gisement considérable de charbon qui, embarqué à proximité, dans le grand port nouvellement construit à Gijon, pourrait avantageusement, grâce à son bas prix de revient, venir alimenter les marchés de Bayonne, de Bordeaux et du sud-ouest de la France.

A cet égard, une étude serrée de la question, faite au double point de vue technique et économique, serait éminemment désirable.

D'un autre côté, par sa position géographique, qui en fait le trait d'union entre l'Europe et l'Afrique, l'Espagne semble destinée à remplir un jour, quand le continent noir se sera suffisamment outillé et enrichi, le rôle qui a fait la fortune de Constantinople, sorte de pont jeté entre l'Europe et l'Asie.

Toutefois, pour remplir efficacement cette fonction de pays de transit, l'Espagne rencontrera de grosses difficultés, en raison de la différence de largeur qui existe entre la voie de ses chemins de fer et la voie normale européenne.

Depuis longtemps, dans la péninsule, on songe à faire disparaître cet obstacle; nous aimons à penser que notre voyage fournira l'occasion de préparer une solution, tout au moins partielle, du problème.

N'eût-elle obtenu que ce résultat, notre mission aurait fait œuvre utile pour les deux pays.

Elle espère, en outre, avoir renforcé, des deux côtés des Pyrénées, un double courant de sympathies, que va contribuer à rendre permanent la création projetée d'un Comité de rapprochement franco-espagnol, organisé, sous les auspices de l'Institut de France, comme pendant au Comité semblable récemment fondé à Madrid.

Parlant de la première mission en Espagne organisée par l'Institut de France, M. **Edmond Perrier** s'exprime en ces termes :

Ayant fait partie de la mission en Espagne qui a précédé celle dont notre Confrère, M. Lallemand, vient de rendre compte à l'Académie, je demande la permission d'y ajouter quelques détails qui compléteront son intéressant exposé.

Comme il l'a dit, notre mission, organisée par M. Imbart de la Tour, Membre de l'Académie des Sciences morales et politiques, était composée de MM. Lamy, Secrétaire perpétuel de l'Académie française; Bergson, Membre de ces deux Académies; Widor, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Beaux-Arts, et j'avais l'honneur d'y représenter l'Académie des Sciences. Comme sa composition l'indique, c'était avant tout une mission intellectuelle ayant pour objet de se mettre en rapport avec les hommes éminents que l'Espagne a produits en grand nombre dans les directions les plus diverses des lettres, des arts et des sciences. Nous n'avions à faire ni politique, ni diplomatie, ni préparation industrielle ou commerciale; nous devions simplement lier conversation avec nos confrères d'au delà des Pyrénées, leur montrer franchement l'âme française telle qu'elle est, pleine d'estime et de sympathie pour un peuple dont on peut dire avec Bergson qu'il est au même niveau moral que nous parce qu'il pense et sent comme nous, de telle façon, comme on l'a dit ailleurs, que si les Pyrénées, malgré

le mot de Louis XIV, existent toujours, elles soudent l'Espagne à la France bien plus encore qu'elles ne l'en séparent.

La « mission académique », comme on nous a appelés, a visité Saint-Sébastien, Burgos, Madrid, Tolède, Séville, Grenade, Cordoue, Salamanque, Oviédo; partout où sa composition variée lui permettait de pénétrer en amie, elle a reçu un accueil de la plus pénétrante cordialité et, pourrait-on dire, de la plus vibrante sympathie. Elle ne s'est pas bornée à causer intimement avec les hommes éminents qui la recevaient ou qu'elle recevait: dans la magnifique Salle des Arts, ou *paraninfo* de l'Université de Madrid; dans celle de l'*Ateneo*, célèbre club scientifique littéraire artistique et mondain, elle a donné six Conférences devant un auditoire de 1500 à 2000 personnes; quatre à Séville, une à Grenade, d'autres à Salamanque et Oviédo; partout elle a rencontré le même enthousiasme pour les idées françaises qu'elle s'est bornée à exposer, laissant discrètement aux auditeurs le soin de faire leur choix. Elle s'est montrée (et cela n'a pas été sans battre en brèche la réputation qui nous avait précédée) également fraternelle et accueillante pour toutes les institutions françaises qu'elle a rencontrées, à quelque confession qu'elles appartinssent.

Nos compatriotes établis en Espagne en ont fait autant, de sorte que les Espagnols n'ont vu que des Français marchant la main dans la main dans une sincère et touchante union sacrée en face du danger.

Le talent et la bonne grâce de Widor ont triomphé des préventions les plus enracinées contre le pays de la « décadence morale ». Dans les imposantes et somptueuses cathédrales de Burgos, de Séville, de Grenade, il a fait résonner, sur de magnifiques orgues deux fois centenaires, des improvisations charmantes ou de superbes fragments de ses œuvres, et l'admiration qu'il a su inspirer est remontée jusqu'aux Éminences qui dirigent le plus strictement catholique peut-être de tous les clergés. Dans l'église de Saint-Louis-des-Français à Madrid, en présence de tous les ambassadeurs de l'Entente, il a fait exécuter un hymne guerrier inédit pour lequel S. M. Alphonse XIII avait eu la gracieuseté de prêter les trompettes de la garde royale.

Les intellectuels espagnols ont pu se rendre compte de l'admiration sincère que nous inspire le peuple espagnol dans le passé et dans le présent; combien nous apprécions le génie qu'il a dépensé dans l'édification et l'ornementation de ses incomparables monuments, dans sa littérature qui nous a valu d'immortels chefs-d'œuvre dont Corneille, Beaumarchais et Victor

Hugo n'ont pas dédaigné de s'inspirer, dans leur peinture qui a inondé jusqu'aux plus modestes églises de toiles merveilleuses, dans son sens historique qui a su comprendre Jeanne d'Arc, comme l'a dit M. Imbart de la Tour, au point que ses réponses à ses juges ont été devinées à une époque où l'on ne connaissait pas encore les fins de son douloureux procès.

M. Widor pouvait, dans ce milieu sympathique, exprimer à cœur ouvert la peine qu'avaient éprouvée tous les musiciens français en apprenant la mort tragique et inexcusable de Granados. M. Étienne Lamy, Secrétaire perpétuel de l'Académie française, était, en cette qualité, particulièrement qualifié pour parler des affinités des langues des deux nations. Enfin puisque l'Allemagne se réclame de la philosophie et de la science, il nous appartenait à M. Bergson et à moi tout ce qu'ont de contraire à ses conceptions les conclusions que nous avons cru devoir en tirer. Nous croyons pouvoir dire que nous avons été compris.

Aussi bien avons-nous à gagner nous-mêmes à mieux connaître l'Espagne. Les vieilles villes sont toutes pleines de richesses artistiques incomparables d'une inspiration tout à fait spéciale que nos élèves de l'École des Beaux-Arts auront tout intérêt à méditer. Nous croyons savoir qu'on songe à leur en donner les moyens. D'ailleurs les maîtres anciens ont actuellement d'illustres héritiers; des peintres comme Zutagoa ou, à Séville, Bilbao, des architectes comme Anibal Gonzales qui construit des monuments dont les magnificences égalent celles de l'Alcazar ou de l'Alhambra, des sculpteurs comme Blay ou Benlluire y Gil qui a sculpté pour l'Académie des Beaux-Arts un buste impressionnant de l'illustre naturaliste Lacaze-Duthiers en remercîment de son élection, seraient partout de tout premier rang.

Dans les vieilles universités espagnoles on cultivait surtout les lettres et le droit. La tradition ne s'est pas perdue; des hommes comme Unamuno, Ottavio Picon, Perros Galdès, Menendez Pidal, Osaña, Castro, Altamira, Candau l'ont brillamment maintenue; mais la science est venue s'y ajouter avec les physiologistes Ocaña et de Salvat; des naturalistes comme les professeurs Odon de Buen, Bolivar, Pacheco, Navarro, Blas Lazaro et Hisa, José de Zuaco, de Barras, Pittaluga, Gorgoza y Gonzalès, Andoso, Luis Luzano, Telesfora de Arazandi et le grand-maître de l'histologie, le révélateur de la structure du cerveau : Ramon y Cajal, récemment nommé Correspondant de notre Académie. Il est à désirer que leurs élèves et les nôtres se mêlent davantage et qu'ainsi s'établisse entre eux une fraternité de plus en plus cordiale.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Les premières réunions savantes de Paris au XVIIe siècle. — Les Académies de Montmor, de Sourdis, etc.* Note [1] de M. G. **Bigourdan.**

Le discours de Sorbière [2] montre que de bonne heure on eut l'idée de cette vaste Académie, comprenant des Historiens, des Philosophes, des Mathématiciens, etc., que Colbert tenta de réaliser un peu plus tard, et dont les débris, en quelque sorte, constituèrent le noyau de l'Académie des Sciences. Plus loin on voit poindre un projet de laboratoires divers, dont certains furent établis à l'Observatoire lors de sa fondation, mais qui paraissent être restés à peu près sans usage. Sorbière continue, en effet, en ces termes :

Il est fort naturel à chacun de faire valoir son talent, et comme dans une Foire chacun ne tasche qu'à y vendre sa marchandise, et ne se met point en peine de ce que deviendra celle de son voisin; ceux qui sont rompus à la mechanique, et qui ont vaqué à quelques experiences, ne parlent que des experiences, comme s'ils en avoient une infinité à nous fournir; ceux qui ont de la facilité à bien parler, ne demandent que des entretiens; Et ceux qui ont quelque faculté à digerer par escrit des matieres difficiles, sont bien ayses que cette methode ne soit pas tout à fait negligée. Chacun veut faire regner ceans sa secte, ses principes, ou son hypothese; et il y en a peu qui prenent plaisir à y entendre les divers stiles des Philosophes, ou les diverses pensées que l'on y produit sur un mesme subjet; Quoy que ceste varieté peut servir d'ornement, et que les Sceptiques, qui aiment fort à écouter, ne trouvassent rien plus agreable que ceste symphonie composée d'un Peripateticien, d'un Lulliste, d'un Cartesien, d'un Chymiste, d'un Platonicien, d'un amy de Lucrece, et de quelques autres Philosophes, qui sur un mesme ton, c'est à dire, avec le mesme dessein de trouver la verité, chanteroient des paroles differentes, et feroient des passages et des roulemens fort differens. Il seroit à desirer, Messieurs qu'on n'exclud aucune methode, pourveu qu'elle ne contrevint point à l'ordre; et que chacun escoutat dans un profond silence celle de son compagnon, afin qu'il fust escouté de mesme à son tour. Et ainsi j'estime qu'il faudroit faire place aux experiences, et se taire lors que quelqu'un voudroit operer.

Et en effet, Messieurs, on n'a point deffendu, comme j'ay dit, à quiconque voudroit prendre la peine de faire ceans des experiences, de preparer chez luy tout à loisir ce qui lui seroit necessaire, et de faire apporter icy le jour que nous nous assemblons toutes ses machines. On a veu mesme avec plaisir Monsieur Rohault venir icy avec tout son equipage d'Aymant; et Monsieur Pecquet y prendre ses habits de ceremonie, pour

---

[1] Séance du 22 janvier 1917.

[2] *Cinq Cents Colbert*, n° 485, f° 445. — Voir page 159 de ce Volume.

procеder selon sa methode et à ses dissections; Monsieur Petit y a fait joüer son artillerie avec de la poudre à canon, et avec l'or fuminant; Monsieur Thevenot y a fait voir ses tuyaux faits exprès pour examiner l'ascension de l'eau, qui monte d'elle-mesme hors de son niveau; Monsieur de Montconis y a amené un cheval enchanté que le Diable pensoit, au dire des palefreniers, et qu'il avoit acheptė, pour faire voir en nostre présence la fausseté de ceste opinion. Il est permis encore à qui voudra d'en faire autant sur tout ce dont il aura envie de nous esclaircir. Il seroit mesme à souhaiter qu'on prist la peine d'esprouver en pleine Assemblée les choses les plus communes; et Monsieur de Montmor a la bonté de nous offrir l'usage d'une infinité de machines, et d'instrumens, avec lesquels il a exercé depuis trente ans sa curiosité; Et il permettra bien que nous prenions quelque expedient pour ce qui nous manquera, et qui sera de nostre portée. Mais je crains qu'on ne traite les experiences de mesme que l'on a fait les raisonnemens. Car il y a des gens qui ne demandent que des choses inouïes, et qui mesprisant tout ce qu'ils ont leu ou entendu, se rebuteront aussi de ce qu'ils auront desia veu. Et ainsi il sera mal-aisé de les contenter, ou d'arrester leur impatience. Cependant, Messieurs, il n'y auroit rien plus juste, que de permettre à chacun de satisfaire à sa curiosité, et d'essayer tout ce dont il seroit en doute. Car les expériences qui auroient esté une fois faites et examinées dans ceste Assemblée, et dont on auroit chargé nos Registres, seroient authentiques à la postérité.

Au reste, de s'imaginer que nous puissions dresser ceans une Boutique, une Forge, et un Laboratoire, ou pour dire tout en un seul mot, bastir un Arsenal de Machines à faire toute sorte d'experiences, c'est ce qui ne se peut point, et qui n'est point l'entreprise de quelques particuliers, quoy qu'il y en ait de tres puissants dans cette Compagnie. Representez-vous quelle place il faudroit seulement pour un lieu que l'on destineroit à l'observation des Astres, et de quelle grandeur seroient des Machines à se servir d'une Lunette de quarante pieds, si tant est que l'on en sçache déjà quelqu'une, capable de remedier à tous les inconveniens qui rendent presque inutiles les Lunettes de cette longueur. N'a-t-il pas fallu que Tycho Brahé ait basty autres fois son Uranibourg, un chasteau qui ne servoit pas tant à le loger, qu'à y faire ses observations celestes?

En verité, Messieurs, il n'y a que les Roys, et les riches Souverains, ou quelques sages et pucunieuses Republiques, qui puissent entreprendre de dresser une Academie Physique, où tout se passe en continuelles experiences. Il faut bastir des lieux tout exprès : il faut avoir à ses gages plusieurs Artisans; il faut un fonds considerable pour les autres despenses : et il faut trouver enfin de quoy animer cette matiere : car l'Ame de ce corps seroit d'en remettre la conduite à des esprits rares, tels que nous voyons dans cette Assemblée; et je ne mets point en doute s'ils agissoient de concert, qu'il n'en peut réüssir de très grands advantages pour le public.

Mais jusques à ce, Messieurs, que le public soit assez heureux de rencontrer des Princes qui se plaisent aux Sciences, et à la perfection des Arts qui sont en usage parmy nous, ou à la découverte de ceux qui nous manquent, nostre Mechanique demeurera imparfaite comme elle est; nostre Médecine sera aveugle, et nos Sciences ne nous apprendront bien certainement si ce n'est, qu'il y a une infinité de choses que nous ignorons; et, ce qui est le plus fascheux, une infinité de choses par l'ignorance desquelles nous passons quelqués fois la vie fort incommodément.

Il ne faut donc pas, Messieurs, que l'on pretende dans cette Assemblée à ne faire autre chose que des experiences; et il est absolument necessaire d'y prester quelque fois l'oreille à des Discours par escrit, que l'on entendra lors que nous n'y aurons pas des experiences à faire. Et comme par ce moyen ce que l'on entendra sera mieux digeré, et demeurera fixé sur le papier, nous pourrons nous mieux instruire les uns les autres, nous communiquer plus aisément nos pensées, et laisser peut estre apres nous des marques de nos bonnes intentions....

La lettre d'envoi à Colbert, dont nous avons parlé, présente elle-même de l'intérêt; en voici les parties essentielles :

MONSEIGNEUR. Permettés moy d'en user avecque Vous de mesme que j'en usois avec S. E. quoy que j'aye plus de liberté de Vous approcher, et que la porte de Vostre Cabinet soit ouverte à tout le monde. Vous scavés que j'avois accoustumé de luy escrire quelques fois, et qu'il prenoit plaisir à jetter les yeux sur mes Discours. Je ne Vous seray pas si importun, que je l'ay esté en ce temps là; car je n'ay plus tant de choses à desirer. Je me contente de la mediocre fortune que Vous m'avés procurée, et d'un peu d'estime que j'ay acquise aupres des honnestes gens. Je ne songe plus aussi qu'a passer le reste de ma vie dans le commerce des Sciences que j'ay tousiours aimees. J'ay grandement à cœur leurs interests, et je fais tout ce que je puis pour les avancer.

C'est ce que vous dira ma harangue du 3 d'Avril, qui pourroit aboutir à quelque chose d'important pour le public, si elle estoit consideree par ceux qui travaillent à l'ornemēt de la France. Cela vous regarde, Monseigneur, plus que pas un autre, et je n'ay peu m'empescher, en faisant reflexion sur la continuelle application que Vous avés à tout ce qui est de l'utilité publique, d'emprunter un hemistiche d'Ovide au subjet d'Esculape, lorsqu'il vint à Rome en forme de serpent, *Venitque salutifer Urbi*; ce qui conviendroit à Vos armes, d'où je pourrois prendre le corps d'une devise, si j'estois assés bon ouvrier.....

Je cherche le moyen de faire comprendre aux autres ce qu'ils vous doivent desia, et ce qu'ils ont à esperer de la bonté du Roy, qui se sert de Vous pour establir la felicité de ses peuples. Car je fais point de doute, qu'apres que S. M. Vous aura employé à guerir l'Estat de ses maladies, Vous n'ayés ordre de travailler à rendre à son Royaume toute sa force, et tout son embonpoint; ce qui ne se passera pas sans que Vous y faciès florir les Arts et les Sciences, pour lesquelles Vous voyés que je m'interesse. Je suis...

A Paris, le 25 d'avril 1663.

Si la réforme dont parle Sorbière fut réalisée, son effet fut de courte durée, car à la fin de la même année il écrit à Hobbes [1] :

Qui convenire solebant viri docti rerum Physicarum studiosi in ædibus Illustrissimi

[1] Bibl. Nat., *Manuscrits*, fonds latin, nº 10353, fol. 314.

Montmorii nunc ad Sourdisium (¹) confluent, sed numero pauciores et brevi tempore nulli planè futuri, qui vè se conferre velint ....

Cependant Sorbière n'abandonna pas encore le projet qui se révèle bien dans sa lettre à Colbert, d'intéresser ce ministre à l'Académie de Montmor, car il parle à celui-ci (fol. 354, v°), vers la fin de 1664, d'une Académie royale Colberto-Montmorienne.

Fut-il encore traversé dans ce projet? Du moins le 28 mars 1665, écrivant à F. Sluse (fol. 365, v°), il se plaint des intrigants qui ont étouffé l'Académie de Montmor.

Les réunions savantes du marquis de Sourdis marquèrent peu, car J.-B. Duhamel et Fontenelle les passent entièrement sous silence, mentionnant seulement, avec celles de Montmor, les réunions tenues ensuite par Thévenot (²).

Sur ces dernières nous n'avons absolument aucun renseignement, quoique le catalogue des manuscrits de Thévenot (³) indique, sous le titre de *Liasses et paquets*, p. 63, n° 570, des « Pièces concernant l'Assemblée qui se tenoit chez M. Thévenot ».

Parmi les projets de l'époque, pour former une Académie embrassant les sciences, il faut citer encore celui de l'abbé d'Aubignac (⁴).

Il expose au Roy que « Dieu se fait nommer le Maître des Sciences aussi bien que le Seigneur des Armées », et qu'il « menace du feu de son indi-

(¹) Il s'agit sans aucun doute du marquis de *Sourdis* (Charles d'Escoubleau), maréchal des camps et armées du Roi, gouverneur de l'Orléanais, qui mourut le 25 décembre 1666. Il était l'aîné de deux frères François (1575 — † 8 février 1628) et Henri (1593 — † 18 juin 1645) qui furent l'un et l'autre archevêques de Bordeaux, et y eurent de retentissants démêlés; le premier devint cardinal; quant au second, il avait débuté dans la carrière des armes et plus tard commanda une flotte qui concourut à la reprise des îles Sainte-Marguerite en 1638.

(²) Melchisédech *Thévenot* (Paris vers 1620 — † Issy, 29 octobre 1692) fut envoyé en mission à Gênes en 1645, à Rome en 1654-1655 et devint garde de la bibliothèque du roi en 1684. Il est surtout connu comme voyageur.

Son neveu, *Jean Thévenot* (Paris, 6 juin 1633 — † 28 novembre 1667) fut aussi voyageur.

(³) Bibl. Nat., *Manuscrits*, f. fr., n° 6132 : *Bibliothecæ Thevenotianæ manuscripti Codices*.

(⁴) François HEDELIN, abbé d'Aubignac. *Discours au Roy sur l'establissement d'une seconde Academie dans la Ville de Paris*. Paris, 1664, in-4° de 52 pages. Le privilège est du 15 janvier 1656.

gnation les Chefs des Républiques qui négligent de les cultiver ». Après avoir montré tous les avantages que l'État peut tirer du culte des Sciences, et justifié ainsi l'institution « de Professeurs publics en tout genre d'érudition », il ajoute que ces Maîtres « se sont relâchez en deux choses qui nuisent au progrez des Sciences » : d'abord ils s'attachent opiniâtrément aux maximes des anciens et rejettent toute nouveauté; ensuite ils ont chargé la langue d'expressions barbares.

A ce grand mal, dit-il, il n'a point été apporté de remède plus convenable et plus honnête que d'établir des compagnies de personnes libres et détachées de l'obligation d'instruire le public, qui voulussent joindre ensemble leur étude et leur travail....

Les Princes d'Italie se sont employez les premiers à ce grand œuvre par l'établissement de ces assemblées de Sçavants qu'ils nomment des Académies....

Et comme une seule Académie ne suffit pas pour un aussi grand royaume que la France, il demande au roi d'établir une « Académie Royale des conférences que nous avons continuées depuis deux ans, dans une mutuelle communication de nos études ».

Le projet de l'abbé d'Aubignac ne paraît pas avoir eu d'exécution, mais put inspirer, avec tout ce qui avait été tenté jusque-là, ce que Colbert tenta de réaliser. Ce grand ministre voulut réunir, en une vaste Académie, des savants de tout ordre : Historiens, Grammairiens, Philosophes, Mathématiciens, etc. Mais on en retrancha d'abord l'Histoire, comme touchant à des questions trop « chatouilleuses », puis ce qui était du ressort de l'Académie française, de sorte que finalement il ne resta que sept Astronomes ou Mathématiciens, qui commencèrent leurs exercices académiques au mois de juin 1666. Sur la fin de la même année on leur adjoignit des Médecins, des Botanistes, des Chimistes, etc. avec des élèves; et ainsi se trouva constituée définitivement l'ancienne Académie des Sciences.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le Tome 1, fascicule I, des *Archives russes d'Anatomie, d'Histologie et d'Embryologie*. Rédacteur en chef : A.-S. Dogiel, professeur à l'Université impériale de Petrograd.

NAVIGATION. — *L'heure à bord des navires.*
Note de M. J. **Renaud**, présentée par M. Ch. Lallemand.

Sur les navires on note, au moyen de l'heure marquée par la montre d'habitacle, les instants où se font les observations météorologiques et où se produisent tous les faits ou incidents enregistrés sur les journaux du bord. En rade ou dans un port, la montre est réglée sur l'heure légale du pays. A la mer, ses aiguilles sont mises chaque jour sur 12 heures au moment où le soleil passe au méridien supérieur; la montre marque donc pendant 24 heures l'heure vraie du dernier point de midi.

On a dit souvent que l'heure vraie est la seule logique, parce qu'elle met l'activité de l'homme d'accord avec la nature. Aussi la méthode employée par tous les marins depuis bien longtemps semble-t-elle rationnelle. Elle présente pourtant de sérieux inconvénients :

1° A un moment donné, le navire ayant fait en général depuis midi un certain trajet en longitude, l'heure de la montre diffère de l'heure vraie du lieu. L'écart est d'autant plus grand que le bâtiment navigue dans des latitudes plus élevées, que sa route est plus inclinée sur le méridien, que son allure est plus rapide et que l'intervalle de temps écoulé depuis midi est plus long. Aussi deux navires qui se croisent n'ont pas en général la même heure; celui qui vient du côté de l'Est a sa montre en avance sur celle de l'autre. Pour fixer l'instant et le lieu où s'est passé un fait important, par exemple un décès, on se contente bien souvent de noter l'heure de la montre et la position du navire. Or ces données ne sont pas suffisantes pour permettre de déterminer plus tard l'heure en temps universel à laquelle le fait s'est passé; il faudrait en effet connaître l'heure du lieu et non pas celle du point où se trouvait le navire à midi.

2° Un bâtiment qui fait une traversée entre deux ports voisins, par exemple de Brest à Morlaix ou même de Dunkerque à Bayonne, devrait réglementairement se servir de l'heure vraie; mais il lui est bien plus commode de garder l'heure légale qu'il avait dans le port. S'il s'agit d'un service régulier entre deux ports ayant deux heures différentes, par exemple entre Flessingue et Harwich, la montre devrait, d'après le règlement, marquer à Flessingue l'heure des Pays-Bas, en mer l'heure vraie et à Harwich l'heure britannique. En pratique on garde l'heure en temps légal, la montre étant munie d'une double aiguille des minutes marquant

l'heure des deux pays. Dans ces divers cas on ignore si le règlement a été observé et par suite il est impossible de savoir de quel temps on s'est servi pour noter l'heure.

3° Dans la plupart des Annuaires des marées, les heures sont données en temps légal. En se servant de ces Tables, le navigateur qui vient du large est obligé de corriger l'heure de la montre pour tenir compte : d'abord du changement de longitude résultant du trajet effectué depuis le dernier point de midi, puis de l'équation du temps pour passer de l'heure vraie à l'heure en temps moyen, enfin de la différence entre l'heure en temps moyen du lieu et l'heure légale du pays. Il est indispensable que ces corrections soient faites avec précision lorsque les dénivellations dues à la marée sont rapides. Il en résulte une complication à laquelle les marins sont habitués, mais qui n'en est pas moins gênante.

4° Un navire n'a pas en général la même heure que le sémaphore avec lequel il communique par signaux. Dans le même ordre d'idées, la plupart des bâtiments de mer sont munis d'appareils de télégraphie sans fil à l'aide desquels ils sont en relation avec la terre ou avec les navires voisins. Il importe que l'heure qu'ils signalent soit d'accord avec celle des postes avec lesquels ils correspondent et qu'on puisse connaître les heures d'envoi ou de réception des télégrammes.

5° Lorsque les bâtiments qui composent une force navale sont dispersés, chacun d'eux a une heure différente. L'inconvénient, autrefois peu sensible, est devenu sérieux depuis que les communications par les ondes hertziennes sont fréquentes et que la portée des signaux est plus grande.

6° Dans toutes les conventions maritimes internationales établies récemment, il est prescrit d'employer l'heure en temps moyen de Greenwich.

Il résulte de ces considérations que l'heure dont on se sert à bord des navires n'a aucune valeur précise et qu'elle ne correspond plus aux conditions qu'on exige maintenant pour les observations; elle ne tient pas compte de ce fait que par la télégraphie sans fil les bâtiments de mer ne sont plus isolés. Aussi aurait-on intérêt à adopter sur mer comme sur terre le système des fuseaux horaires qui permet de noter sans incertitude l'instant où un fait s'est produit. L'adoption de cette mesure aurait sans doute l'inconvénient de déterminer au passage d'un fuseau à l'autre un saut de 60 minutes; on peut résoudre la difficulté en préparant la veille les horaires et les tableaux de service adaptés à la journée de 23 heures ou de 25 heures prévue pour le lendemain.

On faciliterait l'application de la réforme en plaçant sur chaque montre d'habitacle un dispositif très simple permettant, au moyen d'un bouton, de faire paraître le numéro du fuseau devant un guichet percé sur le cadran. On aurait ainsi sous les yeux l'heure du fuseau et son numéro. Si, comme on l'a souvent proposé, les fuseaux sont numérotés de 0 à 23 en partant de Greenwich et allant vers l'Est, on obtient l'heure universelle en retranchant de l'heure de la montre le numéro du fuseau.

GÉOLOGIE. — *Sur les dépôts de la période historique superposés aux tufs néolithiques de la vallée de la Somme.* Note de M. **V. Commont**, présentée par M. Pierre Termier.

Depuis plus d'un siècle ([1]), des découvertes de haches polies et de bois de cerf ouvrés ont été faites dans les *croupes* ou *tufs* de la vallée de la Somme et ont été relatées par Mongez, Bouthors, Picard, Traullé, Boucher de Perthes, Riquier... ([2]). Malgré cela, les géologues actuels, après N. de Mercey ([3]), continuent à désigner ces formations sous le nom de *tufs gaulois* ou *gallo-romains*, et la plupart des auteurs considèrent les coquilles trouvées au sommet des tufs, à Amiens (alt. $19^m,50$), à Tirancourt (alt. 16^m), comme des apports marins du IIIe siècle.

Dans une Note ([4]) nous avons rappelé : 1° que les trouvailles faites dans les *croupes* établissent leur *âge néolithique et protohistorique ;* 2° que ces sondages que nous avons pratiqués, de même que ceux faits depuis un siècle dans toute la vallée, démontrent sans doute possible que *le tuf, au centre des croupes, ne repose pas sur la tourbe*, fait déjà constaté par N. de Mercey dans ses sondages à Tirancourt, (avec D'Ault du Mesnil et Pinsard) ; 3° que l'interprétation relative à la présence des coquilles marines à la surface des croupes était erronée.

Cependant un travail récent ([5]) semble ignorer toutes les trouvailles

---

([1]) Mongez, *C. R. Ac. Insc. et Belles-Lettres*, 6 décembre 1805.

([2]) Travaux de ces auteurs dans : *Mém. Soc. Emul. d'Abbeville, Mém. Soc. Ant. Pic., Antiquités celtiques et antédiluviennes.*

([3]) N. de Mercey, *Notes sur les Croupes de la Somme* (*Bull. Soc. géol. Fr.*, 3e série, 1877, et *Bull. Soc. Linn. N. Fr.*, 1877.

([4]) V. Commont, *Tufs et tourbes de divers âges* (*Ann. Soc. géol. Nord*, 1910).

([5]) Coquidé, *Étude des formations récentes de la vallée de la Somme...* (*Bull. Soc. Linn. N. Fr.*, 1910, 1911).

archéologiques faites dans le tuf et ne tient pas compte des faits établis par N. de Mercey.

Pour rectifier définitivement ces interprétations nous avons procédé (septembre 1914 et 1915) à des fouilles systématiques dans les *croupes* de Tirancourt, complétant celles déjà faites par nous antérieurement (¹), afin d'en établir la stratigraphie et la chronologie (²). Voici les résultats généraux de ces recherches.

Dans les *croupes*, il faut distinguer : 1° les *formations artificielles*, le *limon* et les *sables stratifiés superficiels récents* (alluvion de rive ou de marais et gravier de fond de cours d'eau de N. de Mercey); 2° le *tuf*. Je ne m'occuperai, dans la présente Note, que des formations artificielles des limons et des sables, en laissant provisoirement de côté le tuf.

Au-dessous du *sol tourbeux actuel* et des *déblais crayeux* des anciennes carrières exploitées au moyen âge, au pied du magnifique *oppidum gaulois*, dit *Camp de César*, se place un *limon gris* jaunâtre argileux avec lymnées, planorbes et bythinies (alluvion romaine de N. de Mercey) qui, en tous les points fouillés, a donné des débris variés et nombreux, gallo-romains, associés à du charbon de bois, des coquilles de *hénons*, d'*huîtres* et de *moules*. A Amiens (faubourg de Hem), un foyer gallo-romain superposé à ce dépôt a donné notamment un plat en poterie dite *samienne* avec marque de potier rempli de coquilles de hénons. A Tirancourt, Yzeux, *ce dépôt* d'eau douce *ne recouvre jamais le sommet des croupes où le tuf affleure*. A Montières, le limon gris gallo-romain vient s'appliquer, en biseau, sous 2^{m} de limon de lavage récent, sur les formations paléolithiques, à 4^{m} au-dessus du niveau actuel du sol du marais. *Il faut donc bien distinguer cette alluvion gallo-romaine,* postérieure au IIIe siècle, du *limon gris*, de même apparence physique, *néolithique ancien* (campignyen) qui à Montières (Etouvy), Longpré-les-Corps-Saints, recouvre, en bordure de la vallée, la terre à briques (A) paléolithique. Une des fouilles effectuées dans les *sables calcaires fluviatiles*, situés au-dessous du limon gris, est particulièrement instructive. Des *fosses*, *creusées dans le tuf sous-jacent par les Gallo-Romains*, ont été remplies à deux époques différentes par des blocs de tuf aggloméré plus ancien, de la terre noire tourbeuse, du sable coquil-

(¹) V. Commont, *Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 1276; *Note sur le Quaternaire du nord de la France* (*Ann. Soc. géol. Nord*, 1912).

(²) Ces fouilles ont été visitées en 1914 par MM. le général de Lamothe et le Dr Capitan.

lier, des blocs de grès ou de craie façonnés, des rognons de silex associés à des débris gallo-romains : 272 *bords ou fonds de poteries*, 163 grises ou noires, en terre très cuite (*gallo-romaines*), 76 en terre rouge lustrée (*samiennes*) et 33 en terre grossièrement cuite (*gauloises*), clous, barres de fer, tuiles, faîtières, auge, avec *ossements* de cheval, bœuf, chèvre, mouton, cochon, chien, petit carnassier, poulet, associés à des charbons de bois et des quantités de *coquilles de hénons*, *d'huîtres et de moules*. Avec ces débris, fragments de *schiste ardoisier* (3), de *quartz* cristallin (1), de *roche éruptive* (1), *galets marins* sphériques *actuels* (3) et ovalaires *yprésiens* (2) de *sable* aggloméré *thanétien* (3), d'*argile plastique* grise *sparnacienne* (1); des pierres calcaires avec encoches (*poids de filets* et *contre-poids* pour machines à tirer de l'eau).

Ces coquilles marines sont donc bien des débris de cuisine gallo-romains. Les mêmes mollusques ont d'ailleurs servi, à la même époque, d'offrandes funéraires, comme l'attestent les fouilles que nous avons effectuées à Amiens, en 1915, dans des sépultures gallo-romaines à l'altitude 58^{m} (1). Les *galets marins*, actuels ou tertiaires, qui accompagnent les coquilles marines, *ont été apportés par l'homme*, *de même que le quartz* dont des fragments angulaires étaient incrustés par les Gallo-Romains dans le fond des *vases-râpes* samiens trouvés dans la fouille. Un *bronze* de *Magnus Maximus* (IVe siècle), bien conservé, date le deuxième remplissage des fosses.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur une espèce nouvelle de Stromatopore du calcaire à Hippurites :* Actinostroma Kiliani. Note (2) de Mlle **Yvonne Dehorne**, présentée par M. H. Douvillé.

M. le professeur Kilian a bien voulu mettre à ma disposition des échantillons qu'il supposait être des Stromatopores et qu'il avait recueillis dans le calcaire à Hippurites des environs du fort de Bouc, à l'ouest de la nouvelle gare des Martigues (Bouches-du-Rhône).

Ce sont les fragments d'un cœnosteum massif dont le réticule est si délicat que les éléments en sont à peine visibles à la loupe : il m'a fallu soumettre les échantillons à l'action de l'eau acidulée pendant un certain

(1) V. Commont, *Sépultures gauloises et puits funéraire gallo-romain du nouveau boulevard* (*Bull. Soc. Ant. de Picardie*, 1915).

(2) Séance du 22 janvier 1917.

nombre de jours pour mettre en évidence des astrorhizes. Ces astrorhizes sont d'ailleurs irrégulièrement réparties et leurs dimensions sont aussi très variables, mais elles se présentent généralement comme des systèmes étoilés dont les canaux sont étroits, nombreux et ramifiés. Après l'action de l'eau

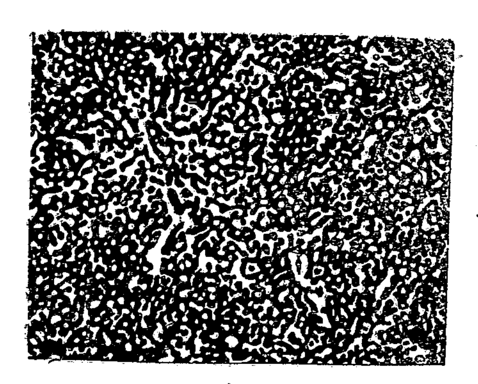


Fig. 1. — Coupe tangentielle dans *Actinostroma Kiliani*, montrant une astrorhize avec ses canaux étroits et ramifiés. (Grossissement : 13 diamètres.)

acidulée j'ai pu aussi observer, à la loupe, l'aspect finement granulé de la surface extérieure et la constitution du stroma : planchers continus et piliers radiaux continus, détails très bien visibles sur les plans de fragmentation perpendiculaires à la surface.

Les sections minces, parallèles à la surface, montrent un tissu à fibres menues au milieu duquel les astrorhizes étalent leurs branches multiples (*fig.* 1).

Dans les coupes verticales, nous observons la continuité des piliers radiaux à travers un grand nombre d'espaces interlamellaires et l'absence de minces cloisons transversales dans les canaux astrorhizaux et dans les chambres cœnosarcales (*fig.* 2).

Au premier coup d'œil, ce Stromatopore sénonien offre les plus grandes ressemblances avec le genre paléozoïque *Actinostroma* et en particulier avec l'espèce *Actinostroma astroites* Rosen, du Silurien supérieur d'Estonie, tant par la ténuité du réseau squelettique que par l'aspect touffu des astrorhizes. Nous ne trouvons pas, comme dans la forme cénomanienne : *Actinostromaria stellata* Munier-Chalmas (1), une individualisation bien nette du tube axial de l'astrorhize (2), mais les systèmes canaliculaires sont cependant plus

(1) E. Haug, *Traité de Géologie*, t. 2, 1908, *Pl. CXVII*, p. 1242.

(2) Y. Dehorne, *Sur un Actinostromidé du Cénomanien* (*Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 733).

distincts que chez les Actinostromidés paléozoïques et l'on peut suivre très aisément sur la coupe verticale (*fig.* 2) le cheminement des canaux astrorhizaux.

Cette différence, cependant, ne suffirait pas à justifier la création d'un

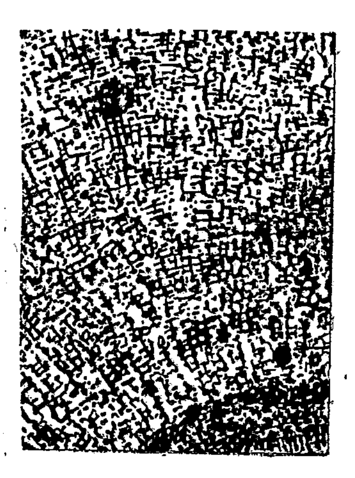


Fig. 2. — Coupe verticale dans le même échantillon, grossie sept fois. Les piliers sont continus et les tubes zoïdaux sont dépourvus de tabulæ.

genre nouveau et ce Stromatopore sénonien peut être considéré comme une espèce du genre *Actinostroma* Nich. Sous le nom d'*Actinostroma Kiliani*, il se range à côté d'*Actinostromaria stellata* M.-Ch. au nombre des Stromatopores hydractinoïdes de l'époque secondaire.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Sur une corrélation entre les orages magnétiques et la pluie.* Note de M. **Henryk Arctowski.**

Supposant une certaine analogie entre la circulation des vapeurs dans les taches solaires et celle des masses d'air dans les anticyclones terrestres; supposant de plus que, par suite de cette analogie, les radiations provenant des taches solaires sont celles de couches inférieures de la photosphère, riches en éléments à poids atomique élevé; admettant aussi que le soleil émet des rayons du type β et que les orages magnétiques leur sont dus, l'une des caractéristiques de ces rayons étant de favoriser la condensation des vapeurs, on peut en conclure *a priori* qu'il doit y avoir une corrélation entre les orages magnétiques et la pluie.

Pour vérifier cette hypothèse j'ai pris en considération les observations de Batavia et celles de Greenwich. Pour les dates du commencement des 190 orages magnétiques (d'intensité 3 et 4) observés à Batavia (1) pendant les années 1886 à 1899, ainsi que pour les 6 jours précédant et les 7 jours suivant ces dates, j'ai pris les hauteurs de pluies mesurées.

Les sommes exprimées en millimètres sont :

−6.	−5.	−4.	−3.	−2.	−1.	−0.
933	1195	1075	735	1117	1120	1450
+1.	+2.	+3.	+4.	+5.	+6.	+7.
933	913	838	1034	928	837	873

La moyenne annuelle étant d'après Woeikow (2) 1697^{m}, nous devrions observer pour 190 jours une somme de 910^{mm}.

La hauteur de la pluie pour les jours d'orages magnétiques est donc bien au-dessus de la moyenne. Mais en dehors de ce maximum principal, deux maxima secondaires sont fort caractéristiques. Ces maxima s'observent en moyenne 5 jours avant l'orage magnétique et 4 jours après.

Ces maxima secondaires sont remarquables à cause du fait que Loomis a constaté autrefois un maximum de taches solaires aux dates d'orages magnétiques, précédé et suivi de maxima s'observant 4 jours avant ces dates ainsi que 3 jours après (3).

Il y a dans ce fait une coïncidence remarquable.

Les observations de Greenwich m'ont fourni un résultat différent, mais non moins instructif.

J'ai pris les dates des orages magnétiques consignés par Maunder (4) pour les années 1882 à 1903 et les hauteurs de pluie mesurées à Greenwich pour ces dates, les 6 jours précédents et les 7 jours suivants.

Les 275 séries prises en considération donnent les sommes que voici :

−6.	−5.	−4.	−3.	−2.	−1.	0.
14,60	17,15	22,11	13,84	13,97	13,66	12,99
+1.	+2.	+3.	+4.	+5.	+6.	+6.
13,60	12,77	19,15	16,48	15,94	16,57	14,72

(1) *Roy. Magn. Met. Obs. Batavia*, t. 28, App. 3.

(2) *Met. Zeits.*, t. 23, 1906, p. 436.

(3) *Am. Journ. of Sc.*, t. 50, 1874, p. 167.

(4) *M. N. Roy. Astron. Soc.*, 1904, p. 4.

La moyenne annuelle pour la période 1882-1903 étant 22,87 pouces, nous devrions observer 17,23 pour les 275 jours pris en considération.

Donc, sauf le quatrième jour avant la date du commencement des orages magnétiques et le troisième jour suivant ces dates, tous les chiffres sont en dessous de la moyenne. Tout se passe comme si le beau temps favorisait les orages magnétiques.

A ce propos, il y a pourtant une ancienne observation de Ch. Montigny (¹) qui mérite d'attirer notre attention.

Montigny a constaté en effet, à Bruxelles, une accentuation remarquable de la scintillation des étoiles les jours de perturbations magnétiques.

L'augmentation de la scintillation démontre à l'évidence la formation de cristaux de glace dans la haute atmosphère, et, si ce commencement de formation de cirrus n'amène pas la pluie, cela ne peut vraisemblablement être dû qu'au défaut de vapeur d'eau causé par des conditions anticycloniques.

Le minimum de pluie observé à Greenwich aux dates d'orages magnétiques ne contredit donc pas le résultat des observations de Batavia, car sous l'équateur l'augmentation de la quantité de pluie n'est pas nécessairement l'effet de dépressions barométriques et peut, par suite de la grande humidité de l'air, être uniquement dû aux mêmes causes que l'augmentation de la scintillation des étoiles, par conditions anticycloniques, dans un climat maritime des régions tempérées.

Il y a donc lieu de se demander si les orages magnétiques ne peuvent se produire que par des conditions anticycloniques exceptionnelles dans les régions du globe qui, suivant les théories de Störmer et de Birkeland, sont directement influencées par le bombardement des électrons solaires ou si, au contraire, la météorologie du globe et, plus spécialement, les centres d'action de la circulation générale de l'atmosphère dépendent de ce bombardement, de telle sorte que des conditions météorologiques particulières s'ensuivent.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Valeur des éléments magnétiques à l'Observatoire du Val-Joyeux, au 1ᵉʳ janvier* 1917. Note de M. **Alfred Angot.**

Les observations magnétiques ont été faites au Val-Joyeux, en 1916, dans les mêmes conditions que les années précédentes.

(¹) *Comptes rendus*, t. 96, 1883, p. 572.

Les valeurs des éléments pour le 1er janvier 1917, données ci-dessous, résultent de la moyenne des observations horaires relevées sur le magnétographe, le 31 décembre 1916 et le 1er janvier 1917, et rapportées à des mesures absolues. La variation séculaire est la différence entre ces valeurs et celles qui ont été indiquées pour le 1er janvier 1916 (¹).

Valeurs absolues et variations séculaires des éléments magnétiques à l'Observatoire du Val-Joyeux.

	Valeurs absolues pour l'époque 1917,0.	Variation séculaire.
Déclinaison..............	13°25′,28	— 10′,37
Inclinaison...............	64°39′,7	+ 0′,3
Composante horizontale...	0,19698	— 0,000 17
Composante verticale......	0,41600	— 0,000 27
Composante nord..........	0,19160	— 0,000 03
Composante ouest.........	0,04573	— 0,000 61
Force totale..............	0,46028	— 0,000 32

La variation de la déclinaison est la plus grande qui ait été encore notée depuis le commencement des observations régulières (1883). J'ai établi une formule, purement empirique, qui représente avec la plus grande exactitude toutes les variations de la déclinaison depuis cette époque. Autant qu'il est permis d'extrapoler au moyen de semblables formules, la variation de la déclinaison vient précisément de passer par un maximum; elle va commencer à décroître et retombera à — 3′,5 vers 1925, époque du prochain minimum.

BOTANIQUE. — *Sur les moisissures causant l'altération du papier.* Note de M. **Pierre Sée**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Le papier, on le sait, subit avec le temps certaines altérations. Elles se produisent surtout à l'humidité et consistent dans l'apparition de taches pigmentées, telles qu'on les observe sur les pages des vieux livres *piqués*.

Le dommage, comme l'ont démontré des expériences que j'ai faites, est dû à la présence de champignons inférieurs. Certains d'entre eux sécrètent un pigment, dont la teinte varie avec l'espèce et qui diffuse dans les fibres du papier.

(¹) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 78.

L'examen d'une tache est d'ailleurs, à ce sujet, bien caractéristique. Il permet de constater qu'elle est formée de deux parties : une partie centrale, en général assez foncée, constituée par du mycélium, et une zone périphérique, à peu près circulaire, plus claire, colorée par les sécrétions du champignon et souvent visible, en raison de la diffusion du pigment, sur les deux faces du papier.

Les moisissures peuvent ainsi végéter sous des états assez différents. Quelques-unes, comme les *Alternaria*, sont réduites à une forme de conservation enkystée, cutinisée et fragmentée, rappelant les états fumagoïdes. D'autres espèces, les *Stachybotrys* par exemple, donnent des spores, que l'on retrouve en dilacérant les fibres du papier, sous forme d'une poussière noire. Parfois, et c'est le cas des *Chætomium*, on constate la présence d'un champignon parfaitement développé.

Les germes de ces véritables maladies du papier ne sont pas apportés par une infection tardive, mais ils préexistent dans la pâte et proviennent vraisemblablement des matériaux (paille, fibres d'alfa, etc.) qui ont servi à la préparer.

Si l'on regarde, en effet, soit à la lumière directe, soit par transparence, des papiers récemment manufacturés, on aperçoit des taches, de couleur, de forme et d'étendue variables, et ayant parfois même un relief appréciable au toucher. Quelques-unes d'entre elles sont constituées par des éléments mycéliens vivants, qui sont capables de se développer dans des conditions favorables.

J'ai cultivé systématiquement des mycéliums recueillis tantôt sur des papiers tachés spontanément, tantôt sur des échantillons de pâtes ou de papiers, prélevés le plus aseptiquement possible, et mis à moisir dans des tubes, des boîtes de Petri, ou des coupelles stérilisées. J'ai choisi, à cet effet, des échantillons très différents comme fabrication et comme origine (papiers collés ou non collés, papier écolier, papier filtre, papier à imprimer, etc.).

J'ai utilisé, pour les cultures, des milieux et des procédés variés (carotte, pommes de terre, gélose, pain, bois, papier, tubes Borrel, cellules van Tieghem, etc.).

Il m'a été ainsi aisé de reconnaître que le mycélium appartient parfois à plusieurs moisissures, n'ayant pas nécessairement toutes du pigment, mais que, souvent aussi, il est pur et fournit une seule espèce.

J'ai aussi observé que, malgré la diversité du matériel primitif et des conditions expérimentales, les champignons isolés sont toujours les mêmes et que leur nombre est restreint. Ils constituent donc une florule particulière à ce milieu très spécial qu'est le papier.

Certains champignons, comme les *Chætomium* ou les *Acrostalagmus*, produisent une tache si caractéristique, que son simple examen permet d'affirmer leur présence.

J'ai pu reproduire expérimentalement toutes les taches du papier, en ensemençant les divers champignons sur des bandes de papier stérilisée, et sans l'addition d'aucune substance nutritive.

Les espèces isolées et étudiées par moi jusqu'à présent sont les suivantes : *Alternaria polymorpha* Planchon, *Alternaria chartarum* Preuss, *Stemphylium macrosporoideum* Berk, *Stemphylium botryosum* Wallroth, *Stemphylium piriforma* Bonord., *Cladosporium herbarum* Link, var. *fimicola*, *Strachybotrys atra* Corda, *Acrostalagmus cinnabarinus* Corda, *Spicaria elegans* Corda, *Aspergillus repens* de Bary, *Cephalothecium roseum* Corda, variété B. Matr., *Fusarium* sp., *Stysanus stemonitis* Pers, *Chæstomium Kunzeanum* Zopf.

Parmi ces espèces, les unes ont un pigment noirâtre (*Alternaria polymorpha*, *Alternaria chartarum*, *Stemphylium macrosporoideum*, *Stemphylium piriforme*, *Stysanus stêmonitis*), vert noirâtre (*Stachybotrys atra*), marron foncé (*Stemphylium botryosum*), ou gris brunâtre (*Cladosporium herbarum*).

D'autres sécrètent une matière colorante ocre (*Acrostalagmus cinnabarinus*), rose (*Cephalothecium roseum*), rouge cerise devenant à la longue lie de vin et rouille (*Fusarium*), vert pomme (*Chætomium Kunzeanum*), jaune brunâtre (*Aspergillus repens*), brun clair ou marron (*Spicaria elegans*).

Ce sont les pigments sécrétés par tous les Champignons que je viens de dénommer qui produisent les taches du papier « piqué ».

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur l'origine des chromoplastes et le mode de formation des pigments du groupe des xanthophylles et des carotines.* Note de M. A. Guilliermond, présentée par M. Gaston Bonnier.

1. On sait par nos recherches antérieures que les organites, depuis longtemps connus dans la cellule végétale sous le nom de *plastides* ou *plastes* (W. Schimper) ou *leucites* (Van Tieghem) résultent d'une différenciation de mitochondries, ne sont en somme que des mitochondries différenciées en vue d'une fonction déterminée et se rattachent par conséquent aux formations mitochondriales. Parmi ces plastes, il en est une catégorie, les chromoplastes, qui ont pour fonction d'élaborer les pigments appartenant aux

groupes des xanthophylles et des carotines et de leurs isomères auxquels beaucoup de fleurs doivent leur coloration jaune et rouge.

Ces chromoplastes ont été autrefois l'objet d'études approfondies de W. Schimper (1880-1885) et A. Meyer (1888), Courchet (1888). A la suite des données nouvelles que nous possédons sur la nature mitochondriale des plastes, il paraissait nécessaire de reprendre l'étude de ces chromoplastes à l'aide des techniques employées à la différenciation des mitochondries. Cette étude présentait en outre un intérêt spécial parce que les fleurs permettent en général, comme nous l'avons montré, d'observer sur le vivant avec une grande précision le chondriome de leurs cellules épidermiques où s'élaborent les pigments et d'y suivre la formation de ce pigment. Nous avons déjà indiqué dans des Notes antérieures quelques-uns des résultats des recherches que nous poursuivons depuis quelques années sur les chromoplastes. Aujourd'hui notre but est de résumer les résultats définitifs de ces recherches actuellement achevées.

I. Nos recherches démontrent que le pigment se forme de manières très diverses qui peuvent se rattacher aux trois modes suivants :

A. *Formation d'un pigment diffus ou à l'état de fines granulations au sein des mitochondries ou de chromoplastes issus de mitochondries.* — Un des exemples les plus simples de ce mode nous est offert par la fleur de *Tulipa suaveolens*. Les cellules épidermiques des pétales très jeunes de cette fleur renferment un chondriome, constitué surtout par des chondriocontes en forme de courts bâtonnets. Après avoir formé sur leur trajet de petits grains d'amidon transitoire, ces éléments s'imprègnent d'un pigment diffus, jaune, du groupe des xanthophylles, puis ils s'allongent et prennent la forme de longs filaments, minces et flexueux; c'est à cet état qu'on les retrouve dans la fleur épanouie. Le pigment est donc élaboré entièrement ici dans les chondriocontes et il ne se forme pas à proprement parler de chromoplastes. Ces chondriocontes ont été décrits par Schimper comme des chromoplastes en forme de bâtonnets.

Dans les *Iris fœtidissima*, on observe au début des phénomènes analogues, mais de très bonne heure, les chondriocontes imprégnés de pigment xanthophyllien forment à leurs extrémités de petits renflements qui leur donnent la forme et l'aspect d'haltères. Ces renflements se séparent par résorption de la partie effilée qui les réunit, puis grossissent et se transforment en gros corpuscules arrondis qui sont les chromoplastes typiques.

Avec le fruit de l'*Asparagus officinalis*, on assiste à la formation d'un pigment rouge du groupe des carotines qui apparaît à l'état de fines granulations. Les cellules de l'épicarpe du fruit très jeune montrent un chondriome surtout sans forme de chondrioconte. Ces éléments produisent par renflement de leurs extrémités et séparation de ces renflements de petits plastes incolores. Ces leucoplastes, au bout d'un certain temps, se transforment en chromoplastes; ils se remplissent de petits grains rouges de carotine.

Le fruit de l'*Arum maculatum* présente des figures spéciales, dont la signification peut être encore discutée. On y trouve également dans toutes les cellules de l'épicarpe du fruit très jeune, un chondriome constitué par de longs chondriocontes qui forment sur leur trajet une série de petits renflements destinés à élaborer le pigment et représentent, par conséquent, de petits plastes. Mais ceux-ci restent fixés sur le chondrioconte générateur qui conserve parfois sa forme flexueuse, mais souvent prend un aspect plus ou moins rectiligne. Dans chaque renflement on voit se former de petits grains d'amidon, puis après un temps plus ou moins long, cet amidon se résorbe et les renflements se remplissent sur leur périphérie de petits grains de pigment carotinien.

W. Schimper et A. Meyer ont donné à ces figures formées par plusieurs petits chromoplastes fixés sur un même chondrioconte, une interprétation très différente de la nôtre. Pour ces auteurs ces chromoplastes résulteraient de la différenciation de petits leucoplastes sphériques.

Ceux-ci formeraient ensuite dans leur partie axiale un cristalloïde de protéine en forme de longue aiguille. Les renflements qui élaborent le pigment constitueraient le reste de la substance primitive du leucoplaste qui entourerait en certains points le cristalloïde, et c'est dans ces régions que s'élaborerait ensuite le pigment.

Il est incontestable que cette partie effilée qui relie les chromoplastes présente parfois un aspect cristallin. Cependant examinée en lumière polarisée, elle ne nous a jamais donné la moindre biréfringence. Ces figures, dont l'interprétation était fort difficile avec les idées de W. Schimper et A. Meyer, qui admettaient l'origine de ces éléments à partir de leucoplastes sphériques, s'expliquent beaucoup plus facilement maintenant qu'on sait qu'ils dérivent des chondriocontes, c'est-à-dire d'éléments dont le caractère est de présenter la forme de bâtonnets allongés. Aussi pouvons-nous conclure qu'il y a lieu de faire des réserves sur l'existence de ces cristalloïdes de protéine que MM. W. Schimper et Meyer ont décrit non seulement dans le fruit d'*Arum*, mais aussi dans beaucoup d'autres plantes et dont la nature cristalline a d'ailleurs été contestée par Chodat.

B. *Formation, au sein de mitochondries ou de chromoplastes issus de mitochondries, d'un pigment d'abord diffus ou granuleux subissant ensuite un phénomène de cristallisation.* — C'est ce qui se trouve réalisé dans l'épiderme interne des pétales de la fleur de Glaïeul de Nancy où certaines régions renferment un pigment xanthophyllien jaune pâle associé à un pigment jaune orangé, du groupe de la carotine. Ici les cellules épidermiques montrent un chondriome formé par des chondriocontes qui s'imprègnent bientôt d'un pigment pâle diffus. Dans la fleur ouverte, le pigment prend une teinte jaune orangé et une partie de ce pigment cristallise au sein des chondriocontes qui sont alors traversés sur toute leur longueur par une aiguille cristalline de pigment jaune orangé. Cette aiguille présente en lumière polarisée une biréfringence non douteuse.

Dans l'épiderme de la fleur de *Clivia nobilis*, le pigment rouge orangé du groupe des carotines apparaît dans des chondriocontes allongés, à l'état de fines granulations, puis plus tard cristallise sous forme d'une aiguille.

Dans d'autres cas (épiderme des pétales de Canna florifère, *Tropæolum majus*), le pigment carotinien apparaît d'abord dans les chondriocontes à l'état diffus. Les chondriocontes forment des plastes d'abord arrondis qui prennent ensuite l'aspect de

fuseaux par suite de la cristallisation en leur sein du pigment sous forme de minces aiguilles.

C. *Formation du pigment sous forme diffuse, granuleuse ou cristalline dans de gros chromoplastes résultant de la métamorphose de chloroplastes antérieurement formés aux dépens de mitochondries.* — Le cas est réalisé dans le mésocarpe et le mésophylle de la plupart des fruits et des fleurs.

III. Ces observations démontrent donc que les pigments des groupes des xanthophylles et des carotines apparaissent tantôt au sein des mitochondries (chondriocontes), tantôt au sein des chromoplastes, tantôt au sein de chloroplastes eux-mêmes dérivés de mitochondries.

Cette origine mitochondriale explique la forme allongée qu'affectent les chromoplastes les moins évolués qui sont de simples chondriocontes.

Il est intéressant de constater que la formation de pigments chez les végétaux s'effectue par des processus qui paraissent très analogues à ceux qui ont été décrits récemment dans la cellule animale (Policard, Malon, Prenant, Aswadourowa, Luna).

PARASITOLOGIE. — *Sur le rôle des Ichneumonides dans la lutte contre les parasites des arbres forestiers.* Note de M. **L. Bordas**, présentée par M. Edmond Perrier.

Les mœurs de certains Ichneumonides sont assez bien connues. Ainsi, la femelle de *Pimpla investigator* dépose ses œufs dans le corps d'une foule de Chenilles d'espèces très diverses et détruit, de la sorte, un grand nombre de parasites redoutables qui causent les plus grands ravages à nos arbres forestiers et fruitiers. Elle s'attaque surtout aux Chenilles processionnaires (*Cnetocampa processionea* et *Cn. pinivora*).

Nous venons de faire des observations analogues au sujet de la *Pimpla rufata* Gm. Cette dernière rend les plus grands services à l'agriculture en pondant ses œufs dans le corps des Chenilles et des nymphes (qu'elle détruit ainsi), des *Tortrix viridana* L., qui comptent parmi les plus redoutables fléaux de nos forêts de chênes.

Pendant ces trois dernières années, certaines forêts de chênes de l'Ouest furent dévastées par les Chenilles de *Tortrix viridana* L. Le fléau s'abattit d'une façon particulièrement intense dans une vaste forêt située aux Gravelles, près de Port-Brillet (Sarthe), appartenant à M. Chappée, fondeur-constructeur au Mans. L'étendue du désastre fut telle qu'en 1915 deux

cents hectares de cette forêt, sur quatre cents, furent ravagés. En 1916, M. Chappée m'a, avec une extrême obligeance, adressé, à plusieurs reprises, des échantillons de feuillage contenant de nombreuses Chenilles et nymphes de *Tortrix*. J'ai soigneusement examiné et étudié chaque envoi et j'ai pu constater que la plupart des Chenilles et chrysalides de Tordeuse étaient parasitées surtout par des Ichneumons. Les parasites autres que les Ichneumons étaient très peu nombreux relativement à la quantité prodigieuse de ces derniers. Des élevages m'ont permis de constater que j'avais affaire à des *Pimpla rufata* Gm. (1). J'ai constaté également le parallélisme, le rapport inverse entre l'intensité de l'invasion des *Tortrix* et le nombre des parasites entomophages. En effet, ces derniers étaient très nombreux sur les Chenilles provenant des régions de la forêt où les ravages étaient en voie de régression, tandis qu'ils étaient très rares sur les spécimens récoltés en pleines zones dévastées : c'est ce qu'on observe dans tous les fléaux analogues. Il est certain que dans le cas qui nous occupe, la *Pimpla rufata*, ainsi que les autres très rares parasites entomophages qui lui font cortège, par sa multiplication prodigieuse, finira par anéantir les Chenilles, par restreindre progressivement et ensuite arrêter l'envahissement des *Tortrix viridana*.

On se rappelle encore les heureuses tentatives faites aux États-Unis pour acclimater les Hyménoptères et les Diptères parasites des *Liparis dispar* et *Liparis chrysorrhœa*. Les insectes entomophages eurent également vite raison, il y a quelques années, des Cochenilles, originaires d'Australie, qui menaçaient d'anéantir les riches cultures d'orangers de la Californie. De même, l'Ichneumonide *Pimpla rufata*, parasite des chenilles de *Tortrix viridana*, pourra devenir, par son abondance et sa prodigieuse fécondité, dans des conditions déterminées, le sauveur de nos vieilles forêts de chênes et l'un des plus précieux auxiliaires de l'agriculture. Au cours de nos recherches, nous avons étudié également les glandes venimeuses et l'armure génitale ou tarière de *Pimpla rufata*.

Tous les Ichneumonides, qui comptent plus de 5000 espèces réparties dans les diverses régions du monde, possèdent des glandes venimeuses très développées et de structure anatomique fort complexe. Ces organes, ainsi que la tarière, servent à deux fins principales :

1° Comme moyen de défense;

2° Comme appareil destiné à faciliter la propagation de l'espèce, en

(1) Cet Ichneumonide a été déterminé par M. P. Lesne, Assistant au Muséum.

permettant aux femelles de déposer leurs œufs dans le corps des chenilles ou des nymphes des autres insectes, ou parfois même dans les œufs des araignées.

L'organe venimeux comprend, chez la plupart des Ichneumonides, trois sortes de glandes, de structures anatomique et histologique différentes. Les deux premières correspondent aux glandes *acide* et *alcaline* des Apides et des Vespides. Donc, en nous tenant uniquement sur le terrain anatomique, et sans rien préjuger de la nature chimique du venin sécrété (voir nos recherches effectuées en 1897 et celles de Phisalix, 1904), nous avons constaté :

1° Que la *glande acide* ou *multifide*, homologue à celle des *Aculeata* (porte-aiguillon), est constituée par un certain nombre de tubes simples ou parfois ramifiés, allant déboucher dans un réservoir collecteur. Ce dernier a ses parois épaisses et musculaires et se continue par un canal excréteur revêtu intérieurement d'épaississements *chitineux*, spiralés, analogues à ceux des trachées.

2° D'une *glande alcaline* ou *glande tuberculeuse*, parfois complètement lisse, mais parfois à parois plissées, sans trace de réceptacle et allant s'ouvrir, tantôt isolément, tantôt après s'être fusionnée à sa congénère, à la base de la tarière (gorgeret).

3° Quant à la *glande accessoire*, elle est constituée par une série de glandules monocellulaires, se continuant chacune par un canalicule filiforme qui part du centre de la cellule (portion intracellulaire). Tous les canalicules excréteurs, indépendants les uns des autres, débouchent séparément sur une plaquette chitineuse, située en avant de la tarière.

Chez la *Pimpla rufata* Gm., l'appareil venimeux comprend également les trois sortes de glandes que possèdent la plupart des Ichneumonides. La *glande acide* est formée par un faisceau de tubes qui vont déboucher au pôle antérieur du réceptacle à venin. Ce dernier est ovoïde et a ses parois épaisses et constituées par plusieurs assises de faisceaux musculaires longitudinaux et annulaires. Le canal excréteur, qui part du pôle opposé, est court et va se fusionner avec la partie terminale de la *glande alcaline*. Cette dernière est aplatie ou cylindrique dans son état de réplétion et a son extrémité distale arrondie. Les *glandes accessoires* sont disposées en deux groupes. Quant au venin, de composition chimique très complexe, il est le résultat du mélange du produit de sécrétion de ces diverses glandes.

Nous avons antérieurement ([1]) montré l'homologie qui existe entre la tarière d'un Ichneumonide et l'aiguillon d'une Apide. En effet, les deux lamelles chitineuses latérales de la tarière sont comparables aux lamelles du fourreau de l'aiguillon de l'Abeille, et le bâtonnet allongé et médian peut être homologué au gorgeret. Car, comme chez les Apides, on y remarque une portion cylindrique antérieure (tige), une base élargie et conique (corps), deux branches et deux écailles.

De plus, de chaque côté, recouvrant la puissante musculature basilaire, on peut constater la présence de deux lamelles chitineuses, comparables à la pièce oblongue et à la pièce carrée ou écaille de l'aiguillon de l'Abeille.

Chez la *Pimpla rufata*, la pièce médiane de la tarière ou *gorgeret* a sa surface extérieure lisse; sa base est tronconique, et sa tige, à peu près cylindrique se termine par une pointe mousse à bords tranchants; elle porte latéralement un certain nombre de petites denticulations ou barbelures dirigées en avant. Les tiges du gorgeret sont grêles et arquées, et l'*écaille* a la forme d'une plaquette chitineuse, légèrement bombée et prolongée en arrière par la lamelle du *fourreau*. Cette dernière a la forme d'une tige cornée, brunâtre et recouverte de nombreuses soies chitineuses. Quant aux deux *stylets*, ils affectent la forme de tigelles rigides, chitineuses, à pointe acérée et portant latéralement un certain nombre de courtes denticulations à pointe dirigée en avant. Ils constituent la partie essentiellement vulnérante de la tarière.

PROTISTOLOGIE. — *Un Flagellé pélagique aberrant, le* Pelagorhynchus marinus. Note ([2]) de M. **J. Pavillard**, présentée par M. Guignard.

Sous le nom de *Rhynchromonas marina*, Lohmann a brièvement décrit et figuré, en 1902, un Protiste flagellé recueilli d'abord dans la Méditerranée centrale (Syracuse) et ensuite dans l'Atlantique ([3]). Lohmann distingue trois formes ou stades évolutifs : 1° un stade juvénile, où le corps mesure seulement 10$^{\mu}$ de longueur; 2° un stade plus évolué, probablement adulte,

([1]) Voir *L'Appareil glandulaire des Hyménoptères*, 1894.

([2]) Séance du 22 janvier 1917.

([3]) H. Lohmann, *Neue Untersuchungen über den Reichthum des Meeres an Plankton*. Kiel, 1902. — Voir aussi H. Lohmann, *Beiträge zur Charakterisierung des Tier und Pflanzenlebens* ... (*Intern. Revue d. ges. Hydrobiologie und Hydrographie*, Band 5, Leipzig, 1913).

où le corps atteint 45$^{\mu}$ de longueur; 3° enfin un stade de repos, où l'organisme devenu puriforme, et débarrassé de son flagelle, s'entoure d'un sac membraneux protecteur.

C.-H. Ostenfeld et O. Paulsen d'une part, H.-H. Gran d'autre part, ont revu le *Rh. marina* dans diverses régions de l'Atlantique boréal, mais ne semblent pas lui avoir accordé une attention particulière (¹).

J'ai récolté moi-même le *Rh. marina*, en très nombreux individus, le 29 juillet 1907, dans les eaux littorales du golfe du Lion, au large du port de Cette.

Je n'ai pas réussi à retrouver la forme juvénile décrite par Lohmann, mais les deux autres stades abondent dans ma récolte pélagique; leur étude attentive m'a permis de discerner bien des détails nouveaux dans la constitution du soi-disant *Rhynchomonas*, dont Lohmann paraît avoir totalement méconnu la remarquable individualité.

Je signalerai tout d'abord un fait essentiel au point de vue systématique : notre Protiste possède non pas un seul, mais *deux* flagelles proprement dits, identiques entre eux et généralement plus longs que le corps; leur orientation paraît indifférente dans le matériel fixé, mais leur coexistence certaine élimine d'emblée toute apparence d'affinité avec le genre *Rynchomonas* et justifie la création d'un genre nouveau, pour lequel je propose le nom de *Pelagorhynchus*.

La trompe du *P. marinus*, très mobile, mais non rétractile (?), paraît être un organe *sui generis*, sans homologie réelle avec les flagelles; elle paraît entièrement creuse, mais sans perforation terminale; au delà de son articulation basilaire bulbiforme, elle se prolonge en une sorte de manche tubuleux inclus daus le cytoplasme (*fig.* 3 et 7).

Le corps mesure de 35$^{\mu}$ à 45$^{\mu}$ de longueur; il est fusiforme, arrondi en avant, atténué en pointe à l'arrière et souvent étranglé à ce niveau dans les individus étroits, comme dans certains *Phacus* (*Ph. striata*, etc.).

Une membrane épaisse, très différenciée, enveloppe le corps; elle résiste à l'action prolongée de l'eau de Javel très diluée et se conserve sans déformation après dissolution de tout le contenu organisé; sa nature chimique est inconnue. Sa surface, *entièrement ponctuée*, rappelle, à certains égards, la membrane des Péridiniens; mais les pores, ou ponctuations, sont ici parfaitement alignés en rangées transversales (14 pores environ dans 10$^{\mu}$) parallèles et équidistantes (11 rangées environ dans 10$^{\mu}$).

L'ouverture antérieure (fente buccale?), élargie au sommet pour le passage de la trompe, donne accès dans une sorte de vestibule très vaste, au fond duquel sont insérés les deux flagelles (*fig.* 2, 7 et 8).

(¹) C.-H. OSTENFELD og OVE PAULSEN, *Planktonpröver fra Nord-Atlanterhavet*.... Copenhague, 1904. — H.-H. GRAN, *The Plankton production of the Northeuropean waters in the spring of* 1912. Copenhague, 1915.

Le noyau, très volumineux, placé en avant, est du type massif le plus franc; il paraît exclusivement formé de microsomes ou grains de chromatine, isodiamétriques, juxtaposés et plus ou moins polyédriques par contact réciproque (*fig.* 3); cette structure, exceptionnelle chez les Flagellés, rappelle certains aspects du noyau des Péridiniens.

Le cytoplasme granuleux ne présente, dans mon matériel fixé, que des vacuoles

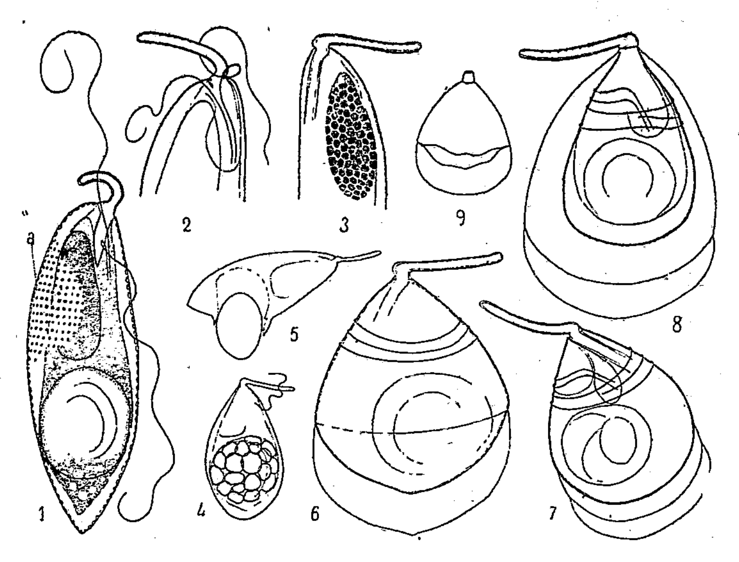


Fig. 1 à 9. — *Pelagorhynchus marinus* : 1. Un individu libre biflagellé; en *a*, ornementation superficielle de la membrane. — 2. Région antérieure d'un autre individu. — 3. Structure du noyau. — 4. Structure de l'inclusion postérieure. — 5. Évacuation partielle de l'inclusion. — 6. Première phase de l'enkystement. — 7. Début de la deuxième phase. — 8. Achèvement du phénomène. — 9. Sac membraneux vide.

(Gr. : fig. 1 à 3 et 6 à 8, 1000 environ; fig. 4, 5 et 9, 500 environ.)

arrondies, peu nombreuses, de part et d'autre de l'énorme enclave, jaune brunâtre, qui constitue sans doute, dans la région postérieure, une masse de réserve ou un résidu alimentaire. Très souvent stratifiée, elle est parfois composée d'une masse centrale entourée de petites masses secondaires disposées en ordre spiralé (*fig.* 4). Dans quelques individus, elle paraissait en voie d'expulsion par une déchirure latérale (*fig.* 5); mais il s'agit sans doute d'un traumatisme accidentel.

L'enkystement, purement défensif selon toute vraisemblance, comprend deux phases successives très distinctes. Les flagelles ne disparaissent pas (*contra* Lohmann), mais s'enroulent en une double spirale à tours parallèles autour de la région antérieure, conique, du corps raccourci et pyriforme. A la première phase, correspond seulement la formation d'un sac membraneux partiel (sécrétion cuticulaire?), localisé dans la région postérieure du corps (*fig.* 6).

La deuxième phase débute aussi dans la même région, par la formation d'une nouvelle membrane en dedans de la précédente, mais dont l'élaboration s'étend peu à peu vers l'avant, jusqu'à la base de la trompe. Le corps pyriforme est alors empri-

sonné dans un vaste sac membraneux à double fond. La régularité de ce curieux processus d'enkystement est attestée par la rencontre fréquente de sacs vides, surmontés d'un petit goulot cylindrique et tous munis de leur double fond, mais dépouillés de leur contenu par un mécanisme encore indéterminé (*fig.* 7 à 9).

La biologie du *Pelagorhynchus* est à peu près inconnue; mais un tel ensemble de caractères, inédits chez les Flagellés proprement dits, lui assigne dès à présent une place à part. Les relations éventuelles avec l'*Oxyrrhis phœocysticola* Scherffel, écartées naguère par Lohmann, deviennent maintenant plus vraisemblables; cet organisme n'est d'ailleurs pas un *Oxyrrhis* et n'a aucun rapport avec l'*O. marina* Dujardin, qui est un Péridinien authentique (¹); peut-être devra-t-il être incorporé dans le genre *Pelagorhynchus*, dont la situation systématique et les affinités demeurent, pour le moment, entièrement énigmatiques.

ÉNERGÉTIQUE BIOLOGIQUE. — *Observations sur la prothèse du membre inférieur.* Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. Laveran.

On a poursuivi, au moyen du *trottoir dynamographique* de l'auteur, l'analyse des défauts des appareils de prothèse du membre inférieur, connus sous les noms de *jambes artificielles*, *pilons articulés*, *pilons rigides*, *chaussures orthopédiques*. Dix-sept modèles, de diverses provenances, ont été examinés tant au point de vue de la locomotion que de la fatigue résultant de leur usage.

L'enregistrement automatique des efforts donne les *phases du pas* : courbes d'appui vertical, d'impulsion horizontale antéro-postérieure, de poussées latérales externe et interne du pied. Ces courbes sont comparées au *tracé normal*, obtenu avec des personnes adultes, ayant une marche régulière, anatomiquement et physiologiquement.

Les observations recueillies sont très nombreuses; elles feront l'objet d'un Mémoire spécial dont voici les conclusions (²) :

(¹) G. Senn, Oxyrrhis Nephroselmis *und einige Euflagellaten*.... Leipzig, 1911. — C.-H. Ostenfeld, Phœocystis Pouchetii (Hariot) *Lagerheim, and its Zoospores* (*Archiv für Protistenkunde*, III, 1904).

(²) Jules Amar, *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 130. — *Organisation physiologique du travail* (préface de H. Le Chatelier). Paris, 1917; Dunod et Pinat, éditeurs.

1° Dans la marche normale, il existe toujours une poussée latérale du pied vers l'extérieur du corps; elle est plus marquée pour le pied gauche que pour le droit. Sa valeur moyenne atteint 5^{kg} chez un homme de 70^{kg} marchant à l'allure de 120 pas à la minute. Et il n'y a jamais de poussée latérale interne. Il en résulte que la jambe gauche tend à rejeter plus vivement le poids du corps sur la jambe droite, que réciproquement; cela, du moins, chez les droitiers.

En outre, la période dite de *double appui*, pendant laquelle le talon d'un pied se pose en avant, tandis que les orteils de l'autre pied quittent le sol, est l'élément par excellence variable de la locomotion; c'en est la caractéristique. Il s'exprime par l'impulsion horizontale antéro-postérieure du pied, dont la durée et la force sont 13 centièmes de seconde et 4^{kg}. L'impulsion gauche est plus rapide que l'impulsion droite.

2° La marche pathologique modifie, d'une manière extraordinairement complexe, tous les facteurs géométriques et énergétiques du pas. Telle paralysie du membre inférieur droit, avec atrophie, laissera tout le travail de la locomotion au membre inférieur gauche, l'autre ne servant plus qu'à procurer le léger effort nécessaire à la progression; il semble patiner, quand les efforts de la jambe valide atteignent brusquement des valeurs de 100^{kg} et 110^{kg}.

3° L'usage des appareils de prothèse révèle des modes de locomotion *plus semblables à la marche pathologique qu'à la normale.*

a. Les amputés de cuisse, utilisant les meilleures jambes artificielles avec articulation libre au genou, boitent ou fauchent légèrement. Ils appuient beaucoup plus longtemps sur la jambe valide, supplément de 25 à 40 pour 100, et lui demandent presque toujours l'impulsion du tronc, ce qui nécessite un effort de 6^{kg} à 7^{kg}.

Ce résultat doit être attribué, dans certains cas, à ce que le moignon n'appuie pas franchement sur un appareil qui blesse ou manque de stabilité. Mais, le plus souvent, la faute en est à l'inertie de l'appareil, qui exige un intervalle de temps plus long pour faire osciller la jambe artificielle d'arrière en avant et poser le pied à plat. Cette inertie et cette lenteur se traduisent dans l'irrégularité de la courbe d'appui vertical, d'allure croissante et hésitante, tandis que la jambe valide fournit un tracé brusque.

Les pilons articulés ou rigides ne manifestent aucune réaction d'inertie. *Mais on ne marche pas avec un pilon, on progresse en compas;* ce que montrent clairement et l'absence d'impulsion arrière, et la poussée externe devenue prépondérante. La jambe valide soutient tout l'effort jusqu'au poser bien

vertical du pilon dont la base de sustentation est insuffisante. De là un excès de fatigue, visible sur les échanges gazeux et l'énergie de la respiration.

b. Les amputés de jambe, au-dessous du genou, réalisent des conditions de locomotion moins défectueuses. Si le moignon dépasse 15^{cm}, une prothèse bien comprise *doit* pouvoir dissimuler totalement l'amputation, au point de vue fonctionnel.

Malheureusement, aucun modèle ne m'a donné ce résultat. Tous les défauts des appareils pour amputation de cuisse s'y accusent avec non moins de netteté.

c. Les amputations partielles du pied, compensées par les chaussures orthopédiques, montrent qu'on arrive parfois à masquer réellement l'infirmité, mais que des circonstances nombreuses subsistent où la locomotion présente des caractères pathologiques : appui vertical diminué, entraînant la fatigue de l'autre jambe, mauvaise progression par poussée externe; c'est le type de la marche par pilon rigide.

4° La résistance des matériaux est mal calculée, la fabrication médiocre, et les appareils doivent se briser au niveau de l'extrémité libre du moignon, ou bien aux articulations. Ce qui se produit généralement.

5° Les différentes positions des parties qui composent un membre artificiel doivent être chronométrées au cinématographe.

Je poursuis actuellement cette étude, retardée contre ma volonté, dans le but de déterminer les poids minima à donner aux organes, pied, jambe, cuissard, sans nuire à la résistance; et aussi les angles de flexion indispensables à la pratique de certains métiers, spécialement au travail des cultivateurs.

Ainsi, on est en droit de conclure qu'à l'heure actuelle, en dépit d'une expérience d'un demi-siècle, la prothèse du membre inférieur, à l'étranger comme en France, est irrationnelle, et peu en harmonie avec les lois physiologiques de la locomotion et de l'économie de force.

PHYSIOLOGIE. — *Chronaxie normale du triceps brachial et des radiaux chez l'homme.* Note de M. G. **Bourguignon**, présentée par M. Dastre.

J'ai montré d'une part au moyen de la chronaxie, d'autre part (en collaboration avec J. Lucas) au moyen de l'indice de vitesse d'excitabilité (courants induits), que la vitesse d'excitabilité classe les muscles du membre supérieur de l'homme suivant leur systématisation radiculaire.

Dans ces premiers travaux, j'ai laissé de côté le triceps au bras et les radiaux à l'avant-bras, ces muscles se comportant, au point de vue pathologique, d'une manière un peu spéciale. En étudiant leur chronaxie, on voit qu'il en est de même au point de vue de leur excitabilité normale. Ces muscles sont d'ailleurs anatomiquement intermédiaires entre le groupe supérieur et le groupe moyen, puisqu'ils sont innervés par les 6e et 7e paires cervicales (C. VI et C. VII).

Le triceps est partagé par la chronaxie en deux groupes :

Le premier groupe a une chronaxie moyenne de 0^s,0002 et est constitué par la longue portion et le vaste externe. Le deuxième groupe est constitué par le vaste interne et a une chronaxie de 0^s,0001, la même que celle du biceps.

Les radiaux ont une chronaxie moyenne de 0^s,00022 : leur chronaxie les met à part dans le groupe radial dont la chronaxie moyenne est de 0^s,00055 et les rapproche du médian et du cubital d'une part, du triceps de l'autre.

On peut donc compléter la classification des muscles des membres supérieurs de l'homme, de la manière suivante (les chiffres sont des moyennes):

		s
C. V et C. VI..	Deltoïde (les trois portions).......	0,00015
	Biceps..........................	0,00011
	Long supinateur.................	0,00014
C. VI et C. VII.	1° Vaste interne.................	0,0001
	2° Longue portion...............	0,00022
	Vaste externe................	0,0002
	Radiaux.....................	0,00023
C. VIII et D. I..	Domaine du médian..............	0,00027
	Domaine du cubital..............	
C. VII.........	Domaine du radial (moins les radiaux et le long supinateur).....	0,00055

(C = paires cervicales; D = dorsale.)

J'ai étudié l'indice de vitesse d'excitabilité avec le chariot d'induction pour les radiaux. Les résultats sont concordants. Ouv. : bobine de 1613$^{\omega}$. Ferm. : bobine de 3300$^{\omega}$.

C.V et C. VI...	Biceps............................	15,8
	Long supinateur....................	15,8
C. VIII et D. I..	Médian et cubital..................	14,6
C. VII et C. VII.	Radiaux...........................	14,7
C. VII.........	Domaine radial.....................	11,7

En étudiant de plus près cette distribution radiculaire de la chronaxie, on voit qu'à cette classification radiculaire se superpose une classification fonctionnelle.

En effet, il apparaît d'abord que, au bras comme à l'avant-bras, les muscles de la flexion ont une chronaxie plus petite que ceux de l'extension.

Dans le groupe de l'extension, ou trouve pour chaque segment quelques faisceaux ou quelques muscles qui ont la même chronaxie que les muscles de la flexion.

Que signifie ce fait?

Une hypothèse paraît plausible pour l'expliquer. Depuis les beaux travaux de Duchenne de Boulogne, nous savons que tout mouvement exige l'action synergique des antagonistes. Duchenne a démontré notamment que la flexion des doigts exige l'action synergique des extenseurs de la main, c'est-à-dire des radiaux. On peut donc supposer que cette synergie est assurée par l'égalité d'excitabilité et par suite de chronaxie.

Au bras, c'est le vaste interne qui a la même chronaxie que le biceps et le long supinateur. C'est donc lui qui doit jouer le rôle d'antagoniste de la flexion.

Remarquons enfin que, pour la flexion, la chronaxie est plus petite au bras qu'à l'avant-bras et qu'il en est de même de l'extension.

Conclusion. — On peut donc dire que la classification des muscles du membre supérieur de l'homme est à la fois une classification radiculaire, une classification fonctionnelle et une classification suivant la distance à la moelle.

On peut le schématiser ainsi :

	Flexion et ses antagonistes.	Extension.
Mouvements du bras sur l'épaule et de l'avant-bras sur le bras	$0^s,00011$	$0^s,00022$
Mouvements de la main sur l'avant-bras et des doigts sur la main	$0^s,00027$	$0^s,00055$

PHYSIOLOGIE. — *Action vaso-constrictive du nucléinate de soude sur le rein.* Note de M. **Busquet**, présentée par M. Charles Richet.

Au cours de mes recherches sur les phénomènes de tachyphylaxie observés avec le nucléinate de soude [1], j'ai constaté que cette substance produit une vaso-constriction rénale très intense. Comme le nucléinate est à la fois un constituant normal de l'organisme et un médicament, ses effets sur le rein intéressent en même temps la physiologie et la pharmacodynamie, et, à ce double titre, ils méritent une étude détaillée.

Mes expériences ont été faites sur le chien, dont j'enregistrais simultanément la pression artérielle et les variations volumétriques du rein. Le nucléinate de soude en solution à 1 pour 100 était injecté dans la veine saphène.

A la dose de $\frac{1}{20}$ de milligramme par kilogramme d'animal, le nucléinate de soude produit une chute du tracé volumétrique du rein, tandis que le graphique de la pression artérielle ne subit aucune modification; la substance injectée provoque donc une constriction des vaisseaux rénaux. Avec des doses plus fortes de nucléinate, le phénomène devient de plus en plus accentué et durable; il persiste environ 15 minutes après l'injection de $0^g,005$ de substance par kilogramme d'animal.

Il convient de signaler ici que, pour l'essai des fortes doses, il est nécessaire de prendre quelques précautions. J'ai montré, en effet, que le nucléinate est fortement hypotenseur à la dose de 2^{mg} par kilogramme. Comme, dans ce cas, il y a chute simultanée du tracé de pression et du tracé pléthysmographique, aucune conclusion n'est possible relativement à l'action du produit sur les vaisseaux rénaux. Mais j'ai signalé également qu'une première injection de nucléinate crée, au point de vue de l'hypotension, un état tachyphylactique des plus nets; l'injection seconde d'une dose égale à la première, et même beaucoup plus forte que la première, ne fait plus baisser la pression. Au contraire, le phénomène vaso-moteur rénal se renouvelle à chacune des injections successives et les variations de sa grandeur en fonction de la dose de substance employée peuvent s'étudier parfaitement chez le chien tachyphylactisé contre l'action hypotensive.

---

(1) H. Busquet, *Immunisation rapide par de petites doses de nucléinate de soude ou d'huile de* Chaulmoogra *contre l'action hypotensive des fortes doses de ces substances* (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 654).

Pour si élevée que soit la quantité de nucléinate injectée au chien ainsi préparé, la vaso-constriction rénale ne coïncide jamais avec une hausse de la pression artérielle générale. C'est une preuve que la vaso-constriction nucléinique ne s'étend pas à de vastes territoires vasculaires et qu'elle se localise exclusivement, ou presque exclusivement, sur le rein [1].

J'ai cherché à savoir si ce phénomène vaso-moteur s'exerce par suite d'une action périphérique ou par l'intermédiaire des centres encéphalo-médullaires. La section de la moelle au-dessous du bulbe et à diverses hauteurs de la colonne cervico-dorsale n'empêche pas la vaso-constriction de se produire. Le nucléinate influence donc directement la paroi des vaisseaux rénaux ou les ganglions sympathiques qui les innervent.

Les solutions de nucléinate de soude s'altèrent par vieillissement; au bout de 15 à 20 jours, elles sont louches, remplies de débris membraneux et l'on décèle dans le liquide la présence de phosphates (précipité blanc, soluble sans effervescence dans les acides, par l'azotate de baryum; précipité jaune par l'azotate d'argent; précipité jaune à chaud par le nitromolybdate d'ammoniaque). Malgré cette désintégration profonde de la molécule de nucléinate, le pouvoir de vaso-constriction rénale que possédait la solution primitive ne paraît pas sensiblement modifié.

Résumé. — 1. A la dose de $\frac{1}{20}$ de milligramme par kilogramme d'animal, le nucléinate de soude exerce une action vaso-constrictive sur le rein.

2. Les phénomènes de tachyphylaxie observés avec le nucléinate par rapport à l'action hypotensive de ce corps n'existent pas par rapport à son action vaso-constrictive rénale.

3. L'effet vaso-constricteur s'exerce d'une manière élective sur le rein et ne diffuse pas sensiblement sur d'autres territoires vasculaires.

4. Cette vaso-constriction est due à une action directe du nucléinate sur la paroi des vaisseaux rénaux ou sur les ganglions sympathiques périphériques, sans intervention nécessaire des centres vaso-moteurs encéphalo-médullaires.

5. L'altération de la solution de nucléinate avec mise en liberté de l'acide phosphorique n'empêche pas cette solution de produire de la vaso-constriction rénale.

---

(1) L'inscription des variations volumétriques de divers organes chez le chien tachyphylactisé confirme que l'action vaso-motrice du nucléinate ne s'exerce que sur le rein.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Non-spécificité du ferment réducteur animal et végétal.* Note [1] de M. A. **Bach**.

Au cours de l'étude du ferment du lait qui réduit les nitrates avec le concours des aldéhydes [2], la question s'est posée de savoir si la nature du radical uni au groupe aldéhydique exerce une influence sur la marche de la réaction. Les expériences, qui ont porté sur 14 aldéhydes, ont été effectuées comme suit :

Dans chaque cas, 10^{cm^3} de lait frais et cru ont été mis à réagir à la température de 60° pendant 2 heures avec 10^{cm^3} d'une solution à 10 pour 100 de nitrate de soude tenant en solution ou en suspension 0,001 molécule-gramme d'aldéhyde. Au bout de ce temps, 1^{cm^3} prélevé sur le mélange a été traité, dans un ballon jaugé de 50^{cm^3}, par 5^{cm^3} d'une solution saturée de sous-acétate de plomb et de l'eau jusqu'au trait; le mélange a été bien agité et filtré sur un filtre sec, et dans 10^{cm^3} de la portion filtrée, le nitrite formé a été dosé colorimétriquement d'après la méthode Ilosvay-Lunge. A titre de comparaison, j'ai répété la même série d'expériences en remplaçant le lait par 5^g de pulpe de pomme de terre délayés dans 10^{cm^3} d'eau. Dans un travail antérieur [3] j'ai montré que le ferment oxydo-réducteur découvert par M. Abelous [4] dans les tubercules de pommes de terre se comporte comme le ferment réducteur du lait : comme celui-ci, il réduit les nitrates avec le concours des aldéhydes. Dans le Tableau suivant, les résultats obtenus sont exprimés en milligrammes d'anhydride nitreux N^2O^3 par 10^{cm^3} de lait, soit par 5^g de pulpe de pomme de terre. Dans ce Tableau, il n'a pas été tenu compte des quantités de nitrite inférieures à $0^{mg},001$. Les quantités de nitrite formées en l'absence d'aldéhydes sont bien inférieures au nombre indiqué.

Aldéhydes.	Anhydride nitreux (N^2O^3).	
	Ferment animal.	Ferment végétal.
	mg	mg
Formique	0,023	0,201
Acétique	0,473	0,257
Chloral	0,0	0,046
Valérique	0,161	0,232
Furfurol	0,301	0,246
Citronnellal	0,006	0,401
Citral	0,376	0,163
Benzoïque	0,987	0,229
p-oxybenzoïque	0,927	0,221
o-oxybenzoïque	0,911	0,274
m-nitrobenzoïque	0,0	0,281
m-chlorobenzoïque	0,002	0,249
Anisique	0,512	0,231
Pipéronal	0,911	0,237

(1) Séance du 22 janvier 1917.

(2) *Comptes rendus*, t. **162**, 1916, p. 353.

(3) *Bioch. Zeitschrift*, t. **52**, p. 411.

(4) *Comptes rendus*, t. **138**, 1904, p. 382 et 1619.

Il résulte de ce Tableau que les aldéhydes les plus variées peuvent être utilisées pour la réduction des nitrates aussi bien par le ferment du lait que par celui de la pomme de terre. Le ferment réducteur n'est donc pas spécifique dans le sens que l'on attache d'ordinaire à ce mot. On admet généralement qu'il existe entre le ferment et le substrat une relation de structure qui a été symbolisée par l'image de la clef et de la serrure. De même qu'une clef n'ouvre que la serrure pour laquelle elle a été faite, de même un ferment n'agit que sur le substrat auquel sa structure s'adapte. A moins de supposer que la pomme de terre renferme un ferment spécifique pour chacune des aldéhydes employées, supposition que l'expérience ne justifie nullement, il faut bien reconnaître que le ferment réducteur est spécifique du groupe aldéhydique indépendamment de la nature du radical attaché à ce groupe. En d'autres termes, la spécificité du ferment réducteur est fonctionnelle et non structurale ; elle se rapporte à une fonction chimique déterminée, et non à la figure géométrique que le substrat dessine dans l'espace.

Le fait que certaines aldéhydes ont été mieux utilisées par le ferment végétal que par le ferment animal (chloral, citronnellal, aldéhydes *m*-nitrobenzoïque et *m*-chlorobenzoïque) doit être attribué à des différences de milieu dans le sens le plus large du mot. Dans le lait, le ferment est entouré de substances différentes de celles qui l'accompagnent dans les tubercules de pommes de terre. C'est dire que, dans les deux cas, le ferment est appelé à agir dans des milieux différents. Que l'un des milieux soit plus favorable que l'autre à l'oxydation de telle ou telle aldéhyde, c'est dans l'ordre des choses.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Tolérance du tissu de bourgeonnement des plaies de guerre en voie de cicatrisation pour des corps étrangers de dimensions miscroscopiques. Mécanisme du microbisme latent de certaines cicatrices cutanées.* Note de MM. **A. Policard** et **B. Desplas,** présentée par M. Dastre.

Il est de notion courante aujourd'hui que des projectiles ou débris vestimentaires même très infectés peuvent être tolérés par les tissus, qui forment autour d'eux une coque conjonctive d'enkystement. Dans le kyste, à côté du corps étranger, on rencontre des débris de tissus sphacélés et des leucocytes dégénérés, témoins d'une réaction inflammatoire passagère. Les

recherches de Lecène et Frouin ont précisé ce mécanisme du microbisme latent des coques d'enkystement de projectiles.

Au cours de recherches sur le mécanisme histophysiologique de la réparation des plaies de guerre, nous avons pu constater que les tissus de plaies en parfait état clinique, sans suppuration, peuvent renfermer et tolérer des corps étrangers non pas seulement de dimensions appréciables à l'œil nu, mais bien encore d'ordre microscopique et échappant à la vue simple.

Nos observations ont porté sur des coupes de plaies en excellente voie de cicatrisation. Il s'agissait de pièces provenant de l'excision de la surface bourgeonnante au cours de réparations secondaires autoplastiques, faites suivant la technique que nous avons préconisée. La surface de ces plaies était rouge, lisse, vernissée, sans trace de suppuration.

Dans deux de ces plaies on pouvait observer, dans l'intérieur du tissu de bourgeonnement, à 1^{mm} ou 2^{mm} de la surface, des corps étrangers microscopiques constitués : dans un premier cas, par des fragments de filaments de laine dont la teinte bleu horizon indiquait suffisamment l'origine; dans un second cas, des fragments de fibres de coton. Ces corps étrangers avaient de $\frac{1}{100}$ à $\frac{1}{10}$ de millimètre environ. Ils n'étaient jamais isolés; sur la même coupe, on pouvait en constater de 4 à 6 fragments groupés dans la même région.

Dans ces deux cas il s'agissait de plaies, par éclats d'obus, datant de 24 et 55 jours, débridées et mises en surface. Les inclusions étaient situées à la partie inférieure de la zone du tissu de bourgeonnement proprement dit, à la partie supérieure du tissu musculaire plus ou moins dégénéré qui, sur ces pièces, représentait la surface primitive de la plaie au moment de sa formation, avant le bourgeonnement par conséquent.

Dans un troisième cas il s'agissait d'une plaie profonde, de 86 jours, par éclat, au niveau d'une fracture comminutive du fémur. Dans les bourgeons charnus du fond de cette plaie en voie de comblement, on pouvait rencontrer des fragments de bois et des détritus charbonneux de $\frac{1}{50}$ à $\frac{1}{10}$ de millimètre.

Tous ces corps étrangers microscopiques étaient logés chacun dans la vacuole d'une cellule géante multinucléée. Les dimensions de ces macrophages étaient proportionnelles à celles des corps étrangers. Le plus souvent la partie principale de leur corps cellulaire était rejetée sur le côté, excentriquement par rapport à la vacuole d'inclusion. Autour de ces éléments on ne rencontrait aucune accumulation de leucocytes, témoin d'une réaction inflammatoire même légère.

L'atmosphère conjonctive ambiante n'offrait aucune modification apparente. Histologiquement, la seule réaction de défense du tissu était traduite par l'existence de la cellule géante, dont l'origine semble devoir être ici recherchée dans une cellule conjonctive.

Ces faits prouvent que la présence de corps étrangers d'ordre microscopique, mais cependant vraisemblablement infectés, peut coïncider avec une évolution parfaite des plaies. Les bourgeons charnus englobent en eux, sans que leur croissance en soit gênée, les débris vestimentaires ou corps étrangers, véritable poussière septique dont le traumatisme a saupoudré la blessure.

En dehors de leur intérêt histologique, ces faits semblent importants au point de vue pratique.

On a signalé récemment des réveils subits d'infections graves, souvent gangréneuses, au niveau de plaies anciennement et parfaitement cicatrisées, sans inclusion de projectiles. La pathogénie de ces faits, restée jusqu'à présent obscure, s'éclaire singulièrement. A côté des projectiles, corps étrangers, débris vestimentaires, etc., visibles à l'œil nu, on doit envisager l'existence de corps étrangers et de débris vestimentaires de dimensions microscopiques, invisibles à l'œil nu et cependant aussi infectés que les premiers et comme eux capables d'être à l'origine d'infections tardives graves.

Ces constatations nous paraissent devoir entraîner une double conséquence thérapeutique :

1° Il faut savoir que la pénétration de débris vestimentaires est souvent très profonde, s'étendant à des distances insoupçonnées; un muscle en apparence sain peut être criblé de corps étrangers microscopiques. La pratique si utile des excisions dans le nettoyage chirurgical des plaies doit tenir compte de ces données.

2° On sait que, dans la pratique de la réparation des plaies par suture secondaire, trois techniques ont été proposées. Dans la première, on se borne à rapprocher par des sutures ou des agglutinatifs les lèvres de la plaie. Dans la seconde, les bords de la plaie sont excisés, décollés, ramenés et suturés par-dessus la surface bourgeonnante qui reste ainsi enfouie dans la plaie. Dans la troisième, que nous avons préconisée, on complète la réparation du type précédent par l'excision du fond de la plaie. Cette opération extrêmement facile, en supprimant un tissu qui représente l'origine d'une masse cicatricielle scléreuse, permet de reconstituer non seule-

ment anatomiquement mais physiologiquement la région. Les faits que nous venons d'exposer constituent une raison de plus pour réaliser ce troisième mode opératoire. On évitera ainsi d'enfermer dans la cicatrice des particules qui, bien que microscopiques, peuvent être l'origine de complications tardives graves.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

G. D.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 FÉVRIER 1917.

PRÉSIDENCE DE M. PAUL APPELL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur quelques anciens Observatoires de la région provençale au* XVIIe *siècle. — L'Observatoire d'Avignon.* Note de M. G. **BIGOURDAN**.

De bonne heure le voisinage de la Science arabe, qui fleurissait en Espagne, suscita dans notre Midi la naissance de nombreux centres intellectuels, dont l'activité se prolongea sous l'influence de causes multiples; parmi celles-ci on remarque les terribles mesures prises en 1306 par Philippe le Bel contre les Juifs, qui alors abandonnèrent les terres soumises au roi de France pour se répandre dans la Provence, le Comtat et d'autres régions voisines.

En grand nombre, les juifs comme les arabes s'adonnaient à la médecine et aux sciences occultes, se faisant une industrie de l'art de tirer un horoscope; aussi compte-t-on alors de nombreux astrologues provençaux (¹), dont nous avons eu déjà l'occasion de citer quelques-uns.

De l'Astrologie on passa insensiblement aux observations, indispensables pour rectifier les Tables; et ainsi s'établirent quelques observatoires permanents, diverses stations astronomiques plus ou moins accidentelles, dont nous avons déjà indiqué un certain nombre, comme Aix, Digne, Fréjus, Forcalquier, etc.

Parmi les observatoires, qui ont duré, celui d'Avignon (²) mérite une mention spéciale.

(¹) Voir un Mémoire de E. Renan, dans *Histoire littéraire de la France*, t. 31, p. 351....

(²) Dès la fin du XIIIe siècle Avignon avait une société ou académie de juriscon-

A la fin du XV[e] siècle, le médecin astrologue *Bonet de Lates*, qui souvent est donné pour avignonnais, s'acquit de la réputation par l'invention d'un *anneau astronomique* servant à mesurer les hauteurs des astres et à déterminer ainsi l'heure, de nuit comme de jour. Il en indiqua les divers usages dans un petit Traité dont la première édition (Rome) est de 1493, et qui fut plusieurs fois réimprimé à Paris (1507, 1521, 1534), toujours à la suite de la *Sphæra* de Sacrobosco, ce qui montre à quel degré il était devenu classique.

On dit que l'auteur alla s'établir à Rome et qu'il y jouit d'une certaine réputation.

La première observation connue comme faite dans la ville d'Avignon est celle de l'éclipse de Soleil du 8 avril 1633, due à *Pierre-François* TONDUT DE SAINT-LEGIER (TONDUTI, *Sanlegerii dominus et toparchus*), consulteur du Saint-Office. Né à Avignon en février 1583, il y mourut le 17 septembre 1669 (¹). Il fut principalement jurisconsulte et a laissé sur des questions de droit plusieurs in-folio dont un renferme son portrait.

Astronome par accident, il fut surtout un fervent de l'Astrologie : dans une lettre à Jacques de Valois (²), écrite en 1654, il dit que la conjonction de deux planètes « maléfiques luy a fait aussi du mal en excitant une furieuse defluxion de son cerveau... qui lui osta tout à fait le dormir... ».

Il se livra également aux calculs astronomiques, et l'on trouve de lui

---

sultes, transformée par Boniface VIII en Université (1303); celle-ci eut une période brillante, surtout pendant que la ville fut le siège de la papauté (1305-1376).

Au XVII[e] siècle Avignon eut aussi quelque temps son éphémère *Académie des émulateurs*, fondée en 1658. Beaucoup plus tard, en 1801, elle eut un *Lycée*, devenu l'année suivante l'*Athénée*, puis en 1815, l'*Académie de Vaucluse*.

Le collège d'Avignon, tenu par les Jésuites, eut de la réputation; le célèbre P. Kircher (1602-1680) y enseigna quelque temps (1632-1634) et eut là pour disciples Tondut et A.-F. Payen, les premiers astronomes avignonnais. Dans le collège s'élevait une tour bâtie aux frais du jurisconsulte Louis *Beau* (né en 1553) et qui a longtemps constitué l'Observatoire. Kircher (in *Primitiæ gnomonicæ catoptricæ*...) vante la commodité de cette tour pour les travaux astronomiques ainsi que le climat d'Avignon pour l'observation du ciel. Ce n'est donc pas au P. Bonfa qu'il faut, avec J_4. Bernouilli (*Lettres sur différents sujets*, II, p. 248) et avec Lalande (*Astr.*, I, lij), attribuer la fondation de l'Observatoire d'Avignon.

(¹) Voir C.-F.-H. BARJAVEL, *Dictionnaire historique, biographique et bibliographique du département de Vaucluse*. Carpentras, 1841; 2 vol. in-4°.

(²) Bibl. Nat., *Manuscrits*. Correspondance de Boulliau, t. XII (*F. fr.*, n° 13030), fol. 190.

diverses Tables de la prostaphérèse des planètes, par exemple dans l'*Astr. Ref.* de Riccioli (II, 95) et à la suite des Tables de Duret. Il reste aussi de lui quelques lettres dans la correspondance de Gassendi (Gass., *Op.*, VI, 65, 69, 417, 419, 422).

Ses observations, presque uniquement relatives à des éclipses, vont de 1633 à 1652 (¹) et ont été résumées par Pingré (*Ann. cél.*). Il avait aussi déterminé la longitude et la latitude d'Avignon, en opérant, pour cette dernière, avec un gnomon; il avait obtenu ainsi, dans la tour du Collège, 43°52′ (Gass., *Op.*, VI, 419); mais, comme il le remarque justement, ce nombre dépend de la déclinaison du Soleil qu'il avait prise dans les Tables; on trouve aujourd'hui 43°57′.

Pour la longitude Digne-Avignon, l'éclipse du 8 avril 1633 lui avait donné 6^m, au lieu de $5^m 53^s$, nombre actuellement adopté.

Antoine-François PAYEN, d'une famille de juriconsultes d'Avignon, paraît être né lui-même dans cette ville, à une date d'ailleurs inconnue, comme celle de sa mort. Il fut l'élève de P. Kircher, s'adonna principalement au droit, fut agrégé à l'Université d'Avignon en 1635 et dans la suite y professa le droit avec succès pendant plus de 20 ans. Il cultiva aussi la poésie, en latin comme en grec, remplaça le légat, dont il fut lieutenant, de 1659 à 1662, et vers 1674 fut délégué de l'Université d'Avignon auprès de Louis XIV pour solliciter divers privilèges.

Ses biographes n'ont connu que ses Ouvrages de droit, quoique lui-même ait pris soin de donner la liste (²) de ses *Opera mathematica*, tant publiées qu'inédites, 12 Ouvrages au total; on y remarque une dissertation contre l'*Astrologie* de Morin.

Il fut en correspondance avec les principaux astronomes de son temps, Hévélius (³), Riccioli, J. de Valois, etc.; quelques-unes de ses lettres se trouvent aussi dans les *Œuvres* de Gassendi (t. VI, p. 100, 118, 223, 440, 443, 482, 489, 490). Ses travaux astronomiques se rapportent surtout aux

---

(¹) En voici la liste : 1633 avril 8, ☉ — 1634 mars 14, ☉ — 1642 avril 14 et octobre 7, ☾ — 1645 août 20, ☉ — 1652 avril 7, ☉ — 1652 septembre 17, ☾.

(²) *Selenelion* ou Apparition luni-solaire.... Paris, 1664, in-4°, au commencement.

(³) L. Lalanne et H. Bornier (*Dict. des Pièces aut. volées*, p. 215) signalent, dans la Correspondance d'Hévélius, la disparition de deux lettres de Payen, et lui donnent le titre d'avocat au Parlement de Paris; lui-même se dit : « avocat au Parlement et professeur en droit » (*Selenelion*, p. 1).

éclipses, observations (1) et calculs, et particulièrement à des éclipses horizontales.

L'abbé *Jean-Charles* Gallet, bien négligé par les biographes, est cependant le plus connu des astronomes d'Avignon; il naquit dans cette ville à une date inconnue, mais voisine sans doute de 1640 et il y fut prévôt de l'église collégiale de Saint-Symphorien. Plus tard il devint Correspondant de l'Académie des Sciences, et en 1692 nous le trouvons grand pénitencier de l'église de Carpentras.

Dix-sept de ses lettres, sans doute inédites, écrites à Cassini I de 1676 à 1694, sont conservées aux archives de l'Observatoire de Paris (B, 4, 10); on y voit qu'en 1676 il avait une pendule, mais qu'il ne disposait, pour les hauteurs, que d'un médiocre quart de cercle à lunettes de 2 $\frac{3}{4}$ pieds de rayon; aussi désirait-il alors en acquérir un autre, ce qu'il ne put faire sans doute, car en 1682 il espérait encore obtenir de Paris le prêt d'une pendule et d'un quart de cercle; même il paraît assez découragé par l'absence de moyens.

Il a publié (Avignon, 1670) des Tables du Soleil encore dans l'hypothèse de mouvements circulaires; et il se proposait de donner pour les planètes des Tables qui n'ont jamais paru. Ses autres Ouvrages sont de très peu d'étendue et relatifs à des observations, dont la plus célèbre est celle du passage de Mercure devant le Soleil, du 6-7 novembre 1677, faite avec des objectifs de Jacques Borel. Cette observation, publiée d'abord en latin, puis en français dans le *Journal des Savants* et en anglais dans les *Philosophical Transactions*, fut discutée par J. Cassini et par Pingré; beaucoup plus tard, Le Verrier tenta vainement de l'utiliser.

Les autres observations de Gallet sont relatives à des éclipses de Soleil et de Lune (2); il avait également déterminé la latitude d'Avignon.

Il observa aussi les comètes de 1681 et de 1686, et, en outre, l'occultation d'Aldébaran par la Lune le 1er janvier 1681.

---

(1) Voici la liste de celles dont on a les observations : *Avignon :* 1642 avril 14, ☾ — 1654 août 11, ☉ — 1654 août 27, ☾ — 1656 janvier 26, ☉. — *Rome? :* 1652 avril 7-8, ☉. — *Paris :* 1666 juillet 1, ☉.

(2) *Avignon :* 1675 juin 22, ☉ — 1676 juin 10, ☉ (dans le couvent des Carmes déchaussés) — 1677 mai 16, ☾ — 1681 août 28, ☾ (avec Halley) — 1683 janvier 27, ☉ — 1685 déc. 10, ☾. — *A Carpentras :* 1687 mai 11, ☉ — 1694 juin 22, ☉. Ces deux observations, avec celle de l'éclipse de Lune du 14 mars 1634, dues à un *anonyme*, paraissent être les seules qui aient été faites dans cette ville.

Gallet expliquait par des illusions d'optique les apparences variables de l'anneau de Saturne, les bandes de Jupiter, etc.; et il pensait que certaines comètes, en passant devant le Soleil, y produisent des apparences de taches.

Diverses observations de Gallet ont été faites à Avignon avec de Beauchamp, de Saint-Florent, Moutonnier et l'abbé Marin. Nous ne savons rien de ces trois derniers.

De Beauchamp (Balthazar-François), né et mort à Avignon (1622 env.-1702), cultiva la poésie, la peinture, la musique, les mathématiques, etc. Il possédait une belle bibliothèque, une collection de tableaux, et sa maison était le rendez-vous des gens de lettres. En 1692 il fut nommé Correspondant de l'Académie des Sciences.

D'après Gallet (lettre à Cassini du 26 août 1676), de Beauchamp possédait un grand quart de cercle de bois fort incommode; il aida Gallet pour la détermination de la latitude d'Avignon; dans les observations du passage de Mercure de 1677, c'est lui qui nota la sortie; il aida également Gallet pour l'observation de diverses éclipses (1). Dans la suite il fut quelquefois aidé lui-même par le P. Bonfa (2).

C'est dans sa maison que le P. Feuillée observa l'éclipse de Soleil du 22 juin 1694, en présence de divers personnages d'Avignon.

Le P. *Jean* Bonfa, jésuite, paraît être, de tous les astronomes d'Avignon, celui qui travailla le plus à l'Observatoire. Il naquit à Nîmes le 30 mai 1638. A part un petit nombre d'années (1680-1682) passées à Marseille comme professeur d'hydrographie, sa carrière s'écoula au collège d'Avignon où il professa la théologie d'abord, les mathématiques ensuite, et où il mourut le 5 décembre 1724.

Ses observations sont presque uniquement relatives à des éclipses. Comme on peut en trouver facilement ailleurs le détail (3), il suffit de les indiquer ici sommairement (4); toutes furent faites à Avignon, à l'exception de l'éclipse de Lune du 17 août 1682, observée par lui à Marseille.

---

(1) 1676 juin 10, ☉ — 1677 mai 16, ☾ — 1685 décembre 10, ☾.

(2) 1678 octobre 29, ☾.

(3) Voir, par exemple, Pingré, *Ann. cél.* ou *Bibliothèque de la Compagnie de Jésus*, des PP. A. et A. De Backer, édition du P. C. Sommervogel, 1890 (Abréviation : *Bibl. S. J.*), t. I, col. 1711-1713.

(4) 1678 octobre 29, ☾ — 1679 avril 25, ☾ — 1683 janvier 27, ☉ — 1684 juin 26, ☾ —

En même temps il s'adonna au perfectionnement des instruments et exposa ses idées à ce sujet dans les trois courtes Notes suivantes :

— *Nouvelle invention* de faire des Pendules de Carton (*J. des Sav.*, janvier 1679, p. 24-26).

— *Nouvelle manière* de marquer dans les quarts de Cercle et dans les demy Cercles, pour petits qu'ils soient, les Minutes, Secondes, Troisièmes, Quatrièmes, etc., de la grandeur que l'on souhaitera (*J. des Sav.*, juillet 1687, p. 313-321).

— *Binocle Géométrique* avec une nouvelle manière très aisée de mesurer avec cet instrument les longueurs inaccessibles et de lever des Plans de loin (*Mém. de Trévoux*, janvier 1702, p. xij).

Il dressa le plan d'Avignon ([3]) et la carte du Comtat-Venaissin. Enfin, on cite de lui un *Tractatus de Horologiis*, 1704, in-4°. L'Observatoire de Paris possède (B, 4, 9) 11 lettres écrites par lui du 22 juin 1694 au 24 février 1701; on y trouve deux observations d'éclipses de Lune (1694 juillet 6 et 1695 novembre 20) qui paraissent inédites.

D'après une lettre de de Beauchamp, du 7 février 1697 (Obs. B, 4, 9), un carme déchaussé, le P. Siméon *Pommel*, observa aussi à Avignon l'éclipse de lune du 9 novembre 1696; il manquait d'instruments pour déterminer l'heure par les étoiles.

Assez longtemps après le P. Bonfa, l'Observatoire d'Avignon fut occupé par le P. *Jean-Claude-Ignace* Morand, né à Besançon le 6 février 1707; il professa les mathématiques au collège d'Avignon et y mourut le 25 avril 1780.

On le donne parfois comme le fondateur de cet Observatoire (*Bibl. S.-J.*, t. V, 1285); mais on a vu que la tour du collège avait été bâtie dès le XVIIe siècle et utilisée bien avant lui pour les observations. Il y observa lui-même les comètes de 1759 et 1769 ([1]), mais il paraît s'être occupé surtout de construction d'instruments, et avoir tenté de remettre en usage les déterminations azimutales, abandonnées depuis Tycho et Hévélius. Dans ce but

---

1684 juillet 12, ⊙ — 1685 décembre 10, ☾ — 1686 novembre 29, ☾ — 1687 mai 11, ⊙ — 1689 septembre 13, ⊙ — 1690 mars 24, ☾ — 1693 janvier 22, ☾ — 1694 juin 22, ⊙ — 1696 mai 16, ☾ — 1696 novembre 8, ☾ — 1697 octobre 29, ☾ — 1699 mars 15, ☾ — 1699 septembre 22, ⊙ — 1701 février 22, ☾ — 1703 décembre 23, ☾ — 1706 mai 2, ⊙.

([1]) *Mém. Acad. Sc.*, 1759 (H. 147, 155) — 1760 (M. 421, 423) — 1767 (M. 249).

il avait fait construire par un artiste local, Cartailler, un véritable altazimut qui est décrit et figuré dans la traduction de l'Optique de Smith (¹), mais qui ne paraît guère avoir été employé.

Le P. Morand, considéré comme géomètre par J_4. Bernouilli, s'occupa aussi des travaux publics de la province : en 1751 il dressa le plan du canal de Crillon, et en 1762, il créa le barrage de Caromb, près de Carpentras, constituant ainsi un lac régulateur très apprécié dans la région. Divers de ses manuscrits sont conservés à la bibliothèque de la ville de Lyon.

J_4. Bernouilli cite aussi un M. *de Salvador*, géomètre, qui à la même époque habitait Avignon, et un *Chartreux* astronome qui se trouvait dans le voisinage : c'est peut-être celui que nous avons signalé comme ayant observé à Aix la comète de 1757.

Le P. Morand peut être considéré comme le dernier astronome d'Avignon, car après lui on ne cite plus d'observation que l'on y ait faite; et en 1774 J_4. Bernouilli trouva son observatoire sans instruments et entièrement abandonné (²). Il rencontra bien dans cette ville un certain nombre d'astronomes jésuites, les PP. *Pézenas*, *Dumas*, *Blanchard*, *la Grange*, qui avaient quitté l'observatoire de Marseille lors de la suppression de l'ordre vers 1761, mais ils ne s'occupaient guère que de calculs et d'impressions.

CHRONOMÉTRIE. — *Sur la mesure du temps légal.* Note de M. L. Lecornu.

Le système de l'heure d'été, qui sera bientôt mis pour la seconde fois en application, présente, à côté d'incontestables avantages, l'inconvénient de déranger un peu brusquement les habitudes humaines et de causer, dans la marche des trains, une perturbation momentanée.

La solution suivante ne soulèverait pas les mêmes objections : à partir du solstice d'hiver et jusqu'au solstice d'été, c'est-à-dire dans le semestre des jours croissants, réduire de 30 secondes l'intervalle de temps séparant deux minuits consécutifs; puis, du solstice d'été au solstice d'hiver, augmenter au contraire cet intervalle de 30 secondes. On réaliserait ainsi, par degrés insensibles, une avance totale atteignant environ 45 minutes à

(¹) *Cours complet d'Optique*, traduit... par L. P. P. Avignon, 1767, t. II, p. 532.

(²) *Lettres sur différents sujets...* Berlin, 1777, t. II, p. 59. Le collège d'Avignon était alors occupé par des Bénédictins.

chaque équinoxe et 1 heure 30 minutes au solstice d'été. Le gain serait, en moyenne, de 45 minutes pour l'ensemble de l'année, tandis que l'avance constante d'une heure appliquée pendant 6 mois ne donne, pour l'année, qu'un gain moyen de 30 minutes.

Comme il importe de conserver la division actuelle du temps en 24 heures de 3600 secondes chacune, on serait conduit à faire varier de $\frac{1}{3000}$ environ en plus ou en moins la durée de la seconde légale comparée à celle de la seconde astronomique (unité de temps du système C. G. S.) qui devrait demeurer intangible. Notons en passant que la seconde sidérale présente par rapport à la seconde C. G. S. un écart huit fois plus considérable que celui-là.

L'heure légale serait, par définition, l'heure lue sur l'horloge placée à l'entrée de l'Observatoire de Paris : cette horloge servirait d'étalon pour la mesure du temps, comme le mètre des Archives sert d'étalon pour la mesure des longueurs. L'heure légale coïnciderait, au solstice d'hiver, avec l'heure définie par la loi du 9 mars 1911 et conservée, bien entendu, comme heure moyenne astronomique. Une table numérique, beaucoup plus simple que celle de l'équation du temps, permettrait la conversion immédiate du temps légal en temps solaire moyen.

Il n'y aurait même pas besoin d'aviser le public à chaque changement de période : on se contenterait de modifier la marche des horloges administratives. Chaque particulier, s'apercevant bientôt que sa montre avance ou retarde obstinément de quelques minutes par semaine, prendrait le parti de la régler ou de la porter chez l'horloger. Du reste, bien des montres sont déjà sujettes à de semblables caprices.

J'ai admis un écart de 30 secondes seulement en plus ou en moins, par rapport à la durée du jour solaire moyen pour ne pas trop m'éloigner du système expérimenté en 1916; mais rien n'empêcherait de porter l'écart à une minute, ce qui produirait, au solstice d'été, une avance de 3 heures. Comme le soleil se lève, le 22 juin, 4 heures plus tôt que le 22 décembre, il n'y aurait là rien d'excessif. Pour ma part, je ne serais nullement scandalisé de voir le midi légal différer à ce point du midi solaire. Car, on ne saurait trop le redire, *midi* n'est qu'un mot, et les puristes sont libres de supprimer ce terme en disant 12^h, comme on dit 11^h et 13^h; à moins qu'ils ne consentent à reconnaître que le milieu de la journée d'un homme levé à 7^h et couché à 23^h se trouve à 15^h et non pas à 12^h.

Certains peuples faisaient jadis coïncider le point de départ des heures avec le lever du soleil. C'était logique. Malheureusement une pareille

méthode obligerait, si on la ressuscitait, à changer *tous les jours* la longueur du pendule battant la seconde, et l'on retomberait ainsi dans les difficultés pratiques qui ont conduit à remplacer le temps vrai par le temps moyen. Il n'est question ici de toucher que *deux fois par an* (*comme en* 1916) aux horloges : la différence est capitale.

Je ne me fais aucune illusion sur les chances de voir se réaliser prochainement une réforme de ce genre; cependant la facilité avec laquelle a été acceptée celle de 1916 permet de penser que l'idée n'est pas absolument chimérique.

THERMODYNAMIQUE. — *La loi observée par les quatre fonctions de Massieu, pour les corps pris à des états correspondants.* Note [1] de M. E. ARIÈS.

Nous avons rappelé, dans notre précédente Note [2], que de la seule loi fondamentale de Van der Waals en découlaient dix autres, suivant lesquelles les expressions

$$\frac{L}{T},\quad \frac{pv}{T},\quad T\alpha_v,\quad T\alpha_p,\quad p\varepsilon_T,\quad p\varepsilon_S,\quad C_p,\quad C_v,\quad \frac{l}{p},\quad \frac{h}{v}$$

ont respectivement une même valeur pour tous les corps de même atomicité, pris à des états correspondants. Mais là ne s'arrêtent pas les conséquences de cette loi si féconde.

On a, pour la différentielle totale de l'entropie exprimée en fonction de la température et du volume,

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_v dT + \left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T dv.$$

Par définition des coefficients C_p et l, on a

$$C_v = T\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_v, \qquad l = T\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T,$$

et l'équation précédente prend la forme

$$dS = C_v\frac{dT}{T} + l\frac{dv}{T} = C_v\frac{dT}{T} + \frac{l}{p}\,\frac{pv}{T}\,\frac{dv}{v},$$

(1) Séance du 29 janvier 1917.

(2) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 134.

soit, en fonction des variables réduites indépendantes $x = \frac{T}{T_c}$ et $y = \frac{v}{v_c}$,

$$dS = C_v \frac{dx}{x} + \frac{l}{p} \frac{pv}{T} \frac{dy}{y}.$$

D'après trois des lois citées plus haut, C_v, $\frac{l}{p}$ et $\frac{pv}{T}$ sont trois fonctions différentes des variables réduites, mais identiques pour tous les corps de même atomicité, en sorte que dS est la différentielle d'une seule fonction $f(x, y)$. On a donc, par intégration, pour la différence d'entropie $S - S_0$ de tous les corps de même atomicité, comparés à des états correspondants (x, y) et (x_0, y_0),

$$(1) \qquad S - S_0 = f(x, y) - f(x_0, y_0),$$

ce qui exprime la loi de l'entropie, telle que nous l'avons déjà formulée. Elle se trouve ici démontrée sans le concours d'aucune équation d'état.

On en déduit les lois concernant les capacités calorifiques M_1 et M_2 des vapeurs et liquides maintenus à l'état de saturation, ainsi que celle concernant la température d'inversion.

L'équation différentielle de l'énergie U, exprimée en fonction de ses variables normales S et v, est, comme l'on sait,

$$dU = T dS - p dv = T dS - T \frac{pv}{T} \frac{dv}{v},$$

qu'on peut mettre sous la forme

$$\frac{dU}{T_c} = x dS - \frac{pv}{T} \frac{x}{y} dy.$$

Le second membre est encore, pour tous les corps de même atomicité, la différentielle exacte d'une seule fonction $F(x, y)$. On en déduit que la différence d'énergie $U - U_0$, divisée par la température critique, est la même pour tous ces corps comparés à des états correspondants,

$$(2) \qquad \frac{U - U_0}{T_c} = F(x, y) - F(x_0, y_0).$$

Si l'énergie divisée par la température critique (ou l'entropie) a une valeur unique pour tous les corps, pris à l'un de ces états arbitrairement choisi, elle conservera une valeur unique à tout autre état. C'est ce qu'il est bien naturel d'admettre, et ce qui jette quelque lumière sur la question encore obscure de la valeur absolue qu'il conviendrait d'attribuer aux quatre fonctions de Massieu ainsi qu'à l'entropie.

Les processus de la nature ne permettent de mesurer que des différences d'énergie et d'entropie, ce qui a conduit certains esprits à considérer chacune de ces quantités comme n'étant définie qu'à une constante arbitraire près, dépourvue de tout intérêt et n'ayant aucune signification physique. Il faut avouer que cette indétermination attachée à la valeur de quantités qui jouent des rôles si importants dans les phénomènes naturels, se présente comme bien peu satisfaisante. Aussi chaque progrès dans l'étude de ces phénomènes vient-il nous révéler des liens de plus en plus étroits entre les constantes relatives à la multiplicité des corps qui existent, et qui se transforment les uns dans les autres. Ces constantes sont donc loin d'être indépendantes et arbitraires. Il est certain, par exemple, que les entropies de l'oxygène et de l'hydrogène déterminent celle de l'eau. On connaît aujourd'hui des transformations réversibles qui peuvent amener un système primitivement composé d'oxygène et d'hydrogène à ne comprendre que de l'eau à l'état final, ce qui fait dépendre, non seulement l'entropie, mais aussi l'énergie de l'eau, de l'entropie et de l'énergie de ses constituants.

Nous sommes bien familiarisés avec les facteurs de l'énergie élastique, la pression et le volume; en ce qui concerne l'énergie calorifique, il n'y a pas si longtemps que la notion de son facteur de tension, la température absolue, nous est acquise : il ne faut donc pas s'étonner des hésitations qui se manifestent encore pour reconnaître à son facteur de capacité, l'entropie, une existence concrète et une valeur absolue.

Il suffit d'ailleurs d'attribuer une valeur absolue au potentiel H ou à l'énergie libre I, les deux fonctions de Massieu qui s'expriment avec des variables normales (p, T ou v, T) ayant une signification physique bien établie, pour se débarrasser, une fois pour toutes, de ces constantes gênantes et plutôt indéterminées qu'arbitraires. On assigne ainsi à l'entropie, sans aucune ambiguïté possible, sa véritable valeur, qui est la dérivée par rapport à la température du potentiel ou de l'énergie libre changée de signe, $\frac{\partial H}{\partial T}$ ou $-\frac{\partial I}{\partial T}$. Du même coup, les trois autresfo nctions de Massieu se trouvent définies, également sans ambiguïté, en fonction des variables normales choisies, et l'étude de toutes les propriétés d'un corps, qui découlent, comme l'on sait, par des dérivations et non par des intégrations, de la connaissance de l'une quelconque des fonctions de Massieu, peut se poursuivre sans qu'on ait à se heurter à des constantes inconnues ou indéterminées.

Quelle que soit l'opinion de chacun sur cette question délicate, il est permis, au moins pour simplifier le langage, et sans nuire à la généralité, de traduire comme il suit les équations (1) et (2).

L'entropie et l'énergie divisée par la température critique ont respectivement même valeur pour tous les corps de même atomicité, pris à des états correspondants.

La loi sur l'énergie peut se mettre sous une forme équivalente et préférable. On a, en effet,

$$\frac{U}{T_c} = x\frac{U}{T} = F(x, y), \qquad \text{d'où} \qquad \frac{U}{T} = \frac{F(x, y)}{x},$$

et dans l'énoncé qui précède la température critique peut être remplacée par la température absolue.

Les trois autres fonctions de Massieu I, H, J sont reliées à l'énergie U par les relations connues

$$I = U - TS, \quad H = U - TS + pv, \quad J = U + pv,$$

d'où

$$\frac{I}{T} = \frac{U}{T} - S, \quad \frac{H}{T} = \frac{U}{T} - S + \frac{pv}{T}, \quad \frac{J}{T} = \frac{U}{T} + \frac{pv}{T}.$$

La seule inspection de ces expressions conduit à l'énoncé général suivant :

Les quatre fonctions de Massieu, divisées par la température absolue, ont respectivement même valeur pour tous les corps de même atomicité, pris à des états correspondants.

M. G. Darzens a pressenti ces lois. Dans une Note (*Comptes rendus*, t. 123, 1896, p. 940) que nous avons déjà rappelée, il a montré qu'elles étaient applicables aux gaz parfaits.

Si l'on désigne par H_1, H_2, H_3 les potentiels d'un même corps pris successivement à l'état de vapeur, de liquide et de solide, on a, à la température T_p du *triple point*, pour laquelle le corps peut exister en équilibre simultanément sous les trois états

$$H_1 = H_2 = H_3 \qquad \text{et par suite} \qquad \frac{H_1}{T_p} = \frac{H_2}{T_p} = \frac{H_3}{T_p}.$$

Prenons un autre corps de même atomicité, à la température correspondante, c'est-à-dire à la même température réduite $x = \frac{T_p}{T_c}$; son potentiel aura même valeur sous ses trois états différents, et il sera aussi à son triple point, d'où l'énoncé suivant :

La température du triple point est dans un rapport invariable avec la température critique, pour tous les corps de même atomicité.

C'est la dix-neuvième proposition signalée dans la présente Note comme résultant de la seule loi fondamentale de Van der Waals, et il est à croire que l'on en trouvera d'autres. Un certain nombre d'entre elles sont facilement accessibles au contrôle de l'expérience jusqu'à ce jour insuffisant. Si les vérifications à faire venaient confirmer la loi de Van der Waals, elle se trouverait élevée à la hauteur d'un principe général des plus féconds, dominant toute la science nouvelle qu'on appelle la *Chimie physique*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *La Forêt et les Bois du Gabon*, par Auguste Chevalier. (Présenté par M. Guignard.)

2° *Régime pluviométrique de l'Indo-Chine*, par G. Le Cadet. (Présenté par M. J. Violle.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les singularités irrégulières des équations différentielles linéaires.* Note de M. **René Garnier**, présentée par M. Émile Picard.

1. Dans des Notes antérieures [1] j'ai montré que chacune des six équations irréductibles (T) découvertes par M. P. Painlevé possède deux intégrales premières qui s'expriment au moyen d'intégrales remarquables d'une équation linéaire du second ordre (E), attachée à (T). Pour obtenir ce résultat, j'avais dû étudier la représentation des intégrales de (E) dans le voisinage d'un point singulier irrégulier vers lequel on fait tendre un point régulier ; c'est là une généralisation du mécanisme par lequel on déduit l'équation de Bessel de l'équation de Gauss. Mais ce procédé peut être généralisé ; et la méthode que j'ai employée pour étudier les points irréguliers d'une équation (E), et qui repose en principe sur l'emploi des approximations successives de M. Ém. Picard, peut être étendue à *une équation linéaire d'ordre quelconque, possédant des singularités irrégulières d'ordre arbitrairement élevé*. C'est ce que je montrerai en envisageant d'abord les équations du second ordre.

2. Définissons d'abord ce que nous appellerons les *intégrales normales* relatives à un point irrégulier. Il est évidemment loisible d'écrire l'équation sous la forme

$$y'' = (a_{2m} x^{2m} + a_{2m-1} x^{2m-1} + \ldots) y, \tag{1}$$

[1] *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1780 et les autres Notes citées, t. 160, 1915, p. 795.

le coefficient de y étant une série procédant suivant les puissances de x^{-1} et convergente pour $|x| > R$; nous dirons que le point $x = \infty$ est de *rang* $m+1$ si l'on a $a_{2m} \neq 0$ ou $a_{2m} = 0$, $a_{2m-1} \neq 0$. Bornons-nous au premier cas, le plus simple; on peut alors trouver $2m+4$ constantes

$$b^i_{m+1}, \quad \ldots, \quad b^i_0 \qquad (i = 1, 2)$$

telles qu'en posant

$$\psi_i(x) = b^i_{m+1} x^{m+1} + b^i_m x^m + \ldots + b^i_0 \log x \tag{2}$$

et $y = z_i e^{\psi_i(x)}$, l'équation (1) devienne

$$z''_i + 2\psi'_i z'_i = z_i \sum_{j=m-2}^{-\infty} c^i_j x^j \equiv z_i f_i(x); \tag{3}$$

en particulier, on aura

$$b^1_{m+1} = \frac{\sqrt{a_{2m}}}{m+1} = |b^1_{m+1}| e^{i\alpha} = -b^2_{m+1}.$$

Posons encore

$$\varphi_i(x, \xi) = \int_x^\xi e^{-2\psi_i(u)}\, du, \tag{4}$$

et faisons les approximations $z_0(x) = 1$ et

$$z_{n+1}(x) = -\int_x^\infty \frac{\varphi_i(x, \xi)}{\varphi'_{i\xi}} z_n(\xi) f_i(\xi)\, d\xi. \tag{5}$$

On démontre bien aisément que, pour $|x| > R_1 \geqq R$, ces approximations convergent régulièrement vers une intégrale de (3) à condition de prendre pour les chemins d'intégration de (4) et (5) des branches de l'hyperbole

$$r^{m+1} \sin[(m+1)\theta + \alpha - \beta] = \text{const.} \qquad (|\cos\beta| \geqq \eta > 0)$$

suivies dans des sens convenables. On en déduira facilement l'existence de $2m+2$ intégrales, qui seront précisément les intégrales normales annoncées, qu'on pourra calculer par approximations successives dans $2m+2$ secteurs, d'amplitude $3\pi : (m+1)$ et qui seront liées mutuellement par des relations que nous approfondirons ultérieurement.

3. Ces préliminaires posés, j'arrive au résultat qui constitue l'objet principal de cette Note. Je considère l'équation

$$\frac{y''}{y} = \frac{s(s-\varepsilon^{m+1})x^{2m}}{(1-\varepsilon x)^2} + \frac{b_{2m-1}x^{2m-1}}{1-\varepsilon x} + \sum_{j=2m-2}^{+\infty} c_j x^j, \tag{6}$$

qui possède un point irrégulier ($x=\infty$) de rang m et un point régulier ($x=\varepsilon^{-1}$) qui, pour ε tendant vers o, tendra à se confondre avec $x=\infty$; en même temps, (6) tendra vers (1) si les constantes sont convenablement choisies. Cela étant, je dis que *les* $2m$ *intégrales normales de* (6) *relatives à* $x=\infty$ *et les deux intégrales canoniques du point régulier vont tendre vers les* $2m+2$ *intégrales normales de* (1).

A cet effet, j'établis d'abord qu'on peut trouver un polynome $xq'(x)$, de degré m, dont les coefficients sont holomorphes en ε pour $\varepsilon=0$ et tel qu'en posant $y=z\,e^{\psi(x,\varepsilon)}$ avec

$$\psi(x,\varepsilon)=q(x)+s\varepsilon^{-m-1}\left[\log(1-\varepsilon x)+\varepsilon x+\frac{\varepsilon^2x^2}{2}+\ldots+\frac{\varepsilon^m x^m}{m}\right],$$

la fonction z satisfasse à une équation de la forme

$$(7)\qquad z''+2[q'-sx^m(1-\varepsilon x)^{-1}]z'=z\,f(x,\varepsilon),$$

où $x^{-m+2}(1-\varepsilon x)f(x,\varepsilon)$ est uniformément borné pour $|x|>\mathrm{R}$ et $|\varepsilon|<\varepsilon_0$. Or (7) se résout comme (3), par des approximations de la forme (5) qui convergeront régulièrement pour $|x|>\mathrm{R}$, $|\varepsilon|<\varepsilon_0$, si l'on adopte comme contour d'intégration $\mathfrak{S}$ les courbes $\log\mathrm{X}+\mathrm{Y}\tan\beta=0$, β étant convenablement choisi, et X, Y étant définis par

$$(1-t)e^{\frac{t}{1}+\frac{t^2}{2}+\ldots+\frac{t^m}{m}}=\mathrm{X}e^{i\mathrm{Y}}\qquad(t=\varepsilon u).$$

L'étude des courbes $\mathfrak{S}$ (qu'on pourrait appeler *les loxodromies du facteur primaire de Weierstrass*) est délicate; je démontre qu'elles possèdent $m+1$ branches $\mathrm{C}_1, \ldots, \mathrm{C}_{m+1}$ issues de l'origine, dont les m premières s'éloignent à l'infini tandis que la dernière s'enroule en spirale autour de $t=1$ (ou $u=\varepsilon^{-1}$). Ce point établi, il est aisé de voir qu'en faisant coïncider successivement le contour d'intégration avec $\mathrm{C}_1, \ldots, \mathrm{C}_m$, puis C_{m+1}, on trouve m intégrales normales de (6), puis une intégrale canonique pour $x=\varepsilon^{-1}$; et comme, pour ε tendant vers zéro, les approximations actuelles convergent uniformément vers les précédentes, notre assertion se trouve complètement légitimée.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la théorie de la convergence des séries de Fourier*. Note de M. **W.-H. Young**, présentée par M. Émile Picard.

1. Dans mes deux dernières Notes sur les séries de Fourier j'ai donné deux suites de critères pour la convergence de ces séries, dépendant de

paramètres continus. J'ai montré en même temps l'utilité de ces paramètres dans la théorie. Cependant la supposition que ces suites constituent deux échelles de convergence pour les séries de Fourier serait erronée, ce que je vais démontrer à l'aide de deux théorèmes sur les fonctions à variation bornée. En effet, la représentation de chacune des suites dégénère en deux points, dont l'un correspond à la valeur zéro et l'autre à toutes les valeurs positives du paramètre.

2. Prenons, comme d'habitude, une fonction paire $f(x)$, et considérons la convergence de sa série de Fourier à l'origine.

La seconde suite est caractérisée par la condition que

$$\varphi_r(x) = x^{-r}\int_0^x x^{r-1} f(x)\, dx \qquad (0 \leqq r)$$

soit une fonction à variation bornée, ce qui exige implicitement que $x^{r-1}f(x)$ soit sommable. Pour $r=0$, les conditions, implicite et explicite, se confondent.

Pour tout r positif, les nombres de notre suite coïncident essentiellement avec la condition de M. de la Vallée Poussin ($r=1$). Nous avons en effet le théorème suivant :

Si, pour un certain indice $s \geqq 0$, $\varphi_s(x)$ a l'une des propriétés : 1° d'être bornée; 2° de posséder une limite pour $x=0$, ou 3° d'être une fonction à variation bornée, la propriété subsistera encore pour $\varphi_r(x)$, r étant un indice positif quelconque.

En effet, e étant positif,

$$\int_0^x t^{r-1} f(t)\, dt = [t^r \varphi_s(t)]_e^x - \left\{1 - \frac{s}{r}\right\} \int_e^x \varphi_s(t)\, dt^r.$$

Dans les cas 1°, 2° et 3°, $\varphi_s(x)$ est bornée dans un certain intervalle $(0, b)$, nous pouvons donc faire tendre e vers zéro; $t^{r-1}f(t)$ sera sommable dans $(0, b)$, et nous aurons

$$\varphi_r(x) = \varphi_s(x) - \left\{1 - \frac{s}{r}\right\} \int_0^1 \varphi_s(xt)\, dt^r.$$

De cette équation découlent immédiatement les résultats voulus.

3. Dans l'expression analytique de la première suite il y a deux conditions :

La première demande que $v_r(x)$ possède une limite pour $x=0$; il résulte de notre théorème qu'on peut y prendre pour indice r un nombre positif quelconque.

La seconde condition demande explicitement que la fonction

$$u_q(x)=x^{-q}\int_0^x |d[x^q f(x)]| \qquad (0 \leqq q)$$

soit bornée dans un certain intervalle $(0, b)$, et implicitement que $x^q f(x)$, soit une fonction à variation bornée. Dans le cas $q=0$, ces conditions implicite et explicite sont identiques.

4. L'identité essentielle des membres de la première suite, pour $0<q$, résulte du théorème suivant; dans la démonstration nous employons le lemme :

Si $g(x)$ et $\gamma(x)$ sont des fonctions à variation bornée, dont l'une est continue, ou aura

$$(1) \qquad \int_a^b |d[g(x)\gamma(x)]| \leqq \int_a^b |g(x)|\,|d\gamma(x)| + \int_a^b |\gamma(x)|\,|dg(x)|.$$

Théorème. — *Si dans l'intervalle $(0, b)$, $x^q f(x)$ est une fonction à variation bornée, telle que, pour un certain indice $q \geqq 0$, la fonction $u_q(x)$ est bornée, il en est de même pour tout indice positif.*

D'après notre lemme, r étant positif et $0<e<x$,

$$\begin{aligned}\int_e^x |d[t^r f(t)]| &\leqq \int_e^x t^{r-q}\,|d[t^q f(t)]| + \int_e^x t^q\,|f(t)|\,|dt^{r-q}| \\ &\leqq [t^r u_q(t)]_e^x + \int_e^x (r+q)\,t^{r-1} u_q(t)\,dt + \int_e^x (r+q)\,t^{r-1}|f(t)|\,dt \\ &\leqq Bx^r + \left(1+\frac{q}{r}\right)(B+C)\,x^r,\end{aligned}$$

où B et C sont les bornes supérieures de $u_q(t)$ et de $|f(t)|$ dans $(0, b)$; c'est-à-dire, la variation de $t^r f(t)$ dans l'intervalle (e, x) reste bornée, quelle que soit e. C'est le premier des résultats voulus. Le second s'en déduit immédiatement en multipliant par x^{-r} et en laissant tendre e vers zéro. Notre théorème est démontré.

5. Les critères essentiellement distincts qui subsistent sont donc au nombre de deux, celui de M. de la Vallée Poussin et le mien, bien que,

dans l'expression analytique du premier, nous disposons maintenant d'un paramètre et, dans celle du dernier, de deux.

L'application simultanée de ces deux critères, par la méthode indiquée au n° 2 de ma dernière Note, nous donne un autre critère dont les conditions sont les suivantes :

1° $\lim_{x=0} x^{-1} \int_0^x f(x)\,dx = A$;

2° $x^{-1} \int_0^x f(x)\,dx - 2x^{-2} \int_0^x dx \int_0^x f(x)\,dx$ *est une fonction à variation bornée;*

3° $x^{-1} \int_0^x |f(x)|\,dx$ est bornée.

6. Dans mes Notes antérieures, il s'agissait seulement de conditions suffisantes; je n'ai pas considéré les conditions nécessaires. La seule que je connaisse qui ait quelque importance est celle de Riemann, qui revient à

$$\lim_{x=0} 2\,x^{-2} \int_0^x dx \int_0^x f(x)\,dx = A,$$

dans le cas envisagé ici. J'ai déjà mentionné qu'elle peut remplacer la première des deux conditions dans mon critère, quand il s'agit de convergence ordinaire, et non pas de convergence par les moyennes de Cesàro, d'indice négatif. Mais la généralité, ainsi obtenue, ne me paraît que formelle. Dans tous les critères que nous possédons, la condition de Riemann est vérifiée en vertu de la condition plus étroite

$$\lim_{x=0} x^{-1} \int_0^x f(x)\,dx = A.$$

Les conditions suffisantes et les conditions nécessaires restent alors trop éloignées les unes des autres. Peut-on les rapprocher encore ?

MÉCANIQUE. — *Sur la notion générale de mouvement pour les systèmes holonomes et non holonomes.* Note de M. **Et. Delassus**, présentée par M. Émile Picard.

Dans mes travaux sur les réalisations des liaisons et dans mes *Leçons sur la dynamique des systèmes matériels*, j'ai été conduit à poser les deux principes :

1° « Toute liaison finie possède des réalisations directes par des liaisons finies; »

2° « Toute liaison linéaire du premier ordre possède des réalisations directes et parfaites par des liaisons linéaires du premier ordre, »

comme théorèmes non encore démontrés, mais très vraisemblables.

1. Je démontre que le second théorème est une conséquence du premier, en ce sens que si l'on admet la possibilité de la réalisation effective de toute liaison finie on peut arriver, en introduisant des liaisons de roulement convenables, à réaliser effectivement et d'une façon parfaite n'importe quelle liaison linéaire du premier ordre.

2. Toute liaison d'un système peut être transformée en liaison ponctuelle entre un nombre fini de molécules de ce système. Sous cette forme, toutes les liaisons finies algébriques sont réalisables par application des théorèmes généraux de M. Koenigs sur les systèmes articulés, théorèmes qu'une modification légère mais essentielle rend valables pour les liaisons dépendant du temps.

On peut aussi arriver à la réalisation effective de classes très étendues de liaisons finies transcendantes, mais on est arrêté dans cette voie quand on arrive à des liaisons dans la définition desquelles entrent des fonctions d'un nombre quelconque de variables et définies de la façon la plus générale soit par des séries, soit par des équations aux dérivées partielles.

On en conclut que le premier théorème, et par conséquent le second, quoique présentant un très grand degré de généralité et s'appliquant pratiquement à tous les genres de liaisons qu'on est susceptible de rencontrer, ne sont pas véritablement des théorèmes généraux et de là résulte la nécessité de modifier les résultats qu'on en tirait pour la notion de mouvement parfait.

3. De la notion de liaison ponctuelle finie algébrique, donc réalisable effectivement, on s'élève à celle de liaison ponctuelle linéaire du premier ordre et algébrique qu'on peut encore réaliser d'une façon effective. Pour ces liaisons de nature algébrique on a donc la notion de mouvement parfait.

Pour les autres liaisons, on considère des liaisons algébriques L_m tendant vers la liaison proposée L quand m croît indéfiniment.

Le mouvement parfait M_m sur cette liaison L_m est bien défini et l'on peut montrer que si l'on fait croître m indéfiniment, ce mouvement tend vers

un mouvement limite M. On a ainsi la notion précise de mouvement parfait sur une liaison quelconque comme limite du mouvement parfait sur une liaison approchée de cette liaison et tendant vers elle.

Le principe de Dalembert et tous les autres principes équivalents s'appliquent encore à ces mouvements, car leurs équations obtenues à la limite sont précisément celles que ce principe fournirait en l'appliquant, indépendamment de toute signification mécanique, au système matériel et à sa liaison.

MÉCANIQUE. — *Sur la stabilité séculaire.* Note de M. E. **Jouguet**, présentée par M. L. Lecornu.

H. Poincaré, après W. Thomson et Tait, a appelé *stabilité séculaire* la stabilité de l'équilibre des systèmes affectés de viscosité. P. Duhem a consacré à ce sujet d'importants travaux. Je me propose ici de présenter quelques remarques simples qui me paraissent accroître la portée des résultats obtenus par ce savant au paragraphe 11 du Chapitre XVI de son *Traité d'Énergétique*. La plupart des résultats rappelés ci-dessous sont déjà connus; mon but est d'insister sur leurs relations mutuelles.

1. Je dirai qu'un système en équilibre possède la *stabilité à la Lagrange* si une petite perturbation de l'état d'équilibre produit un mouvement qui se maintient au voisinage de cet état.

Je dirai qu'il possède la *stabilité à la Robin complète*, si le mouvement consécutif à une perturbation ramène le système à la position d'équilibre dont il avait été écarté. La stabilité à la Robin sera *incomplète* si le système est seulement ramené à une position voisine de la position primitive.

Avec la première définition, la méthode de Lejeune-Dirichlet fournit un moyen relativement facile pour l'étude des conditions suffisantes. Avec la seconde, ce sont au contraire les démonstrations relatives aux conditions nécessaires qui sont le plus aisées : le type de ces démonstrations est le raisonnement de Robin (¹) (*Thermodynamique générale*, p. 79). A la vérité, Duhem a démontré que le retour à la position d'équilibre ne peut se produire qu'au bout d'un temps infini. Cette circonstance ne trouble pas

(¹) En ce qui concerne les conditions suffisantes le raisonnement de Robin appelle quelques corrections sur lesquelles nous n'insisterons pas ici. Voir une Note sur la *Stabilité de l'équilibre* (*Procès-verbaux de la Société des Sciences de Bordeaux*, 1903).

le raisonnement de Robin : il suffit de prendre quelques précautions très simples dans la démonstration.

Mais nos deux définitions de la stabilité ne sont pas équivalentes en général et ne définissent pas la même propriété. En l'absence de résistances passives, par exemple, la stabilité à la Lagrange peut exister sans la stabilité à la Robin.

Toutefois, pour les systèmes dont toutes les variables sont affectées de viscosité (systèmes que j'appellerai *entièrement visqueux*), Duhem, envisageant les mouvements purement mécaniques ou les mouvements isothermes des systèmes holonomes, a montré que la stabilité à la Lagrange entraînait la stabilité à la Robin, et même la stabilité à la Robin complète, car, en général, dans les cas visés, les positions d'équilibre ne sont pas infiniment voisines les unes des autres. Dans sa démonstration, P. Duhem admet *a priori* que le potentiel total est *minimum*. En réalité, *et cette remarque est essentielle pour ce qui va suivre*, cette restriction n'est pas nécessaire à la démonstration; il suffit de supposer simplement que la stabilité à la Lagrange existe.

La stabilité à la Lagrange entraîne donc la stabilité à la Robin complète. Mais le raisonnement de Robin montre d'autre part que la condition nécessaire de la stabilité à la Robin complète est que le potentiel total soit minimum. C'est donc là aussi une condition nécessaire pour la stabilité à la Lagrange des systèmes entièrement visqueux.

Tel est le premier résultat que j'avais en vue. Il n'est pas nouveau, mais il m'a paru intéressant de signaler la méthode qui vient d'être employée pour l'obtenir.

2. Cette méthode s'étend à divers cas de stabilité du mouvement justiciables du théorème de Routh (*Dynamics of a system of rigid bodies*, t. 2, Chap. III). Soit, par exemple, dans le domaine de la Mécanique pure, un système dont quelques variables, les variables α, que nous appellerons *variables cycliques*, n'entrent pas dans l'expression du potentiel et ne figurent dans celles de la force vive que par leurs dérivées α'. Admettons encore que ces variables cycliques soient sans viscosité, toutes les autres variables, que nous désignerons par q, étant au contraire affectées de viscosité. Soient V le potentiel total, W la partie de la force vive qui s'annule quand les α' sont nuls. Considérons un mouvement où les q sont constants et où les α varient uniformément. Si ce mouvement est tel que, parmi tous les mouvements analogues ayant mêmes $\frac{\partial W}{\partial \alpha'}$, l'expression $V + W$ soit mini-

mum, le théorème de Routh apprend que ledit mouvement est stable. Des raisonnements analogues à ceux du paragraphe 1 montrent que *cette condition suffisante est aussi nécessaire* (¹).

Un théorème analogue est celui que Poincaré a donné dans ses études sur la stabilité d'une masse fluide en rotation et qui considère le minimum de la somme du potentiel et de la force vive du solide équivalent (*Figures d'équilibre d'une masse fluide*, Paris, 1903, p. 34).

3. Étudions maintenant les mouvements adiabatiques d'un système entièrement visqueux. Soient U l'énergie interne, fonction des variables normales α, β et de l'entropie s; Ω le potentiel externe; $V = U + \Omega$ le potentiel total. On sait que si V, considéré comme fonction de α, β seuls, est minimum, le système possède la stabilité à la Lagrange (²). Je dis que cette condition est aussi nécessaire pour les systèmes entièrement visqueux.

Des raisonnements analogues à ceux de Duhem permettent de montrer encore que la stabilité à la Lagrange entraîne la stabilité à la Robin. Mais, dans ce cas, celle-ci ne peut être *complète*, car l'entropie change et augmente au cours du mouvement qui suit la perturbation. Elle est forcément *incomplète*. Je vais montrer que cette circonstance ne gêne pas le raisonnement de Robin (³).

Les positions d'équilibre sont données par

$$\frac{\partial V}{\partial \alpha} = 0, \qquad \frac{\partial V}{\partial \beta} = 0. \tag{1}$$

Soit $E_0(\alpha_0, \beta_0, s_0)$ une de ces positions. Je supposerai que, si l'on fait varier s, les positions d'équilibre voisines de E_0 forment un ensemble continu. Cela arrive en particulier si le jacobien des équations (1) ou quelqu'un de ses mineurs n'est pas nul, c'est-à-dire si la différentielle seconde de V, considéré comme fonction de α, β seuls, n'est pas identiquement nulle. Considérons alors, dans l'ensemble des positions d'équilibre, une position E_1 correspondant à une valeur s_1 de s supérieure à s_0; on peut passer de E_0 à E_1 par un chemin le long duquel $\frac{\partial V}{\partial \alpha}$ et $\frac{\partial V}{\partial \beta}$ sont nuls, tandis que $\frac{\partial V}{\partial s}$ (qui n'est autre que la température absolue) est positif. Donc $V_1 > V_0$.

(¹) Voir H. Lamb, *On kinetic Stability* (*Proceedings of the Royal Society*, série A, t. 80, 1908).

(²) Voir *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 1493.

(³) Sur ce dernier point, voir aussi Ariès, *Chimie physique élémentaire*.

Cela posé, écartons le système de la position E_0 jusqu'à une position $E(\alpha, \beta, s_0)$ et abandonnons-le à lui-même. La position E n'étant pas une position d'équilibre, le système se met en mouvement. Possédant la stabilité à la Lagrange, il possède, par voie de conséquence, la stabilité à la Robin incomplète. Au bout d'un certain temps, il sera dans une position $E'(\alpha', \beta', s_1)$ qui sera aussi voisine que je voudrai d'une position d'équilibre $E_1(\alpha_1, \beta_1, s_1)$. On a d'ailleurs, W désignant la force vive, et celle-ci étant prise nulle dans l'état E,

$$V = V' + W' = V_1 + \varepsilon + W',$$

ε étant aussi petit qu'on veut. D'autre part, *l'entropie a forcément crû au cours du mouvement;* donc V_1 est supérieur à V_0 et ne peut que croître. Il suit de là que $V_1 + \varepsilon + W'$ finira toujours par être supérieur à V_0. Donc V au point E est supérieur à V_0 en E_0. Et par suite le potentiel total V, considéré comme fonction de α, β seuls, est bien minimum en E_0.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur un calcul de résistance dans un courant fluide limité.* Note de M. Henri Villat, présentée par M. Appell.

J'ai étudié dans ma Thèse (*Annales de l'École Normale supérieure*, 1911) les mouvements (plans) d'un courant fluide limité d'un côté par une paroi parallèle à la direction générale de ce courant, lorsque celui-ci se heurte à un solide donné. On peut apporter à la théorie un perfectionnement important, que je désire résumer ici.

Un des points essentiels de la méthode consiste dans la représentation conforme de la région occupée par le fluide en mouvement, sur la moitié de l'aire comprise, dans un plan $\zeta = \xi + i\eta$, entre deux circonférences de rayons $q\,(<1)$ et *un*. Me conformant aux notations introduites dans le travail cité, je rappelle que la résistance éprouvée par le solide immergé a ses composantes P_x et P_y fournies par l'égalité suivante, déduite de l'application d'un procédé dû à M. T. Levi-Civitá :

$$P = P_x + iP_y = \frac{1}{2i}\int_{|\zeta|=1} e^{i\Omega}\, df.$$

J'avais déterminé (cf. Thèse, p. 230) certaines limites entre lesquelles ces composantes sont nécessairement comprises. Je vais faire voir que la composante P_x, celle qui est directement opposée au mouvement, peut toujours

être calculée explicitement, sans qu'il reste aucune quadrature à effectuer.

A cet effet, observons que $i\Omega$ est une fonction de ζ réelle sur la circonférence $\zeta = qe^{is} (0 < s < 2\pi)$. On peut alors prolonger cette fonction dans l'aire comprise entre les circonférences de rayons q et q^2, la fonction $i\Omega$ prenant des valeurs conjuguées aux points qui se correspondent par inversion (de module q^2) dans les deux couronnes: $q < |\zeta| < 1$, $q^2 < |\zeta| < q$. En outre, observons que de l'expression de df (Thèse, p. 221)

$$df = -\frac{A i\omega_1}{\pi}\frac{d\zeta}{\zeta}\frac{(e_1-e_3)(e_2-e_3)^2}{p\left(\frac{\omega_1}{\pi}s_0\right)-e_3}\frac{\left[p\left(\frac{\omega_1}{\pi}s_0\right)-p\left(\frac{\omega_1}{i\pi}\log\zeta\right)\right]p'\left(\frac{\omega_1}{i\pi}\log\zeta\right)}{\left[p\left(\frac{\omega_1}{i\pi}\log\zeta\right)-e_2\right]\left[p\left(\frac{\omega_1}{i\pi}\log\zeta\right)-e_3\right]^2},$$

on peut conclure que cette expression ne change pas si l'on change ζ en $\frac{q^2}{\zeta}$. Donc aux points inverses, sur deux chemins inverses l'un de l'autre, les valeurs de df sont conjuguées.

Ces remarques permettent d'établir la formule suivante

$$4iP_x = \int_{|\zeta|=1} e^{i\Omega}\,df - \int_{|\zeta|=q^2} e^{i\Omega}\,df.$$

Mais la fonction $e^{i\Omega}\frac{df}{d\zeta}$ est régulière pour $q^2 < |\zeta| < 1$; ses seules singularités sont des pôles situés dans le domaine, ou des points critiques placés sur les frontières du domaine précédent. Un calcul que je ne reproduis pas ici permet d'en conclure

$$P_x = \frac{A\pi^3 q^2}{2\omega_1^2}\left[\frac{i}{q}\Omega'(q) + i\Omega''(q) - \Omega'^2(q)\right],$$

expression qui, en apparence, contient encore l'imaginaire i.

Mais j'ai démontré [1] que la valeur la plus générale de $\Omega(\zeta)$ était

$$\Omega(\zeta) = \frac{i\omega_1}{\pi^2}\int_0^\pi \Phi(s)\frac{p'\left(\frac{\omega_1}{i\pi}\log\zeta\right)ds}{p\left(\frac{\omega_1}{i\pi}\log\zeta\right)-p\left(\frac{\omega_1}{\pi}s\right)},$$

où $\Phi(s)$ désigne une fonction liée à la forme de l'obstacle solide. Partant de là on peut démontrer qu'on a toujours

$$\frac{1}{q}\Omega'(q) + \Omega''(q) = 0,$$

[1] *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 1911, p. 377.

de sorte qu'il reste, en définitive,

$$P_x = -\frac{A\pi^3 q^2}{2\omega_1^2}\Omega'^2_{(q)},$$

expression essentiellement positive ou nulle, car la constante A est négative (Thèse, p. 213).

On vérifie, du reste, qu'on a

$$\Omega'(q) = -\frac{2\omega_1^2}{\pi^3 q}(e_1 - e_3)(e_2 - e_3)\int_0^\pi \frac{\Phi(s)\,ds}{p\left(\frac{\omega_1}{\pi}s\right) - e_3},$$

ce qui permet de démontrer le théorème suivant : *La résistance directe* P_x *est positive et jamais nulle pour tout obstacle convexe devant le courant.*

Une très importante application de ce qui précède concerne le cas d'une plaque solide plane formant un obstacle normal à la paroi fixe. Dans ce cas, la fonction $\Omega(\zeta)$ a pour valeur

$$\Omega(\zeta) = i\log\frac{\sigma\left(\frac{\omega_1}{i\pi}\log\zeta - \frac{\omega_1}{2}\right)}{\sigma\left(\frac{\omega_1}{i\pi}\log\zeta + \frac{\omega_1}{2}\right)} + \frac{\eta_1\omega_1}{\pi}\log\zeta + \frac{\pi}{2}.$$

La distance de la plaque à la paroi fixe et sa propre dimension dépendent des périodes $2\omega_1$, $2\omega_3$. On a ici

$$\Omega'(q) = \frac{\omega_1}{\pi q}\left(\eta_1 - 2\zeta_3\frac{\omega_1}{2}\right),$$

en sorte que la résistance P (qui se réduit alors à P_x) est immédiatement connue. Il convient de rapporter cette résistance à l'unité de longueur de la plaque. Or, on peut démontrer qu'on a, pour cette longueur l,

$$l = \frac{-2A\sqrt{e_1 - e_2}\,(e_2 - e_3)^2}{\left(\sqrt{e_1 - e_3} + \sqrt{e_1 - e_2}\right)\sigma^2\frac{\omega_1}{2}}\int_0^{\omega_1}\frac{e^{-\eta_1 u}\,\sigma u\,\sigma_1 u\,\sigma^2\left(u + \frac{\omega_1}{2}\right)du}{\sigma_2 u\,\sigma_3^3 u}.$$

La fonction qu'il s'agit d'intégrer est une fonction à multiplicateurs. On peut en effectuer l'intégration et faire voir qu'elle se ramène à celle de la fonction $\xi_{10}u$.

En utilisant ces résultats, on peut aisément pousser jusqu'aux chiffres et déterminer la pression, exercée par le fluide sur une plaque de dimension donnée, à une distance donnée du mur. On trouvera ailleurs ce calcul, qui permet d'intéressantes comparaisons avec les résultats trouvés par la théorie dans le cas d'un fluide illimité de tous côtés, cas pour lequel on sait

que la résistance directe est un peu plus faible que celle trouvée par les expérimentateurs.

Notons en terminant que le prolongement analytique utilisé ci-dessus a un sens géométrique intéressant : il revient à doubler l'obstacle par symétrie par rapport à la paroi fixe.

ASTRONOMIE. — *Éléments provisoires de la planète découverte par M. Sy à Alger le 2 octobre* 1916 [1]. Note de MM. **Louis Fabry** et **Henri Blondel**, présentée par M. Bigourdan.

Cette planète a été découverte photographiquement le 2 octobre par M. Sy et observée par lui jusqu'au 16 novembre. Elle se trouvait en opposition le 18 octobre et était alors de 12e grandeur.

Dès qu'il eut fait ses deux premières observations, M. Sy reconnut que le mouvement ne concordait avec aucune éphéméride d'astre connu et conclut en conséquence que la planète pouvait être nouvelle. Elle fut alors recherchée sur les photographies de la même région du ciel faites antérieurement au jour de la découverte et trouvée ainsi sur le bord d'une plaque prise le 20 septembre.

Après que cet astre eut été signalé, nous avons effectué le calcul d'abord d'une orbite circulaire, ensuite d'une orbite elliptique approchée, et basé sur ces orbites des éphémérides de recherche.

Guidé par ces éphémérides, M. Javelle a pu observer la planète avec la grande lunette de l'Observatoire de Nice les 24 et 25 novembre 1916, puis le 11 janvier 1917, quoique à cette date sa lumière fût réduite à la grandeur 13,5 par l'accroissement de sa distance à la Terre.

Voici les observations qui nous ont été communiquées :

OBSERVATIONS PHOTOGRAPHIQUES FAITES A ALGER.

Positions affectées de l'aberration, rapportées à l'équinoxe moyen 1916,0.

1916.	Temps moyen Alger.	Æ.	Log pΔ.	D.	Log pΔ.	Aberration.	
	h m s	h m s		° ′ ″		s	″
Septembre 20....	13.56. 4	1.56.52,37	$\bar{3},690_n$	+4.42.48,3	0,667	+1,07	+7,3
Octobre 2....	11.25.31	1.48.47,77	$\bar{1},291_n$	+4.42.11,8	0,672	+1,20	+7,5
» 14....	10.27. 0	1.38.32,18	$\bar{1},296_n$	+4.40.11,3	0,673	+1,27	+7,5
» 16....	10.13. 6	1.36.43,83	$\bar{1},313_n$	+4.40. 5,1	0,673	+1,27	+7,5
» 26....	10.38.57	1.27.38,77	$\bar{2},773_n$	+4.42.28,1	0,668	+1,26	+7,2
Novembre 16....	8.39.55	1.12.14,68	$\bar{1},010_n$	+5.13. 3,4	0,662	+1,04	+5,9

[1] Nous profitons de l'occasion pour signaler une faute d'impression dans notre Note du 27 novembre 1916 (*Comptes rendus*, t. 163, p. 664) ; ligne 20, au lieu de : *Époque : 2 et 5 juin* 1916, lire 2,5 *juin* 1916.

Pour chaque observation la planète a été comparée à cinq étoiles de la zone photographique.

OBSERVATIONS VISUELLES FAITES A NICE.

Positions apparentes, affectées de l'aberration et rapportées à l'équinoxe vrai du jour.

1916.	Temps moyen de Nice.	Æ.	log p Δ.	D.	log p Δ.	★.
	h m s	h m s		° ′ ″		
Nov. 24....	10.29.21	1. 8.44,18	1̄,237	+ 5.37.10,7	0,739	*a*
» 25....	9.15.17	1. 8.25,36	2̄,660	+ 5.40.29,0	0,736	*a*
1917.						
Janv. 11....	8.15. 4	1.20. 0,74	1̄,398	+10.13.59,8	0,704	*b*

Positions moyennes des étoiles de comparaison.

★.	Æ.	Réduction au jour.	D.	Réduction au jour.	Équinoxe.	Catalogue.
	h m s	s	° ′ ″	″		
a.....	1. 8.45,41	+4,60	+ 5.40.46,0	+29,0	1916,0	Leipzig II 430
a.....	»	+4,59	»	+28,9	»	»
b.....	1.18.59,72	+1,33	+10.12.48,1	+ 8,5	1917,0	Leipzig II 497

Nous avons déduit des observations faites du 20 septembre au 25 novembre, les éléments provisoires suivants, qui ont été calculés au moyen de la méthode exposée par Yvon Villarceau dans le Tome III des *Annales de l'Observatoire de Paris.*

Époque 1916, *octobre* 26,5, *temps moyen de Greenwich.*

	Centièmes de l'angle droit.	Degrés sexagésimaux.	
M..............	386,09	347.29	
ω..............	6,16	5.33	Équinoxe moyen 1916,0
Ω..............	41,18	37. 4	Équinoxe moyen 1916,0
i..............	15,27	13.45	Équinoxe moyen 1916,0
φ..............	9,26	8.20	
μ..............	0,191307	619″,83	
log *a*...........	0,50515		

$m_0 = 12,8$; $g = 8,6$.

Ces éléments comparés à l'observation du 11 janvier 1917, par un calcul approché à 5 décimales, ont montré un écart de 30″ seulement en longitude et zéro en latitude. Ils peuvent donc être regardés comme de bons

éléments provisoires, à l'aide desquels on peut reconnaître si la planète est nouvelle.

En parcourant avec soin le catalogue des orbites, nous n'avons trouvé aucune planète qui puisse s'accorder suffisamment avec les éléments ci-dessus; on peut donc regarder la planète découverte par M. Sy comme nouvelle.

Nous rectifierons nos éléments provisoires de façon à obtenir une concordance précise avec les observations et fournir ensuite aux observateurs de bonnes éphémérides de recherche pour les oppositions suivantes.

CRISTALLOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur l'application de la théorie du magnétisme aux liquides anisotropes.* Note [1] de M. F. **Grandjean**, présentée par M. L. De Launay.

Pour adapter la belle théorie de Langevin et P. Weiss aux liquides anisotropes, il m'a paru nécessaire de remplacer la relation de proportionnalité entre le champ intérieur et l'aimantation par une autre relation, équivalente, qui soit susceptible d'être généralisée. On y parvient en admettant qu'à chaque instant les molécules du corps qui tombent en direction dans un petit angle solide $d\omega$, parallèle à Δ_1, créent un champ magnétique constant de direction Δ_1. Ces molécules changent continuellement, mais leur nombre $d\mathrm{N}$ est fixe. En négligeant la fluctuation due aux changements de position des molécules, on admettra que le champ est proportionnel à $d\mathrm{N}$, de sorte que si l'on appelle du_m l'énergie potentielle de ce champ, pour une molécule M de moment magnétique μ, écartée de Δ_1 d'un angle α, on a

$$du_m = -\mu \cos\alpha\, dh = -\mu b \cos\alpha \frac{d\mathrm{N}}{\mathrm{N}};$$

N est le nombre total des molécules; dh représente le champ magnétique intérieur dû aux $d\mathrm{N}$ molécules.

Pour avoir l'énergie totale intérieure u_m, il suffit d'intégrer dans tout l'espace. La valeur de $\frac{d\mathrm{N}}{\mathrm{N}}$ est donnée par la relation de Maxwell-Boltzmann

$$\frac{d\mathrm{N}}{\mathrm{N}} = \mathrm{C}e^{-\frac{u}{r\mathrm{T}}}d\omega,$$

[1] Séance du 22 janvier 1917.

u étant l'énergie totale, somme de u_m et de l'énergie extérieure u_e; T la température absolue; C une constante. Soient Δ la direction du champ intérieur, γ et V les angles de M et de Δ_1 avec Δ. En choisissant comme variables d'intégration V et l'azimut de Δ_1 par rapport à Δ, on constate que l'intégration se fait pour cette dernière variable, dont u ne dépend pas, et l'on a finalement, en remplaçant C par sa valeur,

$$u_m = -\mu b \cos\gamma \frac{\int_0^\pi e^{-\frac{u}{rT}} \sin V \cos V \, dV}{\int_0^\pi e^{-\frac{u}{rT}} \sin V \, dV}.$$

Or le quotient des deux intégrales figurant au second membre représente précisément la valeur de l'aimantation, divisée par $N\mu$. L'hypothèse exprime donc bien la proportionnalité du champ intérieur et de l'aimantation.

Pour les liquides anisotropes on suivra exactement le même procédé de calcul, en partant de la relation

$$du_m = -\nu \cos 2\alpha . di = -\nu q \cos 2\alpha . \frac{dN}{N};$$

di serait le champ intérieur dû aux dN molécules, ν un coefficient qui jouerait le même rôle que le moment magnétique μ. La proportionnalité à $\cos 2\alpha$ est une pure hypothèse, mais c'est la plus simple qui puisse convenir aux liquides anisotropes.

Pour ces liquides, en effet, le champ intérieur et l'axe de la molécule sont deux directions centrées; $\alpha = 0$ et $\alpha = \pi$ doivent être deux positions identiques d'équilibre stable.

En conduisant le calcul de la même manière on trouve

$$u_m = -\frac{1}{2} \nu q (S \cos 2\gamma + T),$$

S et T étant des quantités indépendantes de γ. Par analogie avec les champs magnétiques, nous appellerons intensité du champ moléculaire la quantité

$$i = \frac{1}{2} q S;$$

q est alors l'intensité i_0 qu'aurait le champ si les N molécules étaient paral-

lèles à Δ. On a, en remplaçant S par sa valeur,

$$I = \frac{i}{i_0} = \frac{1}{2} \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{u}{rT}} \sin V (3\cos^2 V - 1)\, dV}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{u}{rT}} \sin V\, dV}.$$

S'il n'y a pas de champ extérieur, en posant

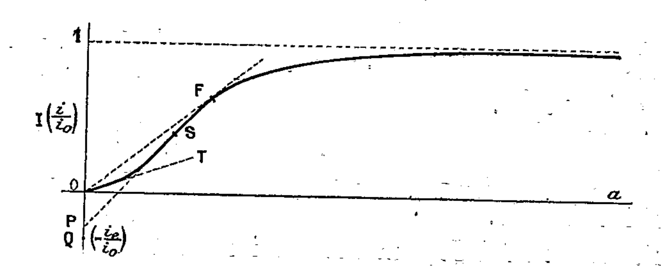
$$a = \frac{\rho i}{rT}, \qquad \beta = \frac{r}{\rho i_0},$$

il vient

$$(1) \qquad I = \frac{1}{2} \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{a\cos 2V} \sin V (3\cos^2 V - 1)\, dV}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{a\cos 2V} \sin V\, dV} = \frac{\sum_0^\infty \frac{2^{m+1} m a^m}{(2m+1)(2m+3)m!}}{\sum_0^\infty \frac{2^m a^m}{(2m+1)m!}},$$

$$(2) \qquad I = \beta T a.$$

En prenant a comme abscisse et I comme ordonnée, l'équation (2) représente une droite de coefficient angulaire βT et l'équation (1) une courbe dont la figure ci-jointe donne l'allure. Par intersection de la droite et de la



courbe on obtient, à chaque température, la grandeur de I. Soit F le point de contact de la tangente menée de O à la courbe. Entre O et F l'équilibre est instable; il est stable au delà de F. Par exemple, si l'on abaisse progressivement la température, le champ disparaît brusquement à la température Θ telle que $\beta\Theta$ soit égal au coefficient angulaire de la tangente OF. C'est le point de fusion isotrope.

S'il y a un champ extérieur i_e, superposé au champ intérieur i, et s'exprimant de la même manière en fonction de la désorientation γ, la même courbe subsiste, mais la droite de coefficient angulaire βT pivote autour

d'un point Q de l'axe des ordonnées. Suivant la position de ce point par rapport à celui où la tangente d'inflexion SP vient couper l'axe des ordonnées, plusieurs cas peuvent se produire. Je ne ferai pas ici cette discussion qui d'ailleurs est très simple. Je ferai simplement remarquer que la forme de la courbe explique la persistance des plages de contact avec les corps solides, au delà du point Θ. Il existe en effet à ces contacts, dans la zone capillaire, un champ moléculaire produit par le solide et jouant le rôle d'un champ extérieur. L'anisotropie y persiste donc quand on a dépassé Θ et que le reste du liquide est devenu isotrope. Les plages se reforment exactement aux mêmes places, avec les mêmes orientations et les mêmes contours, quand on abaisse la température, parce que ces plages n'ont pas cessé d'exister et que le reste du liquide s'oriente sur elles pendant le refroidissement.

GÉOLOGIE. — *Complément d'observations sur le rôle des microbes dans la fossilisation.* Note de M. **Stanislas Meunier.**

Depuis que j'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie le résultat de mes études sur la destruction microbienne des coquilles de mollusques enfouies dans certaines vases marines (¹) et que j'ai expliqué ainsi l'origine des fossiles *négatifs* (ou par soustraction) de tant d'assises sédimentaires, j'ai eu diverses occasions de rencontrer des faits confirmatifs de mes conclusions.

L'un d'eux, particulièrement frappant, concerne des vestiges renfermés dans la craie sénonienne de Margny, près Compiègne, et dont j'ai signalé bien antérieurement quelques particularités (²). Il s'agit de concrétions quartzeuses d'aspect très élégant, presque entièrement constituées par des cristaux, mais où il est possible cependant de reconnaître une origine organique. Ce sont des produits de la fossilisation de silico-spongiaires voisins d'*Hallirhoa* (Lamx) et que j'ai proposé d'appeler *Hallirhoites Isaræ*.

Chacun de ces curieux vestiges gît dans une cavité de la craie, dont la forme très compliquée me paraît reproduire certainement les contours de l'éponge vivante ou, venant de mourir, conservés dans la vase ambiante, comme les détails des coquilles négatives mentionnées tout à l'heure se sont

(¹) *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 408.
(²) *Bulletin de la Société géologique de France*, 4ᵉ série, t. 4, 1904, p. 218.

conservés dans les calcaires parisiens, par exemple. C'est dire que la destruction du fossile, au sein de la roche si éminemment soluble qui l'empâte, n'a pu être réalisée que par les microbes invoqués dans le cas précédent. L'examen du moulage, exécuté avec le plus grand soin, des cavités de Margny ne me laisse à cet égard aucun doute; on y distingue un réseau peu régulier, mais dont les mailles se rattachent à une même forme typique de cratères aux parois en gradins, renfermant souvent dans leur centre et en creux un petit accident circulaire qui rappelle l'ouverture d'un pore inhalant.

On n'y voit rien qui ressemble à des microbes, mais on arrive à admettre que les éponges des abysses actuelles, enfouies dans la vase des grands fonds d'où les ont arrachées les explorateurs, telles qu'*Hyalonema*, *Pheronema*, *Euplectella* et autres, sont nécessairement en proie, de nos jours, à l'appétit des microorganismes carnassiers et, dans les points où la vase jouit d'une cohésion qui lui permet de ne pas s'écrouler dans le vide causé par la soustraction de matière, elle peut, à la faveur du calme de l'eau, conserver les moulages des êtres sarcodiques qui y ont vécu.

C'est plus tard, sinon en même temps, que se sont déclarés et continués dans la cavité ainsi constituée, les travaux qui ont moulé la cavité digestive de l'éponge en y concrétionnant du silex et qui ont chimiquement remanié les spicules accumulés, de façon à transformer leur opale originelle en cristaux de quartz : opération qui s'est accomplie sans que les détails de moulage du sarcode de l'éponge aient été compromis.

En y réfléchissant on est conduit à attribuer au phénomène microbien que j'ai signalé une importance considérable, étant donnée la masse de matière organique renfermée dans les objets destinés à se fossiliser et dont la forme est si souvent conservée, par épigénie entièrement minérale. A cet égard, je me permettrai d'ajouter une remarque concernant les bélemnites, dont la structure, si imprévue pour des corps organisés, a été l'objet de suppositions si singulières. On sait que, réduits en lames minces, les rostres des céphalopodes dont il s'agit se révèlent au microscope comme entièrement formés de calcite, si régulièrement ordonnée par rapport à la symétrie de l'animal que Jamin a publié naguère [1] un Mémoire *Sur l'action que les bélemnites exercent sur la lumière polarisée*, et, qu'allant plus loin encore, des naturalistes regardent le réseau cristallin comme un *tissu* du mollusque. Zittel a émis l'opinion, fondée sur ce que les bélemnites ne se rencontre-

[1] *Comptes rendus*, t. 18, 1844, p. 680.

raient presque jamais comprimées, même dans les roches schisteuses [1], qu'on doit admettre « que le rostre était déjà composé de prismes solides *chez les animaux vivants* » [2]. En présence des faits précédents il n'y a pas à hésiter pour reconnaître que toute la calcite a été apportée, dans la cavité pratiquée à l'intérieur des bélemnites, par la consommation microbienne de leur matière organique, comme elle est venue se cristalliser dans les fissures de toute autre origine des roches, où elle constitue par exemple les veines des marbres.

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Analyses comparées du cœur et des muscles chez les individus sains et chez les phtisiques, avec applications thérapeutiques.* Note [3] de M. **Albert Robin**, présentée par M. Dastre.

I. J'ai démontré jadis l'importance du rôle de la déminéralisation des tissus dans la phtisie pulmonaire et proposé la reminéralisation parmi les moyens thérapeutiques que l'on peut opposer à cette maladie. Cette voie me fut ouverte par l'analyse du poumon de l'homme normal comparée avec celle des parties saines et des parties malades du poumon tuberculisé. J'avais constaté, en effet, que si les parties tuberculisées se déminéralisaient dans une forte proportion, par contre, les parties saines se surminéralisaient dans une proportion équivalente. On peut donc considérer cette surminéralisation comme un acte de défense que la thérapeutique doit favoriser.

La condition essentielle de cet acte de défense dépend de l'activité fonctionnelle des parties non tuberculisées des poumons qui doivent suppléer, pour assurer l'hématose, à l'insuffisance des parties atteintes.

II. Si la surminéralisation est liée à l'activité fonctionnelle, on doit trouver, par exemple, que le cœur, qui ne se repose jamais, est plus minéralisé à l'état normal que les autres muscles. C'est ce que j'ai constaté en analysant, avec M. Bournigault, ces organes chez deux sujets sains. Le premier, âgé de 25 ans, fit une chute du haut d'un échafaudage et se fractura le crâne; le second a été tué en descendant du Métropolitain.

---

(1) L'observation microscopique des bélemnites des schistes ardoisiers liasiques des Aiguilles rouges (massif du Brévent) m'y a montré des déformations internes très marquées.

(2) *Traité de Paléontologie*, traduction française de A. Six, t. 2, p. 496. Paris, 1887.

(3) Séance du 29 janvier 1917.

Minéralisation du cœur et des muscles de deux sujets sains
(pour 100 d'organe frais).

Désignation des éléments dosés.	Cœur. 1er sujet.	Cœur. 2e sujet.	Muscles. 1er sujet, soléaire.	Muscles. 2e sujet, quadriceps fémoral.
Eau	76g,800	73g,373	74g,400	72g,554
Résidu total.....	23,200	26,627	25,600	27,446
Résidu organique.	21,953	25,030	24,448	26,147
Résidu minéral...	1,247	1,597	1,152	1,299
Azote total......	2,138	2,525	2,995	3,262

Chez le premier sujet, le cœur avait une minéralisation de 1g,247 pour 23g,200 de résidu total, et le muscle soléaire 1g,152 pour 25g,600 de résidu total. Chez le second sujet sain, la minéralisation cardiaque s'élevait à 1g,597 pour 26g,627 de résidu total et la minéralisation musculaire à 1g,299 pour 27g,446.

III. J'ai étudié comparativement les minéralisations du cœur et des muscles chez les phtisiques. Ces organes proviennent de quatre phtisiques dont voici l'histoire sommaire :

Premier cas. — A., 17 ans. Phtisie aiguë à forme caséeuse. Durée de la maladie, 82 jours. Alimentation presque nulle à partir du 62e jour.

Deuxième cas. — H., 32 ans. Phtisie à marche rapide. Durée de la maladie, 22 mois. Alimentation très minime.

Troisième cas. — F., 20 ans. Phtisie à marche rapide. Durée de la maladie, 30 mois. Alimentation insignifiante pendant les deux derniers mois.

Quatrième cas. — H., 39 ans. Phtisie chronique. Durée de la maladie, 8 ans. Marche rapide pendant les deux derniers mois. Alimentation très minime.

Minéralisation du cœur et des muscles de quatre phtisiques
(pour 100 de tissu humide).

Désignation des cas.	Eau. Cœur.	Eau. Muscles.	Résidu total. Cœur.	Résidu total. Muscles.	Résidu organique. Cœur.	Résidu organique. Muscles.	Résidu inorganique. Cœur.	Résidu inorganique. Muscles.	Azote total. Cœur.	Azote total. Muscles.
1. Forme aiguë....	81,809	75,825	18,191	24,175	17,322	23,210	0,869	0,965	2,275	2,809
2. Forme rapide...	83,119	77,910	16,891	22,090	15,972	21,030	0,919	1,060	1,976	2,928
3. Forme rapide...	81,588	76,556	18,412	23,444	17,444	22,479	0,968	0,965	2,135	2,584
4. Forme chronique.	81,304	81,711	18,696	18,289	17,466	17,362	1,230	0,927	2,321	2,365

Dans les cas de phtisie aiguë et rapide, la minéralisation du cœur est très abaissée, tout en tendant à augmenter avec la durée de la maladie. Dans la forme chronique, au contraire, elle atteint un chiffre à peu près égal à celui du premier sujet sain.

Par contre, la minéralisation du muscle est moins diminuée, mais elle décroît encore dans la forme chronique, au lieu de s'accroître, comme dans le cœur.

Parallèlement, l'azote total du cœur ne subit que de faibles variations et touche son maximum chez le phtisique chronique, tandis que, dans le muscle, c'est chez le phtisique chronique que l'azote total est le plus abaissé. Ceci démontre, une fois de plus, l'influence de la minéralisation des tissus sur la fixation de l'azote.

IV. Ces faits sont applicables à la thérapeutique. Dans la phtisie aiguë, où la résistance des tissus est comme sidérée par l'infection, où le cœur, muscle actif, se déminéralise plus que le muscle inactif, le repos absolu est indiqué.

Dans les phtisies rapides, où le cœur accuse une tentative de reminéralisation, et où la minéralisation musculaire reste à peu près stationnaire, la rigueur du repos pourra être atténuée. Dans la phtisie chronique, sous l'influence de certaines idées, le repos absolu est devenu un dogme. Or, nos analyses démontrent que, dans cette forme le muscle le plus actif conserve à peu près sa minéralisation normale et que celle-ci décroît dans les autres muscles. Il convient donc d'entretenir la vitalité musculaire par un mouvement proportionné aux possibilités du malade, au lieu de le maintenir dans un repos qui diminue sa capacité de résistance.

MÉDECINE. — *Nouveaux syndromes électriques observés chez les blessés.* Note [1] de M. J. CLUZET, présentée par M. d'Arsonval.

La méthode simple d'électrodiagnostic [2], au moyen du condensateur à capacité réglable chargé à un potentiel constant, nous a permis de mettre en évidence, chez les blessés, trois nouveaux syndromes électriques : *la réaction de dégénérescence incomplète; la pseudo-réaction de dégénérescence* et un syndrome analogue à la *réaction myotonique*.

---

(1) Séance du 29 janvier 1917.

(2) Voir *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 13.

On admet comme une donnée classique que la lenteur de la secousse musculaire est la caractéristique principale de *la réaction de dégénérescence* (complète ou partielle) et que, par suite, la lenteur de la contraction d'un muscle accompagne forcément, après un temps relativement court, une altération du neurome moteur correspondant. En réalité, il n'en est pas toujours ainsi : nous avons observé chez certains blessés, présentant depuis plusieurs mois une paralysie due à une altération traumatique des nerfs (la vérification opératoire de cette altération a été faite dans trois cas), un syndrome électrique ne comprenant pas la lenteur de la secousse et constituant par suite *une réaction de dégénérescence incomplète*. On ne doit donc pas conclure à l'intégrité du nerf, dans les cas de paralysie, quand on constate la vivacité de la contraction musculaire; il peut exister une altération nerveuse qui se manifeste par l'inexcitabilité du tronc nerveux et l'inexcitabilité du muscle aux ondes brèves seulement.

Si l'on s'en rapporte à nos statistiques des derniers mois, la réaction de dégénérescence incomplète serait relativement fréquente; nous l'avons observée cinq fois, pour 100 cas de réaction de dégénérescence complète ou partielle.

Il est à remarquer que la contraction galvanotonique (déterminée par le passage du courant continu) existe chez la plupart des blessés présentant le nouveau syndrome électrique; aussi, l'on peut facilement confondre la contraction galvanotonique avec la lenteur de la secousse, si l'on n'emploie pas la méthode du condensateur.

De nombreux blessés qui, par le siège de leur blessure et par les troubles moteurs et sensitifs, n'offrent pas les signes d'une altération des nerfs, présentent cependant, avec des troubles vaso-moteurs importants, les caractères de la réaction de dégénérescence. A l'examen électrique on constate une lenteur typique de la secousse musculaire pouvant s'accompagner d'hypo-excitabilité musculaire et même nerveuse, avec inversion des actions polaires. Or, si l'on soumet ces malades à une application diathermique (5 minutes, 1000 milliampères), la lenteur de la secousse, l'hypo-excitabilité et l'inversion disparaissent momentanément avec l'hypothermie. Il s'agit donc bien dans ces cas d'*une pseudo-réaction de dégénérescence*, due uniquement aux troubles circulatoires.

Quand il s'agit au contraire d'une vraie réaction de dégénérescence, c'est-à-dire accompagnant une altération du tronc nerveux, la diathermie n'améliore pas les réactions électriques.

A défaut d'installation diathermique, les bains de lumière ou les bains

d'eau chaude permettent, quoique beaucoup plus lentement, de réchauffer localement le blessé et de faire disparaître la pseudo-réaction de dégénérescence.

Enfin, nous avons observé un syndrome électrique analogue à *la réaction myotonique* chez deux blessés : l'un avait subi une libération du nerf médian au bras et l'autre présentait une blessure au voisinage de l'échancrure sciatique. Chez tous les deux, l'excitation mécanique produisait facilement la tétanisation musculaire et la fatigue survenait très rapidement. L'excitabilité électrique du médian chez le premier blessé, du sciatique chez le second, ainsi que des muscles correspondants, était normale quantitativement, mais la secousse musculaire se prolongeait longtemps après le passage de l'onde excitante (plusieurs minutes) en donnant quelquefois, pendant cette période de décontraction lente, des secousses secondaires, De plus, la tétanisation musculaire se produisait pour des excitations électriques relativement peu fréquentes (5 à 8 par seconde).

MÉDECINE. — *Contribution à l'étude du diagnostic de la surdité de guerre.* Note de M. **Ranjard**, présentée par M. Yves Delage.

La nécessité fréquente de la recherche de la simulation ou de l'exagération volontaire de la surdité par blessure de guerre, et l'impossibilité manifeste de révéler ces fraudes par les méthodes subjectives au moyen de la voix ou des diapasons, a conduit les otologistes à rechercher dans ce but des procédés objectifs d'investigation.

Pour juger la valeur de ceux-ci, il faut et il suffit de savoir les conditions qu'ils doivent remplir *a priori*. Il est évident que ces conditions sont les suivantes :

1° Le procédé doit être applicable à la surdité de guerre et tenir compte de tous ses éléments.

2° Il doit révéler la simulation ou l'exagération et en indiquer le degré.

3° Il doit rendre impossible la confusion d'une surdité vraie avec une surdité simulée, erreur plus grave que le cas contraire.

Les procédés proposés sont de deux sortes :

A. L'observation de réflexes à point de départ otique.

B. L'acoumétrie instrumentale.

A. Réflexes. — Ce sont les réflexes vestibulo-oculaires ou nystagmiques, et les réflexes cochléo-oculaires ou mieux cochléo-palpébraux.

a. Réflexes nystagmiques. — Renseignant sur l'état du labyrinthe postérieur, il semble *a priori* qu'ils puissent révéler dans l'oreille interne une cause de surdité. Il n'en est rien. Il suffit en effet d'examiner comparativement un grand nombre d'obusités, les uns guéris spontanément de leur surdité, les autres restés sourds, pour savoir qu'après une commotion la réparation spontanée des deux labyrinthes antérieur et postérieur n'est pas parallèle, des troubles persistants de l'excitabilité vestibulaire pouvant coexister avec la récupération presque complète de l'audition et *vice versa*. *L'étude du labyrinthe vestibulaire ne peut donc, au bout de quelque temps tout au moins, prouver l'origine réelle et labyrinthique d'une surdité.*

b. Réflexe cochléo-palpébral. — Sa recherche est un moyen excellent quand la dysacousie est d'origine médicale ou due à une lésion de l'oreille moyenne seule. Mais chez le plus grand nombre des sourds de guerre par obusite, l'infirmité a des caractères bien plus complexes que la surdité banale et s'accompagne de phénomènes commotionnels importants, parmi lesquels on rencontre des troubles de la sensibilité tactile auriculaire, anesthésie ou hyperesthésie. Cette dernière acquiert souvent un tel degré que, même sur une oreille très sourde, une vibration sonore faible, insuffisante pour être perçue en tant que son, peut déterminer des réflexes, dont le réflexe oto-palpébral, et même d'autres plus violents pouvant atteindre la crise hystériforme (zones hystérogènes otiques). Cette hyperesthésie peut être le seul signe névropathique surajouté à la surdité. *La recherche du réflexe cochléo-palpébral peut donc, dans certains cas, faire injustement suspecter un sourd de bonne foi.*

B. Acoumétrie instrumentale. — Les acoumètres utilisés varient d'après le son qu'ils émettent : bruit, son musical, son vocal.

a. Acoumètres à bruits et à vibrations musicales. — Même quand la source sonore utilisée est un bruit unique, choisi arbitrairement, à intensité seule variable et mensurable soit d'après la distance de perception, soit d'après l'intensité d'un courant (en cas de transmission téléphonique), l'acoumètre peut révéler la simulation par l'étude de l'audition réciproque binotique, quand les lésions sont localisées exclusivement sur l'oreille moyenne. La diminution auditive en effet est alors à peu près parallèle pour la voix, la musique et les bruits. La même possibilité existe pour les appareils don-

nant, au moyen de lames vibrantes, des sons musicaux de hauteur et d'intensité variables et mensurables.

Mais dans la surdité de guerre, les lésions tympaniques pures sont les moins fréquentes. Après obusite, l'audition est atteinte le plus souvent dans plusieurs de ses stades physiologiques. Il peut y avoir non seulement hypoacousie auriculaire proprement dite, mais asymbolie auditive (identification secondaire) et même hypoprosexie auditive (attention spontanée et volontaire). D'autre part, dans la surdité centrale, il n'y a jamais parallélisme dans la diminution de l'audition pour les différentes vibrations sonores. Enfin, les *trous auditifs* sont fréquents dans chacune de ces trois auditions. Partant de là on voit que, *dans la surdité de guerre, l'acoumétrie par un seul bruit ou même par des sons musicaux est insuffisante puisqu'elle ne tient compte que d'un seul élément de l'infirmité, la diminution de l'identification primaire du son, et puisqu'elle ne renseigne pas sur l'audition de la voix. Elle ne peut donc établir toujours la sincérité d'un blessé et peut souvent la faire suspecter à tort.*

b. Acoumètres à vibrations vocales. — Les inconvénients précités disparaissent si l'on utilise comme source sonore des vibrations vocales synthétiques transmises sans altération par conduction aérienne.

D'abord la pluralité des sons émis, de timbre différent et connu, la mensuration manométrique de l'intensité de chacun deux, intensité divisible en un grand nombre de degrés, permet de considérer la constance d'un résultat enregistré objectivement comme la signature d'une surdité réelle, et sa variabilité comme une preuve de supercherie. En second lieu, cette sorte d'appareil donnant la mesure de l'audition pour les vibrations vocales, on peut établir une comparaison légitime et logique entre la mesure de cette perception (identification primaire) et l'audition manifestée par le sujet pour la voix nue. *Par des expériences comparatives très simples et dont les résultats devront être concordants en cas de sincérité du sujet, on pourra étudier séparément les différents éléments de l'audition altérée, et déterminer sans risque d'erreur la légitimité de l'invalidité en même temps que son degré réel.*

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de novembre 1916.

Les sciences biologiques appliquées à l'agriculture et la lutte contre les ennemis des plantes aux États-Unis, par Paul Marchal. Extrait des *Annales des Épiphyties*, t. III. Paris, Lhomme, 1916; 1 vol. in-8°. (Hommage de l'auteur.)

Cours de Mécanique, professé à l'École des Ponts et Chaussées, par Edmond Maillet. Paris, Hermann, 1916; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Lecornu.)

En marge de la grande guerre, par Gaston Bonnier. Paris, Ernest Flammarion, 1916; 1 vol. in-16. (Présenté par M. Gaston Bonnier.)

Les écoles de blessés. Pensions, prothèse, apprentissage, placement, par A.-L. Bittard. Paris, Félix Alcan, 1916; 1 vol. in-16. (Présenté par M. Edmond Perrier.)

L'œuvre mécanique de Leonardo Torres y Quevedo, par Maurice d'Ocagne. Extrait de la *Revue générale des sciences*, 15 octobre 1916. Paris, O. Doin, 1916; 1 fasc.

La calvitie au point de vue physiologique et anthropologique, par le Dr Adolphe Bloch. Extrait des *Bulletins et Mémoires de la Société d'Anthropologie de Paris*, 1er avril 1915. Paris, 15, rue de l'École-de-Médecine, 1916; 1 fasc.

Sur les séries de polynomes, par A. Liapounoff. Petrograd, extrait du *Bulletin de l'Académie impériale des sciences*, 1915; 1 fasc.

Sur les équations qui appartiennent aux surfaces des figures d'équilibre dérivées des ellipsoïdes d'un liquide homogène en rotation, par A. Liapounoff. Petrograd, extrait du *Bulletin de l'Académie impériale des sciences*. 1916; 1 fasc.

Nouvelles considérations relatives à la théorie des figures d'équilibre dérivées des ellipsoïdes dans le cas d'un liquide homogène, par A. Liapounoff. Petrograd, extrait du *Bulletin de l'Académie impériale des sciences*, 1916; 1 fasc.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 FÉVRIER 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Sur quelques décisions prises par les gouvernements de la Grande-Bretagne et des États-Unis*. Note [1] de M. G. LIPPMANN.

L'Académie des Sciences a rempli un de ses devoirs en appelant l'attention des Pouvoirs publics sur la nécessité d'organiser méthodiquement des recherches scientifiques en vue du perfectionnement des arts de la guerre et de la paix. On sait que cette nécessité a déjà été reconnue dans plusieurs pays, où l'État entretient depuis de nombreuses années de grands Instituts de recherche.

Je demande la permission de rendre compte à l'Académie des nouveaux développements que ce problème a reçu en Angleterre et en Amérique et spécialement des initiatives prises par les gouvernements eux-mêmes de ces deux pays pour mettre plus efficacement les méthodes scientifiques au service de la prospérité et de la sécurité nationale.

1. *Grande-Bretagne*. — L'initiative émane du Conseil privé de la Couronne, sous la forme proposée par le Ministre de l'Instruction publique, M. A. Henderson, dans un projet daté du 23 juillet 1916, et dont nous traduisons quelques passages. Les considérants de l'auteur pourraient s'appliquer à la France, aussi bien qu'à l'Angleterre.

« On est entièrement d'accord parmi les personnes qui s'occupent de science et d'industrie pour penser qu'il est particulièrement nécessaire aujourd'hui de créer de nouveaux organes et d'accroître l'aide de l'État,

---

[1] Séance du 5 février 1917.

afin d'augmenter et d'organiser la recherche scientifique en vue spécialement de son application au commerce et à l'industrie. Il est certain que beaucoup de nos industries se sont trouvées en souffrance depuis le commencement de la guerre par suite de notre impuissance à produire chez nous certains articles ou certaines matières dont la fabrication avait émigré à l'étranger, et particulièrement en Allemagne, parce que là la science avait été plus complètement et plus réellement appliquée à la solution de problèmes touchant au commerce et à l'industrie, et à l'élaboration des procédés de fabrication perfectionnés.

» Il nous est impossible de considérer sans une très grande appréhension la situation qui surgira à la fin de la guerre si nous n'avons pas, d'avance, développé et organisé nos ressources scientifiques pour y parer. Il paraît indéniable que si nous voulons faire progresser, ou même simplement maintenir notre position industrielle, il nous faut, en tant que nation, essayer de développer la recherche scientifique et industrielle afin d'arriver à lutter avec succès contre des adversaires les plus puissamment organisés. Il y a des difficultés évidentes à suivre ce programme pendant la guerre, et nous ne nous les dissimulons pas; mais d'autre part nous ne pouvons pas espérer d'improviser un système efficace au moment où les hostilités cesseront. Si en ce moment nous n'avions pas déjà réalisé un progrès notable, il nous serait certainement impossible de faire le nécessaire dans la période de reconstruction qui suivra la guerre.

» Le présent projet a pour but d'établir une organisation permanente pour le développement de la recherche scientifique et industrielle....

» En conséquence, nous proposons d'établir :

» *a.* Un Comité du Conseil privé responsable des fonds votés à l'avenir par le Parlement pour la recherche scientifique et industrielle.

» *b.* Un Conseil consultatif (*Advisory Council*) responsable envers le Comité, peu nombreux et composé principalement d'hommes de science éminents et d'hommes occupés à des industries qui dépendent de la recherche industrielle....

» L'*Advisory Council* est chargé de donner son avis au Comité sur toute proposition relative aux questions suivantes :

» 1° Institution de recherches spéciales ;

» 2° Création ou développement d'instituts existants;

» 3° Création et attribution de bourses et de places de maîtres (fellowships) pour la recherche. »

Le Conseil privé a aussitôt adopté ce projet et nommé le Comité de l'*Advisory Council*. Le nouvel organisme a fonctionné sans retard et très activement. Le Comité comprend, outre le Président du Conseil, les Ministres des Finances, de l'Instruction publique, du Commerce, et les Secrétaires d'État pour l'Écosse, l'Irlande et les Colonies. L'*Advisory Council* a été composé de sept physiciens ou chimistes, membres de la Société royale, plus un président administrateur, sir W. Mac Cormick. Celui-ci, au bout de la première année de travail, a rédigé un Rapport (¹) communiqué au Parlement. Le Parlement à son tour a voté successivement deux subsides de 25000 et de 40000 liv. st. (1 million de francs).

On trouvera dans ce Rapport une analyse détaillée, faite avec pénétration et une évidente compétence des conditions du problème à résoudre, conditions qui paraissent être les mêmes en France et en Angleterre.

L'auteur rend compte en outre d'une partie des résultats obtenus au bout d'un an et demi par les recherches que le Comité a pu subventionner; on peut citer en particulier le relèvement de certaines industries, telles que l'Optique, qui avaient émigré avant la guerre dans d'autres pays. Enfin, on rencontre dans le Rapport l'indication du principal souci qui a guidé le gouvernement britannique.

C'est la crainte de ne pas trouver, quand la paix reviendra et que la lutte industrielle recommencera, un état-major scientifique suffisamment nombreux. L'*Advisory Council* a fait faire dans tout le Royaume-Uni la statistique des personnes qui sortent annuellement des Universités et des écoles techniques, pourvues d'un grade, et pourraient être employées à des recherches, et leur nombre a paru trop faible pour la bataille et l'armée industrielles.

Où trouver le nombre nécessaire de chercheurs instruits? Telle est la préoccupation déclarée du Gouvernement britannique, et le Rapport indique avec franchise le remède. Ce n'est rien moins qu'une réforme générale (*comprehensive improvement*) de l'enseignement public en Angleterre. Il est nécessaire de transformer le système des programmes et des examens en usage, de manière à changer l'atmosphère des Universités, jusqu'à ce qu'on cesse d'opposer l'une à l'autre la « pratique » et la « théorie ». Ces guillemets sont dans le texte officiel.

(¹) *Report of the Committee of the Privy Council for scientific and industrial Research, for the year* 1915-1916, *presented to Parliament by command of His Majesty* (Cd. 8336). Londres, chez Wyman and Sons Ld. Preams Buildings Fetter Lane, East Harding E. C.

C'est à cette même préoccupation que répondent les deuxième et troisième parties de la tâche assignée plus haut au nouvel organisme : création d'institutions nouvelles et de maîtrises de recherches. Comme ces créations ne peuvent se faire en ce moment, et qu'il importe de ne pas laisser le mouvement s'arrêter au moment de la conclusion de la paix, le Gouvernement britannique prend une précaution originale pour assurer la pérennité de son œuvre. Par charte royale le Comité du Conseil privé est transformé en un Trust, intitulé *Imperial Trust for the Encouragement of scientific and industrial Research*. C'est donc un trust très spécial qui comprend plusieurs ministres et en particulier celui des Finances.

D'autre part, le Président du Conseil a annoncé que le Chancelier de l'Échiquier est disposé à demander au Parlement des crédits annuels considérables (*very large sums*) suffisants pour assurer le fonctionnement. De plus il doit demander au Parlement, par dérogation au principe général du vote annuel des crédits par le Parlement, que celui-ci accorde par avance ces crédits pour les cinq années qui vont venir : c'est une sorte de *quinquennat* scientifique.

L'*Advisory Council* est d'ailleurs invité à demeurer en contact avec la Société Royale et avec le National Physical Laboratory. En outre il reste en relation avec les grandes associations d'ingénieurs du Royaume-Uni. Les cinq associations principales, celles des ingénieurs civils, des ingénieurs mécaniciens, des ingénieurs navals, des ingénieurs électriciens, et l'Institut du Fer et de l'Acier se sont dès l'origine associées, pour demander à être mises en relation avec l'*Advisory Council*. Le lien a été établi de la manière suivante : les Associations d'ingénieurs ont constitué trois comités, appelés à étudier divers problèmes; chaque comité ne comprend qu'une quinzaine de membres, dont la moitié est désignée par l'*Advisory Council*. Les comités d'ingénieurs ainsi formés sont chargés de tenir l'*Advisory Council* au courant des problèmes qui concernent soit la métallurgie du fer et des autres métaux, soit l'industrie minière, soit spécialement celle des combustibles solides et liquides. L'entente est ainsi assurée entre le nouvel organisme créé par le gouvernement britannique et les puissantes associations privées qui existent dans le Royaume-Uni.

2. *États-Unis.* — Le Président de la République, M. Wilson, s'est adressé à l'Académie des Sciences de Washington, et il a chargé cette Académie de nommer un Conseil national des Recherches, le *National Research Council*.

L'Académie de Washington remplit ainsi une des missions pour lesquelles elle a été créée : « Pendant notre guerre civile le besoin de comités scientifiques a été souvent ressenti par notre Gouvernement. En conséquence, l'Académie des Sciences a reçu en 1863 sa charte par un acte du Congrès, lequel stipule que l'Académie a pour mission, à la demande des divers départements du Gouvernement, d'examiner, d'expérimenter et de donner son avis sur les questions des sciences et des arts [1]. »

« Le *National Research Council* a pour but de coordonner le travail scientifique de recherches qui se fait dans le pays, afin de rendre plus efficace la solution des problèmes de la guerre et de la paix [2]. »

« Il est intéressant de remarquer que le Président des États-Unis a invité l'Académie nationale des Sciences à entreprendre l'organisation des ressources scientifiques des institutions d'éducation et de recherche, dans le but d'encourager l'investigation des phénomènes naturels, l'utilisation plus complète de la recherche pour le développement des industries américaines, l'application de méthodes scientifiques pour le renforcement de la défense nationale, et toutes autres applications de la science à la sécurité et à la prospérité nationale [3]. »

On sait que les États-Unis possèdent depuis longtemps des Instituts de recherches fortement dotés. Son laboratoire national de Physique a un budget annuel de 3 millions; ses stations agricoles dépensent près de 20 millions par an; l'Institut Carnegie a reçu 110 millions, et les Universités ont des dotations de centaines de millions. Aussi la création due à l'initiative du Président Wilson a-t-elle pour but, non d'augmenter les moyens de travail, mais de coordonner des efforts dispersés, de faire le bilan général des problèmes à résoudre, de distribuer les tâches, en prévenant les doubles emplois.

Comme en Angleterre, les grandes sociétés d'ingénieurs se sont associées avec empressement à l'œuvre commune.

Les mesures nécessaires ont été prises à New-York, pour que « les ressources de la *Engineering Foundation*, sous les auspices des quatre principales sociétés nationales d'ingénieurs, soient à la disposition du *National*

---

(1) Lettre du Dr George Hale (*New York Times*, juillet 1916).

(2) *Bulletin of the American Institute of Mining Engineers*, novembre 1916).

(3) Rapport au Parlement anglais cité plus haut, note p. 38 (Voir *Nature*, 3 août 1916, p. 464-465).

Research Council, qui a été nommé par l'Académie nationale des Sciences à la requête du Président Wilson (¹) ».

On voit qu'en résumé, en Angleterre comme en Amérique, on n'en est plus à se demander s'il importe de subventionner quelques recherches.

Les mesures nécessaires ont été prises non seulement avec énergie, mais avec une prévoyance qui fait honneur aux Pouvoirs publics dans les deux grands pays anglo-saxons.

ZOOLOGIE. — *Sur des tubercules nuptiaux simulant des dents chez un Poisson africain du genre* Barbus. Note de M. **G.-A. Boulenger.**

En étudiant récemment la belle collection de poissons recueillis par M. le Dr Stappers, chargé d'une mission du Gouvernement belge aux lacs Tanganika et Moéro, grand fut mon étonnement de trouver la bouche d'un petit Cyprinide du genre *Barbus* garnie d'une série de dents, exception inconcevable dans une famille dont la dentition est restreinte aux pharyngiens inférieurs. Mais en examinant d'autres individus, évidemment de la même espèce, je ne tardai pas à en trouver de dépourvus de dents, ou dont les dents étaient en partie tombées. Je me rendis compte de suite que ce n'étaient pas de vraies dents, mais des productions épidermiques scléreuses semblables aux tubercules caducs dont on connaît de nombreux exemples chez les Cyprinides mâles à l'époque de la reproduction. Pour qu'il ne puisse subsister aucun doute à ce sujet, mon fils, le lieutenant Charles Boulenger, avant son départ pour la Mésopotamie, voulut bien préparer une série de coupes qui démontre la nature cornée de ces organes.

L'examen de très nombreux spécimens établit ensuite que ces tubercules sont l'apanage des mâles, qu'ils se détachent facilement chez certains individus, sans doute vers la fin de la période nuptiale, et qu'ils manquent absolument chez les femelles.

J'ai donné à ce curieux petit Barbeau, qui ne mesure pas plus de $5^{cm},5$ et qui provient du lac Moéro, le nom de *Barbus pseudognathodon* (mâchoires à fausses dents) (²). Douze à seize tubercules blancs, coniques, à pointe

(¹) *Bulletin of the American Instituts of Mining Engineers*, novembre 1916.
(²) *Rev. zool. Afr.*, t. 4, 1915, p. 166.

aiguë, à base renflée, sont disposés en une série sur le bord de la mâchoire supérieure, bien visibles quand la bouche est close; il y a en outre de un à cinq tubercules semblables sur les côtés, près de l'angle de la bouche, et le bord de la mâchoire inférieure en porte quatre à six plus petits.

Comme je viens de le dire, la présence de ces organes épidermiques caducs, sous forme de granules, d'épines, ou de crochets, est fréquente dans la famille des Cyprinides, quoique plutôt exceptionnelle chez les *Barbus*, l'espèce de ce genre qui les montre le plus développés étant celle à laquelle j'ai imposé le nom de *B. spinosus* (1), au sud de l'Afrique. Le plus souvent ils sont situés sur le museau et sur les côtés de la tête, où ils forment des agglomérations, comme chez les *Labes* et *Varicorhinus;* d'autres fois ils occupent le centre des écailles du corps, disposés parfois en séries longitudinales très régulières, ou ils sont semés sur les rayons des nageoires. On les trouve aussi chez les femelles de certaines espèces, mais moins développés. Plusieurs de ces tubercules peuvent se fusionner et former de grandes plaques pluricuspides sur les côtés de la tête, comme chez l'*Opsariichthys acanthogenys* que j'ai figuré (2).

Ces organes sont généralement petits chez les Cyprinides d'Europe, et bien des descriptions de ceux-ci n'en font aucune mention (3). Mais ils acquièrent un développement particulier chez le Gardon galant (*Lenciscus pigus*), sous forme de crochets sur une base arrondie, mesurant 4^{mm} à 5^{mm} de diamètre et 4^{mm} de hauteur, disposés en séries longitudinales sur les flancs, et ce fait n'avait pas échappé à Pline, qui compare l'apparition de ces tubercules à une sorte de floraison chez le mâle au printemps.

La saison des noces passée, ces tubercules cornés tombent, mais leurs bases tuméfiées peuvent persister (4), semblables par la forme à de petits cratères à enfoncements suggérant des pores, et c'est sous ce dernier nom que nous les trouvons souvent mentionnés dans les descriptions d'espèces et même de genres.

Sans souci des enseignements de l'histologie, ces organes ont reçu les noms les plus divers, même dans des ouvrages assez récents. Fatio (5), par

(1) *Catal. Apr. Fresher. Fishes*, t. 2, p. 176, figure.

(2) *Proc. Zool. Soc. Lond.*, t. 1, 1901, pl. XXIV.

(3) Il faut faire exception toutefois pour les ouvrages de Siebold et de Fatio. Le sujet a été traité spécialement par Baudelot, *Ann. des Sc. nat.*, 5e série, t, 7, 1867, p. 339, et Leydig, *Biol. Centralbl.*, t. 12, 1892, p. 205 et 444.

(4) Voir Leydig, *Untersuch. Anat. Histol. d. Thiere*, 1883.

(5) *Faune des Vertébrés de la Suisse*, t. 4 et 5, 1882-1890.

exemple, les désigne à différents endroits comme corpuscules osseux, concrétions semi-osseuses, tubercules épidermiques externes, tubercules granuleux, boutons de noces, boutons épineux. On leur a aussi donné le nom de *perles*. Il convient de se servir d'un terme unique pour désigner ces excrescences, quelle que soit leur forme, et celui des tubercules nuptiaux me paraît le plus approprié.

On n'a que peu d'observations directes sur le rôle que jouent ces tubercules. Quand ils sont placés sur le corps, ils semblent avoir pour but d'exciter les individus de sexes différents qui se frottent les uns contre les autres durant les jeux de l'amour, comme cela a d'ailleurs été constaté chez le *Lenciscus pigus*. Reighard [1] a fait des observations intéressantes sur certaines espèces américaines, *Lenciscus cornutus* et *Cyclopterus elongatus*, dont les mâles sont pourvus de tubercules épineux sur les côtés du corps et sur la nageoire anale, et il a pu constater que, grâce à ces aspérités, la femelle est immobilisée pendant la ponte par deux mâles qui la serrent de chaque côté.

Quant aux tubercules souvent si développés sur le museau, il a été suggéré que leur but est de servir dans les combats que se livrent les mâles à l'époque des amours, et il est fort probable que telle est aussi la fonction de la dentition temporaire que j'ai signalée chez *Barbus pseudognathodon* [2].

HYGIÈNE ALIMENTAIRE. — *Le soja dans l'alimentation française.* Note de M. **Balland**.

De temps immémorial les propriétés nutritives du soja sont appréciées en Chine et au Japon. Il en est de même en Cochinchine et dans nos pos-

---

(1) *Science* (New-York), t. 19, 1904, p. 211.

(2) La description de cette espèce ayant paru à Bruxelles pendant la guerre et n'étant par conséquent pas accessible en ce moment, voici une courte diagnose qui permettra de le reconnaître : D. III 8; A. III 5; Sq. $26-29\,\frac{3\frac{1}{2}}{2\frac{1}{2}-3\frac{1}{2}}$; $1-1\frac{1}{2}$; 8. Hauteur du corps : $3\frac{1}{2}-4$ fois dans la longueur totale, égale à la longueur de la tête; museau arrondi, aussi long ou un peu plus court que l'œil, qui est compris 3 fois dans la longueur de la tête et égale la largeur interorbitaire; 2 paires de barbillons, l'antérieur minuscule, le postérieur $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{3}$ du diamètre de l'œil. Écailles souvent bordées de brun foncé; dorsale noirâtre chez les mâles. Voisin de *B. congicus* et *pleuropholis*.

sessions indo-chinoises où, d'après Alphonse de Candolle, le soja existait déjà, à l'état spontané, à une époque très reculée.

Les réquisitions de légumes secs, effectuées depuis le mois d'août 1914 pour les besoins des armées, ont amené sur le marché français des quantités de légumineuses exotiques : arachide, cajan, dolique, soja, voandzou.

Voici, en ce qui concerne le soja, quelques analyses de produits présentés au Service des subsistances militaires.

1. Conserve de soja au naturel : en boîte soudée, comme les conserves ordinaires de haricots cuits. — 2, 3, 4. Potages au soja : en boîtes soudées, comme les potages aux haricots dits *de Billancourt* en usage dans l'armée ([1]). — 5. Potage au soja et au riz. — 6. Farine de soja employée à la préparation des potages. — 7. Graines de soja entières; poids moyen de 100 graines : 24^{g},9.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Eau	73,21	2,07	3,05	5,26	12,42	8,70	11,60
Matières azotées	11,55	24,06	25,81	23,50	23,96	39,04	38,68
» grasses	4,59	40,24	32,65	30,50	13,17	18,60	17,96
» amylacées	9,02	23,53	29,95	33,27	41,71	28,62	27,11
Cendres	1,63	10,10	8,54	7,47	8,74	5,04	4,65
	100 »	100 »	100 »	100 »	100 »	100 »	100 »

1. Pain de guerre avec farines de soja et de froment : poids et dimensions du pain de guerre réglementaire (longueur 0^{m},070; largeur 0^{m},065; épaisseur 0^{m},025). — 2. Biscuit avec farines de soja et de froment : longueur 0^{m},040; largeur 0^{m},027; épaisseur 0^{m},005; poids 7^{g}. — 3. Id., recouvert d'une glace de sucre: même poids, mêmes dimensions. — 4. Id., forme ronde : diamètre 0^{m},045; épaisseur 0^{m},004; poids 10^{g}. — 5. Id., forme carrée de 0^{m},030 de côté : épaisseur 0^{m},005; poids 7^{g}. — 6. Sablés chinois: ronds; diamètre 0^{m},050; épaisseur 0^{m},007; poids 15^{g}. — 7. Biscuit chinois: longueur 0^{m},045; largeur 0^{m},040; épaisseur 0^{m},005; poids 8^{g}.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Eau	7,06	5,90	7,38	6,02	4,92	5,28	4,58
Matières azotées	17,50	7,91	6,45	7,58	7,26	9,53	8,01
» grasses	23,58	19,56	11,74	25,59	22,84	26,70	16,63
» sucrées	traces	21,28	35,05	16,91	15,90	17,45	18,07
» amylacées	49,06	44,71	38,74	43,42	48,62	40,54	52,01
Cendres	2,80	0,64	0,64	0,48	0,46	0,50	0,70
	100 »	100 »	100 »	100 »	100 »	100 »	100 »

Tous ces produits, par leur forte teneur en principes alibiles, peuvent concourir à une bonne alimentation. Le soja contient en effet jusqu'à 40 pour 100 de matières azotées et 20 pour 100 de matières grasses, alors

([1]) Il entre dans les potages de Billancourt des quantités déterminées de farine de haricot, saindoux, oignons frits, poivre et sel.

que nos haricots indigènes donnent à peine 20 pour 100 de matières azotées et moins de 2 pour 100 de matières grasses.

Quelques-uns des produits précités ont déjà pris place, en dehors des rations réglementaires du soldat, parmi les denrées qui sont aujourd'hui délivrées aux ordinaires des régiments par les stations-magasins et les centres d'approvisionnement (chocolat, confitures, conserves de fruits, conserves de légumes, fruits secs, biscuits genre petit-beurre, etc.).

Il y a là un effort industriel qu'il importe d'encourager, ainsi que les essais de culture du soja en France préconisés par M. Li-Yu-Ying (¹).

M. L.-E. **Bertin** fait hommage à l'Académie de deux articles qu'il vient de publier sous le titre : *La guerre navale en* 1916.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Fritz Sarrasin et Jean Roux. *Nova Caledonia. Recherches scientifiques en Nouvelle-Calédonie et aux Îles Loyalty.* Rédaction : Hans Schinz et A. Guillaumin. Vol. I, Livre I. (Présenté par M. E. Perrier.)

M. H. **Foley** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

ÉLASTICITÉ. — *Solution simple du problème A de Mathieu.* Note de M. **Mesnager**, transmise par M. A. Blondel.

Mathieu (²) s'est posé le problème à deux dimensions : *Chercher les conditions d'équilibre d'un parallélépipède rectangle sollicité de la même manière sur deux faces opposées, deux autres faces opposées étant libres.*

Pour simplifier, en prenant l'origine sur l'axe de la pièce, il a supposé que la fonction représentant la charge est paire (page 144) :

$$f(y) = A_0 + \Sigma A_n \cos ny.$$

(¹) *Le soja*, par Li-Yu-Ying, conseiller de 1re classe au Ministère de l'Agriculture de Chine, et L. Grandvoinnet, ingénieur agricole, Paris, Challamel, 1912.

(²) *Théorie de l'élasticité des corps solides*, p. 143 (Gauthier-Villars, 1890), et *Journal de l'École Polytechnique*, 1881.

Les déplacements qu'il a trouvés sont formés de quatre séries en (Sh ou Ch)mx (sin ou cos)my, dont les coefficients sont eux-mêmes définis par des séries. Les termes de ces dernières séries dépendent de fonctions ψ et τ, qu'il a définies page 149 et de fonctions $U_1(p, q)$ et $U_2(p, q)$, p et q étant des nombres dépendant du rang du terme dans les séries. Les fonctions U et U' sont déterminées au moyen de fouctions Λ_1, Λ_2, Λ_3, ... qui se déduisent, la première Λ_1, d'un développement en série dont les termes dépendent de la fonction ψ. La seconde Λ_2, d'une série dont les termes dépendent de ψ et de Λ_1, la troisième d'uue série dont les termes dépendent de ψ et de Λ_2, ...

Le calcul des fonctions Λ est extrêmement long quand la plaque n'est pas carrée; quand elle l'est, on peut utiliser des Tableaux de ces fonctions donnés par l'auteur. Néanmoins, même dans ce cas particulier, l'ensemble des calculs reste encore si long et compliqué que ni Mathieu, ni personne à ma connaissance, n'en a tiré un résultat numérique.

Je me propose de donner ici des formules qui donnent les tensions sous une forme incomparablement plus simple, quel que soit le rapport des côtés du rectangle.

On sait depuis 1863 (¹) que les tensions n_x, n_y et t dans les problèmes à deux dimensions dépendent d'une seule fonction, reconnue depuis biharmonique. On peut prendre pour cette fonction les déplacements perpendiculaires à la surface, w, d'une plaque non chargée, sollicitée par suite uniquement sur son contour qui est le même que dans le problème à deux dimensions. Si l'on fait une section par un plan quelconque normal à la surface de la plaque, on peut dans cette section représenter par des nombres proportionnels : 1° la courbure de la plaque et la tension normale à la section, n; 2° la torsion de la plaque et la tension tangentielle, t.

Considérons deux plaques rectangulaires égales ayant un coefficient de Poisson η nul. Soient w_1 les déplacements de la première qui repose sur un contour indéformable sur lequel elle est encastrée, et qui est chargée de ϖ par unité de surface, cette charge étant fonction paire de y et indépendante de x. Soient w_2 les déplacements de la seconde qui est libre sur les deux côtés $x = \pm a : 2$ et passe par les deux droites $y = \pm b : 2$ et qui est chargée de $-\varpi$. Pour avoir la déformation la plus générale des côtés $x = \pm a : 2$, on peut supposer cette seconde plaque encastrée sur les côtés $y = \pm b : 2$, puis soumise à un moment constant le long de ces droites (il est facile de voir que le résultat est le même qu'en l'appuyant simplement sur ces droites). Pour simplifier le calcul, on peut laisser de côté le moment constant, ce qui revient, pour le problème à deux dimensions, à donner à n_x une valeur constante arbitraire. La somme $w = w_1 + w_2$ donne les

(¹) Airy, *On the strains in the interior of beams* (*Philos. Trans.*, 1863, p. 55).

déplacements d'une plaque non chargée qui sera la fonction d'Airy du problème A de Mathieu.

Dans ce problème, les tensions sont indépendantes des coefficients d'élasticité de la matière [1], ce qui permet d'obtenir des formules générales pour les tensions, bien que j'aie supposé $\eta = 0$.

Soit

$$\varpi = \sum_{s=1}^{s=\infty} \mathrm{M}_s \cos\frac{2s\pi y}{b}.$$

Pour le problème qui nous occupe, on peut supprimer la constante M_0 sans nuire à la généralité, car $\mathrm{M}_s = 2(-1)^{s+1}\mathrm{M}_0$ donne la même charge constante, sauf sur les appuis, ce qui est ici sans influence.

Les déplacements de la plaque encastrée, sous cette charge, sont

$$w_1 = \Sigma\Sigma \mathrm{A}_{mn}\left[(-1)^{m+1} + \cos\frac{2m\pi x}{a}\right]\left[(-1)^{n+1} + \cos\frac{2n\pi y}{b}\right],$$

A_{mn} étant déterminé par la condition de Ritz : que l'intégrale étendue à la plaque entière

$$\iint\left[\varpi w_1 - \frac{\mathrm{EI}}{2}(\Delta w_1)^2\right]dx\,dy$$
$$= \Sigma\Sigma\left\{\mathrm{M}_n \mathrm{A}_{mn}(-1)^{m+1} a\frac{b}{2} - \frac{\mathrm{EI}}{2}ab.4\pi^4\mathrm{A}_{mn}^2\left[3\left(\frac{m}{a}\right)^4 + 3\left(\frac{n}{b}\right)^4 + 2\left(\frac{mn}{ab}\right)^2\right]\right\}$$

soit un extremum. Annulons la dérivée par rapport à A_{mn}, ce qui détermine ce coefficient et remplaçons-le dans w_1, il vient

$$w_1 = \frac{1}{8\pi^4 \mathrm{EI}}\sum\sum\frac{\mathrm{M}_n(-1)^{n+1}\left[1 + (-1)^{m+1}\cos\frac{2m\pi x}{a}\right]\left[1 + (-1)^{n+1}\cos\frac{2n\pi y}{b}\right]}{3\left(\frac{m}{a}\right)^4 + 3\left(\frac{n}{b}\right)^4 + 2\left(\frac{mn}{ab}\right)^2}.$$

Faisons exactement les mêmes opérations pour la plaque encastrée sur deux côtés seulement, w_2 :

$$w_2 = \Sigma \mathrm{A}_n\left[(-1)^{n+1} + \cos\frac{2n\pi y}{b}\right],$$

$$a\int\left[-\varpi w_2 - \frac{\mathrm{EI}}{2}(\Delta w_2)^2\right]dy = a\frac{b}{2}\Sigma\left[-\mathrm{M}_n\mathrm{A}_n - \frac{16\pi^4}{b^4}\frac{\mathrm{EI}}{2}n^4\mathrm{A}_n^2\right],$$

$$w_2 = -\frac{b^4}{16\pi^4\mathrm{EI}}\Sigma\,\mathrm{M}_n(-1)^{n+1}\frac{1 + (-1)^{n+1}\cos\frac{2n\pi y}{b}}{n^4}.$$

(1) MAURICE LEVY, *Comptes rendus*, t. 126, 1898, p. 123.

On peut prendre pour tensions dans le problème à deux dimensions

$$(1)\quad \begin{cases} n_x = \mathrm{B} + \mathrm{A}\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \mathrm{B} + \dfrac{1}{2}\sum \dfrac{\mathrm{M}_n \cos\dfrac{2n\pi y}{b}}{\dfrac{n^2}{b^2}} - \\ \qquad - \sum\sum \mathrm{M}_n \dfrac{n^2}{b^2} \dfrac{\left[1 + (-1)^{m+1}\cos\dfrac{2m\pi x}{a}\right]\cos\dfrac{2n\pi y}{b}}{3\left(\dfrac{m}{a}\right)^4 + 3\left(\dfrac{n}{b}\right)^4 + 2\left(\dfrac{mn}{ab}\right)^2}, \\ n_y = \mathrm{A}\dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\sum\sum \mathrm{M}_n(-1)^{m+n}\dfrac{m^2}{a^2}\dfrac{\cos\dfrac{2m\pi x}{a}\left[1 + (-1)^{n+1}\cos\dfrac{2n\pi y}{b}\right]}{3\left(\dfrac{m}{a}\right)^4 + 3\left(\dfrac{n}{b}\right)^4 + 2\left(\dfrac{mn}{ab}\right)^2}, \\ t = -\mathrm{A}\dfrac{\partial^2 w}{\partial x\,\partial y} = \sum\sum \mathrm{M}_n(-1)^m \dfrac{mn}{ab}\dfrac{\sin\dfrac{2m\pi x}{a}\sin\dfrac{2n\pi y}{b}}{3\left(\dfrac{m}{a}\right)^4 + 3\left(\dfrac{n}{b}\right)^4 + 2\left(\dfrac{mn}{ab}\right)^2}. \end{cases}$$

Tensions sur les côtés. — On vérifie immédiatement que pour $y = \pm \frac{b}{2}$, on a $n_y = 0$ et $t = 0$. Pour $x = \pm \frac{a}{2}$, on a $t = 0$ et

$$n_x = \mathrm{B} + \frac{b^2}{2}\sum \frac{\mathrm{M}_n \cos\dfrac{2n\pi y}{b}}{n^2}.$$

Détermination complète des coefficients M_n. — Ayant développé en série de Fourier de $-\frac{b}{2}$ à $+\frac{b}{2}$, la pression paire donnée sur le côté

$$n_x = \mathrm{N}_0 + \sum \mathrm{N}_n \cos\frac{2n\pi y}{b},$$

il faut et il suffit qu'on ait

$$\mathrm{P} = \mathrm{N}_0, \qquad \mathrm{M}_n = \mathrm{N}_n \frac{2n^2}{b^2}.$$

En remplaçant dans les formules (1) on obtient la solution cherchée.

PHYSIQUE. — *Nouvelle méthode pour la détermination de l'indice de réfraction des substances liquides.* Note [1] de M. A. **Ledoux**.

Nous avons indiqué dernièrement [2] une méthode pour la mesure des indices de réfraction principaux de substances biréfringentes, basée sur

---

[1] Séance du 5 février 1917.

[2] *Bull. Soc. franç. Minéralogie*, décembre 1916.

l'observation du retard d'une lame mince, placée obliquement entre nicols croisés. Cette méthode suggère un moyen très simple pour la détermination rapide de l'indice de réfraction d'un liquide. On se sert d'une lame parallèle à l'axe d'un cristal uniaxe dont les indices principaux sont connus. En mesurant le retard r_i de cette lame, plongée dans le liquide dont on recherche l'indice, sous un angle d'incidence I, le plan d'incidence contenant l'axe, on a

$$N = \frac{n\sqrt{1 - \frac{r_i^2}{r_n^2}}}{\sin I},$$

r_n étant le retard de la lame en lumière normale, N l'indice de réfraction du liquide, n le petit indice n_p si le cristal est positif, le grand indice n_g si le cristal est négatif.

Les indices principaux du quartz pour la raie D, à une température de 15° C., sont, d'après Macé de Lépinay,

$$n_g = 1,55336; \quad n_p = 1,54425.$$

En utilisant une lame de quartz parallèle à l'axe de $0^{mm},10$ d'épaisseur, on aura

$$r_n = 911.10^{-6} \text{ mm},$$

$$N = \frac{1,54425\sqrt{1 - \frac{r_i^2}{911^2}}}{\sin I}.$$

Si l'on incline la lame jusqu'à obtenir le premier violet sensible correspondant à $r_i = 575$, on aura

$$N = \frac{1,197783}{\sin I},$$

formule qui permettra de déterminer l'indice de réfraction d'un liquide quelconque. Les valeurs de N correspondant à diverses valeurs de I variant de degré en degré sont données dans le Tableau I; nous avons également indiqué les différences afin de faciliter le calcul des indices par interpolation pour des inclinaisons intermédiaires. Il doit être entendu que ces données correspondent à des mesures faites à 15° C. et fournissent les indices pour la raie D. Pour d'autres températures et d'autres radiations, il faudra utiliser les indices du quartz correspondants. Des mesures angulaires à 5′ près donnent une approximation dans les indices de 0,002; à 1′ près, de 0,0005.

Tableau I. — *Valeurs de* N *correspondant aux inclinaisons* I, *nécessaires pour obtenir, avec une lame de quartz de* $0^{mm},1$, *le premier violet sensible.*

I.	N.	D.	I.	N.	D.	I.	N.	D.
80°...	1,2163	0,0039	64°...	1,3327	0,0116	48°...	1,6118	0,0260
79...	1,2202	0,0043	63...	1,3443	0,0123	47...	1,6378	0,0273
78...	1,2245	0,0048	62...	1,3566	0,0129	46...	1,6651	0,0288
77...	1,2293	0,0052	61...	1,3695	0,0136	45...	1,6939	0,0304
76...	1,2345	0,0055	60...	1,3831	0,0143	44...	1,7243	0,0320
75...	1,2400	0,0061	59...	1,3974	0,0150	43...	1,7563	0,0338
74...	1,2461	0,0064	58...	1,4124	0,0158	42...	1,7901	0,0356
73...	1,2525	0,0069	57...	1,4282	0,0166	41...	1,8257	0,0377
72...	1,2594	0,0074	56...	1,4448	0,0174	40...	1,8634	0,0399
71...	1,2668	0,0079	55...	1,4622	0,0183	39...	1,9033	0,0422
70...	1,2747	0,0083	54...	1,4805	0,0193	38...	1,9455	0,0448
69...	1,2830	0,0089	53...	1,4998	0,0202	37...	1,9903	0,0475
68...	1,2919	0,0093	52...	1,5200	0,0213	36...	2,0378	0,0505
67...	1,3012	0,0099	51...	1,5413	0,0223	35...	2,0883	
66...	1,3111	0,0105	50...	1,5636	0,0235			
65...	1,3216	0,0111	49...	1,5871	0,0247			

Si l'indice de réfraction N cherché est plus grand que 1,55 on pourra incliner la lame jusqu'à obtenir l'obscurité, auquel cas $r_i = 0$ et

$$N = \frac{1,54425}{\sin I}.$$

Le Tableau II donne les valeurs de N correspondant aux inclinaisons I, nécessaires pour produire l'obscurité ($\tau = 15°$ C., raie D). Des mesures angulaires à 5′ près donnent une approximation dans les indices de 0,0014; à 1′ près, de 0,00025.

Tableau II. — *Valeurs de* N *correspondant aux inclinaisons* I *nécessaires pour amener une lame de quartz parallèle à l'axe, à l'obscurité entre nicols croisés.*

I.	N.	D.	I.	N.	D.	I.	N.	D.
80°...	1,5681	0,0051	69°...	1,6541	0,0114	58°...	1,8210	0,0203
79...	1,5732	0,0056	68...	1,6655	0,0121	57...	1,8413	0,0214
78...	1,5788	0,0061	67...	1,6776	0,0128	56...	1,8627	0,0225
77...	1,5849	0,0066	66...	1,6904	0,0135	55...	1,8852	0,0236
76...	1,5915	0,0072	65...	1,7039	0,0142	54...	1,9088	0,0248
75...	1,5987	0,0078	64...	1,7181	0,0151	53...	1,9336	0,0261
74...	1,6065	0,0083	63...	1,7332	0,0158	52...	1,9597	0,0284
73...	1,6148	0,0089	62...	1,7490	0,0166	51...	1,9871	0,0298
72...	1,6237	0,0095	61...	1,7656	0,0176	50...	2,0159	
71...	1,6332	0,0102	60...	1,7832	0,0184			
70...	1,6434	0,0107	59...	1,8016	0,0194			

Exemple. — *a. Eau.* — On obtient le premier violet sensible pour une inclinaison $I = 63°55'$. D'après le Tableau I, on a

$$N = 1,3443 - \frac{0.0123 \times 55}{60} = 1,3443 - 0,0113 = 1,333.$$

b. Iodure de méthylène. — On obtient l'obscurité pour une inclinaison $I = 62°30'$. D'après le Tableau II, on a

$$N = 1,7490 - \frac{0,0166 \times 30}{60} = 1,7490 - 0,0083 = 1,7407.$$

La technique du procédé est identique à celle que nous avons indiquée pour la mesure des indices de réfraction des substances biréfringentes. Le liquide dont on veut mesurer l'indice remplit la petite cuve en laiton, à fond en verre, de l'appareil de E. Bertrand pour la détermination de l'angle des axes optiques, sous le microscope. Cet appareil est placé sur la platine du microscope entre nicols croisés. La lame de quartz est fixée à l'extrémité d'une petite tige horizontale passant dans la paroi de la cuve en laiton et peut être inclinée à volonté dans le liquide. Les inclinaisons sont mesurées par un index, solidaire de la tige horizontale, se déplaçant devant un demi-cercle gradué. La lame de quartz doit être fixée à l'axe de rotation de manière que son plan contienne l'axe de rotation et que l'axe optique lui soit perpendiculaire. On amène d'abord la lame de quartz dans une position horizontale et l'on tourne la platine du microscope jusqu'à obtenir l'extinction entre nicols croisés. On imprime ensuite une rotation de 45° à la platine du microscope et, dans cette position, on incline la lame de quartz de manière à obtenir le premier violet sensible ou l'obscurité, suivant le procédé employé. Il n'est point nécessaire d'utiliser un appareil spécial pour la mesure des retards. La position qui donne le premier violet sensible peut être parfaitement estimée à l'œil.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Absorption des radiations ultraviolettes par quelques dérivés chlorés de l'éthane, de l'éthylène et de l'acétylène.* Note de MM. **Massol** et **Faucon**, présentée par M. J. Violle.

Après les dérivés chlorés du méthane choisis à cause de la simplicité de la molécule, nous avons étudié quelques dérivés chlorés de l'hydrocarbure à deux atomes de carbone : l'éthane hexachloré composé saturé, très riche en chlore : $CCl^3 - CCl^3$; le tétrachlorure d'acétylène composé saturé hydrochloré symétrique : $CHCl^2 - CHCl^2$; l'éthylène tétrachloré, com-

posé non saturé avec double liaison : $CCl^2 = CCl^2$; et l'acétylène, hydrocarbure fondamental avec triple liaison : $CH \equiv CH$.

Éthane hexachloré : C^2Cl^6. — Ce produit, quoique très riche en chlore, est relativement transparent. Solide à la température ordinaire; nous en avons examiné plusieurs dissolutions dans l'alcool éthylique absolu, sous des épaisseurs variables. L'absorption pour les radiations à courte longueur d'onde diminue progressivement avec la dilution, mais il n'apparaît dans aucun cas de bande d'absorption.

Acétylène tétrachloré : $C^2H^2Cl^4$. — Ce produit a sensiblement la même transparence que le précédent. Pur, il laisse passer toutes les radiations jusque vers $\lambda = 247$ sous 1^{mm} d'épaisseur. Les dilutions dans l'alcool deviennent rapidement très transparentes; à aucun moment nous n'avons vu apparaître de bandes.

Éthylène tétrachoré : C^2Cl^4. — A l'état de pureté, il absorbe toutes les radiations à partir de $\lambda = 271$ sous 1^{mm} d'épaisseur.

Ce composé, non saturé, à 85,5 pour 100 de chlore, est plus absorbant que C^2Cl^6 à 89,8 pour 100 de chlore, mais saturé; il est plus absorbant aussi que $C^2H^2Cl^4$, un peu moins riche en chlore et hydrogéné, mais saturé. Cette diminution dans la transparence ne peut être attribuée qu'à la non-saturation de la molécule.

Acétylène : C^2H^2 (gaz). — Nous l'avons examiné en dissolution soit dans l'alcool, soit dans l'acétone pure ou diluée d'alcool. L'absorption est considérable eu égard à la faible quantité d'acétylène dissous; toutes les radiations à faibles longueurs d'onde sont absorbées. Par dilutions successives la transparence augmente, mais à aucun moment nous n'avons observé de bande d'absorption pouvant être attribuée à l'acétylène (la large bande de l'acétone apparaît surtout dans la dilution alcoolique à 1 pour 100). La non-saturation de la molécule explique seule le grand pouvoir absorbant de l'acétylène.

Conclusions. — 1° Les composés C^2Cl^6 et $C^2H^2Cl^4$ ont sensiblement la même transparence pour les radiations ultraviolettes.

2° L'éthylène tétrachloré : $CCl^2 = CCl^2$, quoique moins riche en chlore que C^2Cl^6, est beaucoup moins transparent que celui-ci; la diminution de la transparence ne peut être attribuée qu'à la non-saturation de la molécule.

3° Avec tous les composés étudiés, l'*absorption est unilatérale*, toujours plus grande pour les radiations à faibles longueurs d'onde. Aucun d'eux ne présente la large bande caractéristique du chlore; nous avions signalé le même fait pour les dérivés chlorés du méthane.

4° Nous constatons enfin que les composés non saturés $CCl^2 = CCl^2$ et $CH \equiv CH$ avec double et triple liaison ne donnent pas de bande spéciale. Il semble que l'on peut en déduire que les quelques composés de la série grasse qui présentent exceptionnellement une bande d'absorption ne doivent pas cette propriété à de doubles liaisons, ainsi que cela se produit pour le benzène et les composés renfermant des noyaux aromatiques non saturés.

Limite de transmission des radiations ultraviolettes en fonction des épaisseurs. Dissolutions à 10g de produit dans 100cm³ d'alcool.

Produits	C^2Cl^6	$C^2H^2Cl^2$	C^2Cl^4
Chlore pour 100	89,8	84,5	85,5
Épaisseurs en millimètres.	λ.	λ.	λ.
1	232	232	261
2	233	233	265
3	234	238	266
5	237	242	268
10	242	246	270
20	246	252	273
30	248	256	277
50	250	258	282
70	265	265	289
80	265	266	290

CHIMIE ORGANIQUE. — *Anhydrides mixtes dérivés de l'acide benzoylacrylique.* Note de M. J. **Bougault**, présentée par M. A. Haller.

J'ai montré il y a plusieurs années que l'acide phénylisocrotonique

$$C^6H^5.CH = CH.CH^2.CO^2H,$$

dissous dans l'eau à l'aide d'un léger excès de bicarbonate alcalin, et addi-

tionné d'iode, donne une lactone iodée insoluble

$$\underset{\lfloor\text{O}\text{————————}\rfloor}{\text{C}^6\text{H}^5.\text{CH}.\text{CHI}-\text{CH}^2.\text{CO}}$$

caractère commun à la plupart des acides éthyléniques βγ (¹).

La même réaction étant effectuée en présence d'un grand excès de carbonate de soude (²), on n'observe aucun précipité de lactone iodée; et si l'on cherche ce qu'est devenu l'acide phénylisocrotonique, on reconnaît qu'il a été transformé intégralement en acide benzoylacrylique

$$\text{C}^6\text{H}^5.\text{CO}.\text{CH}=\text{CH}.\text{CO}^2\text{H}.$$

Enfin (³), si, au mélange où s'effectue cette dernière réaction, on ajoute un grand excès du sel de sodium d'un acide organique, lui-même peu soluble dans l'eau, l'acide benzoïque par exemple, on obtient alors un précipité qui est l'anhydride mixte formé par l'acide benzoylacrylique et l'acide benzoïque (pour l'exemple choisi)

$$\left.\begin{matrix}\text{C}^6\text{H}^5.\text{CO}.\text{CH}=\text{CH}.\text{CO}\\ \text{C}^6\text{H}^5.\text{CO}\end{matrix}\right>\text{O}.$$

Lors de ma première Communication sur cette réaction, j'avais décrit quatre de ces anhydrides mixtes, formés par l'acide benzoylacrylique, avec les acides benzoïque, phénylacétique, cinnamique et benzoylpropionique. J'ai repris récemment cette étude.

I. Les nouveaux acides que j'ai engagés dans la formation de ces anhydrides mixtes sont les deux acides α-bromocinnamiques isomères (l'acide stable Pf. 132° et l'acide labile Pf. 120°). J'ai voulu voir si ces acides étaient susceptibles de former des anhydrides mixtes, et si les différences auxquelles ils doivent leur isomérie se conservaient dans les nouveaux composés.

L'expérience a montré que les deux acides α-bromocinnamiques se prêtent en effet à la formation d'anhydrides mixtes avec l'acide benzoyl-

(¹) *Comptes rendus*, t. 139, 1904, p. 864; t. 143, 1906, p. 398, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 8ᵉ série, t. 14, 1908, p. 173.

(²) *Comptes rendus*, t. 146, 1908, p. 140, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 8ᵉ série, t. 15, 1908, p. 298.

(³) *Comptes rendus*, t. 147, 1908, p. 249, et *Ann. de Chim. et de Phys.*, 8ᵉ série, t. 15, 1908, p. 304.

acrylique, et les deux anhydrides obtenus ne sont pas identiques mais isomères.

Je rappelle brièvement les conditions opératoires :

Dans 400^{cm^3} d'eau on dissout 30^g du sel de sodium de l'acide α-bromocinnamique choisi, 15^g de carbonate de sodium cristallisé, 2^g de phénylisocrotonate de sodium et l'on ajoute de la solution d'iode (I + KI) par très petites quantités, en attendant pour faire une nouvelle addition que la coloration due à la précédente ait disparu. L'anhydride se précipite peu à peu.

Le composé obtenu est toujours impur, mélangé d'une matière amorphe rougeâtre. On procède à la purification en dissolvant le produit brut dans un mélange d'acétone et d'éther et précipitant par des additions ménagées d'éther de pétrole.

Les deux nouveaux anhydrides fondent : l'un à 100° (anhydride dérivé de la forme stable) et l'autre à 125° (dérivé de la forme labile).

La même formule représentant les deux acides α-bromocinnamiques, il en sera de même pour les deux anhydrides isomères qui en dérivent; ils devront s'écrire

$$\left.\begin{array}{r} C^6H^5.CO.CH = CH.CO \\ C^6H^5.CH = CBr.CO \end{array}\right\rangle O.$$

Ils présentent des propriétés tout à fait semblables à celles des quatre anhydrides mixtes décrits antérieurement. En particulier, ils sont très solubles dans le chloroforme, le benzène, l'acétone, moins solubles dans l'éther, l'alcool, insolubles dans l'éther de pétrole et l'eau.

Chauffés à 100° avec l'acide acétique étendu de son volume d'eau, ils sont dédoublés par hydratation en leurs acides générateurs. En effectuant ce dédoublement avec les deux anhydrides, j'ai retrouvé, outre l'acide benzoylacrylique, l'acide α-bromocinnamique stable avec l'anhydride fondant à 100°, et l'acide α-bromocinnamique labile avec l'anhydride fondant à 125°. Ceci prouve que les deux acides α-bromocinnamiques ont conservé leurs caractères d'isomérie dans leurs combinaisons, comme le faisait prévoir la différence des points de fusion des deux anhydrides.

J'ai essayé sans succès de passer de l'anhydride 125° (dérivé de l'acide labile) à l'anhydride 100°. Les moyens, qui réussissent avec les acides α-bromocinnamiques libres, échouent quand on les applique aux anhydrides mixtes, à cause de l'altération plus facile de ceux-ci.

II. Dans mes premières Communications, rappelées plus haut, j'avais

émis l'opinion que la formation de ces anhydrides mixtes n'était possible que parce que le passage de l'acide phénylisocrotonique à l'acide benzoylacrylique se faisait par l'intermédiaire d'une lactone, mettant ainsi en jeu le radical de l'acide benzoylacrylique

$$C^6H^5.CO.CH = CH.CO -.$$

Si cela est, toute réaction, *identique par ailleurs*, mais ne comportant pas le passage par le terme lactone, ne doit pas conduire à la formation d'anhydride mixte.

Trouver un acide, autre que l'acide phénylisocrotonique, susceptible, comme lui, de donner de l'acide benzoylacrylique, par la simple action de l'iode et du carbonate de soude, ne semblait pas chose aisée.

Je suis arrivé à trouver cet acide, sans le chercher, au cours de l'étude de l'acide phényl-α-oxycrotonique (¹). Cet acide, en effet, s'isomérise par l'acide oxalique (réaction réversible), en donnant l'acide phényl-γ-oxycrotonique

$$C^6H^5.\underset{\gamma}{CH} = \underset{\beta}{CH}.\underset{\alpha}{CH}OH.CO^2H \rightleftharpoons C^6H^5.\underset{\gamma}{CH}OH.\underset{\beta}{CH} = \underset{\alpha}{CH}.CO^2H$$

et ce dernier, traité par l'iode et le carbonate de soude, se transforme intégralement, par oxydation, en acide benzoylacrylique.

Comme ici le passage par une lactone ne saurait être invoqué, on doit en conclure que si, dans la réaction génératrice des anhydrides mixtes de l'acide benzoylacrylique, on remplace l'acide phénylisocrotonique par l'acide phényl-γ-oxycrotonique, on ne devra pas obtenir d'anhydride mixte.

J'ai fait cette expérience, dans les conditions exposées plus haut, et en présence de benzoate de sodium (qui donne de meilleurs rendements en anhydride que les acides α-bromocinnamiques) : je n'ai obtenu aucune trace d'anhydride mixte. Et cependant, l'acide benzoylacrylique avait bien pris naissance, car j'ai pu l'isoler du mélange.

En résumé, les nouveaux résultats exposés dans cette Note généralisent et confirment les précédents. Ils viennent à l'appui de l'hypothèse proposée pour expliquer le processus de cette intéressante réaction.

(¹) *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 377, et *Journ. de Pharm. et de Chim.*, 7ᵉ série, t. 8, 1913, p. 393.

GÉOLOGIE. — *Sur les tufs de la vallée de la Somme : tufs de la période historique; tufs néolithiques; tufs quaternaires.* Note de M. V. COMMONT, présentée par M. Pierre Termier.

Nous avons décrit, dans une Note récente, les dépôts récents superposés aux tufs néolithiques de la vallée de la Somme. Voici nos observations sur les tufs eux-mêmes.

A. TUFS RÉCENTS DES CROUPES DE TIRANCOURT. — Le tuf a été entamé par nos fouilles depuis le sommet de la croupe où il affleure (alt. 16^m) jusqu'au niveau de l'eau (alt. 12^m). Le fond de la croupe, qui n'a pu être exploré que par des sondages, a été trouvé, sous 9^m de tuf, reposant sur la glaise blanche, 5^m au-dessous du niveau de l'eau.

La partie supérieure, qui, antérieurement, avait fourni des objets en bronze, ne nous a rien donné. Par contre, nous avons découvert dans le tuf, au niveau du sol du marais, à $0^m,30$ au-dessus du niveau de l'eau, un *gisement robenhausien* exploré sur une superficie de 200^{m^2} ayant donné : nombreux *éclats de débitage*, *nucléi*, *percuteurs* en silex, *grattoirs*, *couteaux*, *scies néolithiques*, deux *haches polies* (silex et roche noire); *bois de cerf ouvrés;* nombreux ossements de *petit bœuf des tourbières*, *cerf* (très abondants), *sanglier* (défenses); *charbons de bois*, fragments de *poterie* très grossière. Tous ces objets constituent le noyau central de blocs plus ou moins arrondis formés de zones concentriques de tuf très dur. Vers le centre de la croupe, le niveau archéologique disparaît dans l'eau; du côté de la tourbière, l'épaisseur du tuf diminue progressivement.

Près de l'*entaille*, sous le tuf néolithique n'ayant plus que $0^m,30$ d'épaisseur, deux sondages donnent : 1° tuf mélangé de glaise blanc jaunâtre $0^m,20$; 2° terre noire grasse (glaise) avec nombreux *Helix nemoralis* et *H. hortensis* (ancien sol) $1^m,40$ et 1^m; 3° tourbe 5^m et 6^m près de la bordure. Comme le tuf néolithique est au niveau du sol du marais, les 6^m (18 pointes) de tourbe extraite en ce point sont de la *tourbe entièrement néolithique*. Vers le centre de la croupe, sous 2^m de limon gris et sable coquillier, il y a $1^m,50$ de tuf, 2^m de glaise brune (ancien sol tourbeux), puis 4^m de tuf et glaise blanche reposant sur les graviers de fond. Des sondages pratiqués à Yzeux (1915) ont rencontré cette même glaise brune sous 2^m de tuf aggloméré. *Le tuf s'est donc formé très longtemps et à diverses époques* (à Abbeville, trois couches de tuf séparées

par de la terre tourbeuse ou de la tourbe; souvent le dernier dépôt de tuf repose sur les graviers). A Tirancourt, sous le *sol tourbeux à Helix*, il y a encore 4^{m} à 5^{m} de tuf plus ancien.

Les nombreuses *Neritina fluviatilis* Linné, *Planorbis fontanus* Zeigl. et *Pl. nitidus* Müll. récoltées dans le *tuf primitif* prouvent que ce dépôt a bien été formé par des *sources*.

Une fouille pratiquée à 300^{m} du gisement néolithique a donné, sous 0^{m},90 de terre noire gallo-romaine, un dépôt de 0^{m},40 de *tuf en blocs* à l'intérieur desquels nous avons récolté : *poteries* gallo-romaines, grossier *tuyau de plomb* (feuille roulée), *charbons de bois*, *hénons*, *huîtres*, *moules*, *ossements* et NOMBREUX UNIO. Au-dessous, terre tourbeuse 0^{m},60, tourbe grise 1^{m}. En ce point *le sol du marais gallo-romain* se trouve à l'*altitude* de 14^{m}, donc 2^{m} *au-dessus du sol du marais actuel qui s'est desséché et tassé depuis cette époque*.

CONCLUSION. — 1° Le *tuf des croupes* de la vallée de la Somme s'est formé à diverses reprises pendant les époques *néolithique, protohistorique* et *gauloise*. Un peu de tuf reconcrétionné s'est encore formé à l'époque gallo-romaine, mais *la grande masse du tuf primitif est néolithique*. Ces diverses formations se recouvrent en *stratification très compliquée, non horizontale*.

2° *A l'époque gallo-romaine, le fond tourbeux de la vallée de la Somme était à une altitude supérieure d'au moins* 2^{m} *au sol des marais actuels. Descrues dont l'amplitude n'a guère dépassé* 2^{m} *se sont produites aux* IIIe *et* IVe *siècles et ont formé les sables calcaires et le limon gris gallo-romain* qui s'est déposé sur le pourtour des croupes sans les recouvrir et les rendre inhabitables, ou sur l'ancienne berge quaternaire du fleuve.

3° *La tourbe et le tuf se sont formés simultanément.*

4° *Les coquilles marines trouvées sur les croupes sont des débris de cuisine gallo-romains.*

B. TUFS QUATERNAIRES. — *a. Tuf quaternaire de Longpré les Corps-Saints.* — Ce tuf fut signalé pour la première fois en 1906 par M. Briquet. En 1910, nous avons publié en détail les coupes des carrières Garçon ou Dubourguet où l'on peut étudier ce dépôt.

Depuis, des lavages (1915) nous ont permis de récolter les coquilles suivantes : *Carychium minimum* Müll., *Carychium tridentatum* Riss., *Cœcilianella acicula* Müll., *Clasilia* sp.?, *Helix hortensis* Müll., *Helix nemoralis* Müll., *Helix fruticum* Müll. (et variétés), *Helix rotundata* Müll., *Helix hispida* L., *Helix terrena* Clessin,

var. *Commonti* Babor., *Helix pulchella* Müll., *Helix costata* Müll., *Hyalinia cellaria* Müll., *Hyalinia diaphana* Stud, *Pupa muscorum* L., *Vertigo pygmœa* Drap., *Zua subcylindrica* L., *Ancylus gibbosus* Bourg., *Belgrandia marginata* Mich., *Bythinia tentaculata* L., *Limnœa ovata* Lam., *Limnœa palustris* Müll., *Limnœa ampullacea* Rossm., *Pl. carinatus* Müll., *Pl. umbilicatus* Müll., *Pl. gallicus* Bourg., *Pl. vortex* L., *Pisidium amnicum* Müll. (sp. voisine), *Valvata piscinalis* Müll.

La présence de *Helix terrena* Clessin, espèce éteinte, l'abondance de *Belgrandia marginata* Mich., la similitude complète de cette faunule avec celle récoltée dans les alluvions de la basse terrasse à Montières où ces coquilles sont associées à *Hippopotamus major, Rhinoceros Mercki, Elephas antiquus,* permettent de dater le tuf de Longpré vers la fin de la période interglaciaire ayant précédé la dernière grande glaciation et d'établir sa contemporanéité avec les alluvions anciennes de Cergy et le tuf de La Celle-sous-Moret.

b. Tuf d'Arrest. — En 1864, Buteux signala le tuf d'Arrest aujourd'hui caché sous les terres labourées. Avec le concours de MM. Debrie et Amourette nous avons mis à découvert une partie de ce dépôt et j'y ai récolté les coquilles suivantes :

Azeca (sp.?), *Bulimus montanus* Drap., *Clausilia nigricans* Pult., *Helix nemoralis* Müll., *Helix hortensis* Müll., *Helix obvoluta* Müll., *Helix pulchella* Müll., *Helix terrena* Clessin, *Succinea putris* L., *Zua subcylindrica* L., *Limnœa peregra* Lam. (et petites esp. ind.), *Planorbis rotundatus* Poiret. (Les coquilles étant engagées dans le tuf très dur, nous n'avons pu dégager toutes les ouvertures et les déterminer spécifiquement.)

La présence de *Helix terrena* Clessin, espèce éteinte, la situation du dépôt sur une terrasse située 25^{m} au-dessus de la petite rivière Avalosse, nous permettent de classer le tuf d'Arrest dans les dépôts quaternaires de la deuxième terrasse de la Somme (terrasse de Saint-Acheul).

Conclusion générale. — Il existe, dans la vallée de la Somme, une série de tufs pléistocènes et récents étagés à divers niveaux depuis la deuxième terrasse jusqu'au fond de la vallée actuelle.

GÉOLOGIE. — *Observations géologiques sur le synclinal du Tadla (Maroc occidental).* Note (¹) de M. **Russo**, transmise par M. Ch. Depéret.

L'étude détaillée des conditions orographiques dans lesquelles se trouvent les niveaux divers du Crétacé aux abords de l'Oum er Rbia moyen montrent d'une façon nette l'existence d'un synclinal dont nous avons déjà signalé la présence (²) et que des observations plus récentes nous permettent de préciser.

Entre le plateau des Beni Meskin et celui de Ghchaouat, le dénivellement du synclinal apparaît particulièrement net.

Les couches turoniennes (couches supérieures d'Oued Zem) constituent vers Dar Chafaï une assise tabulaire, puissante d'une dizaine de mètres, inclinée d'environ 10° vers le Sud et se présentant à Dar Chafaï même à la cote 350. Peu à peu cette table s'abaisse et atteint dans les témoins coniques proches de l'Oum er Rbia les cotes 340, 327, 318. Au delà de l'Oued, la même table se continue remarquablement constante et reprend des altitudes croissantes. Le pendage est maintenant septentrional, et les couches, inclinées encore de 10° environ, atteignent dans le Ghchaouat les cotes comprises entre 300 et 350, pour monter dans la Gada jusqu'aux altitudes voisines de 500^{m}.

Plus à l'Est, ce sont les couches cénomaniennes, à *Plicatula Auressensis*, qui nous servent de repère. De l'altitude 783^{m} à Oued Zem, elles atteignent, descendant vers le Sud, 720^{m} vers Boujad et 620^{m} au voisinage de Kasba Tadla. Là elles plongent au Sud sous l'Oum er Rbia, et nous ne les voyons plus reparaître; le fleuve se présente à Kasba Tadla à la cote 499; les couches cénomaniennes sont donc, en ce point, à moins de 500^{m} d'altitude.

Entre ces points extrêmes, nous devons noter la position de ces mêmes couches cénomaniennes, au nord de l'embouchure de l'Oued el Abid. Là encore elles se montrent à une altitude supérieure à 450^{m} vers Dar Abdallah ben Djaber et descendent jusqu'à 406^{m} vers les Oulad Embareck pour disparaître plus au Sud sous les conglomérats de la plaine du Tadla.

Nous avons donc bien affaire à une cuvette synclinale allongée dont l'axe est parallèle à celui de l'Oum er Rbia, qui est limitée dans sa partie supé-

(¹) Séance du 5 février 1917.

(²) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 75.

rieure par le Moyen Atlas sur sa lisière méridionale, et qui dans sa partie inférieure présente deux rebords à peu près symétriques. Cette cuvette est formée par un synclinal de terrains crétacés, et remplie par des dépôts subhorizontaux formés de calcaires, de grès, de conglomérats et de sables.

L'âge de ces derniers dépôts est sûrement postérieur aux termes les plus élevés du Crétacé puisqu'ils sont *en discordance avec lui* et leur âge éocène à El Boroudj ressort des indications qui m'ont été données par M. Gentil.

Il en est de même à Kasba Tadla, où j'ai moi-même recueilli *Mesalia* cf. *Blanckenhaini* Opp., *Turritella* n. sp. (très allongée, suture très oblique), la première espèce étant caractéristique de l'étage de Mocattacu (Lutécien). Des grès dorés les surmontent où j'ai recueilli des Sélaciens éocènes tels que *Odontaspis cuspidata* Ag. et *Otodus obliquus* Ag.

Enfin des conglomérats très compacts à ciment rouge contenant souvent des débris de roches crétacées s'étendent depuis Aïn Blal et Dar Chafaï jusqu'à Kasba Tadla; je les ai retrouvés aux Aït Ayad, vers Dar Ould Zidouh et près de l'Oued el Abid.

Faute de fossiles, on ne peut dater ces conglomérats, qui sont postérieurs à l'Éocène.

Tout cet ensemble supporte des conglomérats récents et des sables quaternaires couvrant de grandes étendues dans la plaine des Beni Moussa.

Il existe donc au pied du Moyen Atlas un synclinal de terrains crétacés contenant des dépôts éocènes et donnant abri à une partie du Bassin de l'Oum er Rbia.

BOTANIQUE. — *Influence de la greffe sur les produits d'adaptation des Cactées.* Note de M. **Lucien Daniel**, présentée par M. Gaston Bonnier.

J'ai depuis longtemps montré expérimentalement que les bourrelets des greffes arrêtent certains produits et laissent passer les autres, soit en quantité normale, soit en proportions plus fortes ou plus faibles. Ces variations coïncident en général avec les modifications du régime de l'eau; et, suivant les cas, sujet et greffon peuvent vivre en milieu plus sec ou plus humide, plus pauvre ou plus riche. Poursuivant mes recherches dans cet ordre d'idées, j'ai étudié les greffes de certaines Cactées qui présentent des adaptations spéciales xérophytiques et j'ai recherché les variations de celles-ci à la suite du greffage chez les *Epiphyllum* placés sur *Opuntia* et sur *Peireskia*. C'est à l'aide de tissus spéciaux, riches en mucilages et en acides, qui

retiennent l'eau très fortement, que ces végétaux conservent leur turgescence et résistent à une transpiration exagérée. Or ces tissus sont plus ou moins développés suivant les espèces : ainsi les *Opuntia* sont plus riches en mucilages que les *Epiphyllum*, par exemple.

Les plantes sur lesquelles ont porté mes observations étaient d'âges variés suivant les séries. Les premières, greffes et témoins, avaient 25 ans d'âge; les secondes, 15 ans et les troisièmes, 5 ans. Cette gradation m'avait paru nécessaire, car certaines particularités d'organisation n'apparaissent chez les êtres vivants qu'à un âge déterminé et il était bon de savoir si cette apparition était avancée ou retardée par la vie symbiotique, si différente de la vie autonome. Un examen extérieur, soigné et répété au cours des essais, me montra que les caractères morphologiques extérieurs des Cactées sur lesquelles j'avais expérimenté n'avaient subi aucune modification appréciable. Par conséquent, la greffe ne leur avait pas fait atteindre la limite d'adaptation au delà de laquelle apparaissent les réactions formatives. En s'arrêtant à cet examen superficiel, on pouvait conclure que la greffe n'avait en rien changé les caractères propres des espèces et que chacune d'elles conservait ses adaptations particulières et son mode de vie. Ce n'était cependant pas le cas, au moins d'une façon absolue.

En effet, l'examen anatomique et microchimique révélait des différences très nettes dans les proportions relatives des mucilages et des cristaux d'oxalate ou de malophosphate de chaux chez les greffons et les témoins de même âge. Dans les greffons les plus âgés comme chez les plus jeunes, on trouvait plus de cristaux et moins de mucilages que chez les témoins correspondants. Ces phénomènes étaient plus accentués dans les greffes d'*Epiphyllum* sur *Opuntia* que dans les greffes sur *Peireskia*, dans les greffes les plus âgées que dans les greffes les plus jeunes; ils variaient en outre, pour les exemplaires d'une même série, avec la perfection relative des tissus cicatriciels d'union au niveau du bourrelet.

Poussant plus loin l'expérience, j'ai fait deux lots des Cactées (greffes et témoins) : le premier a été cultivé dans les conditions ordinaires; le second a été soumis à une sécheresse élevée. Tandis que les différences en mucilages et acidité restaient les mêmes chez les plantes du premier lot, dans les exemplaires du second les adaptations avaient varié plus ou moins suivant le degré particulier d'humidité des sujets. Les greffes sur *Opuntia* avaient le mieux résisté.

Ces faits sont intéressants à plusieurs titres. Ils montrent bien que la vie symbiotique modifie les adaptations xérophytiques des Cactées étudiées,

proportionnellement à la valeur spécifique des sujets qui réagissent ainsi sur le chimisme propre de chaque greffon. L'*Opuntia*, qui possède une adaptation plus parfaite, oblige le greffon à diminuer d'autant ses mucilages et à neutraliser son acidité libre pour éviter l'excès d'eau dans ses tissus et la pourriture. Les réactions sont moins accentuées avec le *Peireskia* qui irrigue moins bien ses greffons. Les variations constatées avec l'âge des greffes, la valeur des soudures et l'action du milieu extérieur sont faciles à comprendre, car le chimisme propre de chaque greffon est la résultante générale des divers facteurs réglant les échanges dans chaque symbiose.

On ne doit donc jamais conclure, du seul examen morphologique externe ou interne, à la conservation intégrale des caractères propres des plantes greffées, car l'analyse microchimique de leurs tissus peut révéler des changements qui, sans elle, échappent à l'œil du naturaliste le plus exercé.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 FÉVRIER 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Notre confrère M. **Bazin** vient de mourir dans sa propriété de Chenove, près Dijon, où il s'était retiré; avec lui disparaît le chef incontesté des hydrauliciens actuels. Depuis près d'un demi-siècle il ne paraît, tant en France qu'à l'étranger, aucun cours de Mécanique appliquée qui ne contienne les formules de M. Bazin comme l'expression du dernier état de nos connaissances sur les lois du régime uniforme dans les canaux et dans les cours d'eau.

Dans des études aussi spéciales notre confrère a été un novateur doublé d'un expérimentateur de premier ordre. Sa notoriété est universelle et due à la fois au vif sentiment qu'il avait des phénomènes de l'Hydraulique et à la persévérance dont il a fait preuve pour en explorer exactement et minutieusement tous les détails.

Je me bornerai à signaler, à titre d'exemple, ces faits inattendus découverts par M. Bazin : à savoir que, dans les canaux à ciel ouvert, la vitesse maximum du courant se présente fort souvent au-dessous de la surface de l'eau. M. Bazin a trouvé la cause de ce fait paradoxal dans la libre émergence des tourbillons venus des parois latérales ou des inégalités du fond et a pu, dans les cas simples, en établir les lois par le calcul.

De même pour la propagation des intumescences ou des ondes de translation. En particulier M. Bazin a pu se rendre compte de ce qui se passe lors de la propagation de la marée dans un fleuve et expliquer le phénomène connu sous le nom de *mascaret*.

Les travaux de M. Bazin ont, à côté de leur valeur scientifique de premier

ordre, des conséquences pratiques de la plus haute importance, et ses méthodes sont aujourd'hui connues et pratiquées dans le monde entier. L'Académie perd donc en M. Bazin un de ses membres les plus éminents et qui avaient fait le plus pour la bonne renommée de la Science française à l'étranger.

ASTRONOMIE. — *Sur quelques observatoires des régions boréales de la France au* XVII[e] *siècle.* Note (1) de M. G. BIGOURDAN.

Les causes qui, dans notre Sud-Est, présidèrent au développement de l'Astronomie, agirent aussi dans les autres parties de la France : outre la vogue de l'Astrologie et les besoins de la Géographie, c'est tantôt la présence d'un Mécène qui groupe des savants autour de lui, tantôt l'influence de quelque Université, d'un collège, etc.

C'est ainsi que des observatoires plus ou moins actifs, plus ou moins permanents, s'établirent à Blois, à Caen, à La Flèche, etc.; et ils contribuèrent pour leur part au développement graduel de l'Astronomie française, à son bel épanouissement de la seconde moitié du XVII[e] siècle.

Blois.

Si l'on donne le nom d'*Observatoire* aux lieux découverts d'où les astrologues interrogeaient le ciel, le château de Blois possède un des plus anciens observatoires de France, et peut-être de l'Europe. Il est constitué, en effet, par une grosse tour du XIII[e] siècle, la *Tour du Foix*, au-dessus de laquelle Catherine de Médicis fit bâtir un pavillon dont la porte est encore surmontée de cette inscription : VRANIÆ SACRUM, *Consacré à Uranie* (2). Mais on ne cite aucune observation utile qui y ait été faite. Vers le commencement du XIX[e] siècle, quand le château fut transformé en caserne, la tour de l'Observatoire servit de poudrière.

La première observation faite à Blois est celle de l'éclipse de Soleil

(1) Séance du 12 février 1917.

(2) L. DE LA SAUSSAYE, *Histoire du château de Blois*, 7[e] édition, 1875, p. 3-4. Cette tour et le pavillon formant observatoire sont visibles sur la planche VII de cet Ouvrage, à droite. La tour est située non dans le château, mais dans la partie sud de l'enceinte ; elle est figurée en noir (1) dans le plan de la planche I, à gauche.

du 1er juin 1639, due à De Beaune (1), plutôt mathématicien qu'astronome, et qui, dans cette occasion, avait installé ses instruments au collège des Jésuites.

De Beaune s'occupa longtemps de construire des lunettes suivant les principes de Descartes et, quoique paralysé, il y travaillait encore en 1644, lorsque ce dernier alla le voir; même il put alors lui montrer d'assez bons verres de sa construction, mais terminés par des surfaces sphériques, tandis que Descartes tenait surtout aux courbures hyperboliques.

A cette époque Blois appartenait à Gaston d'Orléans, dont la vie ne fut qu'une conspiration et une révolte continuelles contre les gouvernants : Louis XIII son frère, Richelieu, la régente sa belle-sœur, Mazarin. A diverses reprises il fut exilé à Blois, et c'est là que s'écoulèrent à peu près en entier les vingt dernières années de sa vie, au milieu d'une cour qui, au dire des contemporains, « surpassait celle du roi son frère en beauté d'esprit, en politesse, en agrément », et où d'ailleurs les mécontents étaient nombreux. Il y mourut en 1660.

Ce prince, ami des arts et des lettres, fit reprendre les travaux du château actuel, commencés par Louis XII, continués par François Ier et abandonnés depuis plus d'un siècle; il y réunit des livres, des médailles, des estampes (2), etc; les jardins étaient magnifiques et il tenta même de fonder une Académie.

Les savants trouvaient bon accueil près de lui, et il attira des astronomes qui, soit à Paris, soit à Blois, observaient par ses « ordres »; ainsi nous avons vu que Morin et Agarrat observèrent à Paris, à son Palais du Luxembourg, l'éclipse de Soleil du 7-8 avril 1652.

Celle du 11 août 1654 fut observée de même à Blois par Agarrat (3).

---

(1) Florimond DE BEAUNE, né à Blois en 1601, y mourut en 1652. Il était seigneur de Gouliou, à 2 lieues de Blois, et conseiller au présidial de cette ville. Sa correspondance avec Descartes est en partie perdue, car les lettres qu'il lui écrivit ne nous sont pas parvenues. C'est dans une de ces lettres qu'il posa au philosophe le problème auquel son nom de De Beaune est resté attaché. Il s'était lié en 1626 avec Descartes qui le tenait pour un des meilleurs esprits du temps, et dont il commenta et développa la *Géométrie* dans des Notes que le philosophe appréciait hautement (lettre du 10 février 1639); ces Notes bien connues parurent en 1649, avec la première édition latine de cette Géométrie.

(2) Les collections de Gaston d'Orléans passèrent à Louis XIV et enrichirent nos musées.

(3) ÉCLIPSES DE SOLEIL *observées aux années* 1652 *et* 1654, par les ordres de son altesse royale. Paris, 1654, in-4°, 26 pages.

Il avait, dit-il, reçu ordre de M. Bruno, abbé de Saint-Cyprien et intendant du Cabinet du prince, de se rendre avec ses instruments à Orléans, où l'observation devait être faite. Il s'y transporta, en effet, avec son « Quadrant » de 3 pieds de rayon, l'installa dans la « maison du Roi » et le 8 août observa la hauteur méridienne du Soleil pour déterminer la latitude, qui fut trouvée de 47°50′.

La goutte ayant empêché le prince de venir, l'observation de l'éclipse fut faite à Blois, où Agarrat détermina d'abord les deux hauteurs méridiennes suivantes pour obtenir la latitude :

1654 Août 9.	
Hauteur méridienne d'α Aigle.	50°.14′
Déclinaison................	8. 0
Hauteur de l'Équateur.......	42.14
Hauteur du pôle............	47.46

1654 Août 10.	
Hauteur méridienne du Soleil.	57°.48′
Déclinaison................	15.34
Hauteur de l'Équateur......	42.14
Hauteur du pôle..........	47.46

L'éclipse fut observée en présence de divers personnages de la Cour, et de « Marchais, Professeur aux Mathématiques et Lecteur ordinaire de S. A. R. ». Les heures furent déduites des hauteurs du Soleil, prises par l'aide Cabassole, qui avait rempli le même office à Paris en 1652. Agarrat rappelle d'ailleurs ici les résultats de cette dernière éclipse, comme de celle de 1654, et nous les résumons, tels qu'il les donne pour l'une et pour l'autre, dans le Tableau suivant :

Éclipse de Soleil du 7-8 avril 1652. — *Paris.*

	Phase croissante.			Phase décroissante.		
Doigts.	Arc$_{\odot}$.	$h_{\odot}$ obs.	Heure conclue.	Arc$_{\odot}$.	$h_{\odot}$ obs.	Heure conclue.
O......	0°	38°. 5′	9h.30m	0°	48°.44′	12h. 0m
I.......	48	38.18	9.32	48	48.39	11.51
II......	68	39.16	9.40	»	48.38	11.49
III.....	83	40. 0	9.46	68	48.28	11.39
IV......	97	40.54	9.54	97	48.17	11.32
V......	109	41.44	10. 2	109	47.54	11.21
VI.....	121	42.17	10. 7	121	47.38	11.15
VII.....	131	43.14	10.16	131	47.20	11. 9
VIII....	131	43.36	10.20	142	46.48	11. 0
IX.....	154	44. 7	10.25	154	46.30	10.55
X......	165	45. 0	10.37			
Xd.18′..	170	45.18	10.38			

Éclipse de Soleil (11 août 1654). — *Blois.*

Doigts.	Phase croissante. $h_\odot$ obs.	Heure conclue.	Phase décroissante. $h_\odot$ obs.	Heure conclue.
	° ′	h m	° ′	h m
O	30.54	7.59.	51.40	10.24
I	31.37	8. 3.44^s	51. 0	10.18
II	32.36	8. 9	50.18	10.10
III	33.42	8.16.	49.50	10. 8
IV	34.37	8.22	48.30	9.57
V	35.42	8.28	47.37	9.50
VI	36.50	8.36	46.23	9.40
VII	37.50	8.42	45.14	9.32
VIII	39.24	8.52	43.57	9.23
VIII^d.40′	42.12	9.12		

A Paris, Morin et Agarrat avaient évalué à chaque phase l'arc du limbe solaire couvert par la Lune; c'est ce que nous donnons sous le titre $Arc_\odot$.

La dernière éclipse observée à Blois est celle de Soleil du 26 janvier 1656 : encore en présence de Gaston d'Orléans et de divers personnages de sa Cour, par A. Marchais (¹); il détermina les diverses phases par projection, avec une lunette dont il n'indique pas les dimensions, et ses heures par des hauteurs du Soleil : procédé tout à fait défectueux lorsque, ainsi qu'il arrivait alors, le phénomène se produit aux environs de midi, c'est-à-dire quand la hauteur du Soleil varie lentement.

Voici quelques détails sur l'observation, tirés d'un billet signé *Henry* qui se trouve dans le manuscrit de Boulliau à l'Observatoire de Paris (*Arch.* B, 5, 12, fol. 131) :

Monsieur. Je vous envoye lobservation faitte a Bloys que je vous avois promis, Je suis fasché de navoir pas retenu coppie de la figure, laquelle representoit les phases obscures tant de lincidense que de lemersion, mais elle est tracee de la mesme manière et methode que celles de Mr Hevelius dont mavez fait part autrefois de Vre Grace. Je tascheray de la retrouver; et en attendant je vous diray que le S. Marsais observateur a dit que lorsque le demy diametre apparent de la lune a paru le plus grand qu'il a este environ moindre que le demy diametre apparent du soleil dune vingt quatrieme partie ce qu'il faudra examiner.

(¹) *Serenissimo Augustissimoque principi Gastoni Franciæ.* — ECLIPSEOS SOLARIS.... Dat, Dicat, Consecrat Antonius Marchais, Mathematum Professor. Petit in-4°, de 4 pages avec 1 planche finement gravée.

Caen.

La ville de Caen, qui eut de bonne heure un collège, une Université, une Académie de Belles-Lettres (1652) et une Académie de Physique (1664), fut aussi des premières en France à posséder un astronome observateur, Gilles (Ægidius) *Macé*, qui d'ailleurs faisait également des prédictions astrologiques.

Il naquit (1) à Caen le 22 février 1586, fut avocat au barreau du baillage de cette ville et mourut à Paris le 8 mars 1637.

Tout en exerçant sa profession d'avocat, il continua ses études de Mathématiques et enseigna ces sciences publiquement à l'Université de sa ville natale.

Les seules observations qu'il ait publiées sont celles de la grande comète de 1618 (2), visible le matin et que Macé aperçut le 30 novembre. Il l'observa jusqu'au 12 janvier suivant, mesurant ses distances à deux étoiles, suivant l'usage général d'alors, au moyen d'un octant de $5\frac{1}{2}$ pieds de rayon divisé en degrés et minutes; puis, en partant des positions supposées connues des étoiles, il calcule «par le rude et espineux chemin des triangles spheriques, le mouvement de la Comete, tant en longitude et latitude, au respect de l'Ecliptique... ».

Il donne les coordonnées conclues et cherche à montrer que la comète est dans le ciel, c'est-à-dire bien au-dessus de l'atmosphère. Il cherche aussi la « signification » de cette comète et pense qu'elle doit pronostiquer des événements fâcheux; mais il ne se prononce pas bien clairement.

Macé fit aussi à Caen, de 1602? à 1633, des observations d'éclipses, de la latitude, etc.

Quatre de ces observations d'éclipses sont rapportées par Gassendi, au

---

(1) Voir [Huet] *Les origines de la ville de Caen*, 2e édition. Rouen, 1706.

Macé avait épousé Catherine Pillon de Bertouville, sœur de la mère de Huet; toutefois ce n'est point lui, comme on le dit parfois, mais son fils Daniel Macé, qui fut tuteur du futur évêque d'Avranches; celui-ci, comme on verra, nous a conservé des observations de son oncle, dont il recueillit les instruments ainsi que les livres de mathématiques, de physique et d'astronomie.

(2) *Discours* VÉRITABLE *des admirables apparences, mouvemens, et significations de la prodigieuse Comete de l'an* 1618. *Avec les demonstrations de la situation Celeste, grandeur et distance de la Terre*. Par Gilles Macé professeur du Roy aux Mathematiques en l'Université de Caen. — Caen, 1619; in-4° de [ij] + 68 pages.

Tome IV de ses Œuvres ([1]); d'autres ([2]), qui paraissent inédites, se trouvent avec une lettre adressée par Huet à Boulliau ([3]), avec une occultation d'Aldébaran par la Lune du 14 février 1625 et avec un certain nombre de *distances* de planètes à des étoiles, prises entre les années 1610 et 1620.

Enfin on y trouve également les sept déterminations suivantes de la latitude ([4]) de Caen, déduites de hauteurs méridiennes du Soleil prises toutes en 1619 à l'exception de la dernière, qui est de 1620.

Date 1619.	29 junii.	30 junii.	3 julii.	30 augusti.	10 septembri.	12 septembri.	1620 28 junii.
Altitudo solis meridiana...	64gr. 4′	64gr. 0′	63gr.52′	49gr.57	45gr.53′	45gr. 6′	64gr. 9′
Parallaxis addenda.......	1.16″	0. 1.16″	0. 1.16″	0. 1.55″	2.51″	2. 7″	1
Refractio	0	0	0	0	0. 0. 4	5	0″
Altitudo correcta	64. 5.16	64. 1.16	63.53.16	49.58.55	45.55. 1	45. 8. 2	64.10
Declināō................	23.19.53	23.16.36	23. 4.18	9. 9.28	5. 4.48	4.18.55	23.20.36
⊙ in	♋ 7. 8.34	♋ 8. 5.47	♋10.57	♍ 6.29.47	♍17.11. 5	♍19. 8. 3	♋ 6.55
Complementum poli......	40.45.23	40.44.40	40.48.58	40.49.27	40.50.13	40.49. 7	40.49.24
Polus Cadomensis........	49.14.37[a]	49.15.20[a]	49.11. 2[b]	49.10.33[c]	49. 9.47[d]	49.10.53	49.10.36

([a]) Has dua observationes quamvis cælo sereno factæ, tamen non bonæ fidæ, quia instrumentum videbatur oscillare.

([b]) Hac observatio non bone fida propter instabilitatem instrumenti.

([c]) Observatio exactissima cui tuto fidendum sit.

([d]) Exacta observatio.

Ensuite il faut attendre presque un siècle, malgré la présence d'écoles florissantes, avant que la ville de Caen ait de nouveau quelques astronomes, même de second ordre.

Au commencement du XVIIIe siècle professait à Caen le P. DE VITRY ([5]), philologue et numismate, qui enseigna d'abord les mathématiques et

---

([1]) 1619 décembre 20, ☾ — 1620 décembre 9, ☾ — 1630 juin 10, ⊙ — 1631 novembre 8, ☾.

([2]) 1602? juillet 10, ⊙ — 1619 juin 26, ☾ — 1621 mai 20, ⊙ — 1633 avril 8, ⊙.

([3]) Bibl. nat., *Manuscrits : f. fr.*, n° 13037 (Corresp. de Boulliau); fol. 182.

([4]) La même latitude fut déterminée à nouveau en 1681 par Picard, qui trouva 49° 10′ 50″ (*Anc. Mém. Acad.*, VII$_1$, p. 404).

([5]) Edouard de VITRY, jésuite, né à Châlons-sur-Marne le 31 mars 1666, fut, entre les années 1711 et 1714, en liaison littéraire avec J.-N. Delisle, dont la correspondance renferme de lui trois lettres et montre que d'autres avaient déjà été échangées antérieurement. En 1714 il était à La Flèche et, à partir de 1724, il séjourna à Rome, où il mourut en 1729 ou 1730.

l'astronomie, puis la théologie; en 1707 il publia une thèse de chronologie ([1]), mais il ne reste de lui aucune observation.

Presque à la même époque, un autre jésuite, le P. Aubert ([2]), enseigna pendant 4 ans les mathématiques à Caen et y observa, dans le collège de sa compagnie, les éclipses de Lune du 13 février 1710 ([3]) et du 23 janvier 1712 ([4]). Dans la suite il ne s'occupe guère que du flux et reflux de la mer ([5]) et des tremblements de terre ([6]).

L'abbé Outhier ([7]), qui allait partir avec la mission géodésique de Laponie, fit en 1733, dans le palais épiscopal de Caen, quelques mesures de la hauteur du Soleil et diverses observations d'éclipses des satellites de Jupiter.

Enfin un astronome amateur anglais, qui fut correspondant de l'Académie des Sciences, Nathaniel Pigott (mort en 1804), résida quelque temps à Caen et y observa les éclipses de Soleil du 7 avril 1764 (*Phil. Trans.*, 1767) et du 16 août 1765 (*Phil. Trans.*, 1767, LVII, p. 402) ainsi que le passage de Vénus de 1769 (*Phil. Trans.*, 1770).

Il fit aussi à Caen, de 1765 à 1769, des observations météorologiques (*Phil. Trans.*, 1771). Son fils Edward Pigott (1768-1807) prit part à Caen à l'observation du passage de Vénus de 1769 ([8]).

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

E.-C. Abendanon. *Voyages géologiques et géographiques à travers la Célèbes centrale*. I. Texte et Atlas. (Présenté par M. H. Douvillé.)

---

(1) *Thèse sur la pleine lune écliptique et pascale du 17 avril 1707.*

(2) Joseph-Michel Aubert, jésuite (Rennes, 1676 février 10 — Moulins, 1749 août 8).

(3) *Mém. de Trévoux*, juin 1710, p. 1086-1088.

(4) *Mém. de Trévoux*, août 1712, p. 655.

(5) *Mém. de Trévoux*, juillet 1717, p. 1115-1128; — novembre 1727, p. 2008-2032; — octobre 1728, p. 1868-1894.

(6) *Mém. de Trévoux*, juin 1828, p. 1056-1084.

(7) Né le 16 août 1694 à Lamare près Poligny, mort à Bayeux le 12 avril 1774.

(8) L'aurore boréale du 26 février 1777 fut également observée à Caen par M. de Rochefort (*Mém. Acad.*, 1777, M, p. 448).

M. **Louis Favé** prie l'Académie de vouloir bien le comprendre au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section de Géographie et Navigation.

GÉNIE MARITIME. — *Position relative du maître-couple la plus favorable à la vitesse d'une carène en navigation ordinaire.* Note (1) de M. **Fournier**, présentée par M. Bertin.

1. Concevons qu'une carène, sans portion cylindrique, soit modelée, par des tracés appropriés, de façon à conserver invariables sa surface immergée, Σ, ainsi que sa longueur, L, et à placer le même maître-couple successivement à toutes les distances possibles, δ, de l'extrémité antérieure de cette carène, dont elle sépare toujours le volume en deux parties égales, celui de la *proue*, en avant, et celui de la *poupe*, en arrière.

2. Quand, en partant de la position moyenne de ce maître-couple, où $\frac{\delta}{L} = \frac{1}{2}$, on le rapproche, soit de l'avant, soit de l'arrière, de manière à rendre $\frac{\delta}{L}$ moindre ou plus grand que $\frac{1}{2}$, on diminue ou l'on augmente l'affinement de la proue, à l'avantage ou aux dépens de celui de la poupe, sans changer donc sensiblement, en moyenne, l'affinement d'ensemble de la surface invariable, Σ.

Ni la résistance *directe*, ni la résistance du *frottement* de l'eau à la translation, de même vitesse V, de cette surface immergée invariable, n'étant ainsi modifiées, la résistance totale, $R\left(\frac{\delta}{L}\right)$, resterait égale à la résistance totale, $R\left(\frac{1}{2}\right)$, correspondant à la position moyenne du maître-couple, s'il ne résultait de la différence entre les affinements de la proue et de la poupe, pour une position relative quelconque du maître-couple définie par le rapport $\frac{\delta}{L}$, une particularité dynamique dont cette Note a pour objet de signaler l'intervention et d'expliquer la cause et les effets.

3. *Supposons d'abord* $\frac{\delta}{L} < \frac{1}{2}$.

Le *refoulement latéral*, $\frac{\varpi}{2g} BV\left[\frac{l'_0}{\left(\frac{L_0}{V}\right)}\right]$, par la proue, de longueur totale, L_0, et de largeur *moyenne*, l'_0, du volume d'eau, BV, déplacé dans

(1) Séance du 12 février 1917.

chaque unité de temps par la section, B, du maître-couple se transportant avec la vitesse, V, en mètres par seconde, est *plus grand* que sa *succion latérale*, $\frac{\varpi}{2g}\text{BV}\left[\frac{l'_1}{\left(\frac{\text{L}_1}{\text{V}}\right)}\right]$, par la poupe *plus affinée* et, par suite, de longueur totale $\text{L}_1 > \text{L}_0$ et de largeur moyenne $l'_1 < l'_0$. Il en résulte, en avant du maître-couple, un *excès de refoulement* accroissant de

$$\frac{\varpi_0}{2g}\text{BV}^2\left[\frac{l'_0}{\text{L}_0} - \frac{l'_1}{\text{L}_1}\right] > 0$$

la quantité de mouvement qui alimente, par obstruction, la vague de refoulement de l'*étrave* et ses échos divergents, aux dépens de la force motrice.

On peut donc poser, lorsque $\frac{\delta}{\text{L}} < \frac{1}{2}$,

$$(1)\qquad \text{R}\left(\frac{\delta}{\text{L}}\right)_{z=0} = \text{R}\left(\frac{1}{2}\right)_{z=0} + \frac{\varpi}{2g}\text{BV}^2\left[\frac{l'_0}{\text{L}_0} - \frac{l'_1}{\text{L}_1}\right] \quad \text{avec} \quad \frac{l'_0}{\text{L}_0} - \frac{l'_1}{\text{L}_1} > 0.$$

Supposons maintenant $\frac{\delta}{\text{L}} > \frac{1}{2}$.

Le refoulement latéral, $\frac{\varpi}{2g}\text{BV}\left[\frac{l'_0}{\left(\frac{\text{L}_0}{\text{V}}\right)}\right]$, par la proue, du même volume d'eau BV, déplacé par le maître-couple dans chaque unité de temps, avec la vitesse V, est *plus petit* que sa succion latérale, $\frac{\varpi}{2g}\text{BV}\left[\frac{l'_1}{\left(\frac{\text{L}_1}{\text{V}}\right)}\right]$, par la poupe *moins affinée* et, par suite, d'une longueur totale $\text{L}_1 < \text{L}_0$ et d'une largeur moyenne $l'_1 > l'_0$. Il en résulte alors, en arrière du maître-couple, un *excès de succion* accroissant de

$$\frac{\varpi}{2g}\text{BV}^2\left[\frac{l'_1}{\text{L}_1} - \frac{l'_0}{\text{L}_0}\right] > 0$$

la quantité de mouvement qui alimente, par amorçage, la vague de succion de l'*étambot* et ses échos divergents.

On peut donc poser encore, lorsque $\frac{\delta}{\text{L}} > \frac{1}{2}$,

$$(2)\qquad \text{R}\left(\frac{\delta}{\text{L}}\right)_{z=0} = \text{R}\left(\frac{1}{2}\right)_{z=0} + \frac{\varpi}{2g}\text{BV}^2\left[\frac{l'_1}{\text{L}_1} - \frac{l'_0}{\text{L}_0}\right] \quad \text{avec} \quad \frac{l'_1}{\text{L}_1} - \frac{l'_0}{\text{L}_0} > 0.$$

Or, de ces deux relations (1) et (2) on déduit, à première vue, que parmi toutes les valeurs possibles de la résistance, $\text{R}\left(\frac{\delta}{\text{L}}\right)_{z=0}$, $\text{R}\left(\frac{1}{2}\right)_{z=0}$ est un *minimum absolu;* ce qui confirme la règle usuelle des constructions navales, de placer toujours le maître-couple au milieu de la longueur, L, des carènes destinées à la navigation ordinaire, à ciel ouvert, où le plan de flottaison reste à fleur d'eau, à la profondeur $z = 0$.

HYDRAULIQUE. — *Sur le calcul des grandes surpressions dans les conduites munies d'un réservoir d'air.* Note [1] de M. C. Camichel.

On possède, sur les coups de bélier, dans les conduites munies d'un réservoir d'air d'importants travaux, en particulier ceux de MM. Rateau et de Sparre; mais, à ma connaissance du moins, la question des surpressions de l'ordre de la pression statique n'a pas été traitée; elle présente pourtant une grande importance pour les usines de munitions. L'objet de cette Note est d'indiquer le mode de calcul de ces coups de bélier et de donner des vérifications expérimentales des formules obtenues.

Prenons une conduite munie à sa partie inférieure d'un réservoir d'air, de volume suffisant pour qu'on puisse négliger la compressibilité de l'eau et la variation de volume de la conduite. Étudions le cas d'une fermeture de très courte durée.

En désignant par :

L la longueur de la conduite en mètres,
S la section de la conduite en mètres carrés,
v la vitesse de l'eau en mètres par seconde,
H la pression statique en mètres d'eau à l'extrémité de la conduite,
$y = \mathrm{H}(1+z)+\mathrm{P}$ la pression en mètres d'eau au temps t à l'extrémité aval de la conduite,
P la pression atmosphérique en mètres d'eau,
U le volume de l'air en mètres cubes à la pression $\mathrm{H}(1+z)+\mathrm{P}$,
U_0 le volume initial à la pression $y_0 = \mathrm{H}+\mathrm{P}$, $\gamma = \frac{\mathrm{C}}{c}$,

on a les équations suivantes en supposant que l'air se comprime adiabatiquement :

$$\frac{\mathrm{L}}{g}\frac{dv}{dt} = -\mathrm{H}z, \qquad \frac{d\mathrm{U}}{dt} = -\mathrm{S}v, \qquad \mathrm{U} = \mathrm{A}y^{-\frac{1}{\gamma}},$$
$$y = \mathrm{H}(1+z)+\mathrm{P}.$$

L'élimination de z, v, U entre les quatre équations précédentes donne

$$\mathrm{M}y^{-\frac{1}{\gamma}-2}\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 - \mathrm{N}y^{-\frac{1}{\gamma}-1}\frac{d^2y}{dt^2} + y_0 - y = 0,$$

d'où l'on déduit

$$(1) \qquad \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = -2{,}820\frac{y_0}{\mathrm{N}}y^{2,71} - \frac{6{,}877}{\mathrm{N}}y^{3,71} + \mathrm{C}y^{3,42} = \mathrm{F}(y),$$

(1) Séance du 12 février 1917.

avec

$$\frac{v_0^2 S^2 \gamma^2 y_0^{3,42}}{A^2} = \left(\frac{dy}{dt}\right)_0^2,$$

$$M = 1,71\,N, \qquad N = \frac{LA}{Sg\gamma},$$

$$A = U_0 y_0^{\frac{1}{\gamma}}.$$

En écrivant que $\frac{dy}{dt} = 0$, l'équation (1) permet de déterminer le maximum et le minimum de pression.

Cette équation admet deux racines qui résolvent la question. En outre, on construit la courbe de surpression par points par l'application de la formule

$$t = \int_{y_0}^{y} \frac{dy}{\sqrt{F(y)}}.$$

Cette intégrale, prise entre la valeur maximum et la valeur minimum de y donne la moitié de la période. Toutes ces questions se résolvent au moyen du planimètre.

On peut faire le même calcul en supposant une compression isotherme, en posant

$$A' = U_0 y_0, \qquad N' = \frac{LA'}{gS},$$

on obtient l'équation suivante :

$$(2) \qquad \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \left(C' - \frac{2y_0}{N'}\frac{1}{y} - \frac{2}{N'}Ly\right)y^4 = F'(y),$$

avec

$$C' = \frac{v_0^2 S^2}{A'^2} + \frac{2}{N}(1 + Ly_0).$$

La question se résout de la même façon que pour le premier calcul.

Quand Hz est faible vis-à-vis de y_0, en développant en série par rapport aux puissances de $\frac{Hz}{y_0}$ et en négligeant les termes d'ordre supérieur au troisième, on obtient la formule de M. Rateau,

$$Hz_M = v_0\sqrt{\frac{L}{g}\frac{S\gamma y_0}{U_0}}.$$

L'expérience a vérifié, d'une façon très satisfaisante, les formules précédentes.

Quand les coups de bélier deviennent considérables, c'est-à-dire lorsque Hz n'est plus négligeable vis-à-vis de y_0, les courbes de surpression n'ont plus la forme sinusoïdale, les portions situées au-dessus de la ligne de pression statique sont beaucoup plus hautes et beaucoup plus pointues que

celles qui sont situées au-dessous de cette ligne. Les équations (1) et (2) rendent compte complètement de ces particularités. Voici les résultats d'une expérience :

$$L = 18^{m},36, \quad S = 50^{cm^2}, \quad H = 15^{m},5;$$
$$T = +1°C., \quad P = 735^{mm} \text{ de mercure.}$$

	Adiabatique calculée par l'équation (1).	Observation.	Isotherme calculée par l'équation (2).
Maximum de y.....	$37^{m},2$	$35^{m},75$	$35^{m},2$
Minimum de y.....	$18^{m},2$	$19^{m},15$	$19^{m},3$

Pour cette expérience : $v_0 = 0^{m},224$; $U_0 = 490^{cm^3}$ à la pression de 735^{mm} de mercure.

On voit donc que la compression est comprise entre l'isotherme et l'adiabatique; avec des réservoirs d'air à parois métalliques, comme ceux qu'on emploie toujours dans l'industrie, elle se rapproche davantage de l'isotherme que de l'adiabatique.

Pour la détermination des périodes on a obtenu dans la même expérience :

	s
Période adiabatique....................	0,278
Période isotherme....................	0,330
La période observée est................	0,300

Les phénomènes de résonance produits par le fonctionnement d'un clapet automatique ([1]), dans une conduite munie d'une poche d'air, donnent des courbes de surpressions analogues à celles dont nous venons de parler.

BIOLOGIE. — *Sur l'association d'une Éponge siliceuse, d'une Anémone de mer et d'un Annélide polychète des profondeurs de l'Atlantique.* Note ([2]) de M. Ch.-J. Gravier, présentée par M. Edmond Perrier.

Aux îles du Cap Vert, en 1901 (station 1144, profondeur 828m); (station 1193, profondeur 1311m), la *Princesse-Alice* a recueilli de nombreux fragments vivants d'une Hexactinellide décrite par E. Topsent en 1904 sous le nom de *Sarostegia oculata*. Cette Éponge a la forme d'une colonne reposant sur une plaque étroite et qui se divise, par dichotomie irrégulière, en un grand nombre de rameaux situés sensiblement dans le

([1]) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 224.
([2]) Séance du 12 février 1916.

même plan. L'ensemble a la forme d'un élégant éventail, parfois de grande taille, trop fragile pour être ramené intact par le chalut qui le brise et n'en rapporte que des débris. Tout cet édifice est tubuleux; les rameaux, tantôt droits, tantôt arqués, sont percés, dans le plan de l'éventail, d'orifices exhalants ovales, dont le grand axe, parallèle à celui de la branche correspondante, a de 5^{mm} à 6^{mm} de longueur sur les principaux troncs. Le squelette est constitué essentiellement de spicules à trois axes, entre lesquels se dressent d'autres spicules à extrémité libre toute barbelée, appelés *sarules*, à cause de leur forme en balai (1).

La *Sarostegia oculata* Topsent se montre couverte de très nombreuses Actinies, dont les plus grandes ont au plus 4^{mm} de largeur et qui se présentent actuellement, après un long séjour dans l'alcool, comme de petites taches grisâtres sur le fond jaune brun de l'Éponge. Elles ont la forme d'un disque peu épais, car le péristome profondément invaginé ne laisse voir aucun tentacule; leur teinte grisâtre, à cet état de contraction, tient à ce que la colonne, seule partie visible de l'animal, est incrustée d'une couche dense de corps étrangers, en très grande majorité de Foraminifères. Bien qu'elles ne rappellent en rien leurs congénères, Topsent a parfaitement reconnu leur nature. L'étude approfondie de ces animaux, qui sera publiée ultérieurement, a montré qu'ils sont caractérisés : par leurs tentacules endacmiens, disposés sur deux cercles, au nombre d'une trentaine; par leur disque pédieux bien développé, quoique la musculature basilaire soit très réduite, par leur sphincter puissant, inclus dans la mésoglée et par la musculature rudimentaire des cloisons, ainsi que par l'absence d'aconties et de cinclides.

Avec sa colonne à mésoglée épaisse, alourdie et rendue rigide par le revêtement de Foraminifères, l'Actinie en question, d'un type nouveau, est un animal peu actif; elle peut se fermer vers le haut, au-dessus de la couronne de tentacules et lentement, sans doute, grâce à son sphincter. En dehors de cela, ses mouvements ne peuvent être que fort limités. Ses tentacules, presque dépourvus de fibres musculaires, sont incapables de participer à la capture de grosses proies. Très vraisemblablement, elle se nourrit des organismes divers en suspension dans les couches d'eau qui se dépla-

(1) C'est le *Talisman* qui a rapporté les premiers fragments de cette Éponge en 1881, des mêmes parages des îles du Cap Vert. Il semble bien, ainsi que me l'a écrit Topsent, que la *Valdivia* (Tiefsee-Expedition) en ait recueilli aussi quelques débris macérés (aux îles du Cap Vert et à l'ouest de Sumatra), que F.- E. Schulze a décrits sommairement, en 1904, sous le nom de *Ramella* n. g. *tubulosa* n. sp.

cent à la surface de l'Éponge. On sait que, chez les Éponges cornées tout au moins, la vie est intense et le mouvement de l'eau, à l'intérieur de l'animal et tout autour de lui, extrêmement actif. La commensalité ici confine, de la part de l'Actinie, au parasitisme; tout au plus défend-elle l'Éponge contre les organismes encroûtants, comme les Bryozoaires, qui pourraient l'envahir peu à peu et amener çà et là la nécrose de ses tissus. Ce qui montre que l'Éponge ne joue pas le rôle d'un simple support, c'est que, sur les rameaux morts, aucune Actinie ne persiste; les petites cuvettes qu'elles laissent à la surface de ceux-ci marquent les emplacements de leur sole pédieuse. Les Actinies commensales s'établissent très généralement sur des animaux rampants ou nageants et se procurent ainsi, dans des couches d'eau renouvelées, des sources fraîches de nourriture; à l'état adulte, elles recherchent de préférence les Mollusques et plus encore les Crustacés; à l'état larvaire, les Méduses et les Cténophores. Ici, il s'est établi une association entre animaux sédentaires; mais grâce à la circulation de l'eau qu'elle entretient autour d'elle, l'Éponge assure à l'Actinie les mêmes avantages qu'un organisme mobile.

En étudiant les Actinies dont la surface de l'Éponge est constellée, j'ai découvert, à l'intérieur des ramifications de divers ordres de celle-ci, une nouvelle espèce de Polychète de la famille des Polynoïdiens (du genre *Hermadion* Kinberg), qui sera décrite et figurée plus tard. Le Ver a, dans les galeries où il demeure, grâce aux orifices exhalants, de nombreuses portes d'entrée et de sortie à sa disposition. Le bénéfice que tire l'Éponge de la présence de l'Annélide n'est pas très apparent. Peut-être celui-ci empêche-t-il l'envahissement des galeries où il se meut par des organismes sédentairesqui diminueraient la vitalité de l'Éponge, en préparant l'obstruction des cavités qu'elle possède. En tout cas, on discerne bien l'avantage que l'association offre au Polychète et, avant tout, un abri sûr, car la paroi formée par le squelette siliceux de l'Éponge est solide. Il y circule constamment de l'eau mise en mouvement par l'Éponge elle-même; peut-être l'animal trouve-t-il quelque chose à glaner dans le courant. Mais ce ne peut être suffisant pour lui. Avec les mâchoires qu'il possède, il doit avoir besoin de proies plus grosses que celles de la nappe d'eau toujours en mouvement qui le baigne. Il peut sortir de son gîte et y rentrer quand il le veut, car il s'y déplace à son aise. Les cas de commensalité temporaire ne sont d'ailleurs pas exceptionnels chez les Polynoïdiens.

Somme toute, l'Hexactinellide donne asile à deux êtres bien différents : l'un à l'extérieur, sédentaire comme elle, semi-parasite externe, dont le sort

paraît être lié étroitement à celui de son hôte, c'est l'Actinie; l'autre, à l'intérieur des cavités circonscrites par les parois de ses ramifications successives, c'est le Polynoïdien, bien armé pour la lutte, beaucoup plus indépendant que le précédent de son hôte. Dans cette association hétérogène, le bénéfice, s'il est réciproque, est sûrement inégal; il est plus grand pour l'Annélide et bien plus encore pour l'Actinie que pour l'Éponge.

A 15 heures trois quarts l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Botanique présente, par l'organe de son doyen, M. *Guignard*, la liste suivante de candidats à la place vacante par suite du décès de M. *Ed. Prillieux* :

En première ligne, ex æquo et par ordre alphabétique	MM. **P.-A. Dangeard** **Henri Lecomte**
En deuxième ligne, ex æquo et par ordre alphabétique	MM. **Paul Guérin** **Matruchot** **Marin Molliard**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures un quart.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 FÉVRIER 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

La mort impitoyable s'acharne à frapper la Science française à la tête et au cœur tout à la fois.

Après Chauveau, Bassot et Bazin, voilà qu'elle nous prend au même instant Achille Müntz, le grand agronome, et Gaston Darboux, notre illustre Secrétaire perpétuel. L'holocauste de notre jeunesse, espoir de la Science, ne désarme pas la terrible niveleuse.

Il semble qu'elle veuille rendre solidairement responsables tous les représentants de la Science de l'usage impie et criminel que nos ennemis ont forcé l'humanité à faire d'elle.

Achille Müntz, né à Soultz-sous-Forêt (Bas-Rhin) le 10 août 1846, appartenait à la Section d'Économie rurale depuis le 18 mai 1896.

Élève de Boussingault, qu'il a assisté dans tous ses travaux pendant plus de dix ans et à qui il a succédé à l'Institut agronomique, Müntz a conservé les traditions du maître en appliquant à l'exploitation agricole les données que peuvent fournir la Physiologie animale et végétale, la Chimie, la Physique du globe.

Son œuvre scientifique est considérable et présente en même temps un caractère pratique immédiat qui a singulièrement augmenté les ressources de notre pays. Qu'il me suffise d'en citer quelques exemples : en Agronomie, on doit à notre Confrère de longues et patientes recherches sur la valeur alimentaire de divers fourrages; sur l'alimentation des chevaux et sur les

phénomènes de la digestion chez les animaux. Il s'est efforcé d'établir, au cours de ses études, le rapport qui existe entre l'alimentation et la production du travail. Des faits qu'il a observés sont résultées, au point de vue pratique, des conséquences importantes dont ont tiré parti plusieurs grandes administrations, notamment celles de la Guerre et de la Compagnie des omnibus de Paris.

C'est également à cette catégorie de recherches d'agronomie proprement dite qu'appartient la célèbre découverte du *ferment nitrique*, faite en collaboration avec notre Confrère M. Schlœsing.

Elle nous a permis de comprendre comment, par l'intervention d'un microbe oxydant, d'une ténuité extrême, se forment dans le sol des nitrates que la végétation utilise. Elle a permis à Müntz d'expliquer la formation de ces grands dépôts naturels de nitrate de soude de l'Amérique du Sud où s'est approvisionné le monde entier pour des buts hélas! si différents.

Müntz a enrichi la Science de faits importants sur la composition de l'air atmosphérique et notamment sur sa teneur en acide carbonique.

Il a montré qu'elle ne varie guère suivant l'altitude mais diminue sensiblement au cap Horn et en Patagonie, fait nouveau et inattendu qu'expliquent l'abaissement de la température dans l'immense étendue des mers australes et l'augmentation de solubilité qui en résulte pour l'acide carbonique.

Une découverte plus inattendue encore fut celle de la présence de l'alcool dans notre atmosphère. Müntz a prouvé qu'il vient du sol où il est engendré continuellement par la décomposition des matières organiques.

Ses travaux sur la viticulture dans les diverses régions de la France sont aujourd'hui classiques et ont considérablement augmenté le rendement ou la qualité de notre production nationale.

Ce qui caractérise l'œuvre de Müntz c'est qu'il ne s'est pas borné aux études de laboratoire. Il a transformé des exploitations agricoles importantes en vastes champs d'expérience afin de poursuivre ses investigations dans les conditions de la pratique.

Pour ses études sur la production des fumiers et sur l'engraissement des animaux il a opéré sur des étables garnies de nombreux bétail. Ses travaux sur l'alimentation du cheval ont porté sur des milliers d'animaux utilisés à un travail normal.

En viticulture il a expérimenté dans diverses régions de la France sur des centaines d'hectares et il a exploité lui-même des vignobles de grande étendue.

Ses recherches sur l'utilisation des marcs de vendange pour l'extraction du vin et de l'alcool et pour l'alimentation ont été opérées sur des récoltes de plusieurs milliers d'hectolitres et sur des troupeaux importants.

En un mot, Müntz, devançant notre Commission spéciale, a considéré l'expérimentation dans les conditions pratiques de la grande culture comme le complément indispensable des méthodes précises de la Science pure. Les honneurs et les pertes de temps qu'ils entraînent souvent n'avaient en rien ralenti l'activité scientifique de notre regretté Confrère, ainsi qu'en témoignent plus de 40 Notes figurant aux *Comptes rendus* depuis son élection, et qui sont de première importance sur la vinification, la nitrification intensive, l'épuration des eaux d'égout, les irrigations, le réveil de la terre, etc.

Darboux (Jean-Gaston) est né à Nîmes le 13 août 1842; il fut élu Membre de la Section de Géométrie le 3 mars 1885 et Secrétaire perpétuel le 21 mai 1900.

Comme les poètes, les mathématiciens se révèlent dès leur jeunesse.

Darboux fut, à 19 ans, reçu premier à la fois à l'École Polytechnique et à l'École Normale supérieure; il choisit l'École Normale. Aussi M. Lavisse a-t-il pu écrire à l'occasion du jubilé de Darboux : « Renoncer au chapeau et à l'épée du polytechnicien, au double galon d'or et au manteau dont un pan était rejeté sur l'épaule; préférer au titre d'ingénieur, plus rare alors qu'aujourd'hui, et aux espérances brillantes qu'offrait la carrière des mines ou des ponts, le titre de professeur et la modestie des fonctions d'enseignement, je crois que cela ne s'était pas vu encore. »

Sur son séjour à l'École je cite un extrait d'une Note de Pasteur :

« Ce jeune homme se placera rapidement au nombre de nos mathématiciens les plus éminents. Il faut absolument qu'il reste à Paris.... »

D'abord agrégé-préparateur à l'École, Darboux fut, pendant 6 ans, professeur de Mathématiques spéciales au lycée Louis-le-Grand, où, occupé le jour par un enseignement très lourd, il prenait sur ses nuits pour faire des recherches.

Devenu successivement maître de conférences à l'École Normale, puis remplaçant de Liouville dans la chaire de Mécanique, il suppléa Chasles dans la chaire de Géométrie supérieure dont il devint titulaire en 1881. Le Collège de France s'honore également de l'avoir eu pendant quelque temps comme suppléant de Joseph Bertrand.

Dans son enseignement, comme dans ses travaux, apparaissent dès le

début les précieuses qualités de son esprit : l'élégance, la clarté, la recherche de la simplicité, le souci du résultat définitif.

Les premiers travaux de notre Confrère se rapportent à l'Analyse. Il donna d'abord, pour l'approximation des fonctions des grands nombres, une méthode générale qui rend les plus grands services en Physique mathématique et en Mécanique céleste. Il publia ensuite d'importantes recherches sur les équations aux dérivées partielles dont on peut trouver l'intégrale sans quadrature partielle, sur les solutions singulières des équations aux différences partielles et des équations ordinaires et sur l'intégration algébrique des équations du premier ordre. Ces recherches se distinguent par la maîtrise de toutes les ressources de l'Analyse mathématique, par une rare habileté à relier entre elles les questions en apparence distinctes et à remonter aux véritables principes des théorèmes pour leur donner toute la généralité possible.

Après des travaux de Géométrie analytique sur les cyclides, sur la surface de Kummer et sur la surface des ondes, notre Confrère fut peu à peu entraîné dans la voie de la Géométrie infinitésimale considérée comme application de l'Analyse dont les fondateurs furent Euler, Monge et Gauss. Par l'enseignement qu'il fit à la Sorbonne durant près de 40 ans, par ses beaux travaux, par ses livres, il fonda une brillante école de Géométrie dont les disciples sont répandus maintenant dans tous les pays, et il développa les méthodes et les résultats qui font de lui un créateur et assurent à son nom l'immortalité.

Évoluant entre les deux écoles de géomètres : ceux qui regardent l'Analyse comme venant troubler la pureté de leur science et ceux qui ne voient dans la Géométrie qu'une branche de l'Analyse, Darboux fait heureusement la fusion des deux points de vue; il montre combien est précieux le sens géométrique, quel guide il offre pour l'Analyse, comment on peut le garder aussi sûr et aussi fin que les géomètres grecs et cependant manier le calcul avec une élégante sûreté.

De cette œuvre monumentale de notre Confrère, je ne puis citer que les grands traits : les recherches sur les coordonnées curvilignes, sur les systèmes orthogonaux et sur l'équation aux dérivées partielles du troisième ordre qui les caractérise, sur la déformation des surfaces, sur les rapports étroits entre la Géométrie, la Cinématique et les méthodes de la Mécanique analytique, etc.

Après avoir ainsi publié de beaux et importants résultats dans ces différents domaines, Darboux sut les embrasser d'une vue d'ensemble et les

résumer dans des traités magistraux qui constituent les classiques de la Géométrie de notre époque.

Notre Confrère possédait des qualités d'organisateur aussi élevées que celles du Professeur et du Mathématicien. A son jubilé, notre Confrère Appell, son successeur au décanat de la Faculté des Sciences, a pu dire : « Jamais, depuis la création des Facultés, aucun doyen n'a accompli une œuvre aussi considérable que la vôtre. »

Sous son aspect un peu sévère, Darboux cachait un cœur généreux et bienveillant que connaissent bien tous ceux qui l'ont assisté tant à la Caisse des Recherches scientifiques qu'à la Société de Secours des Amis des Sciences.

L'Académie perd en lui un de ses représentants les plus illustres et un de ses plus chauds défenseurs.

Je laisse à notre Confrère A. Lacroix le soin de vous rappeler ce que fut le Secrétaire perpétuel.

M. **A. Lacroix** prend à son tour la parole :

Monsieur le Président,

Vous permettrez au collaborateur de M. **Darboux** d'ajouter quelques mots aux paroles éloquentes que vous venez de prononcer.

Seuls, ceux de nos Confrères qui ont siégé à ce Bureau peuvent apprécier toute l'étendue de la perte que l'Académie vient de faire en la personne du plus ancien de ses Secrétaires perpétuels. L'Académie passait avant tout dans les préoccupations de M. Darboux ; son attention, toujours en éveil, cherchait dans les moindres incidents des répercussions possibles sur la vie intérieure de notre Compagnie et sur son rayonnement au dehors.

Son long décannat à la Faculté des Sciences l'avait rompu à toutes les difficultés administratives. Ce grand géomètre était devenu un habile homme d'affaires; il a apporté à la gestion des finances de l'Académie la précision, la lucidité et la fermeté qui caractérisent son œuvre mathématique; aussi, ses dix-sept années d'administration auront-elles grandement profité à notre commune prospérité. Ses avis étaient écoutés avec autant de déférence par la Commission centrale de l'Institut que par notre Commission administrative.

Autoritaire par tempérament, il aimait l'autorité non pour les vaines satisfactions d'amour-propre qu'elle donne parfois, mais pour l'action

qu'elle lui permettait d'exercer dans les causes lui paraissant justes et dans les directions lui tenant à cœur.

Il excellait dans l'art de dégager de sa gangue et de mettre en évidence le point essentiel d'une question. Vous l'avez vu ici, tour à tour prudent et modérateur ou ardent dans la discussion, en tout cas ne reculant jamais devant une responsabilité, n'hésitant pas à aller au-devant des obstacles que sa finesse lui faisait pressentir toutes les fois qu'il le jugeait utile et qu'il se croyait de taille à les surmonter. Mais son esprit réalisateur ne se payait pas de mots et ne le laissait pas s'attarder sur un terrain qu'il ne jugeait plus solide. Il avait alors la sagesse de se contenter d'une solution approchée ou le courage de reconnaître loyalement qu'il avait fait fausse route.

Le poids que lui donnait sa valeur de savant, jointe à la droiture de son caractère et de ses intentions, comme aussi sa belle carrière de professeur, lui avait conquis une place prépondérante dans tous les conseils, nationaux ou internationaux, où se débattent des programmes de recherche scientifique ou d'instruction. En y servant bien son Pays et la Science, il pensait — et avec raison — que, là encore, il servait bien l'Académie.

Miné depuis longtemps par la maladie, qui n'avait pu entamer son puissant cerveau, M. Darboux n'a cessé jusqu'à sa dernière heure de remplir strictement ses multiples fonctions, tout en travaillant à sa chère Géométrie.

La nécessité d'une intervention chirurgicale étant devenue pressante, quand il eut achevé la correction des épreuves d'un dernier ouvrage, et alors seulement, stoïquement, il se soumit à l'opération dont il connaissait toutes les redoutables conséquences pour un homme de son âge. Je l'ai suivi chaque jour dans cette épreuve qu'il a subie d'un visage impassible. Il n'avait qu'une crainte que je connaissais bien, encore qu'il la cachât au plus profond de son cœur de patriote : celle de n'être plus là pour le jour de la victoire prochaine et de ne pouvoir donner encore quelque chose de lui pour le relèvement de la Patrie blessée.

Je tiens à adresser un adieu profondément ému à l'éminent Confrère qui m'a initié avec tant de bienveillance aux fonctions qui ont été la plus grande fierté de sa vie d'honneur et de travail.

M. le Président annonce que la séance sera levée en signe de deuil aussitôt qu'auront eu lieu les votes inscrits à l'ordre du jour.

THERMODYNAMIQUE. — *L'entropie des gaz parfaits au zéro de la température absolue.* Note (¹) de M. E. Ariès.

Il semble que l'attention n'ait pas été jusqu'ici suffisamment appelée sur la convenance qu'il y avait à choisir pour tous les corps un état initial commun, facile à repérer, et à partir duquel seraient mesurées leur entropie et leur énergie. On est conduit à un choix judicieux de cet état par la formule de Clapeyron qui donne la chaleur de vaporisation L d'un corps condensé sous la forme solide ou liquide

$$\frac{\partial P}{\partial T} = \frac{\Delta S}{\Delta v} = \frac{L}{T\Delta v}. \tag{1}$$

Un des faits les mieux établis par l'expérience est que la variation d'entropie ΔS et de volume Δv, pour le passage de l'état condensé à l'état de vapeur saturée à tensions fixes (P, T), sont deux quantités essentiellement positives. Le corps absorbe de la chaleur et augmente de volume : $\frac{\partial P}{\partial T}$ est positif, et la tension de la vapeur décroît avec la température. Aux températures supérieures à celle du triple point, l'état stable correspond à la vaporisation du liquide, et aux températures inférieures l'état stable correspond à la sublimation du corps solidifié. A mesure que la température s'abaisse, le volume du corps entièrement transformé en vapeur s'accroît sans limite, et finit par devenir assez grand pour que cette vapeur saturée puisse être considérée comme gaz parfait. Sa température continuant à s'abaisser, les tensions P et T seront désormais liées au volume v du corps vaporisé, pris sous son poids moléculaire, par la relation

$$Pv = RT \quad \text{d'où} \quad \frac{P}{T} = \frac{R}{v} \quad \text{et} \quad \lim\left(\frac{P}{T}\right)_{T=0} = 0. \tag{2}$$

La pression supportée par le corps pris entièrement à l'état solide, non seulement tend vers zéro avec la température, mais devient infiniment petite par rapport à cette température; ce qui signifie que la courbe des tensions de la vapeur saturée, rapportée à deux axes OP et OT, est tangente, à son origine, à l'axe des températures.

C'est cet état limite et stable du corps solidifié que nous adopterons comme état initial. Par définition, l'énergie de ce corps et son entropie sont

(¹) Séance du 19 février 1917.

nulles. Il se trouve alors à la température du zéro absolu et n'exerce aucune pression sur l'extérieur. S'il émet encore une vapeur, elle est tellement raréfiée qu'il n'en existe aucune quantité appréciable dans un volume fini. Enfin il convient d'observer que tous les corps sont, dans cette situation, à des états correspondants pour l'application du principe de Van der Waals.

Ces simples considérations conduisent aisément à des conclusions intéressantes.

Une croyance très répandue est que l'entropie d'un gaz parfait devient infinie négativement, quand sa température tend vers le zéro absolu, tandis que son volume ou sa pression resterait invariable (¹). Examinée de près, cette affirmation ne correspond à aucune réalité possible, quoiqu'elle semble découler des deux formules

$$(3)\qquad S = -\frac{\partial I}{\partial T} = R\log v + c\log AT = -R\log p + c\log AT + R\log RT,$$

qu'on tire de l'expression de l'énergie libre I des gaz parfaits

$$(4)\qquad I = -RT\log v + cT - cT\log AT + B.$$

Un gaz sensiblement parfait à la température ordinaire, tel que l'hydrogène, ne peut pas subsister dans cet état sous un volume fini, si l'on vient à abaisser indéfiniment sa température. Ce gaz, comme tous les corps, possède un état critique à partir duquel il peut exister comme vapeur saturée, sa température et sa pression décroissant progressivement, comme nous venons de le voir, jusqu'à devenir nulles, tandis que son volume s'accroît indéfiniment. Si donc, sous un volume constant v, et plus grand, par exemple, que son volume critique, on abaisse sa température, il finira par atteindre l'état de vapeur saturée : et tout nouvel abaissement de sa température aura pour effet de condenser cette vapeur, en sorte qu'au zéro absolu on aura, non pas un gaz parfait, mais un corps solide avec une quantité inappréciable de gaz occupant une partie du volume v.

Si c'est la pression qui reste invariable, supposons, pour préciser, que cette pression soit inférieure à la pression critique, et que le gaz parte d'un état à considérer comme vapeur sèche. D'après la formule (2) son volume ira en décroissant avec la température, et il arrivera à l'état de vapeur saturée quand il aura atteint la température bien définie qui correspond à la pression constante qu'il supporte. A ce moment, toute tentative pour

(¹) Voir les *Leçons de Thermodynamique*, par le Dr Max Planck (traduction française), 1913, p. 276 et 300.

abaisser sa température aura pour seul effet de le condenser entièrement : après quoi, sa température pouvant reprendre sa marche descendante, il finira par atteindre le zéro absolu à l'état d'un corps solide soumis à la pression donnée.

Un corps ne peut rester gazeux, quand on abaisse indéfiniment sa température, qu'à la condition de faire croître, en même temps, son volume au delà de toute limite, de manière qu'il conserve l'état de vapeur sèche ou, tout au moins, l'état de vapeur saturée. Il devient alors forcément gaz parfait, obéit à la relation (2), et sa pression doit nécessairement tendre vers zéro avec la température.

Son entropie se présente alors, dans les formules (3), non comme une quantité infinie négativement, mais sous la forme indéterminée de deux quantités infinies et de signes contraires. Cette indétermination est réelle et ne peut être levée qu'en définissant les conditions, d'ailleurs convenablement choisies, de la transformation à faire subir au corps pour atteindre le zéro absolu. Ces conditions imposeront à l'entropie de n'être fonction que de la température, seul cas où l'on puisse concevoir une valeur limite et déterminée de cette entropie.

Il est donc à prévoir que l'entropie d'un gaz parfait au zéro absolu peut avoir une infinité de valeurs; et c'est bien ce que démontre d'une façon péremptoire la détente adiabatique d'un gaz suivant la formule de Laplace, et pendant laquelle son entropie initiale, qui peut avoir une infinité de valeurs différentes, demeure constante, tandis que sa température et sa pression tendent vers zéro.

Mais parmi toutes ces valeurs limites de l'entropie d'un gaz, il en est une qui est particulièrement intéressante : c'est celle qui correspond au cas où le gaz se détend en restant, à partir d'une température suffisamment basse, à l'état de vapeur saturée; son entropie, fonction de la température seule, tend alors vers une valeur bien déterminée, qu'il devient facile de trouver et qui est sa valeur minima.

Dans ce cas, pour une température très voisine du zéro absolu, ∂P et ∂T de la formule (1) sont à remplacer par les tensions P et T elles-mêmes. La différence Δv entre le volume très grand v du corps supposé entièrement à l'état gazeux et le volume v_0 du corps supposé entièrement à l'état solide, peut être remplacée par le volume v, et la formule (1) devient

$$\frac{P}{T} = \frac{\Delta S}{v}.$$

Mais P, v, T satisfont à l'équation (2), et, par suite, $\Delta S = R$.

L'augmentation que subit l'entropie d'un corps solide, pris sous son poids moléculaire, pour se vaporiser entièrement à basse température en prenant l'état de gaz parfait, tend vers la constante R, *quand la température tend vers le zéro absolu.*

Cette proposition est très importante; nous indiquerons aujourd'hui les plus simples de ses conséquences.

La chaleur de vaporisation $L = T\Delta S = RT$ s'annule au zéro absolu. A cette température et sous une pression nulle, un corps solide n'exige aucune communication de chaleur pour se transformer en vapeur en prenant un volume infiniment grand.

Cette transformation n'exige non plus aucun travail, puisque le travail $p(v - v_0) = RT = 0$. D'où résulte que l'énergie du corps est la même dans les deux états extrêmes; or, des formules (3) et (4) on tire pour l'énergie U d'un gaz parfait, comptée à partir de notre état initial,

$$U = I + ST = cT + B \quad \text{et pour} \quad T = 0, \quad U = B = 0.$$

La constante B de la formule (4) est nulle, ce qu'il importait de savoir. On a alors, C étant la capacité calorifique à pression constante,

$$U = cT, \quad J = U + pv = (c + R)T = CT.$$

L'énergie libre I et le potentiel H d'un gaz parfait ne sont pas, comme U et J, fonctions de la température seule, excepté dans le cas où le gaz est à considérer comme vapeur saturée. Comme alors S est égal à R à très basse température, on aura

$$I = U - ST = (c - R)T, \quad H = I + pv = J - ST = U = cT.$$

Les quatre fonctions de Massieu tendent vers zéro avec la température absolue pour une vapeur saturée qui prend elle-même l'état parfait; mais le rapport de ces fonctions à la température absolue, c'est-à-dire leur dérivée, tend vers les valeurs positives suivantes :

$$(5) \quad \begin{cases} \lim \dfrac{U}{T} = \dfrac{\partial U}{\partial T} = c, & \lim \dfrac{J}{T} = \dfrac{\partial J}{\partial T} = C, \\ \lim \dfrac{I}{T} = \dfrac{\partial I}{\partial T} = c - R, & \lim \dfrac{H}{T} = \dfrac{\partial H}{\partial T} = c. \end{cases}$$

A notre état initial, ces quatre fonctions s'annulent aussi : U, par définition et les trois autres parce que pv et ST s'annulent. Mais si l'on consi-

dère les valeurs que prennent ces fonctions aux très basses températures pour le corps solide à l'état de saturation et en équilibre avec sa vapeur, H aura, comme l'on sait, même valeur cT que pour le corps à l'état gazeux, et comme pv_0 et ST sont des infiniment petits du second ordre, les trois autres fonctions auront aussi cette même valeur; en sorte que

$$(6)\quad \lim \frac{U}{T} = \lim \frac{J}{T} = \lim \frac{I}{T} = \lim \frac{H}{T} = c, \qquad \text{soit} \qquad \frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\partial J}{\partial T} = \frac{\partial I}{\partial T} = \frac{\partial H}{\partial T} = c.$$

Par les formules (5) et (6), on voit que la théorie elle-même vient porter son appui au principe de Van der Waals et confirmer, dans deux cas particuliers, la loi que ce principe impose aux quatre fonctions de Massieu [1].

BOTANIQUE. — *L'*Eurotium Amstelodami, *parasite présumé de l'homme.* Note de M. **Paul Vuillemin.**

L'*Aspergillus glaucus* est souvent signalé parmi les parasites de l'homme. Ce nom désigne, non une espèce, mais une forme d'appareil de dissémination, caractérisée par un tube renflé en tête d'où rayonnent dans toutes les directions des phialides portant chacune un chapelet de conidies basipètes. Le coloris, la forme, l'ornementation, les dimensions des conidies oscillent entre d'assez larges limites; la taille n'est pas inférieure à 5^{μ}.

On en distingue sans peine les formes dont la tête, chauve à la base, porte des phialides ascendantes et des chapelets dressés de conidies, généralement inférieures à 5^{μ}.

Les *Aspergillus* ne prennent rang dans la classification qu'autant qu'on puisse les rattacher à des genres définis d'après la fructification ascosporée. Plusieurs d'entre eux rentrent dans le genre *Eurotium*, dont les périthèces sont limités par une assise ininterrompue de larges cellules tabulaires, bien séparée du tissu fertile, et dont les ascospores sont lenticulaires, avec deux valves bombées réunies par un ruban aminci.

Parmi les *Aspergillus* de la seconde série, les périthèces sont encore inconnus chez l'*A. fumigatus*, les indications fournies par Siebenmann, J. Behrens, Grijns n'étant pas probantes. A cette série appartient l'*Eurotium malignum* signalé par Lindt dans l'oreille. D'après des cultures communiquées par M. Dangeard, les périthèces sont blancs; les ascospores

(1) Voir la démonstration de cette loi dans notre précédente Note (*Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 261).

mesurent 5^{μ} de diamètre et de hauteur; les valves se prolongent par une membrane mince, irrégulièrement bosselée, qui porte le diamètre total à 7^{μ}-8^{μ}. Les conidies ascendantes, finement granuleuses, rondes ou ovales, mesurent environ $2^{\mu},5$.

Parmi les espèces confondues, d'après l'appareil conidien, sous le nom d'*Aspergillus glaucus*, de Bary distingue l'*Eurotium repens* de l'*E. herbariorum* Link. Ces deux espèces, ne végétant pas à 37°,5, ne sauraient vivre en parasite aux dépens de l'homme. Pourtant on ne doit pas rejeter en bloc les observations où les produits pathologiques ont fourni des cultures de Champignons déterminés comme tels. Les conidies des espèces thermophobes résistent à des températures bien supérieures à celle qui arrête leur germination. Introduites accidentellement ou expérimentalement dans les voies respiratoires ou digestives, ou sur les plaies, les spores d'*E. repens* ou d'*E. herbariorum* peuvent être saisies par les phagocytes qui, impuissants à les altérer, les entraînent par la circulation jusque dans la profondeur de l'organisme. Il n'est donc pas surprenant que ces germes inoffensifs, mélangés aux produits pathologiques, se développent dans des cultures pratiquées avec toutes les précautions requises contre la contamination par les apports extérieurs.

La forme *Aspergillus glaucus* n'est pas l'apanage exclusif des espèces exclues du parasitisme par leurs limites thermiques. M. Mangin a découvert deux espèces d'*Eurotium* poussant encore au-dessus de 40°. L'une, *E. Chevalieri*, possède un appareil conidien rentrant dans les limites de l'*Aspergillus glaucus;* l'autre, *E. Amstelodami*, tout en ayant des conidies plus petites, lui ressemble assez pour avoir été conservée sous ce nom à l'Office central de cultures d'Amsterdam qui a fourni à M. Mangin l'échantillon sur lequel il a fondé la nouvelle espèce.

Deux observations, l'une de Siebenmann, l'autre personnelle, nous portent à considérer l'*E. Amstelodami* comme l'un des parasites de l'homme confondus, soit avec l'*E. repens*, soit avec l'*E. herbariorum*.

D'après M. Mangin, l'*E. Amstelodami* pousse de 8° à 43°,5 avec optimum à 31°,5. L'appareil conidien est vert cendré, puis vert glauque, enfin vert olive; la tête claviforme porte jusqu'au voisinage de la base des chapelets de conidies sphériques, très finement échinulées, mesurant de $2^{\mu},8$ à $4^{\mu},7$, exceptionnellement $6^{\mu},6$. Les périthèces jaunes ont des ascospores de même taille que celles de l'*E. repens* ($4^{\mu},7 \times 3^{\mu},7$), s'en distinguent par une gouttière nette, bordée par deux crêtes arrondies.

Dans ses recherches sur les otomycoses, Siebenmann signale des coni-

diophores et des périthèces à la surface du tympan et dans les bouchons de cérumen. Les cultures à froid répondent à l'*E. repens*. Mais dans les cultures à 30°, les conidiophores, de couleur vert olive, moins rigides, parfois rameux, ont un renflement plus petit, nettement claviforme, dégarni dans sa portion inférieure; les conidies sont plus rondes, plus petites.

Suivant l'auteur, l'*Eurotium repens* prendrait une grande ressemblance avec l'*Aspergillus fumigatus*, sans toutefois descendre à une taille aussi faible. Nous ne contestons pas la détermination du Champignon cultivé à froid comme *E. repens;* mais les formes obtenues à 30° ne sont pas une simple modification de l'espèce banale. C'est une espèce distincte. On ne la confondra pas avec l'*Aspergillus fumigatus* dépourvu de périthèces, puisque ces organes l'emportent sur les sporophores dans les cultures à 30°, ni avec l'*E. malignum*, car les périthèces sont jaunes. Ce que nous connaissons d'après la description de Siebenmann concorde avec la diagnose de l'*E. Amstelodami;* nous ignorons seulement si les ascospores sont pourvues de sillon.

Un *Eurotium* analogue à celui de Siebenmann vient d'être rencontré dans des conditions qui permettent de soupçonner son action pathogène. Le Dr Bedin, médecin-chef de l'hôpital auxiliaire de Malzéville, ayant observé parmi les infirmières des cas de tourniole particulièrement rebelles, fit sur l'une de ces dames un prélèvement aseptique qu'il soumit à notre examen. La guérison des malades ne permit pas de renouveler l'expérience. Une culture pure d'emblée fut obtenue sur carotte à 35°. Les repiquages à 37°, effectués par M. Lasseur, furent encore plus prospères.

Les cultures passent du vert cendré au vert bleu et enfin au vert olive. Les teintes superposées de bas en haut dans le même tube se maintiennent sans changement dans les cultures retirées de l'étuve. A la limite de la zone pulvérulente apparaissent, à l'étuve, des périthèces jaunes, qui ne tardent pas à se montrer à tous les niveaux. Les sporophores, assez grêles et élancés, souvent tortueux à la base, parfois ramifiés comme dans le cas de Siebenmann, aboutissent à un renflement claviforme, couvert de phialides s'étendant de haut en bas et laissant à la base un entonnoir chauve d'étendue variable, souvent très réduit. Avec l'âge, une teinte fuligineuse envahit les phialides, la tête et le sommet du tube. Les phialides ventrues, contractées en goulot, mesurant 5^{μ} à $6^{\mu} \times 2^{\mu},5$, sont rayonnantes, ainsi que les chapelets. Les conidies, sphériques, finement échinulées sauf sur les facettes d'insertion, dont la supérieure est encadrée de petites pointes, ont en général $3^{\mu},5$ de diamètre; elles atteignent exceptionnellement 5^{μ} et

même 7^{μ}. Le diamètre du tube varie de 8^{μ} à 15^{μ}, celui de la tête de 17^{μ} à 34^{μ}.

Les asques, de 27^{μ} à 30^{μ}, renferment 8 spores dont le grand diamètre varie de 4^{μ} à $6^{\mu},5$; les dimensions les plus communes oscillent entre $4^{\mu},35$ et $5^{\mu},2$. La hauteur est de 3^{μ} à $4^{\mu},3$, le plus souvent $3^{\mu},7$. Un bourrelet obtus, épais, sinueux, déborde chaque valve. Cette crête saillante, mais arrondie, s'étend en s'atténuant jusqu'à la ligne équatoriale; elle circonscrit une rainure à fond étroit et à bords inclinés.

Si nous comparons cette description à celle de l'*E. Amstelodami*, nous trouvons une concordance générale dans l'aspect macroscopique, le coloris, la forme des sporophores, les caractères des conidies, la forme, la couleur, les dimensions des périthèces. La taille des ascospores, sans être aussi fixe, rentre dans la même moyenne.

Comme différences, nous noterons un optimum thermique plus élevé, les cultures étant plus rapides à 37° qu'à 35°, les tubes sporophores plus grêles et moins rigides, enfin le développement plus considérable des crêtes arrondies auxquelles M. Mangin attache autant de valeur qu'aux conidies pour séparer l'*E. Amstelodami* de l'*E. repens*. Ces modifications sont purement quantitatives; elles ne dépassent pas le degré relevé par M. Mangin dans les formes rapportées à l'*E. herbariorum*, où le diamètre des ascospores varie de $7^{\mu},5$ à $9^{\mu},4$, où les crêtes sont tantôt émoussées, tantôt peu saillantes, tantôt aiguës très saillantes.

Notre Champignon ne se sépare pas spécifiquement de l'*Eurotium Amstelodami* Mangin. Nous n'y voyons qu'une forme de cette espèce, qui prendra rang à la suite du type sous le nom d'*Eurotium Amstelodami*, forma *Bedini*, en l'honneur du praticien distingué qui nous a fourni les matériaux de cette étude. Le Champignon de Siebenmann appartient vraisemblablement à la même forme.

M. **Henry Le Chatelier** fait hommage à l'Académie d'un Ouvrage de M. Jules Amar, intitulé : *Organisation physiologique du travail*, dont il a écrit la *Préface*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Botanique, en remplacement de M. *Ed. Prillieux*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 44,

M. Henri Lecomte	obtient.	24	suffrages
M. P.-A. Dangeard	»	20	»

M. **Henri Lecomte**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu. Son élection sera soumise à l'approbation du Président de la République.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un de ses Membres qui devra faire partie du *Conseil d'administration du Conservatoire national des Arts et Métiers*.

M. **Émile Picard** réunit la majorité des suffrages.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection de deux de ses Membres qui devront faire partie de la *Commission technique du Laboratoire d'Essais du Conservatoire des Arts et Métiers*.

Au premier tour de scrutin,

M. **H. Le Chatelier** réunit seul la majorité absolue des suffrages.

Il est procédé à un nouveau scrutin pour désigner le deuxième délégué.

M. **Lecornu** réunit la majorité absolue des suffrages.

En conséquence, MM. **H. Le Chatelier** et **Lecornu** sont désignés pour faire partie de la *Commission technique du Laboratoire d'Essais du Conservatoire des Arts et Métiers*.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** donne lecture des dépêches suivantes :

Rome, 25 février 1917.

Profondément ému par la perte cruelle de Gaston Darboux, je partage le deuil des savants français pour la mort de ce maître célèbre qui a enrichi les Mathématiques de découvertes immortelles.

Volterra.

Bouzaréa, 24 février 1917.

Le Directeur et les Astronomes de l'Observatoire d'Alger, très émus par la mort de l'illustre Darboux, s'associent au deuil de l'Institut et de la Science française.

Gonnessiat.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Méthode de détermination expérimentale du rendement applicable aux machines et chaudières marines*, par E. Tournier.

2° *Nouvel essai d'unification des phénomènes naturels*, par M. Alfred Lartigue.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les formes binaires à coefficients et indéterminées complexes, de degré quelconque.* Note (¹) de M. **Gaston Julia**, présentée par M. Émile Picard.

La méthode de réduction continuelle imaginée par Hermite pour les formes à coefficients réels, et dont j'ai donné une interprétation géométrique dans une Note antérieure (²), peut s'étendre très simplement aux formes à coefficients et indéterminées complexes. Au groupe des substitutions modulaires réelles qui servait à définir l'équivalence pour les formes

(¹) Séance du 19 février 1917.

(²) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 32.

à coefficients et indéterminées réels, il convient de substituer le *groupe de Picard*, formé par les substitutions modulaires complexes

$$x = aX + bY, \quad x' = a'X' + b'Y',$$
$$y = cX + dY, \quad y' = c'X' + d'Y',$$

a, b, c, d étant des entiers complexes; a', b', c', d' les entiers conjugués $ad - bc = 1$.

Soient la forme

$$(1) \qquad f(x, y) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} y + \ldots + a_n y^n$$

et l'équation

$$(1') \qquad f(z, 1) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n = 0.$$

On peut supposer $a_0 \neq 0$ (en faisant au besoin une substitution modulaire convenable); ses n racines sont $z_1, z_2, \ldots, z_n$.

On associe à (1) la *forme d'Hermite définie aux indéterminées conjuguées* x, y, x', y',

$$(2) \qquad \varphi = \sum_{i=1}^{n} t_i^2 \,\mathfrak{N}(x - z_i y) = pxx' - qxy' - q'x'y + ryy'.$$

Le symbole $\mathfrak{N}(x - z_i y)$ représente $(x - z_i y)(x' - z'_i y')$, c'est la norme de $(x - z_i y)$. Pour toutes les valeurs des t_i on réduira la forme d'Hermite φ et l'on fera dans f la substitution S qui réduit $\varphi (\Phi = \varphi S,\ F = f S)$. On obtiendra un ensemble de formes F équivalentes à f, parmi lesquelles seront choisies la ou les réduites équivalentes à f. On désignera toujours cet ensemble par (f).

Si l'on marque dans le plan $O\xi\eta$ de la variable $z = \xi + i\eta$ les points $z_1, z_2, \ldots, z_n$, et si l'on représente la forme φ par un point ζ du demi-espace $O\xi\eta\tau$ $(\tau > 0)$ défini :

1° Par sa projection sur $O\xi\eta$ dont l'affixe sera $\frac{q'}{p}$;

2° Par sa distance à l'origine $O\zeta$, telle que $\overline{O\zeta}^2 = \frac{r}{p}$,

les expressions de p, q, q', r en fonction des t montrent aisément que, si ces t prennent toutes les valeurs possibles, ζ *décrit l'intérieur et la surface du polyèdre convexe non euclidien* D *qui a pour sommets dans le plan* $O\xi\eta$ *les points* $z_1, z_2, \ldots, z_n$. Ce polyèdre est parfaitement défini : ses arêtes sont des demi-cercles orthogonaux au plan $O\xi\eta$ en deux points z_i, z_j (droites

non euclidiennes), ses faces sont des portions de sphère orthogonale au plan $O\xi\eta$ passant par trois des points z_i (plans non euclidiens). Il est convexe, c'est-à-dire qu'il n'est traversé par aucune de ses faces prolongée indéfiniment.

Si $n = 3$, ce polyèdre se réduit à un triangle non euclidien; si $n = 4$, à un tétraèdre, ou même à un quadrilatère non euclidien si les quatre sommets sont dans un même plan non euclidien, c'est-à-dire sur un même cercle du plan $O\xi\eta$.

D'autre part, réduire la forme φ, c'est faire sur elle une substitution modulaire S

$$(x = aX + bY,\ y = cX + dY) \quad \text{ou} \quad \left(z = \frac{aZ + b}{cZ + d}\right)$$

définissant un mouvement non euclidien du demi-espace $O\xi\eta\tau$ qui transforme le point ζ en un point Z intérieur au pentaèdre π_0 qui est le domaine fondamental du groupe de Picard dans le demi-espace $O\xi\eta\tau$. En considérant alors la division pentaédrique de ce demi-espace et le polyèdre D associé à la forme f, on voit que l'ensemble des substitutions qui réduiront φ lorsque les t varieront est *l'ensemble des substitutions qui transforment en* π_0 *chacun des pentaèdres* π *de la division du demi-espace, avec lesquels* D *a au moins un point commun.*

Le seul cas où l'ensemble des S et par suite l'ensemble (f) ne compte qu'un nombre fini de formes est celui où toutes les racines de f seraient rationnelles. C'est un cas banal qu'on exclut en arithmétique. On voit de suite que (f) est le même quelle que soit la forme équivalente à f dont on parte.

On considère ensuite la fonction

$$\theta = \frac{\mathfrak{N}(a_0)\,\delta^{\frac{n}{2}}}{t_1^2 t_2^2 \ldots t_n^2}$$

où $\mathfrak{N}(a_0) = a_0 a_0' =$ Norme a_0 et $\delta = pr - qq'$ est le déterminant de φ. Les valeurs des t qui rendent θ *minimum absolu* substituées dans φ donnent la *correspondante de f*. La substitution qui réduit cette correspondante *réduit f par définition.* Tout revient à l'étude des correspondantes (le minimum de θ s'appelle le *déterminant de f*; il est le même pour toute la classe équivalente à f); *deux formes équivalentes ont les mêmes réduites.* Pour les formes cubiques et biquadratiques les correspondantes ont des figurations remarquables.

1° *Forme cubique.* — D est le triangle non euclidien de sommets z_1, z_2, z_3. La correspondante ζ est l'*orthocentre non euclidien de ce triangle :* c'est l'intersection des droites non euclidiennes menées par les sommets orthogonalement aux côtés opposés. Ces trois hauteurs percent à nouveau le plan des z en trois points qui sont les racines du *covariant cubique de f*. Ce covariant a même correspondante ζ que f elle-même. Enfin la droite non euclidienne menée par ζ orthogonalement au plan non euclidien de D perce le plan z aux racines du *hessien de f*.

2° *Forme biquadratique.* — D est le tétraèdre non euclidien $z_1 z_2 z_3 z_4$. Il faut considérer les *trois couples d'arêtes opposées, par exemple* $z_1 z_2$ *et* $z_3 z_4$, *mener leur perpendiculaire commune non euclidienne* (elle existe et elle est unique); *ces trois droites non euclidiennes concourent en un point* ζ *qui représente la correspondante de f*. En ce point ζ, ces trois droites sont d'ailleurs orthogonales deux à deux. Elles percent le plan des z en six points qui sont les racines du *covariant du sixième degré de f*.

Ces résultats généralisent bien simplement les résultats sur les formes à coefficients réels exposés dans ma Note précédente.

MINÉRALOGIE. — *Sur une nouvelle propriété des sphérolites à enroulement hélicoïdal.* Note (¹) de M. PAUL GAUBERT.

L'anisalamidoazotoluol se présente au moins sous sept états cristallins différents, dont deux liquides. Une des formes, obtenue par cristallisation lente, à la température ordinaire, du liquide biréfringent ou isotrope resté longtemps à l'état de surfusion, montre des sphérolites à enroulement hélicoïdal (enroulement des particules cristallines autour de la direction de l'indice n_g).

Ces sphérolites possèdent des propriétés intéressantes. Indépendamment de l'enroulement hélicoïdal des fibres, il existe un enroulement en spirale identique à celui que j'ai décrit autrefois dans les sphérolites de cholestérine (²). En partant du centre, il se fait en sens inverse du mouvement des aiguilles d'une montre.

En outre, ils offrent fréquemment une structure particulière, mise en

---

(¹) Séance du 19 février 1917.

(²) P. GAUBERT, *Comptes rendus*, t. 146, 1908, p. 829.

évidence par certaines propriétés optiques et qui montre, par une méthode nouvelle, l'enroulement hélicoïdal des particules cristallines.

Examinés en lumière naturelle, ces sphérolites montrent, comme presque tous ceux qui sont à enroulement hélicoïdal, des anneaux alternativement homogènes et fibreux.

Avec le nicol inférieur, il se produit un pseudopolychroïsme normal [1], c'est-à-dire que ce sont les fibres, dont la direction est perpendiculaire à la section principale du nicol, qui paraissent obscures.

Avec le nicol supérieur seulement, le phénomène est tout autre; le pseudopolychroïsme, dû à la diffraction de la lumière par les fibres, apparaît à peine, mais on voit des anneaux obscurs alternant avec des anneaux clairs, comme si le sphérolite était observé avec les nicols croisés, avec toutefois cette différence qu'il n'y a pas de croix noire.

Ce qui est remarquable, c'est l'influence de la rotation du nicol sur la position des anneaux. Une rotation de 180° éloigne ou rapproche ces derniers du centre d'un intervalle séparant deux anneaux consécutifs. Ce déplacement met en évidence l'existence des divers secteurs composant le sphérolite, puisque le sens de l'enroulement varie de l'un à l'autre.

En effet, tandis que dans l'un d'eux les anneaux s'éloignent du centre, ils se rapprochent de la même quantité dans le secteur voisin. Par conséquent, si les deux groupes d'anneaux se trouvent sur le même cercle, une rotation de 45° les éloigne d'un demi-intervalle et une rotation de 90° raccorde les anneaux de deux secteurs voisins, primitivement éloignés d'un intervalle. Ces anneaux peuvent parcourir toute la longueur de la fibre. Si l'on repère un anneau voisin du centre, en tournant le nicol, il arrive à la périphérie, au bout d'un nombre de demi-tours égal au nombre d'anneaux observés sur le sphérolite.

L'étude des propriétés de ces anneaux montre qu'ils sont dus à la polarisation rectiligne, produite par diffraction de la lumière par le sphérolite, et que, là où ils existent, ils forment un polariseur dont le plan de polarisation fait un angle droit avec le plan de polarisation du nicol. En effet, une lame de quartz, placée entre le sphérolite et le nicol, prend, dans les parties correspondant aux anneaux obscurs, la teinte qu'elle montre entre deux nicols croisés. Par conséquent, les fibres du sphérolite sont constituées par de petits éléments cristallins, disposés de telle sorte qu'ils forment un polariseur, dont le plan de polarisation varie de position d'une

(1) P. Gaubert, *Bull. de la Soc. fr. de Min.*, t. 32, 1909, p. 422.

manière continue sur le parcours de la fibre. Il reprend une orientation analogue dans tous les intervalles séparant les anneaux. Rien ne révèle extérieurement cette structure, mais il est très probable que la polarisation de la lumière par diffraction est produite, grâce aux intervalles existant entre les petits éléments cristallins enroulés, de la même manière que les fibres polarisent rectilignement la lumière pour produire le pseudo-polychroïsme observé dans les fibres avec le nicol inférieur.

Avec les nicols croisés, l'action isolée des deux nicols se superpose à celle des nicols croisés, c'est-à-dire que le pseudopolychroïsme particulier, produit par chacun d'eux, masque plus ou moins les effets dus à la biréfringence de la substance; aussi il ne m'a pas été possible de déterminer le sens de l'enroulement des particules constituant les fibres par le procédé indiqué par M. Wallerant ou à l'aide de la platine de Fedoroff.

Les études de W.-H. Bragg et W.-L. Bragg [1], sur les cristaux au moyen des rayons X, tendraient à montrer si l'interprétation de ces savants est exacte, qu'il n'y a pas de particule cristalline. Cependant les édifices à enroulement hélicoïdal indiquent l'existence d'éléments cristallins, invisibles au microscope; chacun d'eux posséderait alors la structure que ces auteurs attribuent aux cristaux macroscopiques.

GÉOLOGIE. — *Sur le Miocène supérieur marin (Sahélien) de l'Ouest Algérien.* Note [2] de M. **Louis Gentil**, présentée par M. H. Douvillé.

On sait que le Miocène supérieur qui est généralement formé, dans le bassin méditerranéen, par des dépôts lagunaires ou continentaux a, dans l'Afrique du Nord, des représentants franchement marins qui témoignent sans doute d'une régression de la mer néogène, mais qui n'en sont pas moins caractérisés au point de vue de leur origine sédimentaire.

C'est à M. Charles Depéret que revient le grand mérite d'avoir établi, d'après l'étude d'une faune de la province d'Oran plus récente que le Tortonien, tout en étant indiscutablement antérieure au Pliocène, « qu'en était en présence d'une véritable faune de passage entre le Miocène et le Pliocène, et qui occupe *vraisemblablement la position de l'étage pontique, sous un faciès entièrement marin* ». Dès cette époque déjà lointaine (1893), le maître incontesté des terrains néogènes méditerranéens entrevoyait la

(1) W.-H. Bragg et W.-L. Bragg. *X Rays and crystal structure.* London, 1915.
(2) Séance du 19 février 1917.

communication de la Méditerranée avec l'Océan « non par le détroit bétique qui était sûrement fermé à cette époque, mais sans doute par le détroit de Gibraltar ou par quelque autre communication plus au sud dans le Maroc ». Il pensait que le terme de *Sahélien* devrait se substituer à celui de *Pontien* pour désigner le Miocène supérieur (1).

L'idée de M. Depéret a rapidement été confirmée. La voie féconde était ouverte aux chercheurs et ses propres travaux, ceux de M. Brives dans la province d'Alger, les miens dans la province d'Oran, ceux de M. L. Joleaud dans la province de Constantine n'ont fait qu'apporter à sa conception d'une mer du Miocène supérieur une consécration définitive, ainsi qu'en témoigne le Traité magistral de M. E. Haug (Tome II : *La période néogène*). Il convient d'ajouter que les travaux de ses successeurs ont été faits sous son égide et que l'existence d'un détroit Sud-Rifain, dont j'ai plusieurs fois entretenu l'Académie, avait été pressentie par lui bien antérieurement à mes recherches au Maroc.

Un travail récent de M. Dalloni (2) semblerait devoir, dans une certaine mesure, atténuer la portée, au point de vue paléogéographique, de l'idée de l'éminent professeur de Lyon sur l'extension de la mer sahélienne.

Se basant sur la découverte très heureuse de dépôts continentaux avec débris d'*Hipparion gracile* près de Guiard, sur la rive droite de l'oued Tafna, l'auteur restreint considérablement l'étendue de cette mer néogène; il nie même l'extension des dépôts miocènes marins de cet âge dans la zone frontière algéro-marocaine : « les couches fossilifères très transgressives, décrites par M. Louis Gentil, entre la frontière algérienne et la Mlouya (3), relèvent pour moi du Tortonien. » Il affirme que la mer du Miocène supérieur ne dépassait pas la vallée de la Tafna (4).

J'avais, il y a une quinzaine d'années, poursuivi les dépôts marins du Sahélien d'Oran jusque vers l'embouchure de la Tafna (5) et, malgré les affirmations de M. Dalloni, je maintiens mes conclusions sur ce point ; son

---

(1) Depéret, *Observations à propos de la Note sur la nomenclature des terrains sédimentaires par MM. Munier-Chalmas et de Lapparent* (*C. R. séances Soc. géol. de Fr.*, 3e série, p. XXXIII, 4 février 1895).

(2) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 639, et *Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, t. 15, p. 428 et suiv.

(3) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 293.

(4) *Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, t. 15, p. 441.

(5) *Étude stratigraphique et pétrographique du bassin de la Tafna* (Thèse de doctorat, 1902).

Pliocène calcaire, basé sur des déterminations paléontologiques contestables, se heurtant à des impossibilités orogéniques.

Depuis, je l'ai retrouvé plus à l'Ouest, à partir de Nemours et jusqu'au delà de la frontière algéro-marocaine.

La côte est bornée, de ce côté, par des grès ou par une série d'assises de grès, de tufs volcaniques remaniés, d'argiles et de calcaires blancs zoogènes renfermant des faunes marines parfois assez complètes.

Les grès fins, coquilliers, un peu argileux des falaises de Nemours renferment :

Pecten Restitutensis Font., forme de passage à *P. latissimus* Br., *P. sarmenticius* Gold., *P. Dunkeri* May., *P. cristato-costatus* Sac., *Amussium denudatum* Reuss, *Chlamys multistriatus* Pol., *Lucina* sp., *Anomia ephippium* L., *Ostrea Velaini* Mun.-Ch., *O. Falsani* Loc., *O. lamellosa* Br., *Alectryonia plicatula* L., *Scalaria* sp., *Balanus* sp., *Clypeaster megastoma* Pom., *Cl. altus* Pom., *Lithothamnium.*

A Port-Say et de part et d'autre de l'Oued Kiss, qui marque la frontière marocaine, j'ai observé une succession assez épaisse montrant de la base au sommet :

a. Un grès grossier avec galets renfermant en abondance : *Pecten Restitutensis* Font., var. miocène, *Pecten incrassatus* Partsch (= *P. Besseri* H.), *P. sarmenticius* Gold., *P. Bollenensis* May., *Spondylus gœderopus* Br. (= *Sp. crassicostata* Lam.), *Terebratula sinuosa* Br. (forme de passage entre l'espèce miocène et celle du Pliocène).

b. Des marnes blanchâtres ou grises, délitables, avec fossiles plus ou moins conservés, parmi lesquels : *Pecten* du groupe de *P. scabrellus* Lam., *Flabellipecten Ugolinii* Dep. et Rom., *Amussium cristatum* Br., *Am. comitatum* Font., *Lucina miocenica* Mich., *Cardita intermedia* Br., *Arca Diluvii* Lam., *Arcopagia crassa* Penn., *Corbula revoluta* Br., *Nucula placentina* Lam., *Astarte aff. sulcata* da Cost., *Megassinus Bellardianus* (= *M. miocenica* Mich.), *Diplodonta rotundata* Mant., *Ostrea cochlear* Pol., *Ostrea Barroisi* Mun-Ch., *Scalaria* sp., *Turbo* sp., *Dentalium sexangulum* L. Polypiers (*Flabellum*, *Ceratotrochus*).

c. L'étage se termine par des calcaires blancs à Polypiers et *Lithothamnium* dans lesquels se retrouvent : *Pecten Restitutensis* Font., var. miocène ; *P. sarmenticius* Goldf.; *Ostrea Velaini* Mun.-Ch.; *Alectryonia plicatula* L.

Les argiles marneuses de Port-Say se poursuivent au delà de l'Oued Kiss dans les collines du Korn ech Chems où j'ai recueilli les mêmes éléments de faune qui montrent associées des espèces indiscutablement miocènes, comme *Pecten incrassatus*, à des espèces pliocènes. De plus, j'y ai trouvé une assise

siliceuse à spicules de Spongiaires, avec silex ménilites renfermant des empreintes de Poissons, qui est à rapprocher de celle du Sahélien d'Oran dans laquelle Sauvage a décrit une faune à *Alosa Scarpena*, etc., rappelant le niveau de Licata, en Sicile.

Les argiles du Korn ech Chems se poursuivent au delà de la Mlouya, au pied des Kebdana.

Ainsi, dans la région littorale, depuis Nemours jusque dans la zone d'occupation espagnole, se montrent des dépôts importants caractérisés par des faunes de Mollusques dans lesquels se trouvent associées des espèces essentiellement miocènes comme *Pecten incrassatus*, *P. sarmenticius*, *P. Ugolinii*, etc., à des espèces pliocènes. J'ai défini de cette façon, autrefois, les caractères paléontologiques du Sahélien d'Oran, ce que M. Dalloni n'a pas essayé de contester. On ne peut donc songer à limiter la mer du Miocène supérieur au Sahel d'Oran ainsi que l'*affirme* M. Dalloni. Non seulement les mêmes faciès néritiques se retrouvent à plus de 120^{km} à l'Ouest, dans la zone algéro-marocaine, mais des tendances bathyales réapparaissent avec les argiles de Port-Say, qui s'opposent aux conclusions au moins exagérées que mon confrère a cru devoir tirer de la présence du Pontien continental en un point du bassin de la Tafna.

Je demeure convaincu, avec M. Charles Depéret, que la mer du Miocène supérieur s'étendait bien au delà, à l'intérieur du Maroc.

GÉOLOGIE. — *Sur les bassins intérieurs des Pyrénées.* Note [1] de M. **Stuart-Menteath**, présentée par M. H. Douvillé.

Les bassins de Sare, Vera, Bastan, Baigorry et Roncevaux, presque en contact, s'éclaircissent mutuellement; il est possible de suivre les couches en direction, en s'aidant de la détermination des fossiles.

Les travaux de recherche par puits et galeries ont montré la grande importance des failles approximativement verticales, les déplacements horizontaux devenant subordonnés en profondeur. En outre j'ai pu reconnaître que beaucoup de conglomérats, considérés quelquefois comme des mylonites de friction, renfermaient des fossiles et étaient en réalité des dépôts côtiers, leur vraie nature étant localement obscurcie par des glissements et des passages à des tufs ophitiques.

---

[1] Séance du 19 février 1917.

J'ai constaté d'abord que le fond des bassins que je viens de citer présentait un Flysch crétacé, analogue au Flysch de Vienne, avec faune de Gosau, et identique à celui de la bordure des Pyrénées. Il s'agissait de savoir si ladite bordure s'était déversée dans les bassins, ou si les roches anciennes avaient glissé sur les dépôts de la plaine en les laissant à découvert, en « fenêtres », au milieu des montagnes. Pas à pas, depuis 1881, j'ai pu m'assurer que le Flysch monte en manteau jusqu'aux sommets des montagnes, autant sur les bords des bassins que sur la bordure des Pyrénées. Les preuves supposées du contraire sont des effets de dislocations locales, inévitables sur toute bordure de montagne.

Pour m'assurer si le bassin de Sare est en cuvette, j'ai constaté :

1° Que son fond est continu avec celui de Vera, et que la suite des couches est nettement synclinale depuis le Trias qui touche la bordure paléozoïque jusqu'au Flysch, seulement plissoté, du milieu du remplissage;

2° Que c'est la *base* de la série qui est toujours en contact avec la bordure, excepté sur des points ou des dislocations constatées par les plans de mines ont amené des renversements ou effondrements locaux;

3° Que le Crétacé du remplissage est en continuité avec celui de la bordure des Pyrénées, et que les bassins sont des expansions de synclinaux de ce Crétacé, dont les restes, fortement pincés entre les roches anciennes, attestent encore la continuité, obscurcie par l'érosion et les dislocations les plus récentes.

Comme exemple de l'extension de ces conclusions, je citerai le plaquage crétacé au milieu du granite, au sud de Cambo et Espelette, à l'extrémité orientale du bassin de Sare. L'ayant montré à M. Seunes, il l'a dessiné en synclinal dans trois coupes et une carte; mais, dans la carte définitive de Bayonne, il l'a figuré comme paléozoïque, d'après son expérience ultérieure. Récemment il a été décrit comme un surgissement anticlinal d'un soubassement crétacé, sur lequel le granite serait *charrié*. Mais si la disposition est anticlinale malgré la stratification apparente autant pour M. Seunes que pour moi, il s'agit d'un resurgissement du Dévonien fossilifère qui plonge vers lui à moins de 300^{m} au Sud. Si je le retiens crétacé, en dépit de son métamorphisme, c'est qu'à l'extrémité occidentale du bassin de Sare le calcaire identique est pincé en synclinal entre les bordures de Trias et s'ouvre, vers Saint-Sébastien autant que vers Vera, en continuité avec le Crétacé du bassin de Vera et de la bordure des Pyrénées, en traversant

complètement le granite de la Haya, reconnu par mes contradicteurs comme continuation de celui de Cambo.

D'ailleurs le granite de la Haya a été reconnu en profondeur au-dessous du Crétacé par des sondages au diamant, et le puits de San Narciso de 300^m de profondeur a retrouvé ce granite au-dessous du Vraconnien fossilifère. Celui de Cambo est analogue et sa connexion a été vérifiée par M. Fournier en ma compagnie.

J'ai pu conclure que le marbre à graphite de Louhossoa et Moine Mendia est crétacé, en raison de sa continuité avec le marbre du sud d'Espelette, comme dans les autres cas du Cambrien de Jacquot, signalé au sud de Cambo. La présence de filons ramifiés d'ophite dans ce calcaire est une confirmation attestée par le microscope dans tous les cas cités; et le granite du puits de San Narciso est reconnu par le Dr Hatch comme analogue au granite tertiaire de l'Écosse.

Les autres bassins m'ont donné des faits en confirmation. A Roncevaux, le Crétacé est localement renversé contre la faille qui fait surgir la volumineuse source légendaire, mais à l'Est il monte en écharpe jusqu'au Château Pignon, qui domine de 900^m le fond de Valcarlos qu'on a prétendu superposé sur ce Crétacé. A Baigorry, le conglomérat crétacé, passant à des tufs ophitiques, monte en discordance sur les pentes de la bordure paléozoïque du bassin. A Aincille comme à Espelette, l'ophite surgit de fentes verticales. Entre Baigorry et Roncevaux, le Crétacé pincé est en continuité en travers des Pyrénées, comme entre Vera et Saint-Sébastien.

ÉCONOMIE RURALE. — *Nouveaux essais sur la désinfection du sol.* Note (1) de M. **Miège**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Depuis 1914 nous avons entrepris de nouvelles recherches sur l'influence fertilisante et la valeur antiseptique du traitement des terres qu'on a désigné ordinairement jusqu'ici sous le nom de *stérilisation du sol.*

Étant données l'importance des excédents de rendements qu'on en peut légitimement espérer et, aussi, les pertes immenses qui résultent, chaque année, de l'attaque des parasites épiphytes et qu'elle permettrait, sans doute, d'atténuer largement, la désinfection du sol doit retenir l'attention et paraît mériter des études sérieuses.

Deux séries d'expériences ont été poursuivies. Les premières ont été

(1) Séance du 19 février 1917.

effectuées en plein champ et au jardin, sur pommes de terre, sarrasin, haricots, tomates, carottes et poireaux; les secondes ont été continuées, en serres et à l'air libre, sur tomates principalement, et aussi sur concombres et œillets.

Les produits employés ont été, pendant les deux dernières années : toluène, sulfure de carbone, formol, lysol, huiles de schistes, charbon de bois, permanganate de potasse, eau oxygénée, hypochlorite de chaux, soufre, sulfures, etc. La plupart ont été enfouis, avant le semis, dans le sol en place; quelques-uns n'ont été utilisés qu'après la levée, d'autres enfin ont servi à la préparation préalable de terreaux ou de composts.

I. Voici les rendements constatés dans la première série d'expériences, sur des parcelles de terrain argilo-siliceux, de 20$^{m^2}$ de superficie chacune.

TABLEAU I.

Produits employés.	Haricots.	Tomates.	Carottes.	Pommes de terre.	Sarrasin (en vert).
	kg	kg	kg	kg	kg
Toluène	»	»	37,100	13,760	45
Sulfure de carbone	»	»		12,880	44
Eau oxygénée	»	»	»	12,720	»
Lysol	»	»	42,500	»	»
Formol	»	»		12,740	43
Permanganate de potasse	0,950	»	»	13,020	»
Sulfate de cuivre	»	»	»	14,120	»
Soufre	»	»	»	16,920	43
Hypochlorite de chaux	1,250	50,500	»	»	46
Charbon de bois	0,900	»		12,720	»
Témoins	0,550	35	14,165	8,440	40

L'influence favorable des antiseptiques a été bien nette, et elle s'est manifestée, non seulement par un accroissement très sensible des rendements, mais aussi dans une atténuation indéniable des maladies et des dommages subis par les plantes traitées.

II. Les essais de la seconde série ont fourni des résultats semblables. Ils ont porté sur plus de 6000$^{m^2}$ de cultures en serres et de 1^{ha} en pleine terre; ce ne sont donc plus des expériences de laboratoire, de plus, ils ont été effectués dans un domaine en quelque sorte industrialisé, où domine, par conséquent, la nécessité de réaliser des bénéfices immédiats.

Là aussi, la production a été considérablement augmentée, et le traitement a montré une efficacité réelle sur la santé des plantes. Il faut dire que

l'exploitation dont il s'agit est spécialisée dans la culture en grand des tomates de primeurs et que cette culture est continuée depuis plus de quinze ans dans les mêmes sols et dans les mêmes serres. Cette production intensive et ininterrompue dans le même milieu, chaud et humide, prédispose évidemment les végétaux à toutes les maladies; aussi, quels que soient les soins multiples et les efforts prodigués, les parasites étaient devenus si nombreux et si virulents que la végétation était sérieusement compromise et la culture très aléatoire; la désinfection du sol présentait donc ici un intérêt tout particulier.

La variété employée était surtout la « Joffre », à fruits lisses et fermes; les parcelles témoins étaient enclavées au milieu des parties traitées et soumises exactement aux mêmes conditions de développement. Le Tableau suivant (Tableau II) indique les résultats qui ont été obtenus dans chaque serre et à l'hectare (chaque serre avait une superficie de 400^{m^2} et contenait 1600 plantes) :

TABLEAU II.

Numéros des serres.	Produits employés.	Doses employées (en kilogrammes)		Rendements obtenus (en kilogrammes)		
		par serre.	à l'hectare.	par serre.	par pied.	à l'hectare.
1	Toluène	12	300	3300	2062	82500
	Charbon de bois	30	750			
2	Sulfure de carbone	10	250	3040	1900	76000
	Charbon de bois	30	750			
3 (1)	Lysol (1er mois)	1 par m^3	»	2200	1375	55000
	Formol (2e mois)	1 par m^3	»			
4 (1)	Toluène (2e mois)	1 par m^3	»	2400	1500	58000
	Charbon de bois (1er mois)	10 par m^3	»			
5	Lysol	5 au $\frac{1}{200}$	125	2200	1375	55000
6	Hypochlorite de chaux	64	1500	2500	1562	62500
7	Hypochlorite de chaux	64	1500	2550	1570	63750
8 (2)	Sulfate de cuivre	10	250	2100	1312	52500
	Charbon de bois	20	500			
9	Eau oxygénée	500^l au $\frac{1}{100}$	125	2200	1375	55000
10	Soufre	10	250	3000	1875	75000
	Hypochlorite de chaux	500^l au $\frac{1}{100}$	125			
	Charbon de bois	25	625			
11	Permanganate de potasse	600^l au $\frac{1}{200}$	75	2450	1530	61256
12	Formol	10^l au m^2 $\frac{7}{1000}$	»	2350	1470	58750
13	Soufre sublimé	20	500	2150	1345	53750
14	Charbon de bois	25	625	2800	1750	70000
	Naphtol β	5	125			
15	A l'air libre	»	»	2800	1750	70000

(1) En composts (cultures en pots).
(2) En mélange.

Les rendements les plus élevés ont atteint 3300^{kg} par serre, soit plus de 2^{kg} de fruits par pied et 82500^{kg} à l'hectare! Ils ont été obtenus avec le toluène ou le sulfure de carbone; les plus faibles ont encore dépassé 2100^{kg} par serre, soit une moyenne de 1^{k},310 par pied et 52000^{kg} à l'hectare, et c'est le sulfate de cuivre qui les a donnés.

Si l'on rapproche ces résultats de ceux recueillis la même année à Rennes, on constate : 1° que la désinfection du sol a montré, dans des situations très diverses (en pleine terre, en serres, en sols variés) et pour des espèces végétales différentes, une influence réellement favorable, aussi bien sur les rendements que sur la santé et la valeur des produits obtenus; 2° que cette action est, dans une certaine mesure, spécifique, en ce qui concerne la nature des substances chimiques employées et celle des plantes qui ont été soumises à leur influence. En effet, sur une même plante et dans une même situation (par exemple : tomates de Paramé, en serres) c'est le toluène, puis le sulfure de carbone qui ont paru les plus efficaces, tandis qu'ailleurs ou sur d'autres cultures, l'hypochlorite, le soufre, etc. se sont montrés plus actifs et plus favorables.

Ces résultats confirment pleinement ceux que nous avions déjà obtenus précédemment ([1]) ainsi que ceux qui ont été recueillis à l'étranger, et ils donnent une preuve nouvelle de l'influence réellement bienfaisante du traitement antiseptique des terres. Nous nous efforçons, par des essais en cours, de trouver une interprétation rationnelle de ces faits.

MÉDECINE. — *Étude sur la gangrène gazeuse.* B. œdematiens *et sérum anti*-œdematiens. Note ([2]) de MM. **M. Weinberg** et **P. Séguin**, présentée par M. Laveran.

I. Nous avons décrit sommairement au mois de mai 1915 ([3]) deux bacilles anaérobies, extrêmement toxiques, isolés dans la flore de la gangrène gazeuse et différents du *B. perfringens* et du V. septique. Un lapin préparé avec la toxine d'une de ces deux souches nous a fourni un bon sérum antitoxique. Nous avons pu, grâce à lui, démontrer que ces deux échantillons, ainsi que quatre autres isolés depuis lors, appartenaient à une seule et

---

([1]) Em. Miège, *Les nouvelles théories de la fertilisation des terres* (*Comptes rendus de la Société nationale d'Agriculture de France*, mars 1914).

([2]) Séance du 19 février 1917.

([3]) *Comptes rendus de la Société de Biologie*, t. 78, p. 274-279.

même espèce ([1]). Nous avons proposé pour ce bacille le nom de *B. œdematiens*.

Chez l'homme le *B. œdematiens* se rencontre habituellement dans la variété toxique de la gangrène gazeuse, dont le symptôme principal est l'œdème blanc progressif, qui masque l'infiltration gazeuse localisée surtout aux abords de la plaie. Cette forme est accompagnée de signes très graves d'intoxication générale. Elle ne doit pas être confondue avec l' « érysipèle blanc » causé par le streptocoque.

Ayant appris à isoler plus facilement le *B. œdematiens* et à le mieux connaître, nous l'avons retrouvé de plus en plus souvent dans les plaies de guerre graves. En décembre 1915 ([2]), nous le notons 13 fois dans une statistique qui porte sur 100 cas de phlegmons ou de gangrène gazeux. En réalité ce germe est rare dans la flore du phlegmon et fréquent dans celle de la gangrène gazeuse. Dans 91 cas de gangrène gazeuse que nous avons étudiés jusqu'à ce jour, nous avons rencontré 31 fois le *B. œdematiens*. Si nous envisageons maintenant les cas mortels (40) nous constatons que 21 fois la mort doit être attribuée au *B. perfringens*, 14 fois au *B. œdematiens*, 4 fois au V. septique et 1 fois au *B. fallax*.

Comme nos observations ont porté sur des blessés provenant de tous les points du front, nous pouvons affirmer que le *B. œdematiens* est un microbe des plus fréquents.

Il est, de plus, extrêmement dangereux. En voici les preuves :

1° Dans certains cas de gangrène gazeuse toxique il s'est trouvé le seul anaérobie pathogène que nous ayons pu déceler;

2° On le rencontre toujours non seulement dans la sérosité de la plaie, mais encore dans la sérosité musculaire et dans celle de l'œdème toxique; il ne passe habituellement dans le sang qu'après la mort; une fois, cependant, l'hémoculture pratiquée quelques heures avant la mort du blessé a été positive;

3° Ce germe est, après le B. tétanique, le plus toxique des anaérobies de la flore des plaies. Sa toxine inoculée dans la veine du cobaye tue l'animal en 24 à 48 heures à la dose de $\frac{1}{100}$ à $\frac{1}{400}$ de centimètre cube;

4° L'inoculation aux animaux de laboratoire de la culture ou de la toxine de *B. œdematiens* reproduit tous les symptômes observés chez l'homme dans la forme toxique de la gangrène gazeuse.

Depuis nos dernières publications, les bactériologistes allemands

---

([1]) *Comptes rendus de la Société de Biologie*, t. 78, 1915, p. 507-512.

([2]) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 744.

[Conradi et Bieling (¹), Aschoff (²) et ses collaborateurs, etc.] ont décrit un bacille anaérobie (*B. sarcemphysematodes hominis*, *Gasœdembacillus*) qui semble très voisin du *B. œdematiens*. Notons cependant que Conradi et Bieling ont vraisemblablement travaillé avec des cultures impures.

Les auteurs allemands considèrent ce nouveau germe comme un microbe apparenté au *B. Chauvœi*. Cette hypothèse n'est pas soutenable pour le *B. œdematiens* qui est très pathogène pour le cheval et dont la culture n'est neutralisée ni par le sérum anti-V.septique, ni par le sérum anti-charbon symptomatique de Leclainche et Vallée.

II. Quelques essais faits sur lapin et sur mouton nous avaient montré qu'il était possible d'obtenir un sérum contre la toxine de *B. œdematiens* (³). Nous avons poursuivi ces recherches sur le cheval.

En dix mois d'immunisation notre cheval a reçu 1210 centimètres cubes de toxine. Son sérum possède actuellement des propriétés antitoxiques et préventives élevées.

Il titre 1000 unités antitoxiques pour la souris et 250 pour le cobaye. Il neutralise activement la culture. $\frac{1}{100}$ de centimètre cube de ce sérum neutralise complètement 10 doses mortelles de culture, en bouillon de 48 heures, de *B. œdematiens*.

Son pouvoir préventif vis-à-vis de la toxine est, au moins, de $\frac{1}{100\,000}$ (titrage sur souris). $\frac{1}{100}$ de centimètre cube de ce sérum protège un cobaye de 400^g contre 5 à 10 doses mortelles de culture.

Enfin ce sérum est doué de propriétés curatives. Nous avons traité des cobayes injectés soit avec la culture, soit avec la toxine du *B. œdematiens*.

On n'obtient de bons résultats que lorsqu'on travaille avec une culture du *B. œdematiens* de toxicité moyenne, dont $\frac{1}{4}$ de centimètre cube n'amène la mort du cobaye qu'en 4 jours. Dans ces conditions il faut traiter les cobayes très rapidemment, 2 à 4 heures après l'injection de la culture. Il suffit alors, pour les sauver, de leur injecter 2^{cm^3} à 3^{cm^3} de sérum, soit dans la lésion, soit dans la veine.

Les cobayes injectés sous la peau avec deux doses mortelles de toxine ont été traités avec succès plus tardivement. Ainsi, nous avons pu sauver quatre cobayes en leur injectant dans la veine $\frac{1}{4}$ à $\frac{1}{10}$ de centimètre cube de

(¹) *Münch. Med. Wochenschrift*, n° 4, 25 janvier 1916, p. 133, et n° 5, p. 178.
(²) *Deutsche Med. Wochenschrift*, n° 16, 20 avril 1916, p. 469, et n° 17, p. 512.
(³) *Comptes rendus de la Société de Biologie*, t. 78, p. 552.

sérum 6 heures après l'injection de la toxine. De quatre autres cobayes traités avec des doses de sérum plus fortes (1^{cm^3} à 2^{cm^3}), mais 2 heures plus tard (8 heures après l'injection de la toxine), deux seulement ont survécu.

L'injection de sérum arrête l'intoxication, mais n'arrête pas immédiatement l'évolution de la lésion locale. Cette dernière progresse alors pendant les premières 24 heures, s'arrête et régresse petit à petit pour disparaître complètement en 3 ou 4 jours.

Ces résultats concordent avec ceux observés dans le traitement de quelques blessés. L'injection de sérum anti-*œdematiens* n'a pu sauver un blessé atteint de gangrène gazeuse à *œdematiens* et à évolution très rapide; par contre son action favorable a été très nette dans cinq autres cas. Ces observations seront publiées ailleurs.

Conclusions. — 1° Le *B. œdematiens* est un des anaréobies les plus pathogènes de la gangrène gazeuse.

2° Il est possible d'obtenir chez le cheval un sérum anti-*œdematiens* à pouvoir anti-toxique et préventif élevé.

3° Ce sérum peut également rendre des services dans le traitement des cas de gangrène gazeuse à *B. œdematiens*, pris au début de leur évolution ou après ablation du foyer gangréneux.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 MARS 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MINÉRALOGIE. — *Les roches phonolitiques d'Auvergne. Un cas délicat d'interprétation de la composition chimique des roches à feldspathoïdes.* Note de M. A. LACROIX.

Les recherches méthodiques que je poursuis sur les roches éruptives du sol national m'ont conduit à étudier l'ensemble des roches phonolitiques dont les dômes et les coulées démantelées constituent l'un des traits les plus caractéristiques de la topographie volcanique de certaines portions du Mont-Dore, du Cantal et surtout du Velay (Mégal et Mézenc).

De tout temps, les géologues qui ont étudié ces régions ont compris sous le nom de *phonolite* toutes les roches d'un gris verdâtre à feldspaths alcalins présentant une fissilité et une sonorité plus ou moins distincte. Depuis l'application du microscope à la pétrographie, le nom de *phonolite* a été en principe réservé à celles de ces roches renfermant des feldspathoïdes (néphéline, haüyne, noséane, etc.), mais, en réalité, pour les roches d'Auvergne, des distinctions nettes n'ont pas toujours été établies à ce point de vue. Michel-Lévy cependant a montré qu'au Mont-Dore ses phonolites ne contiennent généralement pas de néphéline, mais seulement des cristaux extrêmement petits de noséane-haüyne disséminés dans ou entre les feldspaths; d'autre part, F. Fouqué pour le Cantal, M. Termier et M. Boule pour le Velay ont distingué des phonolites trachytiques, comparables à celles du Mont-Dore et des phonolites néphéliniques dans lesquelles la néphéline est distincte.

Je me suis proposé de chercher plus de précision et d'appuyer les divisions minéralogiques nécessaires sur des considérations chimiques; toutes

ces roches étant pauvres en métasilicates, il semblait que la composition chimique dût permettre de calculer assez exactement la composition minéralogique observée; on sait en effet que la condition indispensable à la production de néphéline ou de minéraux connexes aux dépens d'un magma est que dans celui-ci la teneur en silice soit inférieure à celle qui est nécessaire pour convertir en feldspaths l'alumine et un nombre égal de molécules d'alcalis et éventuellement de chaux. Or, si un certain nombre des roches analysées fournissent bien cette relation entre les compositions minéralogique et chimique, beaucoup d'autres au contraire présentent avec la théorie un désaccord apparent. Il est possible de donner l'explication de ce fait qui, à un point de vue tout à fait général, me paraît fort important à mettre en évidence pour l'interprétation des analyses des roches de ce groupe pétrographique. Je m'occuperai tout d'abord de la composition minéralogique.

Je réserve le nom de *phonolite* aux roches renfermant une quantité importante de feldspathoïdes sodiques, à celles dans lesquelles le rapport de ces feldspathoïdes aux feldspaths est supérieur à $\frac{1}{7}$; cette distinction est nécessaire, car le plus petit déficit de silice sur la quantité feldspathisable peut faire apparaître un feldspathoïde dans un trachyte, de même qu'inversement un très petit excès de silice sur cette même quantité peut faire apparaître du quartz. Le cas d'une exacte feldspathisation n'est donc qu'une limite, et réserver le nom de *trachyte* aux seules roches présentant cette propriété serait en fait presque supprimer ce grand groupe pétrographique. Un peu de quartz ou un peu de néphéline seulement sont donc sans importance pour la classification; je crois d'autant plus pouvoir insister sur cette critique que j'ai moi-même exagéré à diverses reprises l'importance de la néphéline dans certaines roches que j'ai étudiées. Si l'on admet ce point de vue, les roches qui font l'objet de cette Note devront être réparties dans les deux groupes suivants :

1° *Phonolites*. — Deux divisions doivent être établies. La première, surtout développée dans le Mégal et le Mézenc, est caractérisée par la présence de cristaux de néphéline surtout nets quand leurs formes sont soulignées par des plages pœcilitiques d'augite ægyrinique ou d'ænigmatite. Les feldspaths sont exclusivement constitués par de l'anorthose ou de l'orthose sodique en phénocristaux et en microlites; il existe parfois un peu de låvénite. A Costebelle, des cavités drusiques renferment des cristaux nets de néphéline et d'augite produits par autopneumatolyse. Ces roches correspondent aux phonolites néphéliniques de MM. Fouqué, Termier et Boule : leurs enclaves homœogènes sont constituées par des syénites néphéliniques.

Un second type paraît être localisé dans la région de la Corrèze et du Cantal comprise entre Bort, Brocq et Vensac. Il n'y a plus de néphéline, mais une très grande quantité de gros cristaux et de microlites de haüyne incolore, riche en fines ponctuations ferrugineuses; les phénocristaux d'anorthose sont rares, accompagnés de sphène et d'augite qui existe aussi en microlites à formes prismatiques.

2° *Trachytes phonolitiques.* — Là encore, deux types doivent être distingués; le premier dérive nettement des phonolites de la première catégorie, mais la néphéline y est remplacée par des cristaux très petits de noséane qui sont toujours en faible quantité et qui peuvent même dans certains cas disparaître; à part cela, la composition ne diffère pas de celle des phonolites que ces trachytes accompagnent, notamment dans le Velay. Le feldspath est constitué par de l'anorthose à plages ondulées (Liberté dans le Mézenc) ou à macles quadrillées (bois de l'Abbatial au Puy Mary, Cantal). Ces roches correspondent en partie aux phonolites feldspathiques des auteurs cités plus haut.

Le second type de trachytes phonolitiques comprend presque tous ceux du Mont-Dore, et dans le Cantal, la roche des Puys Griou, Griounot et de Lusclade. Les phénocristaux de feldspaths sont formés non plus seulement par l'orthose sodique, mais encore par l'andésine; ils sont associés à de la haüyne, parfois d'un beau bleu (la Sanadoire, au Mont-Dore) et à inclusions ferrugineuses en grilles. Les éléments colorés sont plus nombreux que dans les roches précédentes : augite, hornblende brune (en partie résorbée), titanomagnétite, parfois biotite, olivine, généralement sphène et apatite; les microlites comprennent de l'orthose, de l'augite, de la titanomagnétite et de petits cristaux microscopiques d'haüyne-noséane. Certaines variétés sont moins riches en éléments colorés et dépourvues de grands cristaux de haüyne; à la Tuilière et au Puy Cordé (Mont-Dore), j'y ai rencontré localement des cristaux nets de néphéline mesurant $0^{mm},5$, très riches en inclusions de cristaux de sphène filiformes suivant *c*. Cette néphéline, souvent parfaitement intacte, est séparée du reste de la roche par des plages d'analcime qui doit être considérée, non comme ayant une origine secondaire, mais comme étant le dernier minéral formé par autopneumatolyse. C'est l'équivalent des cristaux de Costebelle, mais avec remplissage complet des cavités. On doit comparer aussi cette formation de néphéline et d'analcime drusiques à celle qui termine la cristallisation de certaines syénites et monzonites néphéliniques de Madagascar. Ce type de trachytes est riche en enclaves homœogènes à faciès lamprophyrique.

La proportion de feldspathoïdes, toujours faible dans ce groupe trachytique, peut devenir nulle, comme dans la roche formant un petit pointement au sud de Courlande (Mont-Dore).

Je donne ci-après les analyses des roches suivantes : 1, Phonolite à haüyne, Vensac, I'.6.'2.4(R)[1]; 2, Trachytes phonolitiques : 2, Liberté, I.5.1(2).4, (R); 3, La Tuilière, I(II).5.'2.(3)4, (R); 4, E. Banne d'Ordanche, I'.5.2.(3)4, (P); 5, Griounot, I'.5'.2.(3)4, (P); 6, Sud de Courlande I(II).5.1'.3(4), (P).

---

(1) Analyses par M. Raoult (R), par M. Pisani (P).

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
SiO^2	54,30	62,24	59,24	59,21	59,20	61,50
Al^2O^3	21,91	19,93	18,20	19,53	20,10	17,01
Fe^2O^3	2,64	1,91	1,40	2,23	0,94	1,84
FeO	0,97	1,11	1,46	1,38	1,74	1,62
MnO	0,19	»	0,20	»	»	»
MgO	0,47	0,10	0,38	1,06	1,43	0,77
CaO	3,46	1,40	4,90	3,02	2,76	3,17
Na^2O	8,13	7,60	5,84	6,27	6,20	5,85
K^2O	5,65	5,01	5,15	5,12	5,52	5,45
TiO^2	0,20	0,20	0,24	1,06	0,52	1,03
P^2O^5	0,28	0,07	0,13	0,07	0,10	0,06
Cl	0,39	0,14	0,13	0,53	0,03	»
SO^3	0,69	0,06	0,08	0,12	»	»
H^2O à 105°	0,09	0,05	0,32	0,62		
H^2O rouge	1,00	0,44	2,40		2,47	1,56
	100,37	100,26	100,07	100,22	101,01	99,86

On voit que toutes ces roches ont une composition chimique fort voisine; de l'analyse 1 et des analyses 7 à 9 données et discutées plus loin, il résulte que les phonolites proprement dites oscillent entre les types chimico-minéralogiques I.6.1.4 et I.6.2.4; leur teneur en chaux feldspathisable est toujours notable et parfois assez grande (analyse 1), sans toutefois qu'il y ait de plagioclase exprimé. Les trachytes phonolitiques n'en diffèrent guère que par une proportion moindre de la silice déficitaire sur la quantité feldspathisable; la soude y est en outre un peu moins abondante. Il ne semble pas que la production de la haüyne en phénocristaux plutôt qu'en microlites soit le résultat d'une différence de composition chimique. Il faut insister sur la teneur en plagioclases des trachytes phonolitiques du Mont-Dore, mais je reviendrai sur leur place dans la systématique en discutant cette propriété générale de la presque totalité des roches volcaniques de ce centre volcanique.

Les analyses 5 et 6 représentent les extrêmes de la série; 5 est le type de passage aux phonolites, alors que la roche 6, dépourvue de feldspathoïdes, renferme une petite quantité de silice libre qui ne doit pas être interprétée comme celle des roches suivantes, dans lesquelles l'examen microscopique montre l'existence de ce qui est encore en partie ou de ce qui a été des feldspathoïdes : Phonolites : 7, Gerbier des Joncs I.5.(1)2.4(R); 8, Costebelle (Mézenc) I'.5.2.(3)4, (R); 9, Jacassy (Mézenc), I.'5.2.(3)4; Trachytes phonolitiques à haüyne : 10, Sanadoire (Mont-Dore), I'.5.2.(3)4 (R); 11, Lusclade (Mont-Dore), I.'5.2.3'(R); et comme comparaison : trachytes à néphéline, 12, Hiaradramosa (Madagascar), I.5.1(2).'4 (M. Boiteau); 13, Vontovorona (Madagascar), I(II).5.1(2).3(4) (M. Boiteau).

	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.
SiO^2	60,26	59,34	61,78	59,76	59,86	60,95	61,49
Al^2O^3	19,77	20,69	19,83	19,08	20,15	19,50	17,57
Fe^2O^3	2,90	2,32	3,13	2,25	1,58	1,85	2,76
FeO	1,08	1,40	0,98	1,35	1,01	1,19	3,16
MnO	0,22	»	»	»	»	»	»
MgO	0,31	0,56	0,07	0,59	0,37	0,15	0,05
CaO	1,86	2,20	2,00	3,16	2,20	1,88	2,00
Na^2O	6,58	5,66	5,43	5,69	4,75	7,17	5,80
K^2O	4,50	4,80	4,63	5,01	5,57	5,20	5,50
TiO^2	0,80	1,00	0,10	0,80	0,80	0,42	0,28
P^2O^5	0,07	0,10	0,09	0,11	0,22	0,08	0,08
Cl	0,25	0,09	0,13	0,39	n. d.	0,15	0,04
SO^3 à 105°	0,12	0,07	0,16	0,17	n. d.	0,03	0,01
H^2O	0,20	0,55	0,30	0,28	3,00	0,16	0,40
H^2O rouge	1,06	1,26	1,66	1,63		1,07	0,66
	100,06	100,04	100,29	100,27	99,51	99,80	99,80
$SiO^2:Al^2O^3$ (mol.)	6,2	2,6	5,8	»	4,6	»	»
SiO^2 libre °/₀	5,22	4,50	8,70	3,36	6,90	»	1,80
Al^2O^3	1,43	2,96	2,55	»	2,45	»	»

Le calcul de ces analyses montre que, sauf une exception (Sanadoire), ces roches renferment non seulement de la silice mais de l'alumine libres, dont la teneur et le rapport moléculaire sont indiqués ci-dessus.

Ces données doivent être interprétées de la façon suivante. On sait que les feldspathoïdes, et particulièrement la haüyne, sont très facilement altérables; la néphéline dans 7 à 9, la haüyne dans 10 et 11, ont été plus ou moins décomposées par les actions atmosphériques; mais, au lieu de donner comme d'ordinaire des zéolites, elles se sont transformées en silicate d'alumine ou en un mélange de silice et d'alumine. Et en effet, quand on examine de près les lames minces de ces roches, on voit que, si leurs feldspathoïdes ont conservé leurs formes normales, leur limpidité est souvent atténuée, et leur couleur est devenue jaune; en outre, ils sont crevassés. Il ne reste plus que leur squelette; mais, comme ces minéraux n'existent qu'en petite quantité et que tous ceux qui les accompagnent sont dans un état de fraîcheur parfaite, on comprend que cette altération ait jusqu'à présent passé inaperçue.

La décomposition consiste donc en élimination d'alcalis (et surtout de soude) et mise en liberté de silice et d'alumine, mais il y a en outre élimination partielle de l'alumine sans quoi le rapport $SiO^2 : Al^2O^3$ serait

constant. Le bien-fondé de cette interprétation est fourni par une enclave de syénite néphélinique que j'ai recueillie jadis dans les tufs de Brocq (Cantal). Elle renfermait à l'état normal plus d'un tiers de néphéline. Sa composition actuelle est la suivante (R) :

SiO^2.	Al^2O^3.	Fe^2O^3.	FeO.	MgO.	CaO.	Na^2O.	K^2O.	TiO^2.	P^2O^5.	Cl.	SO^3.	H^2O à 105°.	H^2O au rouge.
60,44	22,24	2,04	0,43	0,10	1,20	4,20	2,98	0,20	0,10	0,21	0,26	0,47	5,21

SiO^2 : Al^2O^3(libres) $= 3,8 : 1$; SiO^2 non feldspathisée $= 24,3$ pour 100; $Al^2O^3 = 11,6$ pour 100.

J'ai donné plus haut (12 et 13) l'analyse de deux trachytes phonolitiques que j'ai recueillis à Madagascar dans deux dômes voisins de l'est d'Antsirabé présentant entre eux des différences comparables à celles des roches qui viennent d'être discutées. Celui de Hiaradramosa [I.5.1(2).'4] renferme environ 5 pour 100 de néphéline fraîche que met en évidence le calcul; la roche du Vontovorona au contraire [I(II).5.1(2).3(4)] a sa néphéline complètement transformée en produits colloïdes et renferme 1,80 pour 100 de silice libre : la différence en soude des deux roches, par ailleurs identiques, est certainement due à l'altération de la néphéline.

Les observations qui viennent d'être exposées méritent d'être méditées; elles montrent avec quelle prudence doivent être utilisées les données chimiques lorsqu'il s'agit d'interpréter la composition d'une roche. F. Fouqué a fait voir jadis qu'à Thiézac (Cantal), les échantillons de la partie profonde d'une carrière de phonolite renferment de la néphéline et que celle-ci manque aux affleurements. Cette remarque a été interprétée comme preuve d'une différentiation magmatique; elle n'est vraisemblablement que le résultat d'une altération atmosphérique; je pense que ce fait est très général, dans tous les affleurements de phonolites dont la roche est devenue blanche et souvent quelque peu poreuse.

Si, au lieu d'être tout à fait récentes, les roches étudiées ici avaient une grande antiquité, il n'est pas douteux que la silice rendue libre par cette altération n'eût cristallisé sous forme de quartz et que ces roches, originellement riches en feldspathoïdes, ne fussent ainsi devenues quartzifères et, fait d'apparence paradoxale, d'autant plus quartzifères que le déficit initial de silice avait été plus grand. La syénite néphélinique de Brocq qui devait avoir originellement comme paramètres : I.7.1.4 a aujourd'hui une composition représentée par [I.4.(1)2.4].

La démonstration du mécanisme chimique de cette évolution secondaire

des roches phonolitiques a pu être faite par le calcul, grâce à leur faible teneur en minéraux calciques non feldspathiques : certaines roches basiques à haüyne du Mont-Dore, dont je poursuis l'étude, présentent une complication plus grande.

ASTRONOMIE. — *Sur quelques observatoires du* XVIIe *siècle, en province* (¹). Note de M. G. **Bigourdan** (²).

La Flèche.

D'après son dernier historien (³), le célèbre collège de La Flèche n'avait point d'observatoire; cependant, quelques observations accidentelles y ont été faites, notamment celles de l'éclipse de Soleil du 1er juin 1639, par les PP. Derienes (⁴), Fournier et Vatier (⁵), observant séparément; les résultats obtenus sont rapportés par le second, dans son *Hydrographie* (l. XII, c. 17, p. 455).

Un peu après, un P. Deovivea, sur lequel nous ne trouvons aucun autre renseignement, y observa l'éclipse de Lune du 10 février 1645 (Riccioli, *Geogr. ref.*, l. VIII, c. 17).

En 1672, année de l'achèvement de l'Observatoire de Paris, les Jésuites de La Flèche furent les premiers (⁶), le 16 mars, à voir la comète qui parut alors; en ayant prévenu leurs confrères de Paris, le P. Pardies, professeur de mathématiques au collège de Clermont, en donna avis à l'Académie, et de la sorte Cassini put observer cette comète à partir du 26. Hévélius l'avait aperçue dès le 2 mars.

Picard était alors en Danemark, d'où il l'aperçut aussi; mais au mois d'octobre suivant il se trouvait à La Flèche, où, par une hauteur méri-

---

(¹) Voir la Note du 19 février, p. 322.

(²) Séance du 12 février 1917

(³) Le P. Camille de Rochemonteix, *Un collège de Jésuites aux* XVIIe *et* XVIIIe *siècles. — Le Collège Henri IV de La Flèche*. 1889, 4 vol. in-8°; t. IV, p. 122.

(⁴) *Jean* Derienes (Dieppe, 1591 janvier 25. — La Flèche, 1662 juin 5) enseigna 44 ans les mathématiques à Paris et à La Flèche. Aurait publié des Tables astronomiques.

(⁵) *Antoine* Vatier (Bayeux, 1591 mai 19. — Paris, 1659 octobre 13) professa les mathématiques, la philosophie et la théologie à Paris.

(⁶) *Anc. Mém. Acad.*, X, p. 359.

dienne d'Altaïr (¹), il trouva une latitude de 47°41′45″, en un point de la ville plus méridional de 5″ que le collège.

Enfin en 1680, le 6 février, Picard observa une éclipse sortie du premier satellite de Jupiter, qui lui donna $9^m 52^s$ de longitude ouest (²); cette observation paraît être la dernière qui ait été faite dans cette ville.

Le Maurier.

Dans la première moitié du XVIIe siècle vivait dans sa terre du Maurier, près du Mans et de La Flèche, Louis Aubery, seigneur du lieu, uniquement connu par ses *Mémoires pour servir à l'Histoire de Hollande...*, car ses biographes passent sous silence ses travaux scientifiques (³).

Son père (⁴), ambassadeur de France en Hollande, lui fit faire ses études au collège de Leyde, alors dirigé par Gérard Vossius.

Louis Aubery étudia sans beaucoup de zèle, voyagea et allait obtenir quelque charge lorsqu'en 1642 il perdit Richelieu, son protecteur. Alors il va s'enfermer au Maurier pour réparer les brèches faites à son bien, écrit ses Mémoires, s'occupe de questions scientifiques, et se tient en relation avec les principaux savants de son temps : Descartes, Gassendi, Boulliau, etc.

Dès 1639, il avait déjà construit des verres propres à former des lunettes, car dans des lettres de Descartes (⁵) au P. Mersenne, du 16 octobre de cette année et du 29 janvier 1640, on lit :

Je suis bien aise que M. du Maurier travaille aux lunettes : car soit qu'il y réussisse, soit qu'il n'y réussisse pas, cela me vengera du mauvais écrit de son impertinent parent. Pour le verre concave qu'il dit avoir taillé, ce n'est point de merveille, car ces

---

(¹) *Anc. Mém. Acad*, VII_1, p. 106.

(²) *Anc. Mém. Acad.*, VII_1, p. 106. Le registre autographe de Picard, plus complet, donne les trois hauteurs rapportées dans l'*Hist. cél.* de Le Monnier (p. 46) et porte : « A la fleche, lieu de ma naissance prez l'Eglise St Thomas. » D'après les manuscrits de Picard, dit Pingré (p. 358), cette observation de longitude et une autre du 14 janvier précédent furent faites à Yvandeau, près de La Flèche, 3^s à l'Ouest.

(³) Voir, par exemple le dernier, B. HAURÉAU, *Histoire littéraire du Maine*, t. 1.

(⁴) Benjamin Aubery du Maurier (1566 août-1636 août 10). Comme de son premier mariage il laissa six garçons, nous n'avons pas de preuve absolue que ce que nous disons ici des recherches scientifiques de L. Aubery ne se rapporte pas à quelqu'un de ses frères, sur lesquels les biographes sont muets.

(⁵) *Œuvres de Descartes*, édition Cousin, t. 8, p. 164 et 194.

concaves devant être mis fort près de l'œil, les défauts de leur figure ne se remarquent presque point....

Pour les lunettes, je vois bien par la lettre de M. du Maurier qu'il promet beaucoup, mais je n'en attends pourtant rien que de M. de Beaune.

Un peu plus tard, il expérimentait sur la réciprocation du pendule, ainsi qu'il résulte d'une lettre de J. de Valois à Boulliau, du 6 décembre 1643 ([1]):

Gassendi, dit-il, m'a fait scavoir l'observation de M. du Maurier du perpendicule et de son immobilité, de quoy j'ay esté tres aise, non pas tant pour ne douter plus de cette immobilité que pour y avoir remarqué dans la lettre de ce grand personnage, de laquelle mon dit sieur Gassendi m'a envoyé une copie, un profond esprit et la subtilité de son invention, aussi la précision de son observation. Cest esprit sera capable de donner au public beaucoup de choses rares, si Dieu luy prolonge ses jours.

Nous ne connaissons pas en détail les instruments d'Aubery, mais le P. Fournier dit qu'ils étaient fort beaux :

Iauoüe, dit-il ([2]), que souuent la grandeur des instruments peut-estre nuisible, et qu'ils sont suiets à faire ressort en les mouuant, s'ils ne sont parfaittement trauaillez, mais l'industrie des ouuriers y peut facilement remedier. I'en ay veu chez Monsieur du Morieu au Maine près de la Fleche, de si parfaitement trauaillez par le moyen de deux vis sans fin, ils se mouuoient horizontalement et verticalement auec tant de douceur et d'egalité que vous pouuiez les faire auancer, reculer et arrester à la largeur d'un cheueu, et ne pense pas auoir iamais veu argenterie mieux polie ou trauaillée qu'estoient ces instruments. C'estoit aussi un plaisir de voir l'attention, le soin et l'addresse qu'apportoit ce Gentil-homme, tout l'Hyuer qu'il passoit d'ordinaire en sa maison, estant reuenu de la guerre en laquelle il estoit tout l'Esté.

L. Aubery observa, au Maurier, l'éclipse de lune du 27 septembre 1643; Pingré, qui en a donné le résumé dans ses *Ann. célestes* (p. 164), l'avait tirée des manuscrits de Boulliau; il indique, pour sa latitude, $48^{\circ}\frac{1}{2}$.

Dans la suite nous ne trouvons de lui aucune autre observation.

Loudun.

Nous avons déjà cité quelques observations faites dans cette ville par Boulliau le père; il y nota, le 10 août 1608, une occultation d'Aldébaran

([1]) Bibl. nat., *Manuscrits : f. français*, n° 13030 (t. XII de la corresp. de Boulliau), fol. 17.

([2]) Le P. GEORGES FOURNIER de la Compagnie de Jesus, *Hydrographie contenant la theorie et la pratique de toutes les parties de la Navigation*, 2e édit. Paris, 1667, in-f° (Abrév. : FOURNIER, *Hydrogr.*), p. 469.

par la Lune, évidemment à l'œil nu; et, longtemps après, son fils observa de même plus d'une fois.

Celui-ci observa l'occultation de l'Épi par la Lune, le 5 juillet 1623, à Paris où sans doute il se trouvait accidentellement, car toutes ses autres observations sont faites à Loudun jusqu'à 1633. Ce sont généralement des positions des planètes par rapport à des étoiles ou à d'autres planètes plus ou moins éloignées; en voici le résumé; celles faites à l'œil nu ont été marquées d'un astérisque (*) :

1623. Août 20 : ♂ - τ Sagittaire (*). — Octobre 12 : ♃ - Régulus.

1624. Novembre 21 : ☿ - Épi.

1625. Février 10-16 : ☿. — Mai 30 : ☿ - Régulus. — Novembre 9, 18 : ☿ - Épi.

1626. Janvier 8 : ☿. — Octobre 21 : ☿ - Régulus.

1627. Janvier 8 : ♀ - ☿. — Juin 17 : Occultation de Régulus (*). — Octobre 8 : ☿ - Régulus.

1628. Mai 8 : ♄ - γ Vierge (*). — Juin 10, 22 : ♃ - δ Scorpion. — Août 26 : ♃ - β Capricorne.

1629. Avril 1 : ♄ - γ Vierge. — Avril 11 : ♄ - α Balance. — Avril 27 : ♄ - Arcturus et l'Épi. — Août 15 : ♃ - Cornes du Capricorne.

1630. Janvier 5 : ♂ - Régulus et Aldébaran. — Avril 9 : ♂ et κ Gémeaux; — ☿ - ζ Taureau. — Juin 8 : ♂ - Régulus. — Oct. 6 : ☿ - Régulus. — Décembre 11 et 12 : ☿ - Épi.

1631. Septembre 18 : ♃ - δ Capricorne.

1634. Octobre 25 : appulse de ♄, ♂, ♀ et de ☾ à une étoile de 4ᵉ grandeur. — Décembre 4 : ♃ - δ Écrevisse. — Décembre 12, 22 : ♃ - Præsepe. — Décembre 30 : occultation des Pléiades.

La même année il est à Paris, en février, avril et novembre; à cette époque il perdit sa mère, qui habitait Loudun, et dans la suite il n'y observe plus, tout en regrettant l'horizon, plus dégagé que celui de Paris, dont il y jouissait.

Boulliau avait aussi déterminé la latitude de Loudun et obtenu $48° 1' 0''$.

Picard la détermina de son côté par des hauteurs méridiennes de la

polaire (¹), en septembre 1672 et trouva 47° 0′ 55″, soit un degré entier de différence, tenant évidemment à quelque erreur d'écriture, comme l'avait conjecturé Riccioli.

Le registre autographe de Picard (D I, 14, p. 40) porte :

En ce temps j'allay a loudun exprez pour vérifier la hauteur du pôle. A Loudun au milieu de la ville : hauteur du pôle *apparente* 47° 2′ 10″ au lieu de 48° 1′ *selon* Bullialdus.

Arles.

Arles, la Rome gauloise, la rivale de Marseille, plus tard capitale d'un royaume, a joué un plus grand rôle dans les Arts que dans l'Astronomie. Mais sur ce dernier point on a trop réduit ce rôle, car J. Bernoulli écrivait en 1775 (*Lettres*, II, 252) : « Je n'ai trouvé encore qu'une seule observation faite dans cette ville... »; et de Zach (*Corresp. astr.*, III, 534) n'était pas beaucoup plus généreux. Or nous avons vu que son méridien a servi d'origine aux Tables de rabbi Emmanuel (²). Dès 1600, Dorosseus, professeur de philosophie à Aix, puis théologal à Arles, y observait la déclinaison magnétique (9° vers l'Est); et en 1631 on y trouve plusieurs astronomes qui cherchèrent à observer le passage de Mercure de cette année, ainsi qu'il résulte d'une lettre de J. Gaultier à Peiresc, du 15 janvier 1632 (P — C_2, IV, 45, 47).

L'un était *Brissy*, curé de Sainte-Croix d'Arles, et les autres « les deux Mrs de Saxi de la dicte ville, frères, tous deux se plaisans fort à l'astronomie, et assés honnestement instruits en icelle ». Un de ces deux frères, Pierre *Saxi*, docteur en théologie, chanoine de l'église métropolitaine d'Arles, est l'auteur de divers travaux historiques; il mourut en 1637.

Le plus connu des astronomes d'Arles est Avizard, appelé aussi Advizard, Davizard (³), et qui paraît avoir été oublié par les biographes; aussi nous ignorons la date de sa naissance et celle de sa mort. Il devint correspondant astronome de l'Académie des Sciences en 1699; à cette époque il était « hydrographe ».

Une lettre qu'il écrivait d'Arles à la date du 8 mai 1693 (Arch.

(¹) *Anc. Mém. Acad.*, VII_1, 103.

(²) Plus tard Arles eut un collège de Jésuites fondé en 1626-1638 et une Académie de Belles-Lettres dont le règlement a donné lieu à diverses critiques : fondée en 1668, elle n'eut qu'une existence éphémère; elle admettait les femmes.

(³) Une thèse imprimée fut soutenue au collège des Jésuites d'Arles, le 29 juillet 1683, par un Jean-François Advizard.

Observ. B,4,9) prouve qu'il avait observé l'éclipse de Lune du 21 janvier précédent, qu'il disposait alors d'un quart de cercle, d'une pendule réglée par le passage de Sirius à une méridienne, et que déjà il avait déterminé la latitude de son observatoire.

De Beauchamp, dans une lettre écrite d'Avignon le 7 février 1697, dit qu'Avizard s'applique fort à l'astronomie, et que si on lui procurait quelque bon verre de lunette il pourrait faire beaucoup de belles observations.

Pingré cite de lui trois observations d'éclipses faites à Arles de 1694 à 1696 (¹); et dans les *Mémoires* de l'Académie des Sciences on en trouve quelques autres (²).

La dernière de ces éclipses, celle de Soleil du 12 mai 1706, fut centrale et totale dans le Midi de la France, particulièrement à Arles où la totalité dura 5 minutes. L'obscurité fut si grande qu'on ne pouvait ni lire ni écrire sans chandelle. De Zach prétend que l'obscurité de cette éclipse causa la défaite des troupes françaises devant Barcelone.

Certaines observations précédentes ont été faites par Avizard avec un astronome amateur, *Claude* TERRIN, conseiller à la sénéchaussée d'Arles; il était né dans cette ville vers 1640, mourut en 1710 et est surtout connu comme archéologue, pour la perspicacité dont il fit preuve lors de la découverte de la célèbre Vénus d'Arles, de l'obélisque trouvé dans le Rhône, etc. Le P. Bougerel lui a consacré une Notice dans ses *Mém. pour servir à l'hist. de plusieurs hommes illustres de Provence*, p. 308-338.

Terrin observa la comète qui parut en décembre 1680 et janvier 1681; et, avec Avizard, l'éclipse de Soleil du 22 juin 1694.

A partir de ce moment on ne trouve pas d'autre observation faite dans cette ville.

M. **DE LAUNAY** fait hommage à l'Académie d'un Volume intitulé : *France-Allemagne* (*Problèmes miniers, munitions, blocus, après-guerre*). Dans cet Ouvrage, il étudie notamment les deux problèmes capitaux de la houille et du fer, tels qu'ils se posent dans la guerre et se poseront dans l'après-guerre techniquement et économiquement pour notre pays.

(¹) 1694 juin 22, ☉. — 1694 juillet 6, ☾. — 1696 mai 16, ☾.

(²) 1699 septembre 23, ☉ (*Mém. Acad.*, 1701, p. 81). — 1703 février 23, ☾. — 1703 juin 28, ☾ (*De l'Isle, mss.*). — 1703 décembre 23, ☾ (*Mém. Acad.*, 1704, H. 58, M. 14)— 1706 mai 12, ☉ (*Mém. Acad.*, 1706, M. 250, 257, 464).

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des commissions de prix de 1917 a été ouvert à la séance du 19 février et clos à celle du 5 mars.

Le dépouillement des cahiers de vote a donné les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Francœur, Bordin, Vaillant.* — MM. Jordan, Émile Picard, Appell, Painlevé, Humbert, Hadamard; Boussinesq, Vieille et Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lallemand et Baillaud.

II. Mécanique : *Prix Montyon, Fourneyron, Poncelet, Pierson-Perrin.* — MM. Boussinesq, Deprez, Sebert, Vieille, Lecornu, N...; Schlœsing père, Haton de la Goupillière, Bertin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Jordan et Appell.

Cette commission est également chargée de proposer une question pour le *Prix Fourneyron* à décerner en 1920.

III. Astronomie : *Prix Lalande, Damoiseau, Valz, Pierre Guzman, G. de Pontécoulant.* — MM. Wolf, Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Puiseux; Jordan, Lippmann, Émile Picard.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell et Humbert.

Cette commission est également chargée de proposer une question pour le *Prix Damoiseau* à décerner en 1920.

IV. Géographie : *Prix Gay, Tchihatchef.* — MM. Grandidier, Bertin, Lallemand, N..., N..., N...; Edmond Perrier, Guignard, le Prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell et Bouvier.

Cette commission est également chargée de proposer une question pour le *prix Gay* à décerner en 1920.

V. Navigation : *Prix de six mille francs, Plumey.* — MM. Grandidier, Boussinesq, Deprez, Sebert, Bertin, Vieille, Lallemand, Lecornu, N..., N..., N..., N....

VI. Physique : *Prix Gaston Planté, Hébert, H. de Parville, Hughes.* —

MM. Lippmann, Violle, Bouty, Villard, Branly, N...; Boussinesq, Émile Picard, Carpentier.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval et de Gramont.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres*, *Jecker*, *fondation Cahours*, *prix Berthelot*, *Houzeau*. — MM. Armand Gautier, Lemoine, Haller, Le Chatelier, Moureu, N...; Schlœsing père, Carnot, Maquenne.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux et Schlœsing fils.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Delesse*, *Fontannes*, *Victor-Raulin*, *Joseph Labbé*, *James Hall*. — MM. Barrois, Douvillé, Wallerant, Termier, de Launay, N...; Edmond Perrier, A. Lacroix, Depéret.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lippmann et Carnot.

IX. Botanique : *Prix Desmazières*, *Montagne*, *Jean Thore*, *de Coincy*, *Jean de Rufz de Lavison*. — MM. Guignard, Bonnier, Mangin, Costantin, Lecomte, N...; Edmond Perrier, Bouvier, le Prince Bonaparte.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Armand Gautier et Henneguy.

X. Anatomie et Zoologie : *Prix Cuvier*, *fondation Savigny*. — MM. Ranvier, Edmond Perrier, Delage, Bouvier, Henneguy, Marchal; Grandidier, Laveran, le Prince Bonaparte.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Schlœsing père et Guignard.

XI. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon*, *Barbier*, *Bréant*, *Godard*, *Mège*, *Bellion*, *baron Larrey*, *Argut*. — MM. Guyon, d'Arsonval, Laveran, Dastre, Charles Richet, N...; Armand Gautier, Guignard, Roux, Henneguy, Landouzy.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Edmond Perrier et Delage.

XII. Physiologie : *Prix Montyon*, *Lallemand*, *Pourat*, *Philipeaux*, *Fanny Emden*. — MM. Edmond Perrier, d'Arsonval, Roux, Laveran, Dastre, Henneguy, Charles Richet.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Armand Gautier et Landouzy.

XIII. Statistique : *Prix Montyon*. — MM. de Freycinet, Haton de la Goupillière, Émile Picard, Carnot, Violle, le Prince Bonaparte, Tisserand.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell et d'Arsonval.

XIV. Histoire et Philosophie des Sciences : *Prix Binoux.* — MM. Grandidier, Émile Picard, Appell, Edmond Perrier, Bouvier, Bigourdan, de Launay.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. le Prince Bonaparte et Puiseux.

XV. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot.* — MM. d'Arsonval, Painlevé, A. Lacroix, N....

XVI. *Prix Gustave Roux, Thorlet. Fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Henri Becquerel.* — MM. d'Arsonval, Painlevé, A. Lacroix, N...; Émile Picard, Edmond Perrier.

XVII. *Grand prix des Sciences physiques.* — MM. Edmond Perrier, Roux, Laveran, Delage, Bouvier, Henneguy, Marchal.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Dastre et Charles Richet.

XVIII. *Prix Alhumbert.* — MM. Lippmann, Violle, Bouty, A. Lacroix, Wallerant, Villard, Branly.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Le Chatelier et de Gramont.

XIX. *Prix Serres.* — MM. Edmond Perrier, d'Arsonval, Guignard, Laveran, Delage, Bouvier, Dastre, Henneguy, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux et Marchal.

XX. *Prix Petit d'Ormoy* (Sciences mathématiques pures et appliquées). — MM. Jordan, Boussinesq, Émile Picard, Appell, Painlevé, Humbert, Bigourdan.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Grandidier et Lecornu.

XXI. *Prix Petit d'Ormoy* (Sciences naturelles). — MM. Guignard, Roux, Bouvier, Dastre, Douvillé, Mangin, Termier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Delage et A. Lacroix.

XXII. *Prix Saintour.* — MM. Jordan, Boussinesq, Lippmann, Émile Picard, Appell, Bigourdan, Baillaud.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Grandidier et Humbert.

XXIII. *Prix Henri de Parville* (ouvrages de sciences). — MM. d'Arsonval, Painlevé, A. Lacroix, N...; Émile Picard, Armand Gautier, Adolphe Carnot.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell, Guignard, de Gramont.

XXIV. *Prix Lonchampt.* — MM. Edmond Perrier, Guignard, Roux, Laveran, Dastre, Mangin, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Delage et Maquenne.

XXV. *Prix Henry Wilde.* — MM. Grandidier, Lippmann, Émile Picard, Guignard, Violle, A. Lacroix, Bigourdan.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Armand Gautier et Appell.

XXVI. *Prix de l'École normale.* — MM. Lippmann, Émile Picard, Appell, Edmond Perrier, Violle, Villard, Puiseux.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Gaston Bonnier et Painlevé.

XXVII. Question à proposer pour le *grand prix des sciences mathématiques* à décerner en 1920. — MM. Jordan, Boussinesq, Émile Picard, Appell, Painlevé, Humbert, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lippmann et Hadamard.

XXVIII. Question à proposer pour le *prix Bordin* (*sciences physiques*) à décerner en 1920. — MM. Schlœsing père, Armand Gautier, Edmond Perrier, Guignard, Haller, A. Lacroix, Douvillé.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval et Termier.

PLIS CACHETÉS.

M. **R.-M. Gabrié** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 12 janvier 1914 et inscrit sous le n° 8127.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une *Note sur l'utilisation industrielle des dégagements de vapeur d'eau et des sources d'eau bouillante.*

(Renvoi à l'examen de M. De Launay.)

M. **F. Garrigou** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 29 janvier 1917 et inscrit sous le n° 8355.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note relative à l'*Importance de l'utilisation générale des nappes phréatiques pour créer une richesse industrielle nouvelle.*

(Renvoi à l'examen de M. De Launay.)

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel donne lecture des télégrammes suivants :

Rome, 26 février 1917.

Sur la proposition du sénateur Vito Volterra, la Section italienne du Parlement interallié, réunie à Rome avec ses collègues français, douloureusement émue par la mort du grand savant Gaston Darboux, adresse à l'Académie des Sciences et à son illustre président Paul Painlevé l'expression de sa profonde sympathie et tient à l'assurer de la part qu'elle prend au deuil si cruel qui atteint la Science française.

Luzzatti.

Palerme, 26 février 1917.

Au nom du Circolo matematico di Palermo, je vous prie d'accepter, à l'occasion de la mort du grand géomètre M. Darboux, l'assurance de sa profonde et douloureuse sympathie.

Le Président,
Albeggiani.

Palerme, 26 février 1917.

La Rédaction des *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo* prend une vive part au deuil pour la mort du grand géomètre Darboux.

De Franchis.

Rome, 26 février 1917.

La Societa italiana delle Scienze detta dei Quaranta prend une vive part pour la perte de l'illustre secrétaire de l'Académie des Sciences Gaston Darboux, le grand mathématicien français.

Le Président,
Ulisse Dini.

Leksand, 27 février 1917.

Je demande la permission de présenter à l'Académie des Sciences mes sentiments de condoléances à cause de la mort de son illustre secrétaire, le grand géomètre Gaston Darboux.

Mittag Leffler.

M. R. **Bourgeois** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section de Géographie et Navigation.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Some compounds of Boron, Oxygen and Hydrogen*, by Morris W. Travers, N. M. Gupta and R. C. Ray. (Présenté par M. A. Haller.)

2° *Joseph-Nicolas Delisle, sa biographie et sa collection de cartes géographiques à la Bibliothèque nationale*, par M. Albert Isnard. (Présenté par M. G. Bigourdan.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions hyperfuchsiennes et sur les systèmes d'équations aux différentielles totales.* Note de M. **Georges Giraud**, présentée par M. Émile Picard.

1. Considérons un groupe hyperfuchsien G, dont les substitutions conservent, par exemple, l'hypersurface

$$xz_0 + x_0 z + yy_0 = 0. \tag{1}$$

On peut former le polyèdre fondamental au moyen d'une *méthode du rayonnement*, où les multiplicités de *centre* (ξ, η, ζ) ont pour équation homogène

$$\alpha(xz_0 + x_0 z + yy_0)(\xi\zeta_0 + \xi_0\zeta + \eta\eta_0) + \beta \operatorname{norme}(x\zeta_0 + y\eta_0 + z\xi_0) = 0,$$

α et β étant deux constantes réelles. Nous nous bornons aux groupes G pour lesquels le polyèdre ainsi formé n'a qu'un nombre fini de faces.

Supposons que nous connaissions une fonction Θ correspondant au groupe G et dont le prolongement analytique soit borné par l'hypersurface (1). Alors *trois fonctions hyperfuchsiennes quelconques correspondant au groupe* G *sont liées par une relation algébrique*.

Pour le démontrer, on montre : 1° que le polyèdre fondamental, quelle que soit sa méthode de formation, ne peut avoir aucune face sur la surface (1); 2° que le polyèdre fondamental formé par la méthode du rayonnement ne peut avoir non plus aucune arête, ni à deux, ni à une dimension,

sur la surface (1). Ainsi ce polyèdre ne peut atteindre la surface (1) que par des *sommets*. Soit A un tel sommet, on peut supposer que c'est le point (1, 0, 0). Nous poserons

$$x = \xi z, \qquad y = \eta z.$$

Alors, toutes les substitutions du groupe G qui ont A pour point double sont de la forme $E^m P^n P'^p P''^q$, où E, P, P', P'' sont les substitutions suivantes :

(E)	$\left[\xi, \eta; \xi - \beta_0\eta + \alpha, e^{-\frac{6i\pi}{Q}}(\eta + \beta)\right]$	$(\alpha + \alpha_0 + \beta\beta_0 = 0)$;
(P)	$(\xi, \eta; \xi + ih, \eta)$	(h réel et positif),
(P')	$(\xi, \eta; \xi - \beta'_0\eta + \alpha', \eta + \beta')$	$(\alpha' + \alpha'_0 + \beta'\beta'_0 = 0)$;
(P'')	$(\xi, \eta; \xi - \beta''_0\eta + \alpha'', \eta + \beta'')$	$(\alpha'' + \alpha''_0 + \beta''\beta''_0 = 0)$.

De plus, $\beta' : \beta''$ n'est pas réel; l'entier Q ne peut recevoir qu'une des valeurs 1, 2, 4, 9 ou 18, ou une des valeurs 3, 6, 12, qui donnent les mêmes substitutions que les valeurs 1, 2, 4; si $Q = 1$ ou 3, on doit prendre $\alpha = \beta = 0$: la substitution E devient la substitution identique. L'entier m ne peut varier que de zéro à $Q - 1$. Les coefficients α, β, α', β', α'', β'' doivent satisfaire à certaines relations.

Toute fonction hyperfuchsienne correspondant au groupe G se comporte en A comme une fonction rationnelle de $e^{\frac{2\pi\xi}{h}}$ et de η, ce qui conduit au théorème énoncé. Pour $e^{\frac{2\pi\xi}{h}} = 0$, ces fonctions se réduisent à des fonctions elliptiques de η, de périodes β' et β''.

2. Toute fonction hyperfuchsienne correspondant au groupe peut donc s'exprimer en fonction rationnelle de trois (ou de deux) fonctions hyperfuchsiennes fixes x, y, u, liées par une relation algébrique. Posons

$$z_1 = \sqrt[3]{\frac{D(x, y)}{D(\xi, \eta)}}, \qquad z_2 = \xi z_1, \qquad z_3 = \eta z_1.$$

Regardons z_1, z_2, z_3 comme fonctions de x et de y. Il existe un système complètement intégrable d'équations aux dérivées partielles [1]

$$\begin{aligned} r &= ap + bq + cz, \\ s &= -a'p - aq + c''z, \\ t &= b'p + a'q + c'z \end{aligned}$$

[1] Cf. PICARD, *Sur des fonctions analogues aux fonctions modulaires* (*Acta mathematica*, t. 2), au début.

qui admet les intégrales z_1, z_2, z_3; a, a', b, b', c, c', c'' sont des fonctions rationnelles de x, y, u. Ces coefficients ont des *lignes singulières*

$$\psi(x, y) = 0. \tag{2}$$

Aux sommets tels que A correspondent des courbes (2) de genre *un* au maximum; les autres courbes singulières sont unicursales.

3. Toutes ces courbes singulières sont *régulières*, c'est-à-dire que, si l'on change de variables indépendantes en posant

$$x = X, \qquad y = Y + \alpha(X),$$

de manière que l'équation d'une de ces courbes devienne $Y = 0$, et si A, A', ..., C'' désignent ce que deviennent alors a, a', ..., c'', les fonctions A, C, $\frac{B}{Y}$, A'Y, C''Y, B'Y², C'Y² sont holomorphes en X et Y sur la courbe $Y = 0$, sauf en des points exceptionnels.

Cette notion de régularité se rattache à la proposition suivante : considérons le système complètement intégrable de mn équations à m fonctions inconnues de n variables,

$$\frac{\partial z_i}{\partial x_k} = \sum_{l=1}^{m} a_{i,k,l} z_l \qquad (1 \leqq i \leqq m,\ 1 \leqq k \leqq n);$$

si tous les $a_{i,k,l}$, sauf pour $k = n$, et les produits $x_n a_{i,n,l}$ sont holomorphes sur une région de la surface $x_n = 0$, toutes les intégrales du système sont des combinaisons linéaires de m d'entre elles où les z_i sont de la forme

$$\sum_{s=0}^{s=\lambda} x_n^{r_i} \varphi_s(x_1, x_2, \ldots, x_n) (\log x_n)^s,$$

les φ_s étant holomorphes. La démonstration repose sur la comparaison des intégrales du système donné à celles d'un système analogue où les $a_{i,k,l}$ $(k \neq n)$ et les $x_n a_{i,n,l}$ sont constants.

4. Un cas particulier intéressant est celui des fonctions hyperfuchsiennes considérées par M. Picard, qui proviennent des fonctions hypergéométriques de deux variables [1], dans le cas où les dix expressions telles que $b_1 + b_2 - 1$ et $2 - b_1 - b_2 - \lambda$ sont des inverses de nombres entiers positifs

(1) PICARD, *Annales de l'École Normale supérieure*, 1885. (Prière de s'y reporter pour les notations.)

ou infinis. Comme entre ces dix entiers $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \ldots$ on a dix relations telles que

$$\frac{2}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\delta} = 1,$$

le nombre des cas possibles est limité.

Comme on peut le voir dans un travail de M. Picard (1), la proposition sur la régularité des courbes singulières du système d'équations aux dérivées partielles est vraie également pour ces fonctions. Ici les courbes singulières sont toutes unicursales.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Nombre caractéristique et rayon de convergence.* Note de M. **Émile Cotton**, présentée par M. Émile Picard.

M. Liapounoff a fait correspondre un *nombre caractéristique* fini ou infini à toute fonction $f(t)$ réelle ou complexe de la variable réelle t. Ce nombre est la borne supérieure des nombres réels λ tels que $e^{\lambda t} f(t)$ tende vers zéro quand t devient infini par valeurs positives.

Observons que cette définition est applicable sans que la fonction soit donnée pour toutes les valeurs de t; on peut considérer $f(t)$ comme définie seulement pour les nombres t d'un ensemble E non borné supérieurement. Prenons alors pour E l'ensemble des entiers n, et écrivons a_n au lieu de $f(n)$. On voit immédiatement que *le nombre caractéristique de a_n est égal au logarithme du rayon de convergence de la série de Taylor $\Sigma a_n x^n$ associée à la suite a_n.*

Nous allons indiquer ici quelques propositions suggérées par ce rapprochement entre deux notions importantes.

I. Tout d'abord, certains théorèmes relatifs aux séries de Taylor sont des cas particuliers de propositions de M. Liapounoff indiquées dans ce qui suit par des renvois à la traduction française que M. Davaux a donnée (2) de son Mémoire fondamental : *Problème général de la stabilité du mouvement.*

---

(1) Picard, *Annales de l'École Normale supérieure*, 1881. Voir aussi Appell, *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 3e série, t. 8, p. 1882, 173, et t. 10, 1884, p. 407.

(2) *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 2e série, t. 9, 1907.

Le lemme IV (p. 226) donne la proposition connue concernant le rayon de convergence de la somme de deux séries de Taylor; du lemme V (p. 227) on déduit : *Le rayon de convergence de la série* $\Sigma a_n b_n x^n$ *n'est pas inférieur au produit des rayons de convergence des deux séries* $\Sigma a_n x^n$, $\Sigma b_n x^n$. Nous n'insistons pas, car MM. Hadamard et Borel ont étudié d'une façon approfondie cette opération sur les séries. (Voir le Chapitre VI de l'Ouvrage de M. Hadamard : *La série de Taylor et son prolongement analytique*.)

Les résultats suivants, conséquences des lemmes VI et VII (p. 227), me paraissent nouveaux.

Pour que les rayons de convergence, supposés finis et différents de zéro, des séries $\Sigma a_n x^n$ *et* $\sum \frac{x^n}{a_n}$ *soient inverses l'un de l'autre, il faut et il suffit que* $\sqrt[n]{|a_n|}$ *tende vers une limite quand n croît indéfiniment.*

Si les rayons de convergence des séries $\Sigma a_n x^n$ *et* $\sum \frac{x^n}{a_n}$ *sont inverses l'un de l'autre, le rayon de convergence de* $\Sigma a_n b_n x^n$ *est égal au produit des rayons de convergence des séries* $\Sigma a_n x^n$ *et* $\Sigma b_n x^n$.

II. *Le rayon de convergence de l'ensemble de plusieurs séries de Taylor* sera, par définition, le plus petit des rayons de convergence de ces diverses séries. Il correspond au nombre caractéristique d'un groupe de fonctions (p. 229), utilisé dans l'étude des systèmes différentielles linéaires.

L'analogue d'un tel système, composé par exemple de deux équations du premier ordre, sera pour nous un ensemble de relations de récurrence (autrement dit d'équations aux différences) linéaires

$$(1) \qquad y_{i+1} = \alpha_i y_i + \beta_i z_i, \qquad z_{i+1} = \gamma_i y_i + \delta_i z_i \qquad (i = 0, 1, 2, \ldots),$$

déterminant de proche en proche les termes des suites

$$(2) \qquad y_0, y_1, y_2, \ldots, \quad z_0, z_1, z_2, \ldots.$$

Les nombres α_i, β_i, γ_i, δ_i, censés connus, varient en général avec l'indice i. Nous supposons leurs modules inférieurs à un nombre M, ceux des déterminants $\alpha_i\beta_i - \delta_i\gamma_i$ supérieurs à un nombre positif m. La solution générale du système (1) dépend des constantes arbitraires $y_0 z_0$ et peut s'exprimer linéairement en fonction de deux solutions particulières.

Toute solution (2) *du système* (1) (*autre que la solution* $y_i = z_i = 0$ *écartée dans ce qui suit*) *donne naissance à deux séries de Taylor* $\Sigma y_i x^i$, $\Sigma z_i x^i$ *dont l'ensemble a un rayon de convergence* R *fini et différent de zéro.*

Nous n'avons plus maintenant une conséquence de la proposition analogue (Théorème I, p. 229) de M. Liapounoff. Mais la démonstration se fait aisément dans le cas des éléments réels (auquel se ramènent les autres cas) en déterminant deux limites entre lesquelles reste compris le rapport $\frac{y_{i+1}^2+z_{i+1}^2}{y_i^2+z_i^2}$.

Il ne peut exister plus de deux rayons de convergence distincts pour l'ensemble des deux séries de Taylor associées aux diverses solutions de (1) [1].

III. La notion de système normal de solutions, les théorèmes qui s'y rattachent, etc. (p. 233 et suiv.) ont leurs analogues dans la théorie actuelle.

Il en est de même de l'application des nombres caractéristiques à l'étude des solutions asymptotiques : je montrerai ultérieurement comment on peut appliquer les équations (1) à l'étude d'équations analogues mais non linéaires, en cherchant les solutions voisines d'une solution connue. On étend ainsi aux équations de récurrence à coefficients variables une partie des intéressants résultats obtenus par M. S. Lattès (*Bulletin de la Société mathématique de France*, 1911; *Annales de Toulouse*, 1911) dans le cas particulier des équations à coefficients constants.

IV. Considérons un système différentiel linéaire

$$(3)\qquad \frac{dy}{dt}=py+qz,\qquad \frac{dz}{dt}=ry+sz,$$

dont les coefficients p, q, r, s sont fonctions continues et bornées de la variable réelle t. Les fonctions y, z formant une solution de ce système prennent pour des valeurs de t en progression arithmétique

$$t=i\mathrm{T}\qquad (i=0,1,2,\ldots)$$

des valeurs que j'appelle y_i, z_i, formant une suite (2). Elles sont liées les unes aux autres par des relations de récurrence de la forme (1); les coefficients α_i, γ_i et β_i, δ_i sont les valeurs pour $t=(i+1)\mathrm{T}$ des solutions de (3) prenant respectivement pour $t=i\mathrm{T}$ les valeurs 1, 0 et 0, 1.

Le nombre caractéristique de la solution y, z *est* $\frac{1}{\mathrm{T}}\log \mathrm{R}$, R *étant le rayon*

[1] Cf. Théorème II, p. 232. Voir aussi le célèbre Mémoire de H. Poincaré paru en 1885 dans le Tome 7 de l'*American Journal of Mathematics*. Les coefficients des relations telles que (1) y sont supposés fonctions rationnelles de i.

Nous aurions pu évidemment prendre un nombre quelconque p de relations (1) et de suites (2); le nombre maximum des rayons de convergence distincts eût été p.

de convergence de l'ensemble des deux séries de Taylor associées aux suites y_i, z_i.

Cette proposition est à rapprocher de la règle bien connue de calcul des exposants caractéristiques dans le cas des équations à coefficients périodiques. On la démontre facilement à l'aide des trois remarques suivantes :

1° *Le nombre caractéristique d'une fonction* $f(t)$ *changé de signe est la plus grande limite pour t infini positif du quotient* $\frac{\log|f(t)|}{t}$.

2° y et z étant réels, le nombre caractéristique de $f(t) = y^2 + z^2$ est double de celui de l'ensemble y, z.

3° Si y et z satisfont au système (3), la dérivée $\frac{d \log f(t)}{dt}$ reste bornée; par suite, l'oscillation de $\log f(t)$ dans un intervalle d'étendue au plus égale à T l'est aussi.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Sur les courbes gauches algébriques.* Note (¹) de M. **R. de Montessus de Ballore**, présentée par M. Appell.

1. Soient deux équations

$$\Sigma x^m y^p z^q = 0, \qquad \Sigma x^{m'} y^{p'} z^{q'} = 0, \tag{1}$$

représentant une courbe gauche algébrique Γ.

Éliminons toutes les puissances de z; puis, toutes les puissances de z, sauf z; on aura deux équations,

$$\varphi(x, y) = 0, \qquad z\chi(x, y) - \psi(x, y) = 0 \quad (^2), \tag{2}$$

équivalentes, dans une certaine mesure à préciser, aux équations (1).

L'étude de Γ est ainsi ramenée à l'étude de la fraction rationnelle

$$z = \frac{\psi(x, y)}{\chi(x, y)},$$

où (x, y) sont liés par la relation

$$\varphi(x, y) = 0,$$

impliquant que le point (x, y) soit constamment sur la courbe $\varphi = 0$.

(¹) Séance du 26 février 1917.

(²) Halphen, *Journal de l'École Polytechnique*, 1882.

2. Il n'y a aucune difficulté à préciser la valeur de z en un point ordinaire ou singulier (a, b) de φ, si aucune des deux courbes $\psi(x, y) = 0$, $\chi(x, y) = 0$ ne passe en (a, b). A un tel point correspond un point (a, b, z) de Γ, où Γ a une singularité analogue à celle que φ possède en (a, b); il ne peut y avoir exception que si Γ a en (a, b, z) un point singulier avec plusieurs branches de courbes dont les tangentes soient dans un plan parallèle à Oz.

3. En un point simple (a, b) de φ, où ψ a un point simple, mais où ne passe pas χ, z n'a que la valeur *zéro;* en un point simple de φ, où ψ ne passe pas, mais où passe χ, z n'a qu'une valeur, elle est infinie.

En un point simple (a, b) de φ, où ψ, χ ont l'un et l'autre un point simple, z n'a qu'une valeur, finie si ψ, χ ont avec φ un contact de même ordre; si χ a un contact d'ordre $n - 1$ avec φ, si χ a un contact d'ordre $p - 1$ avec φ, z est nul ou infini selon que $n - 1 < p - 1$ ou $n - 1 > p - 1$.

Soit, en effet,

$$(\varphi) \qquad y - b = \alpha_1(x - a) + \alpha_2(x - a)^2 + \alpha_3(x - a)^3 + \ldots$$

l'équation de la courbe φ et, aux environs de (a, b), pour un point (x, y) de φ

$$\begin{aligned}\psi(x, y) &= \beta_{11}(x - a) + \beta_{12}(y - b) + \beta_{21}(x - a)^2 \\ &\qquad + \beta_{22}(x - a)(y - b) + \beta_{23}(y - b)^2 + \beta_{31}(x - a)^3 + \ldots \\ &= (\beta_{11} + \beta_{12}\alpha_1)(x - a) + (\beta_{21} + \beta_{22}\alpha_1 + \beta_{12}\alpha_2 + \beta_{23}\alpha_1^2)(x - a)^2 + \ldots;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\chi(x, y) &= \gamma_{11}(x - a) + \gamma_{12}(y - b) + \gamma_{21}(x - a)^2 + \ldots \\ &= (\gamma_{11} + \gamma_{12}\alpha_1)(x - a) + (\gamma_{21} + \gamma_{22}\alpha_1 + \gamma_{12}\alpha_2 + \gamma_{23}\alpha_1^2)(x - a)^2 + \ldots \quad (1);\end{aligned}$$

les coefficients de quelques-unes des premières puissances de $(x - a$ peuvent être nuls dans ces expressions de ψ et de χ, ce qui implique des contacts avec φ. Si

$$\left[\frac{\psi(x, y)}{(x - a)^n}\right]_{x=a} = c_1, \qquad \left[\frac{\chi(x, y)}{(x - a)^p}\right]_{x=a} = c_2 \qquad (c_1, c_2 \neq 0 \text{ et } \neq \infty),$$

on aura

$$z_{ab} = \left[\frac{\psi(x, y)}{\chi(x, y)}\right]_{a,b} = \left[\frac{\psi(x, y) : (x - a)^n}{\chi(x, y) : (x - a)^p}(x - a)^{n-p}\right]_{a,b} = \frac{c_1}{c_2}[(x - a)^{n-p}]_{a,b},$$

ce qui justifie la proposition énoncée.

---

(1) Aucune des tangentes à φ, ψ, χ en (a, b) n'est parallèle aux axes; on y pourvoit, s'il y a lieu, par une rotation de Oxy.

4. Examinons ce qui se passe en un point double, à tangentes distinctes, (a, b) de φ. Aux environs d'un tel point, φ est représentée, selon la branche où se trouve y, par l'un des deux développements

$$(3)\qquad \begin{cases} y - b = \alpha_{11}(x-a) + \alpha_{21}(x-a)^2 + \alpha_{31}(x-a)^3 + \ldots, \\ y - b = \alpha_{12}(x-a) + \alpha_{22}(x-a)^2 + \alpha_{32}(x-a)^3 + \ldots; \end{cases}$$

ψ, χ ont la même forme que précédemment

$$(4)\qquad \begin{cases} \psi(x, y) = \beta_{11}(x-a) + \beta_{12}(y-b) + \ldots, \\ \chi(x, y) = \gamma_{11}(x-a) + \gamma_{12}(y-b) + \ldots, \end{cases}$$

où $(y - b)$ doit être remplacé successivement par les développements (3).

Si, (x, y) étant un point de la première branche de φ, on a

$$\left[\frac{\psi(x, y)}{(x-a)^{n_1}}\right]_{x=a} = c_{11}, \qquad \left[\frac{\chi(x, y)}{(x-a)^{p_1}}\right] = c_{21} \qquad (c_{11} \text{ et } c_{21} \neq 0 \text{ et } \neq \infty),$$

ce qui implique des contacts respectifs d'ordres $n_1 - 1$, $p_1 - 1$ entre ψ, χ et cette branche de φ, la valeur z_1 de z est nulle, finie ou infinie selon que

$$n_1 - 1 < p_1 - 1, \qquad n_1 - 1 = p_1 - 1, \qquad n_1 - 1 > p_1 - 1.$$

Si, (x, y) étant un point de la seconde branche de φ,

$$\left[\frac{\psi(x, y)}{(x-a)^{n_2}}\right]_{x=a} = c_{12}, \qquad \left[\frac{\chi(x, y)}{(x-a)^{p_2}}\right] = c_{22} \qquad (c_{12} \text{ et } c_{22} \neq 0 \text{ et } \neq \infty),$$

c'est-à-dire si ψ, χ ont des contacts d'ordres $n_2 - 1$, $p_2 - 1$ avec cette branche de φ, la valeur z_2 de z est nulle, finie ou infinie selon que

$$n_2 - 1 < p_2 - 1, \qquad n_2 - 1 = p_2 - 1, \qquad n_2 - 1 > p_2 - 1.$$

La courbe Γ a donc deux points (a, b, z_1), (a, b, z_2) sur la parallèle à Oz menée par (a, b) : Γ *a un point double apparent sur cette droite.*

Toutefois, *ces deux points sont confondus* si ψ et χ, non tangentes à φ, *sont tangentes l'une à l'autre.* On peut en effet écrire, dans ce cas, selon la branche de φ, où se trouve (x, y),

$$\psi_1(x, y) = (\beta_{11} + \beta_{12}\alpha_{11})(x-a) + (\beta_{21} + \beta_{22}\alpha_{11} + \beta_{12}\alpha_{21} + \beta_{23}\alpha_{11}^2)(x-a)^2 + \ldots,$$
$$\chi_1(x, y) = (\gamma_{11} + \gamma_{12}\alpha_{11})(x-a) + (\gamma_{21} + \gamma_{22}\alpha_{11} + \beta_{12}\alpha_{21} + \beta_{23}\alpha_{11}^2)(x-a)^2 + \ldots,$$
$$\psi_2(x, y) = (\beta_{11} + \beta_{12}\alpha_{12})(x-a) + \ldots, \qquad \chi_2(x, y) = (\gamma_{11} + \gamma_{12}\alpha_{12})(x-a) + \ldots,$$

et, les coefficients de $(x - a)$ n'étant pas nuls, on aura $(\alpha_{11} \neq \alpha_{12})$

$$z_1 = \left[\frac{\psi_1(x, y)}{\chi_1(x, y)}\right]_{a.b} = \frac{\beta_{11} + \beta_{12}\alpha_{11}}{\gamma_{11} + \gamma_{12}\alpha_{11}}, \qquad z_2 = \left[\frac{\psi_2(x, y)}{\chi_2(x, y)}\right]_{a,b} = \frac{\beta_{11} + \beta_{12}\alpha_{12}}{\gamma_{11} + \gamma_{12}\alpha_{12}};$$

z_1 et z_2 sont donc égaux si

$$\frac{\beta_{12}}{\beta_{11}} = \frac{\gamma_{12}}{\gamma_{11}},$$

c'est-à-dire si les courbes ψ, χ sont tangentes l'une à l'autre en (a, b).

Ici, le point double apparent devient un point double vrai, ou nœud, de Γ.

5. Nous n'avons exprimé que les cas les plus simples. *On peut toujours, en procédant de façon analogue, préciser les singularités vraies ou apparentes d'une courbe gauche algébrique* Γ, *représentée par un système d'équations tel que* (1), *dès que les singularités des courbes* φ, ψ, χ *sont connues.*

ASTRONOMIE. — *Le rôle possible des volcans de satellites dans la production des météores.* Note de M. **Émile Belot**, présentée par M. Bigourdan.

Il y a plus d'un siècle, Laplace et Olbers supposaient que les aérolithes pouvaient provenir directement de masses projetées par les volcans lunaires : la vitesse de projection admise alors pour qu'une masse échappât à l'attraction lunaire était très exagérée (4^{km}) et sous cette forme l'hypothèse était inadmissible. Mais avec les données actuelles, une vitesse normale de $2^{km},36$ suffit à la surface de la Lune pour qu'une masse lancée par ses volcans lui échappe. Cette vitesse est du même ordre que celle qui a été constatée dans les projections du Cotopaxi et seulement double de la vitesse initiale ($1^{km},2$) déjà réalisée dans la balistique terrestre.

Les volcans lunaires, comme ceux des autres satellites, pourraient donc avoir joué un rôle important dans la balistique cosmique intéressant la Terre, mais en répandant dans l'espace interplanétaire des courants météoriques dont il s'agit de préciser les orbites.

Considérons d'abord la Lune dont le nombre des volcans a été estimé par Schmidt à plus de 60000. Écartons l'objection que ces orifices seraient dus à des projections de bolides parce que l'on considère comme difficile d'expliquer que des cratères soient au sommet des crêtes des grands cirques. Mais si l'on admet que ces cirques soient des dépressions primitivement remplies d'eau comme je l'ai expliqué dans ma Note du 4 mars 1912 (*Comptes rendus*, t. 154, p. 638), on comprend que l'eau, passant en vapeur sous la croûte lunaire suivant la théorie du volcanisme que j'ai proposée (*Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 69), monte au sommet de la crête circulaire bordée par l'eau, pour la même raison que les volcans sont au sommet des Andes en bordure du Pacifique.

Il n'est pas difficile non plus d'expliquer que l'eau ait été absorbée par la croûte lunaire au moment où elle s'est refroidie ; il existe aussi sur la Terre des volcans anciens dans des régions aujourd'hui désertiques.

Soient v la vitesse d'une masse projetée normalement par un volcan lunaire; $w = 1^{km},034$ la vitesse moyenne orbitale da la Lune autour de la Terre; $w' = 1^{km},446$ la vitesse parabolique par rapport à la Terre à la distance de la Lune. Les trois cas suivants pourront se présenter en se bornant à considérer les projections dans la direction tangente à l'orbite :

1° $v < 2^{km},36$; les masses restent satellites de la Lune ou retombent sur elle.

2° $w' > v - w$; les masses échappent à l'attraction de la Lune, mais restent *satellites de la Terre* pour v compris entre $2^{km},48$ et $2^{km},36$.

3° $v - w \gtreqless w'$; les masses échappent à la fois à l'attraction de la Lune et de la Terre, mais ayant par rapport à la Terre une vitesse au moins parabolique, elles ne pourront jamais retomber sur elle avec une vitesse moindre que $11^{km},24$.

Dans ce dernier cas, leur vitesse orbitale parallèle à l'écliptique pour $v = 2^{km},36$ variera entre $33^{km},15$ et $26^{km},37$, c'est-à-dire $29^{km},76 \pm 3^{km},396$. Elles circuleront donc autour du Soleil dans des orbites directes croisant l'orbite terrestre.

Une vitesse aphélie de $26^{km},37$ à la distance 1 correspond à une distance périhélie 0,640 et à une excentricité d'orbite de 0,22. Une vitesse périhélie de $33^{km},15$ à la distance 1 correspond à une distance aphélie de $1^{km},43$ et à une excentricité de 0,30. Ainsi ces orbites, même avec la vitesse très réduite $2^{km},36$ de projection hors de la Lune, croiseront : la première, les orbites de Vénus et de la Terre; la seconde, celles de Mars et de la Terre; d'où des perturbations pouvant changer beaucoup les orbites primitives de ces masses.

Faisons un calcul analogue pour les satellites Titania d'Uranus dont la vitesse orbitale moyenne est $3^{km},64$ et pour Triton (satellite de Neptune) dont la vitesse moyenne orbitale *dans le sens rétrograde* est $4^{km},37$. D'après Barnard, leurs diamètres diffèrent peu de celui de la Lune : leurs distances à leur planète (respectivement 68,57 et 55,3) sont aussi peu différentes de celle (60,27) de la Lune à la Terre : admettons que leurs masses soient égales à la masse lunaire. Alors la vitesse $V = 2^{km},36$ suffit pour qu'une masse volcanique projetée normalement à leur surface échappe à leur attraction. Comme pour la Lune, les projections à cette vitesse *dans le plan*

de leur orbite et dans le sens du mouvement du satellite dépassent les vitesses paraboliques (respectivement 5,15 et 6,16) par rapport à leur planète. Ainsi *toutes ces projections auront des orbites planétaires autour du Soleil.* Mais, pour Titania, les orbites ayant leur aphélie près d'Uranus seront de *sens direct;* car

$$3,64 + 2,36 = 6^{\text{km}} < 6^{\text{km}},77 \quad \text{(vitesse orbitale moyenne d'Uranus)},$$

tandis que pour Triton les orbites ayant leur aphélie près de Neptune seront de *sens rétrograde;* car

$$4,37 + 2,36 = 6^{\text{km}},73 > 5^{\text{km}},5 \quad \text{(vitesse orbitale moyenne de Neptune)}.$$

Ces orbites, ayant des vitesses aphélies très faibles ($0^{\text{km}},77$ à la distance d'Uranus et $1^{\text{km}},23$ à la distance de Neptune), sont très excentrées et correspondent à la distance de la Terre presque à la vitesse parabolique (42^{km}) : mais ces orbites sont décrites en partie dans le sens rétrograde, ce qui peut porter à 72^{km} la vitesse relative de leur rencontre avec la Terre.

Comparons ces résultats avec ce que l'on sait des aérolithes et des trajectoires de météores. Radau (*Ann. Longitudes*, 1903) a montré que les radians longtemps stationnaires semblent bien s'expliquer par des orbites différant peu de celle de la Terre. D'autre part, d'après Plummer, il semble qu'il y aurait déficit relatif de faibles vitesses, ce qui pourrait tenir à ce que nombre de météores à faible vitesse restent invisibles. Enfin, sur 116 météorites enquêtées par H.-A. Newton, 109 avaient des orbites de sens direct, 7 seulement de sens rétrograde, 103 avaient des distances-périhélie comprises entre 0,5 et 1 u. a. Les aérolithes qui, d'après leur nature, ont dû faire partie d'une croûte solide et appartenir à la catégorie des roches ignées de profondeur, ne semblent pas s'être produits par la condensation directe de matériaux nébuleux ou cométaires : d'après ce qui précède, ils pourraient provenir en grande partie de météores lumineux ou non, à faible vitesse relative, circulant sur des orbites directes, peu inclinées sur l'écliptique et voisines de l'orbite terrestre, où les volcans lunaires auraient projeté leurs masses d'autant plus facilement que la Lune n'a jamais eu d'atmosphère importante. D'après la théorie précédente, et en raison de l'excentricité de l'orbite lunaire qui fait varier la vitesse de la Lune de $1^{\text{km}},092$ à $0^{\text{km}},978$, les distances-périhélie des orbites météoriques de cette catégorie pourraient dépasser un peu 1 u. a. et descendre un peu au-dessous de 0,640 u. a.

Quant aux météores à grande vitesse relative pouvant aller jusqu'à 72^{km},

ils apporteraient sur la Terre plus souvent de la poussière météorique que des aérolithes et seraient produits par les volcans de satellites des planètes éloignées qui peuvent donner lieu pour leurs projections à des orbites aussi bien rétrogrades que directes.

Si la matière des météores provient des satellites des planètes, il n'est plus possible, sans pétition de principe, de soutenir que celles-ci et le système solaire ont une origine météorique.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le quatrième trimestre de* 1916. Note de M. J. **Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

Il y a eu 64 jours d'observations dans ce trimestre, et les principaux faits qu'on en déduit se résument ainsi :

Taches. — Par rapport aux résultats précédents [1], le nombre des groupes de taches enregistrés est moindre d'environ $\frac{1}{6}$, étant de 68 au lieu de 81, tandis que l'aire tachée a augmenté à peu près de moitié, avec 4711 millionièmes au lieu de 3202.

On a 5 groupes en plus au sud de l'équateur (31 au lieu de 26) et 18 en moins au nord (37 au lieu de 55).

Leur latitude moyenne a légèrement augmenté dans les deux hémisphères : $-17°,8$ au lieu de $-17°,5$, d'une part, et $+16°,0$ au lieu de $+15°,5$, d'autre part.

Contrairement à ce qui s'est produit dans le troisième trimestre, aucune tache ou groupe de taches n'a atteint un développement suffisant pour être visible à l'œil nu, et il y a eu encore un jour sans taches, le 2 octobre, au lieu de trois.

Régions d'activité. — Le développement des facules a été moindre que précédemment, et plus marqué dans le nombre de groupes que sur la surface totale de ces phénomènes : on a, effectivement, noté 127 groupes au lieu de 159, et 130,2 millièmes au lieu de 140,9.

Enfin, dans la répartition de part et d'autre de l'équateur, la diminution des groupes enregistrés est de 15 au sud (55 au lieu de 70), et de 17 au nord (72 au lieu de 89).

---

[1] *Comptes rendus*, t. 164, 1916, p. 42.

TABLEAU I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.
		Octobre. — 0,04.			
4- 9	6	4,0	—22		52
3	1	4,9	—17		18
3- 9	7	8,6	—33		25
7- 9	3	9,6	—16		16
4-16	12	10,1		+19	240
7-17	10	11,1		+ 8	505
7-14	7	11,5	—19		52
7-19	9	12,5		+22	30
6-19	13	12,9		+18	173
14-19	6	13,2		+ 8	24
8-18	9	14,2		+25	18
9-20	11	15,4		+27	248
15	1	16,0	—13		3
12-15	3	17,4		+14	7
17	1	19,9		+10	2
16	1	21,4		+ 4	4
16-22	6	21,9	—11		86
22-28	3	27,5	—23		25
28- 1	4	27,9		+22	19
26- 2	7	28,7	—16		172
25-26	2	28,9		+ 9	14
2- 5	3	31,3	—22		28
3	1	31,6	—13		122
	27 j.		—18°,6	+15°,5	
		Novembre. — 0,00.			
29- 6	8	3,4		+16	90
31	1	4,6		+23	6
31- 8	7	6,1		+10	32
5- 9	4	6,7	—17		11
3-10	7	7,7	—16		83
5-14	8	8,6		+10	212
3-11	8	8,7		+18	113
5-10	6	9,3		+24	19
5- 9	4	10,8		+12	29
14-15	2	11,2	—13		4
10	1	11,6	— 5		5
6-16	9	12,0		+24	82
		Novembre (suite).			
8-15	6	12,9		+ 5	48
10-16	5	13,1	—23		79
16-19	2	15,5	—20		5
11-21	7	15,9		+14	43
14-16	3	18,6		+16	16
22-27	4	23,0		+17	19
22-29	6	25,3	— 8		101
23	1	27,8		+19	4
22-29	6	27,9	—21		158
25- 3	5	29,1		+26	151
	22 j.		—15°,4	+16°,7	
		Décembre. — 0,00.			
3	1	1,3	—22		44
9	1	3,8		+ 7	404
29- 3	2	5,2	—16		93
3-11	3	6,5		+24	90
11	1	7,7		+30	5
3	1	7,8	—16		8
3-14	4	8,2		+21	144
11	1	9,9	—20		16
9-15	4	11,0		+23	52
16-19	2	16,1	—22		30
19	1	19,1		+ 9	3
15-26	9	21,1	—17		92
25	1	21,5		+17	14
19	1	22,7		+15	5
19	1	23,1	—16		49
23-26	4	23,2		+ 7	92
23-25	3	24,4	—21		4
24	1	26,1	—21		2
22- 1	8	28,5	—21		226
31- 1	2	29,7		+11	16
24- 5	7	30,6		+ 8	107
26- 1	4	31,0	—12		15
1	1	31,1	—21		7
	15 j.		—18°,7	+15°,6	

Tableau II. — *Distribution des taches en latitude.*

1916.	Sud. 90°-40°.	40°-30°.	30°-20°.	20°-10°.	10°-0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°-10°.	10°-20°.	20°-30°.	30°-40°.	40°-90°	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Octobre.....	»	1	3	7	»	11	12	5	3	4	»	»	23	1883
Novembre...	»	»	2	4	2	8	14	3	7	4	»	»	22	1310
Décembre...	»	»	6	6	»	12	11	4	3	4	»	»	23	1518
Totaux....	»	1	11	17	2	31	37	12	13	12	»	»	68	4711

Tableau III. — *Distribution des facules en latitude.*

1916.	Sud. 90°-40°.	40°-30°.	30°-20°.	20°-10°.	10°-0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°-10°.	10°-20°.	20°-30°.	30°-40°.	40°-90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Octobre.....	»	4	7	12	1	24	22	8	7	6	1	»	46	42,5
Novembre...	»	1	4	9	1	15	24	3	11	9	1	»	39	46,0
Décembre...	»	»	7	7	2	16	26	3	8	11	4	»	42	41,7
Totaux....	»	5	18	28	4	55	72	14	26	26	6	»	127	130,2

OCÉANOGRAPHIE. — *Sur un réfractomètre différentiel destiné à mesurer la salinité de l'eau de mer.* Note de M. **Alphonse Berget**, présentée par S. A. S. le Prince de Monaco.

La connaissance de la salinité de l'eau est, en océanographie, d'un intérêt capital, tant à cause du document immédiat qu'elle fournit que par suite de sa relation étroite avec la densité. Or, celle-ci est difficile à mesurer à bord d'un navire avec une grande précision; et cependant les océanographes demandent, pour la valeur de la salinité, une précision marquée par la quatrième décimale et la moitié de la cinquième.

La mesure de l'indice de réfraction peut servir à déterminer la salinité. J'ai pensé que cette mesure pourrait en fournir la valeur avec une précision au moins égale à celle que l'on exige. J'ai combiné, à cet effet, un *réfractomètre différentiel* qui donne la différence de la salinité de l'eau étudiée et de la salinité d'une eau déterminée, prise pour étalon.

C'est en utilisant le microscope comme instrument de visée que j'ai pu obtenir la précision demandée. Voici le dispositif employé pour cela.

Un collimateur à fente envoie un faisceau de lumière monochromatique sur une cuve rectangulaire à faces parallèles, séparée en deux parties par une cloison diagonale en glace. Le faisceau tombe normalement à une des faces de la cuve. Celle-ci réalise ainsi un système de deux prismes contra-

riés et de même angle. Si les deux prismes contiennent des liquides de même indice, le rayon traverse leur système sans subir de déviation.

Mais si le liquide contenu dans l'un des prismes est d'indice différent de celui qui est contenu dans l'autre, le faisceau subit une déviation. Appelons A l'angle commun des deux prismes : la déviation imprimée par le premier prisme liquide, d'indice n, est $d = (n - 1)A$; la déviation, de sens contraire, imprimée par le second prisme liquide d'indice n', est $d' = (n' - 1)A$. La déviation résultante, différence des deux points précédents, sera donc

$$\Delta = (n - n')A;$$

cette déviation est donc proportionnelle à l'angle du prisme et à la différence des deux indices.

Pour pouvoir mesurer cette déviation, le faisceau lumineux, à sa sortie de la cuve, est reçu sur une lentille achromatique qui donne une image réelle de la fente du collimateur. C'est cette image qui est examinée à l'aide d'un microscope muni d'un oculaire à vis micrométrique.

Les chiffres suivants donneront une idée de la sensibilité de la méthode.

Les deux liquides d'essai avaient des salinités dont la différence était d'*un millième*. Avec un objectif n° 3 de Nachet, on a un déplacement de l'image qui nécessite une rotation de 106 divisions du tambour de bois micrométrique. On a donc 10,6 divisions pour la quatrième décimale et 5,3 pour la moitié de la cinquième.

Avec un objectif n° 4, la sensibilité est doublée : 205 divisions pour une différence de salinité de 0,001. Avec un objectif n° 5, on a 303 divisions, soit 3,03 pour un cent-millième de la salinité. La cinquième décimale est donc largement obtenue.

On peut donc mesurer optiquement la salinité d'une eau de mer en fonction de celle d'une eau *normale* prise pour étalon. La méthode est très rapide et a l'avantage de n'exiger que quelques centimètres cubes de l'eau étudiée.

Il est intéressant d'ajouter que, pour la mesure des *indices de réfraction*, la méthode donne une sensibilité cinq fois plus grande : une différence de salinités de 0,001 correspond, en effet, à une différence d'indices de 0,0002, soit à un cinq-millième. On aurait donc, avec l'objectif n° 5, 15 divisions du tambour pour un cent-millième, c'est-à-dire 7,5 divisions pour un cinq-cent-millième. Il m'a semblé intéressant de signaler cette sensibilité.

A titre d'indication, j'ajouterai que l'angle des prismes était de 26°34';

le collimateur avait une distance focale de 25^{cm} et la lentille achromatique, une de 33^{cm}. Les objectifs et le microscope avaient été construits par Nachet.

PHYSIQUE. — *Sur les lois de l'écoulement des liquides par gouttes dans des tubes cylindriques.* Note de M. L. ABONNENC, présentée par M. J. Violle.

M. Vaillant (¹) a établi que, lorsqu'un liquide s'écoule en gouttes par l'orifice d'un tube cylindrique, le poids p des gouttes est une fonction parabolique de la fréquence de chute de la forme :

$$p = \alpha D + m\beta N - n\gamma \frac{N^2}{d}.$$

β et γ sont deux constantes, ayant les valeurs 4,20 et 0,0157, si l'on désigne par N le nombre de gouttes en 100 secondes et par p le poids d'une goutte exprimé en dixièmes de milligramme, les expériences étant relatives à l'eau à 20°; D et d représentent respectivement les diamètres extérieur et intérieur du tube; m et n sont deux entiers qui, dans les expériences citées, portant sur des tubes de diamètre extérieur compris entre 2^{mm} et 7^{mm}, prennent les valeurs 1 et 2; α est une constante qui dépend de m : pour $m = 1$ on a $\alpha = 1570$; pour $m = 2$, $\alpha = 1420$, comme moyenne des valeurs trouvées.

J'ai étendu ces expériences pour l'eau à des tubes de diamètre extérieur inférieur à 2^{mm}, et pour d'autres liquides à des tubes de diamètre quelconque.

J'indiquerai d'abord les résultats obtenus dans le cas de l'eau avec des tubes de diamètre extérieur inférieur à 2^{mm}.

Pour le calcul des coefficients je pose

$$p = a + bN - cN^2. \tag{1}$$

Une bonne méthode pour la détermination du terme a consiste, dans beaucoup de cas, à construire la courbe $p = f(N)$ et à la prolonger jusqu'au point d'intersection avec l'axe des p, ce qui se fait avec une grande précision pour les paraboles ayant leur maximum dans les limites des mesures faites. Les valeurs de b et c s'obtiennent en remplaçant dans l'équation (1) p et N par les valeurs que fournit l'expérience et en éliminant a entre les équations

(¹) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 184.

obtenues. Les valeurs de a correspondant aux divers groupes de valeurs de b et c doivent concorder avec le nombre fourni par le tracé de la courbe.

La précision dans la détermination de b et c n'est guère inférieure à celle obtenue avec des tubes de diamètre extérieur plus grand. Si les variations dans le poids des gouttes sont plus faibles, par contre le régime de chute est plus régulier et n'est guère influencé par les perturbations extérieures (vibrations du sol, chocs, etc.). Pour 10 gouttes la différence de poids dans plusieurs mesures consécutives n'excède pas $0^{mg},3$. Les expériences ont porté sur une douzaine de tubes; j'indique en premier lieu les résultats pour ceux de ces tubes qui ont un diamètre intérieur faible (inférieur à $0^{mm},7$ environ). Je donne pour chaque tube la moyenne des valeurs de a, b, c calculées comme il a été indiqué; j'ai pour les deux premiers tubes calculé les valeurs de p correspondant à des valeurs de N données par l'expérience, en prenant pour a, b, c la moyenne des valeurs trouvées.

Les expériences ont été faites à 20°.

Tube n° 1.

($D = 2^{mm},02$; $d = 0^{mm},52$; $a = 3470$; $b = 2,10$; $c = 0,0510$.)

N........	21	29,5	38,2	81,1	110,0	152,1	195
p_{calc}......	3507	3519	3528	3542	3520	3498	3309
p_{mes}......	3507	3517	3529	3545	3522	3498	3305

$$\alpha = \frac{a}{D} = 1717; \quad m = \frac{1}{2}; \quad 2cd = 0,0156; \quad n = \frac{1}{2}.$$

Tube n° 2.

$D = 1^{mm},81$; $d = 0^{mm},42$; $a = 3115$; $b = 2,09$; $c = 0,020$.)

N...........	15,1	30,3	66,6	101	140,8	170
p_{calc}.........	3142	3160	3165	3122	3013	2892
p_{mes}.........	3142	3158	3164	3122	3017	2892

$$\alpha = \frac{a}{D} = 1720; \quad m = \frac{1}{2}; \quad 2cd = 0,0159; \quad n = \frac{1}{2}.$$

Tube n° 3.

($D = 1^{mm},79$; $d = 0^{mm},65$; $a = 3105$; $b = 2,11$; $c = 0,0123$.)

$$\alpha = \frac{a}{D} = 1734; \quad m = \frac{1}{2}; \quad 2cd = 0,0160; \quad n = \frac{1}{2}.$$

N a varié entre 19 et 139.

Tube n° 4.

($D = 1^{mm},73$; $d = 0^{mm},51$; $a = 2990$; $b = 2,12$; $c = 0,0150$.)

$$\alpha = \frac{a}{D} = 1728; \quad m = \frac{1}{2}; \quad 2cd = 0,0153; \quad n = \frac{1}{2}.$$

N a varié entre 29,5 et 195.

Tube n° 5.

$$(D = 1^{mm},43;\quad d = 0^{mm},40;\quad a = 2457;\quad b = 2,10;\quad c = 0,0195.)$$

$$\alpha = \frac{a}{D} = 1718;\qquad m = \frac{1}{2};\qquad 2cd = 0,0156;\qquad n = \frac{1}{2}.$$

N a varié entre 21,6 et 196.

Tube n° 6.

$$(D = 1^{mm},36;\quad d = 0^{mm},34;\quad a = 2346;\quad b = 2,09;\quad c = 0,0226.)$$

$$\alpha = \frac{a}{D} = 1725;\qquad m = \frac{1}{2};\qquad 2cd = 0,0154;\qquad n = \frac{1}{2}.$$

N a varié entre 25,5 et 130.

En résumé, pour D inférieur à 2^{mm} on a $m = \frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{2}$, avec des valeurs de α oscillant autour de 1720.

Tubes de diamètre intérieur grand. — Pour ces tubes il semble à première vue qu'il n'y a pas de loi régulière reliant p et N. Mais en représentant dans le système de coordonnées N et p les points fournis par l'expérience, on constate que ces points se rangent sur deux, quelquefois trois paraboles distinctes. La détermination des paramètres a, b, c relatifs à ces paraboles offre peu de précision, car outre que les portions de courbes obtenues sont limitées, ces courbes sont peu inclinées, les variations de p sont lentes et le maximum de p a lieu pour une valeur de N très grande. Il semble toutefois que les variations de p avec N rentrent toujours dans la formule générale

$$p = \alpha D + m\beta N - n\gamma \frac{N^2}{d}.$$

Pour une certaine fréquence variable avec le diamètre intérieur, il se produit un changement du régime de chute, caractérisé par une variation entière des facteurs m ou n (¹).

Il est à remarquer que les valeurs de α correspondant à $m = 2$, $m = 1$, $m = \frac{1}{2}$, présentent entre elles une différence à peu près constante et qui est sensiblement le double de la tension superficielle de l'eau.

(¹) M. Vaillant (*Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 596) a signalé une augmentation brusque dans le poids d'une goutte.

OPTIQUE CRISTALLINE. — *Sur le pouvoir rotatoire des cristaux liquides.* Note (¹) de M. Paul Gaubert.

Les propionate, benzoate, acétate, etc. de cholestérine donnent des cristaux liquides possédant le pouvoir rotatoire dont la valeur a été déterminée dans quelques cas par Vorländer (²). Mes recherches avec les différentes couleurs du spectre et aux diverses phases présentées par ces cristaux m'ont conduit à des résultats nouveaux et imprévus (³).

Pour mesurer le pouvoir rotatoire très élevé, j'ai employé une méthode nouvelle. Des sphérolites peu biréfringents dont l'extinction des fibres radiales se fait parallèlement à la section principale des nicols sont observés avec un microscope polarisant, en lumière parallèle et avec les nicols croisés. Les bras de la croix noire coïncident par conséquent avec les fils croisés du réticule placé dans l'oculaire. Les sphérolites de la forme solide peu biréfringente du propionate de cholestérine conviennent pour ce genre d'observations.

Si l'on superpose à une telle préparation un corps possédant le pouvoir rotatoire et convenablement orienté, les sphérolites montrent des croix avec des teintes diverses par l'emploi de la lumière blanche, mais avec une lumière monochromatique les bras de la croix sont noirs et se déplacent à droite ou à gauche suivant le sens de la rotation. En tournant l'un des nicols, la croix noire est ramenée à sa position primitive et la mesure du déplacement permet de calculer le pouvoir rotatoire si l'épaisseur de la préparation est connue. La préparation des cristaux liquides peut être placée sur n'importe quel point du trajet des rayons lumineux compris entre les nicols, mais le mieux est de la disposer tout près de celle des sphérolites, afin de pouvoir la mettre facilement au point pour examiner à chaque instant son homogénéité et voir si les cristaux sont bien perpendiculaires à l'axe optique. Dans ce but, j'emploie de préférence un objectif à très faible grossissement (n° 2 de Nachet).

Ce procédé permet en même temps d'observer la polarisation circulaire,

(¹) Séance du 26 février 1917.

(²) D. Vorländer, *Zeitsch. f. phys. Chemie*, t. 75, p. 641.

(³) F. Stumpf a fait de nombreuses mesures concernant les diverses longueurs d'onde du pouvoir rotatoire de cyanbenzolaminocinnamate d'amyle actif. Les résultats relatifs au sens de la rotation sont différents de ceux que j'ai obtenus.

il suffit, en effet, d'employer un seul nicol. Deux quadrants opposés d'un sphérolite sont plus colorés que les deux autres. Quand les rayons sont partiellement polarisés circulairement, les bras de la croix noire, produite par les deux nicols, ne sont plus à angle droit et ils disparaissent si la polarisation est complète.

Pour faciliter les observations, j'ai étudié des mélanges donnant des cristaux liquides présentant la surfusion et pouvant persister plus ou moins longtemps à la température ordinaire. Ils n'en montrent pas moins, avec le temps et par réflexion, toutes les couleurs du spectre en partant du violet, la solidification ayant lieu quand la teinte est rouge, comme pendant le refroidissement d'un sel de cholesterine pur. Voici les résultats généraux obtenus.

Le pouvoir rotatoire, d'abord très faible quand la substance réfléchit la teinte violette, va en augmentant à mesure que la température s'abaisse ou plutôt à mesure que la couleur refléchie a une plus grande longueur d'onde. Avec le propionate pur, il dépasse 1000° pour les rayons jaunes et pour 1^{mm} d'épaisseur. Pour chaque sorte de rayons, à l'exception toutefois des rayons violets, que je n'ai pas examinés, la substance est d'abord lévogyre et ensuite dextrogyre. Le changement de sens de la rotation n'est pas simultané pour toutes les couleurs. Il se produit pour chacune d'elles au moment où la préparation les réfléchit. A cette phase l'un des deux rayons circulaires est absorbé, il n'y a par conséquent pas de pouvoir rotatoire pour la couleur considérée; mais quand la teinte est passée vers le rouge, le pouvoir rotatoire réapparaît en sens inverse et va graduellement en augmentant. Ainsi, si une préparation réfléchit le jaune, la substance est dextrogyre pour le vert et le bleu et lévogyre pour le rouge (1).

Ces phénomènes sont les mêmes dans les divers sels de cholesterine possédant le pouvoir rotatoire et dans ceux qui contiennent une certaine quantité d'anisalamidoazotoluol, substance augmentant considérablement la biréfringence et le pouvoir rotatoire (2).

---

(1) D'après les observations faites sur les cristaux liquides surfondus, le pouvoir rotatoire varie constamment, bien que la température soit constante; ces cristaux doivent être seulement comparés avec ceux qui présentent la même teinte et stables à une température déterminée. En somme, pour le pouvoir rotatoire, un cristal liquide montre un grand nombre de phases bien caractérisées par les couleurs réfléchies.

(2) P. Gaubert, *Bull. de la Soc. fr. de Min.*, t. 36, 1913, p. 195.

BOTANIQUE. — *Observations vitales sur le chondriome de la fleur de Tulipe.* Note de M. A. **Guilliermond**, présentée par M. Gaston Bonnier.

I. En cytologie, le seul procédé qui permette d'arriver à une démonstration certaine consiste à contrôler les résultats obtenus à l'aide des méthodes de fixation et de coloration par l'observation vitale. Il n'est malheureusement possible de procéder ainsi que dans un très petit nombre de cas, parce que les cellules se prêtent en général fort mal à l'observation vitale.

La signification et même l'existence des mitochondries, ces éléments connus depuis peu et qui tout de suite se sont révélés comme des organites essentiels de la vie cellulaire, ont nécessairement soulevé, comme toute question nouvelle, les plus vives controverses.

L'étude vitale du chondriome peut seule mettre fin à ces controverses. Jusqu'ici, malheureusement, elle n'a pu être réalisée dans la cellule animale que dans des cas très rares (Laguesse, Fauré-Frémiet, R. et H. Lewis). La cellule végétale est plus favorable, et a donné lieu déjà à d'importantes observations vitales de Lewitsky, Maximov et Rudolph. Enfin nous avons trouvé des tissus qui se prêtent beaucoup mieux encore aux études vitales que ceux observés par ces auteurs, et nous avons déjà à plusieurs reprises attiré l'attention sur l'admirable netteté avec laquelle les cellules épidermiques de la fleur d'*Iris germanica* laissent observer sur le vivant leur chondriome. Depuis nous nous sommes attachés à examiner, à ce point de vue, les cellules épidermiques d'un très grand nombre de fleurs ; presque toutes nous ont permis d'apercevoir leur chondriome, mais parmi elles une s'est montrée aussi favorable que la fleur d'*Iris germanica :* c'est la fleur de Tulipe. L'intérêt qui s'attache à l'étude vitale du chondriome nous a décidé à résumer ici nos observations sur les cellules épidermiques des pétales de cette fleur. Ces observations compléteront celles que nous avons déjà faites sur l'*Iris germanica* et contribueront, nous l'espérons, à mettre fin aux controverses soulevées par l'importante question de la signification physiologique des mitochondries.

II. La fleur de Tulipe possède dans ses pétales un épiderme très fin, peu adhérent et qu'il est facile de détacher à l'aide d'une aiguille lancéolée ; en étalant sur une lame dans une solution isotonique une partie de cet épiderme et en ayant soin de l'appliquer contre sa face externe, de manière que le cuticule ne gêne pas l'observation microscopique, on est frappé

de voir avec quelle netteté le chondriome se présente. Les cellules sont d'ailleurs énormes et ont un cytoplasme très transparent qui fait qu'elles constituent un précieux objet d'étude.

Parmi les variétés de *Tulipa suaveolens*, que nous avons surtout observées, il en est qui ont un pigment xanthophyllien jaune associé à un pigment anthocyanique rouge, et d'autres qui sont dépourvues de ces deux pigments, sauf à la base des pétales qui renferme un peu de xanthophylle.

La variété blanche, une fois épanouie, montre dans son épiderme d'énormes cellules avec un gros noyau et un cytoplasme réduit à une couche pariétale enveloppant une grosse vacuole qui occupe la majeure partie de la cellule et à quelques minces brides cytoplasmiques qui traversent cette vacuole.

Le noyau situé au centre montre très distinctement son nucléole et une chromatine à aspect finement réticulé qui rappelle le réseau chromatique qu'on différencie par les colorants.

Quant au cytoplasme, il offre une substance fondamentale très transparente et d'aspect homogène, au sein de laquelle on distingue avec une parfaite netteté un chondriome extrêmement riche. Ce chondriome est constitué par un très grand nombre de chondriocontes, minces, très allongés, onduleux, parfois ramifiés et souvent enchevêtrés les uns dans les autres. Ces chondriocontes se déplacent parfois lentement en serpentant, entraînés par des courants du cytoplasme. On trouve également, mais en moindre quantité, des mitochondries granuleuses et de courts bâtonnets. Tous ces éléments se distinguent du cytoplasme fondamental par une réfringence légèrement forte. On observe en outre dans le cytoplasme de petits granules très réfringents et animés de mouvements browniens qui noircissent par l'acide osmique et semblent être de nature graisseuse. Leur origine et leur signification nous sont inconnues.

Dans la région de la base des pétales qui renferme un pigment xanthophyllien, on peut constater que le pigment se trouve localisé dans les éléments du chondriome. Les divers stades de l'élaboration de ce pigment sont faciles à suivre dans la variété jaune et rouge.

Si l'on examine l'épiderme d'une fleur très jeune de cette variété, dans laquelle aucun pigment n'existe encore, on y observe des cellules de petites dimensions. Le cytoplasme très transparent et d'aspect homogène renferme deux grosses vacuoles séparées au milieu par une bande cytoplasmique dans laquelle se trouve le noyau. Le chondriome, moins distinct que dans les stades ultérieurs, est formé à la fois par des mitochondries granuleuses et des chondriocontes. Les mitochondries granuleuses sont parfois réunies par deux comme des diplococcus et l'on en trouve assez souvent qui ont la forme d'haltères et qui paraissent en voie de division. Les chondriocontes sont quelquefois à l'état de filaments allongés, mais le plus souvent ce sont des bâtonnets très courts. Il semble que les mitochondries granuleuses représentent dans ces cellules la forme primitive du chondriome. C'est sous cette forme que le chondriome paraît se multiplier pendant le développement des cellules, qui sont destinées à s'accroître considérablement. Les mitochondries se transformeraient en bâtonnets très courts, puis en filaments allongés, par suite de leur croissance dans une seule direction.

A un stade plus avancé, on ne retrouve presque plus que des chondriocontes assez allongés; quelques-uns de ces éléments élaborent sur leur trajet de petits grains d'amidon dont l'existence est transitoire et qui ne tardent pas à se résorber. En même temps les chondriocontes se chargent d'un pigment très pâle dont la couleur s'accentue ensuite. Les chondriocontes renferment souvent quelques petites inclusions graisseuses; le pigment donne l'impression d'être à l'état diffus : cependant, pendant la dégénérescence, il prend souvent un aspect granuleux.

Dans les cellules épidermiques de la fleur épanouie, les deux vacuoles primitives des cellules se sont fusionnées en une énorme vacuole, et le noyau se trouve repoussé contre la paroi de la cellule. Cette vacuole renferme un pigment anthocyanique rouge dont il ne nous a pas été possible de suivre la formation.

Le chondriome à ce moment est constitué par un très grand nombre de chondriocontes très allongés, flexueux et parfois ramifiés. Il n'y a donc pas ici de véritables chromoplastes dérivés d'une différenciation des mitochondries; le pigment est entièrement élaboré par les chondriocontes eux-mêmes.

On voit donc par cette description que la fleur de Tulipe constitue, au même titre que celle d'*Iris germanica*, un objet précieux pour l'observation du chondriome : on peut y suivre avec une grande précision l'élaboration du pigment xanthophyllien.

Les phénomènes y sont tout à fait schématiques. Cette fleur a, en outre, sur celle de l'*Iris germanica*, l'avantage de fleurir une grande partie de l'année et de permettre des observations de longue durée.

Elle peut donc servir de pièce de démonstrations et aussi de sujet d'expériences.

CHIMIE AGRICOLE. — *Les formes du phosphore dans les sols granitiques bretons*. Note [1] de M. C. VINCENT, présentée par M. L. Maquenne.

On admet en général que les sols granitiques sont pauvres en acide phosphorique et l'on en donne comme preuves les accroissements de rendements obtenus avec les divers phosphates sur nombre de cultures.

Les phosphates tricalciques sont particulièrement actifs dans les défriches, mais leur efficacité baisse dans les terres depuis longtemps cultivées où actuellement les superphosphates les remplacent avantageusement.

La chaux, libre ou carbonatée, joue, dans ces défriches, un rôle presque équivalent, mais très onéreux puisque l'observation montre que c'est aux dépens de la richesse naturelle du fond.

A notre connaissance on n'a jamais bien expliqué pourquoi la chaux

(1) Séance du 26 février 1917.

pouvait équivaloir les phosphates ni donné les raisons qu'avec de la chaux seule on pouvait obtenir des résultats culturaux avantageux.

Tout d'abord examinons si réellement les sols granitiques sont pauvres en phosphore.

Par suite de leur manque de chaux, ces terres transforment difficilement la matière organique qu'on leur incorpore ou celle qui spontanément se forme à leur surface. L'humus alors y domine et leur donne une grande puissance de saturation pour la chaux.

Lorsqu'on attaque ces sols, sans alcalinisation préalable ni calcination, par l'acide azotique concentré, que l'on maintient près de l'ébullition pendant 4 heures, seuls les phosphates minéraux sont solubilisés et le résultat que l'on obtient ne représente qu'une partie du phosphore existant. Mais si au préalable on neutralise à l'eau de chaux, que l'on sèche et calcine, tout le phosphore se minéralise et l'analyse donne le phosphore total.

Dans les sols il y a donc deux formes globales bien distinctes de combinaisons phosphorées, et l'on s'explique ainsi pourquoi, dans les sols riches en matière organique, humifères comme le sont encore beaucoup de sols granitiques bretons, il peut y avoir une quantité notable de phosphore organique.

Les dosages ci-dessous rapportés donnent les doses d'anhydride P^2O^5 que l'on obtient suivant la méthode d'analyse appliquée; nous y avons ajouté les quantités d'azote afin de les comparer à celles du phosphore organique.

Par kilogramme de terre fine séchée à l'air.

Numéros des sols.	Azote.	P^2O^5 sans calcination.	P^2O^5 après neutralisation et calcination.	P^2O^5 organique.	Proportion pour 100 du Ph minéral au total.	Proportion pour 100 du P^2O^5 organique à l'azote.
	g	g	g	g		
1....	1,69	1,27	2,24	0,97	56,80	57,30
2....	1,10	0,83	1,59	0,76	52,20	69,00
3....	4,34	1,15	1,88	0,73	61,40	16,95
4....	1,68	0,78	1,53	0,75	50,90	44,60
5....	1,40	0,79	1,29	0,50	61,20	35,70
6....	1,00	1,28	1,93	0,65	66,40	65,00
7....	4,47	0,51	1,15	0,64	44,30	14,52
8....	2,92	»	1,28	»	»	»
9....	2,16	»	1,28	»	»	»
10....	1,24	0,69	1,25	0,56	55,20	45,20
11....	1,23	0,80	1,20	0,39	66,60	31,70
12....	1,17	2,32	2,97	0,67	78,20	57,20
13....	1,43	1,72	2,21	0,45	79,70	31,40
14....	1,24	0,43	0,77	0,34	55,80	27,40
15....	0,76	1,15	1,76	0,61	65,50	80,30

Partout nous constatons des différences notables suivant la méthode employée et l'on voit l'erreur considérable que l'on commet lorsqu'on détermine le phosphore des sols sans procéder à l'alcalinisation et à la calcination avant l'attaque aux acides.

On est conduit ainsi à dire que des sols sont pauvres alors qu'ils sont riches et à préconiser l'addition de phosphates, alors que des chaulages modérés donneraient d'excellents résultats.

Lorsque les sols acides sont à éléments poreux, qu'ils se laissent pénétrer facilement par l'air et l'eau, le phosphore organique s'accumule en moins grande quantité et la proportion se limite entre 0g,400 et 0g,670 estimé en anhydride P^2O^5.

Exemples les n[os] 10, 11, 12, 13 relatifs aux limons anciens et dans lesquels l'acide phosphorique minéral est de 67 pour 100 environ du total.

Pour toutes les autres formations granitiques, le phosphore organisé est voisin de 0g,700 (en P^2O^5).

On peut donc dire que les sols granitiques sont d'une richesse moyenne en acide phosphorique total et qu'il y en a eu de très riches, alors qu'on les disait en général pauvres; que l'acide phosphorique combiné aux métaux est dans une proportion de 57 pour 100 environ, le reste étant sous forme organique.

Remarquons cependant que ces sols riches sont pauvres pratiquement, parce que le phosphore organique est lié au sort de l'humus qui, faiblement altérable, se laisse mal utiliser par les plantes.

L'addition de phosphates à ces sols riches est donc explicable; elle est même nécessaire pour la culture des plantes non humicoles comme le blé.

La pratique des chaulages s'éclaire aussi complètement, car l'on sait que leurs résultats est la mobilisation simultanée d'une fraction de l'azote et du phosphore.

Dans les sols encore très humifères, comme le n° 3, il y aurait avantage à cultiver tout d'abord avec l'aide de chaulages modérés et d'engrais potassiques, puis au bout d'un certain temps, à remplacer la chaux par les scories et le fumier.

Pour toutes les autres terres, des chaulages légers, calculés pour 4 ou 5 ans et complétés par les fumures nécessaires, donneraient d'excellents résultats.

Cette mobilisation du phosphore organique doit en tout cas être limitée à la conservation de la quantité d'humus nécessaire au maintien des qualités agrologiques et biologiques indispensables à la productivité des sols.

EMBRYOGÉNIE. — *Sur les variations du volume du noyau de l'œuf activé.* Note [1] de M. **M. Herlant**, présentée par M. Henneguy.

Les travaux de E.-B. Wilson, de Herbst, de Hindle ont montré que, dans la pathénogenèse expérimentale, le noyau de l'œuf d'Oursin subit, avant l'apparition de l'aster, un accroissement de volume assez considérable.

Au cours de recherches cytologiques sur l'œuf activé, j'ai été amené à suivre de plus près la marche de cet accroissement et à le mesurer soigneusement.

La méthode la plus pratique consiste à mesurer le noyau d'un grand nombre d'œufs préalablement fixés et colorés et à établir, pour chaque stade d'une même culture, un chiffre moyen. Cette manière de faire suppose, pour tous les lots prélevés successivement, par exemple de 5 minutes en 5 minutes, une égalité *absolue* de traitement : fixation, lavage, coloration, etc. Malgré toutes les précautions le résultat est rarement satisfaisant. Dans quelques lots la rétraction est toujours plus forte ou moindre que dans les autres, et une comparaison rigoureuse n'est plus possible.

On évite cet inconvénient en s'adressant aux œufs vivants et, de préférence, en en suivant un seul à la fois et en mesurant son noyau à intervalles déterminés, de façon à éliminer les causes d'erreur provenant des variations individuelles, parfois assez étendues.

Mes recherches ont porté principalement sur *Strongylocentrotus* et ont été faites au laboratoire Arago, à Banyuls-sur-Mer. J'ai toujours eu soin de choisir les œufs les plus transparents. Quelques observations sur les œufs de *Sphærechinus* me permettent d'étendre mes conclusions à cette espèce également.

Les œufs d'un Oursin sont activés au moyen d'acide butyrique (méthode de J. Loeb), puis quelques-uns transportés sur une lamelle, retournée sur une cellule de carton humide. On choisit un œuf favorable et l'on mesure, à l'aide d'un oculaire micrométrique et de la chambre claire d'Abbe, le diamètre de son noyau, de 5 en 5 ou de 10 en 10 minutes. Je ne donnerai ici que quelques exemples, choisis au hasard parmi les nombreuses mesures effectuées (température 14° à 16° C.). Le diamètre de l'œuf vierge est établi par une moyenne de vingt-cinq mensurations.

---

[1] Séance du 26 février 1917.

Temps en minutes depuis l'activation.	Diamètre du noyau en μ.			
	Œuf 1.	Œuf 2.	Œuf 3.	Œuf 4.
0............	?	12,8	11,2	12,9
5............	13,0	13,4	»	13,0
10............	13,3	13,8	12,0	»
15............	13,3	13,8	12,0	13,2
20............	13,5	13,8	12,0	13,2
25............	13,5	14,0	12,3	»
30............	14,0	14,1	12,7	15,0
35............	14,2	14,2	»	15,0
40............	13,7	14,0	12,5	14,4
45............	13,5	13,7	12,3	»
50............	13,7	13,7	12,3	13,8
55............	13,7	13,9	12,5	13,7
60............	13,8	14,4	12,5	13,7
65............	14,5	14,8	»	»
70............	15,0	15,5	13,5	14,4
75............	»	15,5	14,0	»
80............	16,2	16,0	»	16,2
85............	»	»	14,7	»
90............	17,5	16,4	»	17,2
95............	»	16,7	15,8	17,5
100............	17,7	»	16,0	»
105............	»	17,2	»	17,7
110............	»	17,6	»	»
115............	»	»	»	»

Voici, maintenant, la valeur moyenne du diamètre du noyau calculée sur des œufs activés, fixés au liquide picro-acétique de Boveri de 10 en 10 minutes; 40 œufs ont été mesurés dans chaque lot (coloration au picro-carmin):

12,4 (œuf vierge), 13,6, 13,6, 13,8, 13,4, 12,8, 13,1, 13,7, 14,2, 16,6, 17,2, 17,7: on voit que les valeurs se superposent à celles trouvées chez les œufs vivants.

La lecture de ces chiffres conduit à cette conclusion que *l'accroissement du volume du noyau de l'œuf vierge activé se fait en deux phases séparées par une période de décroissance*. Les chiffres correspondant à celle-ci sont soulignés et l'on voit que cette phase de décroissance, à la température d'environ 15° C., débute 40 minutes et cesse 55 à 65 minutes après l'activation. Elle est suivie d'une période de croissance rapide, qui ne prend fin qu'avec la disparition du noyau lors de la prophase.

Si l'on considère que l'accroissement du noyau est l'indice d'une activité cellulaire intense, nous avons, dans cette courbe du volume nucléaire, la

preuve de l'existence, au cours de l'activation, d'une *phase de dépression*, et celle-ci doit probablement se traduire par une variation des propriétés plasmatiques de l'œuf.

Or il semble bien que certaines expériences mettent cette variation en évidence.

J'ai montré antérieurement [1] que la sensibilité de l'œuf activé à l'action exercée par une même solution hypertonique, agissant pendant le même temps, varie beaucoup selon la durée de l'intervalle séparant le traitement activant du traitement complémentaire. Pour produire un résultat favorable au développement, c'est-à-dire la formation chez tous ou presque tous les œufs, d'un aster accessoire ou de deux au plus [2], le traitement hypertonique doit être appliqué soit 20 à 30 minutes, soit 65 à 75 minutes après l'activation (la température étant 15° C. et la solution agissant 30 minutes).

Que l'on compare ces chiffres à ceux donnés plus haut et l'on verra que, pour être favorable, *le traitement hypertonique doit être appliqué pendant l'une ou l'autre phase d'accroissement du noyau.* Pendant la période de dépression, la sensibilité de l'œuf activé est exagérée et se traduit par la formation d'un nombre considérable d'asters accessoires, rendant la segmentation efficace impossible.

Il est à remarquer que des recherches assez nombreuses montrent, pareillement, des variations cycliques de la sensibilité de l'œuf *fécondé* à l'action de toute une série d'agents physico-chimiques : solutions hypertoniques (Konopacki, Moore) ou hypotoniques (R.-S. Lillie), poisons (Lyon et Shackell, Spaulding), froid, chaleur, centrifugation (Concklin, Bury), action du radium (Packard), etc.

Enfin, en ce qui concerne l'œuf parthénogénétique, il faut citer particulièrement les expériences de Brachet [3], montrant que la possibilité de fécondation des œufs activés par l'acide butyrique varie selon un rythme bien déterminé. Il serait fort intéressant de savoir si ce rythme correspond à celui qui règle l'accroissement du noyau. La température très différente à laquelle les expériences de Brachet et les miennes ont été faites ne permet pas actuellement de le savoir.

Toutes ces expériences s'accordent pour nous montrer dans l'activation

---

(1) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1531-1533.

(2) Cf. M. Herlant, *Sur le mécanisme de la première segmentation de l'œuf d'Oursin dans la parthénogenèse expérimentale* (méthode de J. Loeb) (*Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 408-411).

(3) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 359.

simple un phénomène cyclique, dont toutes les phases se conditionnent l'une et l'autre et dont l'aboutissement est une mitose : que celle-ci soit abortive ou non par nature, cela dépend uniquement, tant chez les Amphibiens (¹) que chez l'Oursin, de l'intervention d'un facteur surajouté et qui n'a rien à voir avec l'activation proprement dite.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'achrodextrinase.* Note de M. J. EFFRONT, présentée par M. L. Maquenne.

Certaines espèces de *B. mesentericus*, cultivées dans un milieu azoté, sécrètent une diastase liquéfiant l'amidon. M. Boidin et moi avons étudié les conditions permettant d'obtenir cette amylase bactérienne en solution concentrée. Comme milieu de culture nous employons les tourteaux fourragers, débarrassés de matières amylacées, ou les drèches de distillerie; notre procédé permet d'obtenir, par kilogramme de drèche, une quantité d'amylase liquéfiante correspondant à 20^{kg} de malt d'excellente qualité.

Les recherches que j'ai entreprises au point de vue de l'individualité de cette nouvelle sorte de diastase ont révélé quelques particularités intéressantes.

La diastase bactérienne transforme très rapidement l'amylo et l'érythrodextrine en achrodextrine, mais elle ne possède qu'un pouvoir saccharifiant très limité; en sa présence l'hydrolyse de l'amidon suit donc une tout autre marche qu'avec l'amylase végétale ou animale.

Voici l'expérience par laquelle on peut reconnaître les propriétés caractéristiques de l'amylase mésentérique, à laquelle j'ai donné le nom de *achrodextrinase :*

On prend une solution d'amidon soluble (par HCl) ou un empois d'amidon à 2 pour 100, maintenu pendant 1 heure en autoclave sous 2^{atm}; on prélève de chacun un échantillon de 100^{cm^3}, puis on ajoute, à 40°, une certaine quantité de diastases d'origines différentes. On interrompt la saccharification au moment où le liquide ne se colore plus par l'iode et l'on dose le sucre formé.

	Maltose pour 100.	
	Amidon soluble.	Amidon de riz.
Extrait de malt	72,3	71,5
Ptyaline	71,8	72,1
Amylase pancréatique	69,9	70,6
Achrodextrinase	41,2	41,7

(¹) *Arch. de Biol.*, t. 28, 1913.

L'achrodextrinase hydrolyse l'amidon pour aboutir à environ 40 pour 100 de maltose, point auquel l'amylo et l'érythrodextrine sont détruites, mais où la saccharification est complètement arrêtée; le résultat est le même avec l'empois qu'avec l'amidon soluble.

Avec l'amylase de grains ou l'amylase animale la disparition de l'érythrodextrine coïncide avec la formation d'environ 70 pour 100 de sucre, quantité de beaucoup supérieure à la précédente.

L'achrodextrinase se distingue aussi des autres diastases par la beaucoup moindre viscosité des produits résultant de la saccharification; dans l'expérience suivante on a employé un empois de fécule à 6 pour 100, saccharifié à 50°, avec des amylases de différentes provenances, la saccharification étant arrêtée quand on arrive à 42 pour 100 de maltose.

	Viscosité en secondes.
Diastase du malt	22
Ptyaline	28
Amylase pancréatique	30
Achrodextrinase	6

L'achrodextrinase est précipitée par l'alcool, ainsi que par le sulfate d'ammoniaque; sa température optima est de 40°. Elle agit très bien dans un milieu neutre au méthylorange et est très résistante à l'alcalinité, supportant jusqu'à 1g par litre de carbonate de soude; mais en revanche elle est très sensible à la réaction acide : la présence de 0,1 pour 1000 d'acide chlorhydrique arrête totalement son action.

La diastase bactérienne remplace avantageusement le malt dans l'industrie textile; elle permet d'utiliser les produits résiduaires de l'amidonnerie pour la fabrication des sirops dextrinés; enfin elle peut être d'une application courante dans la blanchisserie du linge; celui-ci, avant d'être bouilli, passe dans un bain contenant la diastase bactérienne, qui enlève l'apprêt d'empesage. On peut ainsi réduire considérablement le temps d'ébullition et économiser jusqu'à 50 pour 100 de la quantité de savon habituellement nécessaire.

MÉDECINE. — *La tension artérielle chez les sourds de la guerre.* Note [1] de M. **Marage**, présentée par M. d'Arsonval.

Les soldats sourds obusités, c'est-à-dire atteints de commotion cérébrale consécutive à l'éclatement d'un obus de gros calibre, se plaignent toujours

(1) Séance du 26 février 1917.

d'un manque presque absolu de sommeil et de violents maux de tête localisés principalement dans la région frontale.

J'ai cherché à savoir s'il existait une relation entre la tension artérielle et ces deux symptômes.

Les observations portent sur 185 cas.

Mesure. — La pression a été prise chez tous les blessés avec l'oscillomètre sphygmométrique de Pachon; pour que les résultats fussent comparables, on se plaçait toujours dans les mêmes conditions, et c'est le même opérateur qui a pris toutes les mesures.

Valeur des tensions. — 17 sujets seulement ont une tension un peu inférieure à la normale (17), 1 a 13, 3 ont 14, 5 ont 15, 8 ont 16, 18 ont 17, tous les autres, c'est-à-dire 82 pour 100, ont une tension supérieure à la normale.

Cette tension est même parfois très élevée, puisque j'ai trouvé 20 sujets ayant une tension comprise entre 25 et 31.

Donc, après la commotion cérébrale par obusite, l'hypertension est la règle et l'hypotension, légère du reste, n'est que l'exception.

Relation entre l'époque de la blessure et la tension. — On peut se demander si cette tension est passagère et disparaît rapidement.

Le Tableau suivant montre qu'il n'en est rien et que la tension subsiste même lorsque la commotion est antérieure à un an :

Commotion datant de	Nombre des sujets.	Moyenne des tensions.
1 mois	11	18
2 »	33	20,9
3 »	44	17
4 »	20	19
5 »	21	20
6 »	11	21,2
7 »	10	19,4
8 à 13 mois	35	20,6

La moyenne des tensions est donc supérieure à la normale et, avec le temps, cette tension ne s'abaisse pas.

Relations entre le sommeil et la tension artérielle. — Sur 17 cas d'hypotendus (entre 13 et 16), 4 seulement, c'est-à-dire 23 pour 100, dorment mal.

Sur 18 sujets, très hypertendus (entre 25 et 31), 14, c'est-à-dire 77 pour 100, dorment mal.

Et comme d'une façon générale tous ceux qui ont une tension supérieure à 17 se plaignent d'insomnie, on peut en conclure que ce manque de sommeil si pénible (les soldats dorment au plus une à deux heures par nuit) est accompagné d'une tension supérieure à la normale.

Relations entre les maux de tête frontaux et la tension artérielle. — On peut dire que tous les obusités se plaignent de maux de tête frontaux excessivement violents. Mais il ne semble pas y avoir de relations entre la tension artérielle et les maux de tête; en effet, sur 17 hypotendus (de 13 à 16), 2 seulement ne se plaignent pas de maux de tête; et sur 18 très hypertendus (de 25 à 31), 5 n'ont pas ou n'ont plus de maux de tête.

C'est plutôt l'époque de la commotion qui a de l'influence sur la douleur frontale, car souvent les blessés disent qu'ils ont eu de violents maux de tête pendant un ou deux mois, et que ces maux de tête ont ensuite disparu; ils semblent analogues à ceux qu'on éprouve après un choc sur la boîte cranienne; très violents au début, ils s'atténuent peu à peu.

Traitement. — J'ai essayé les médicaments classiques, sauf les hypnotiques, tels que le sulfonal, le véronal, etc., que je n'ai pas voulu employer.

C'est encore le valérianate d'ammoniaque qui m'a donné les meilleurs résultats.

En présence de l'hypertension les courants de haute fréquence étaient tout indiqués; malheureusement, en province, je n'en avais pas à ma disposition.

A Paris, je m'en suis servi sur quelques sujets en utilisant un petit solénoïde qui n'agissait que sur la tête, j'ai obtenu de bons résultats.

Du reste la d'Arsonvalisation a toujours fait baisser la tension chez les nombreux malades que j'avais eu l'occasion d'observer antérieurement.

Conclusions. — 1° *L'insomnie* est constante; elle est toujours accompagnée d'une hypertension artérielle qui ne s'atténue pas spontanément avec le temps.

2° *Les maux de tête frontaux* accompagnent toujours la surdité consécutive à une obusite; ils ne semblent pas en relations avec la tension artérielle, et, souvent, non toujours, ils s'atténuent avec le temps.

3° La d'Arsonvalisation est le traitement de choix.

MÉDECINE. — *Le traitement des surdités de guerre.* Note de M. **Lautier**, présentée par M. Yves Delage.

Durant mon séjour à l'Hôpital militaire de Bourges (25 décembre 1915-21 mai 1916) j'ai suivi régulièrement le service de rééducation auditive de la VIII[e] Région, dirigé par un médecin aide-major de 2[e] classe, et m'y suis familiarisé avec la méthode Marage, utilisée dans ce service, en manipulant les appareils et en en suivant de très près l'application. Sachant combien l'efficacité de cette méthode est controversée, j'ai tenu à me faire une opinion sans la moindre idée préconçue et sans aucun parti pris : j'ai voulu la baser uniquement sur des faits observés par moi-même et contrôlés rigoureusement, sans me laisser influencer par des considérations théoriques favorables ou défavorables. Voici ce que j'ai constaté et les conclusions auxquelles je suis arrivé.

1°. *Mesure de l'acuité auditive.* — Il est important dans l'armée de déterminer sans erreur l'aptitude physique d'un sourd et de dépister la simulation ou l'exagération de la surdité. La méthode Marage permet d'y arriver d'une façon certaine par le procédé suivant : La sirène à voyelles (acoumètre manométrique) pouvant indiquer 400° d'acuité pour chacune des cinq voyelles, on peut admettre, grâce à la multiplicité des combinaisons entre elles de ces cinq séries de 400°, que la courbe acoumétrique donnée par les cinq mesures d'audition pour ces voyelles est la signature d'un cas de surdité. Une surdité réelle et de cause organique non inflammatoire, ne variant pas à deux moments rapprochés, est caractérisée par une courbe constante. Si à deux moments éloignés (plusieurs mois) le degré en a varié sans que la nature ou le siège de la cause aient changé, les courbes sont parallèles ou de même type. Si donc dans une même séance ou dans deux séances rapprochées on mesure l'acuité auditive d'un sourd pour les cinq voyelles, la courbe sera constante en cas de sincérité et variable de forme et de degré en cas de simulation. Cette variabilité prouve la fraude et est inévitable même si le sujet connaît le procédé de recherche de cette fraude : il suffit que le manomètre lui soit caché. N'ayant pas qualité pour disposer des dossiers des sourds examinés dans le centre de Bourges, je ne puis à regret rapporter d'observations détaillées; mais je pourrais citer bien des cas, en particulier celui d'un homme qui, auxiliaire depuis plusieurs mois

pour surdité, fut proposé pour la réforme et reconnu simulateur par le procédé que je viens d'indiquer. Cet homme se voyant découvert simula alors des troubles névropathiques (troubles de la compréhension de la parole) dont l'existence fut à son tour infirmée par le centre neurologique.

2° *Traitement de la surdité.* — L'amélioration ou la guérison de la surdité sont le plus souvent extrêmement rapides. J'ai connu presque tous les malades traités au centre de rééducation auditive. Le pourcentage des résultats positifs est considérable : l'échec n'a été qu'une exception : aucune méthode thérapeutique n'est infaillible; mais dans la méthode Marage les échecs, quand ils existent, sont reconnus dès la fin de la première ou deuxième semaine de traitement grâce à l'acoumétrée précise dont on dispose, ce qui favorise l'élimination rapide de ces cas voués à l'échec, du service où il sont traités.

Quand la surdité est due à l'*otite moyenne cicatricielle*, suite d'otorrhée bien tarie, sans microbisme latent, le résultat positif est constant et presque toujours très accusé. Je me souviens d'un blessé sourd pour cette cause depuis neuf mois, traité sans succès par le cathétérisme, le massage, le traitement ioduré, qui ne percevait plus la voix haute d'un côté et l'entendait seulement à $2^m,40$ de l'autre. Au bout de sept semaines cet homme répondait aux questions posées à 26^m d'un côté et 30^m de l'autre. Je connais personnellement un officier qui depuis vingt-trois ans avait une surdité unilatérale par otite moyenne cicatricielle : son audition gauche était réduite de 33 pour 100. Depuis le traitement elle ne l'est plus que de 2 pour 100 et l'oreille qui était sourde entend presque aussi bien que l'opposée. Ce cas prouve que l'ancienneté des lésions n'est pas un obstacle au résultat.

Lorsque la *commotion labyrinthique se joint à l'otite moyenne cicatricielle* le pourcentage des succès est de 75 pour 100. Parmi les cas que j'ai observés je puis citer celui d'un homme atteint depuis six mois d'une surdité invariable qui l'eût fait réformer.

Son audition pour la voix haute était réduite de $0^m,20$ d'un côté et $0^m,40$ de l'autre, en raison surtout d'un « trou » auditif sur l'*ou* pour laquelle l'acuité était à plus de 200. Après traitement l'acuité moyenne bilatérale était de 1 et la voix haute perçue à 10^m d'un côté et 7^m de l'autre. J'ai noté encore un trépané complètement sourd pour la voix à droite (acuité 233) et dur d'oreille à gauche (acuité 3 et voix haute perçue à 4^m)

par otites cicatricielles et commotion des labyrinthes antérieurs et postérieurs. Au bout de huit semaines l'acuité bilatérale était de 1 et la voix haute entendue et comprise à 10^m à droite et 25^m à gauche.

Enfin chez les sourds de guerre par *commotion labyrinthique pure* sans lésions visibles à l'examen otoscopique (ce furent les moins nombreux de ceux que je vis traiter), les résultats positifs ne sont pas moins fréquents. L'un des cas de ce genre les plus frappants que j'ai vus est celui d'un «obusité» sourd depuis dix mois et n'entendant absolument plus rien : il ne percevait plus la voix criée même avec un cornet acoustique, bref il était pratiquement plongé dans un silence constant. D'un côté l'examen ne révéla aucun vestige auditif et cette surdité totale et complète résista évidemment au traitement. Mais de l'autre l'acoumètre décela une acuité extrêmement réduite à 322 en moyenne, pratiquement inutile, mais qui permit de la développer jusqu'à 2 et rendit ce pauvre homme apte au service auxiliaire.

Conclusions. — De ces faits et d'autres encore que j'ai pu constater par moi-même je conclus ceci : la méthode Marage est une méthode de rééducation auditive qui donne rapidement de très beaux résultats. Son application est facile, le plus souvent utile, jamais nuisible. Son emploi devrait être généralisé car grâce à elle il est possible de récupérer rapidement des infirmes guérissables qui, sans elle, sont destinés à augmenter notre déchet national ainsi que les charges du pays en privant la Patrie d'un bon nombre de ses défenseurs.

MÉDECINE. — *Vaccination antituberculeuse*. Note [1] de M. **Rappin**, présentée par M. Laveran.

Les premiers résultats que j'ai eu l'honneur d'exposer à l'Académie, dans ma communication du mois de janvier 1913 (t. 156, p. 246), sur la vaccination du cobaye contre la tuberculose, s'étant confirmés dans les expériences que j'ai poursuivies dans mon laboratoire, je me suis appliqué depuis ce temps à modifier la méthode ainsi expérimentée et qui pouvait présenter certains aléas, de façon à la rendre applicable à l'homme.

Après de longs tâtonnements, je suis enfin parvenu à constituer un vaccin

[1] Séance du 26 février 1917.

à la fois inoffensif et suffisamment actif pour conférer au cobaye une résistance certaine contre l'infection tuberculeuse expérimentale. Dans plusieurs séries d'expériences l'immunisation des animaux ainsi vaccinés a été complète et démontrée par l'inoculation de la rate, demeurant sans effet sur d'autres animaux.

Je crois devoir donner ici la formule de ce vaccin, qui est préparé de la façon suivante :

Les bacilles tuberculeux, provenant de cultures en bouillon d'âges différents, sont soumis à la dessiccation pendant 24 heures, puis traités par des solutions à 2 ou 3 pour 100 de fluorure de sodium, pendant plusieurs jours. Ils perdent ainsi tout pouvoir infectieux, mais gardent leurs propriétés toxiques. Ils sont alors, après lavage à l'eau physiologique, soumis pendant un temps plus ou moins prolongé à l'action du sérum antituberculeux dont j'ai donné le mode de préparation dans ma communication du mois de novembre 1911, et qui achève leur désagrégation. C'est cette émulsion des bacilles dans le sérum qui constitue le vaccin.

Injecté à la dose de trois à quatre dixièmes de centimètre cube au cobaye et dans le tissu cellulaire sous-cutané, en même temps qu'il détermine dans les 24 heures une élévation de température de 1° à 1°,5, ce vaccin amène localement la production d'un ou deux ganglions peu volumineux, qui restent indurés et qui constituent comme le point de départ de la formation des anticorps immunisants. Cette injection vaccinale m'a semblé jusqu'ici devoir être répétée à deux ou trois reprises et à trois semaines ou un mois d'intervalle pour réaliser l'immunisation.

Mes efforts tendent désormais à donner à ce vaccin, à la fois, une fixité d'action et une activité plus grandes, tout en lui conservant son caractère d'innocuité absolue, mais, en me basant sur les faits que j'ai observés surtout depuis ces deux dernières années, j'estime que dès maintenant son application peut être tentée dans la pratique courante, en particulier chez l'enfant dans les premiers mois de la vie, et qu'il peut constituer un élément important dans la prophylaxie et la lutte contre la tuberculose.

A 16 heures l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de novembre 1916 (*suite et fin*).

Recherches géologiques et pétrographiques sur l'Oural du Nord, le bassin des rivières Wagran et Kakwa, par Louis Duparc et Marguerite Tikanowitch; 4e Mémoire. Genève, Albert Kündig, 1914; 1 fasc.

Étude comparée des gîtes platinifères de la sierra de Ronda et de l'Oural, par Louis Duparc et Augustin Grosset. Genève, Albert Kündig, 1916; 1 fasc.

Sulle correnti elettriche in una lamina metallica sotto l'azione di un campo magnetico, par Vito Volterra. Roma, *Rendiconti della r. Accademia dei Lincei*, 1915; 1 fasc.

Teoria delle potenze dei logaritmi e delle funzioni di composizione, par Vito Volterra. Roma, Memorie d. r. Accademia dei Lincei, 1916; 1 fasc.

Bibliografia general de temblores y terremotos, por F. de Montessus de Ballore; 5e partie : *América, Tierras Antárticas y Oceanos*. Santiago de Chile, imprenta universitaria, 1916; 1 vol. in-8°.

O megasismo do 1° de novembro de 1755 en Portugal, acompanhado dum estudo demográfico e sôbre rochas de construção, por Francisco Luiz Pereira de Sousa; vol. II : *Distritos de Beja e Evora*. Lisboa, tipografia do comercio, 1916; 1 vol. in-8°.

Report of the national Academy of sciences for the year 1915. Washington, Government printing office, 1916; 1 fasc. in-8°.

Hitherto unpublished plates of tertiary mammalia and permian vertebrata, published and distributed by the American Museum of natural History (Descriptions of plates by William Diller Matthew). 1915; 1 vol. in-f°.

Ouvrages reçus dans les séances de décembre 1916.

Le centenaire de Charles Gerhardt, par le Dr M. Tiffeneau. Extrait du *Journal de Pharmacie et de Chimie*, 7e série, t. XIV, p. 129, 161, 202 et 234. Paris, Doin, 1916; 1 fasc. (Présenté par M. Haller.)

Annales de la clinique chirurgicale du professeur Pierre Delbet, n° 5 : *Méthode de traitement des fractures*, par Pierre Delbet, avec la collaboration de MM. Marchak, Mossé et Lamare. Paris, Alcan, 1916; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Charles Richet.)

Mission scientifique au Soudan, par HENRY HUBERT. Paris, Larose, 1916; premier fascicule; 1 vol. in-8°.

Automobiles, camions et tracteurs; Principes et utilisation, par L. DE MONTGRAND. Paris-Nancy, Berger-Levrault, 1917; 1 vol. in-8°.

Nouvelles Tables trigonométriques fondamentales (*valeurs naturelles*) : Tome deuxième, par H. ANDOYER. Paris, Hermann, 1916; 1 vol. in-4°.

Mémoires du Service géologique de l'Indo-Chine : Vol. III, fasc. I : *Étude des fusulinidés du Japon, de Chine et d'Indo-Chine et classification des calcaires à fusulines;* IIIe Mémoire : *Étude comparative des fusulinidés d'Akasaka* (*Japon*) *et des fusulinidés de Chine et d'Indo-Chine*, par J. DEPRAT; — fascicule II : *Nouvelle contribution à la paléontologie du Yunnam; description d'espèces nouvelles des terrains paléozoïques et triasiques du Tonkin; contribution à la paléontologie du Laos; gisement liasique des schistes de Trian* (*Cochinchine*); *étude des faunes paléozoïques et mésoïques des feuilles de Phu-nho-quan et de Son-tây* (*Tonkin*), par H. MANSUY; — fasc. III : *Faunes des calcaires à* Productus *de l'Indo-Chine*, deuxième série, par H. MANSUY; Vol. IV, fasc. II : *Faunes cambriennes du Haut-Tonkin*, par H. MANSUY; — fasc. III : *Contribution à l'étude des faunes de l'ordovicien et du gothlandien du Tonkin*, par H. MANSUY; — fasc. IV : *Études géologiques sur la région septentrionale du Haut-Tonkin*, par J. DEPRAT. Hanoï, Imprimerie d'Extrême-Orient, 1914 et 1915; 6 vol. grand in-8°.

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 12 février 1917.)

Note de M. *Russo :* Observations géologiques sur le synclinal de Tadla (Maroc occidental) :

Page 318, ligne 9, *au lieu de* Blanckenhaini, *lire* Blanckenhorni.
Même page, ligne 10, *au lieu de* Mocattacu, *lire* Mocattam.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 MARS 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Garde des Sceaux, Ministre de la Justice, de l'Instruction publique et des Beaux-Arts**, adresse ampliation du Décret qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. *Henri Lecomte* pour occuper, dans la Section de Botanique, la place vacante par le décès de M. *Ed. Prillieux*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Henri Lecomte** prend place parmi ses confrères.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le Tome 162 (janvier-juin 1916) des *Comptes rendus* est en distribution au Secrétariat.

ÉCONOMIE RURALE. — *Sur la culture mécanique des terres.*
Note de M. **Tisserand**.

En France, bien avant le début des hostilités, on s'était sérieusement préoccupé de remplacer, dans le travail des terres, les animaux par des appareils mécaniques dont l'allure est plus vite, mus par les moteurs à explosion, à vapeur ou électriques. La guerre, en se prolongeant, a porté au plus haut la période de crise de la main-d'œuvre qui sévissait auparavant déjà, sur l'agriculture.

D'autre part, la diminution du nombre des moteurs animés, bœufs et chevaux, se fait durement sentir au moment où il faudrait pouvoir labourer très rapidement les grandes étendues de terre laissées en friche. Cette

circonstance, s'ajoutant à la raréfaction des ouvriers agricoles, accentue singulièrement le mouvement qui entraîne les agriculteurs vers la culture mécanique; aussi, aujourd'hui, la question retient-elle plus que jamais l'attention; et même, elle vient d'aboutir à un commencement de réalisation.

Les États-Unis ont depuis assez longtemps résolu, au moins en partie, le problème. Ils possèdent un grand nombre d'appareils qui répondent à la nature de leurs terres, à celle de la propriété et aux diverses cultures, et voilà qu'ils arrivent à construire au prix de 1500fr des tracteurs de 16 à 18 chevaux de force, propres à la petite culture.

Chez nous, quelques inventeurs et constructeurs commençaient, vers 1912-1914, à entrer dans cette voie nouvelle, pleine de promesses. La guerre a interrompu leurs efforts. Mais, sous l'empire des besoins actuels, ils les renouvellent activement encouragés avec raison par les Pouvoirs publics.

Ce mouvement a provoqué de nombreux essais, des expériences, des concours publics; il a inspiré un grand nombre d'auteurs et d'ingénieurs, dont les travaux font bien augurer de l'avenir. Il y a déjà toute une littérature qui traite de la culture mécanique. Parmi les nombreux ouvrages qui lui sont consacrés, on peut citer celui du capitaine Julien décoré de la croix de guerre; il vient de paraître sous le titre de *La Motoculture*. Ce Livre, orné de nombreuses gravures, est écrit surtout en vue de propager une classe spéciale d'appareils. On peut, en effet, diviser les engins de culture mécanique en deux grands groupes; dans le premier prennent place ceux qui mettent en action la charrue classique et les *cultivateurs* connus depuis bien longtemps; dans le second, se rangent ceux qui font mouvoir un nouvel outil qui agit sur le sol à la manière d'une *fraise*. Ils attaquent le terrain à l'aide de dents portées par un axe qui est animé d'un rapide mouvement de rotation; tantôt, ces dents sont fixes, rigides; tantôt, elles sont individuellement indépendantes, flexibles, élastiques, de manière à céder sans se briser lorsqu'elles rencontrent des obstacles. Celles-ci imitent un peu le travail que les animaux fouisseurs exécutent avec leurs griffes.

Pour l'auteur de *La Motoculture*, ce sont les appareils qui répondent le mieux au but que poursuit le cultivateur en façonnant ses terres comme le fait le jardinier. Il base ses appréciations sur l'examen très étudié des propriétés physiques des sols, sur le rôle de l'eau dans la végétation et sur les plus récentes recherches agronomiques relativement aux conditions du développement des plantes. Dans une série de chapitres documentés,

il les passe soigneusement en revue. Puis, il étudie successivement les divers travaux d'ameublissement, les résistances que les terres opposent aux instruments aratoires, les quantités d'énergie que réclament les labours, les rendements des divers outils, les prix de revient des travaux, etc. Son Ouvrage, qui présente d'utiles aperçus sur la préparation des terres, sera lu avec intérêt par tous ceux qui s'intéressent aux problèmes de la culture mécanique. Quant à décider entre les procédés classiques de labourage et les procédés nouveaux que les *appareils rotatifs* ont inaugurés, nous estimons que seules pourront se prononcer des expériences bien conduites scientifiquement et exécutées pendant plusieurs campagnes sur des terres de différentes natures.

M. A. Laveran fait hommage à l'Académie du Tome IX (1916) du *Bulletin de la Société de Pathologie exotique.*

PLIS CACHETÉS.

Mme Veuve **Le Fort** demande l'ouverture d'un pli cacheté, envoyé par son mari Pierre-Jean Le Fort, qui a été reçu dans la séance du 4 décembre 1916 et inscrit sous le n° 8337.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une *Note sur diverses remarques au sujet des fonctions elliptiques, de nature à faciliter le calcul des intégrales réelles.*

(Renvoi à l'examen de M. P. Appell.)

M. A. Auric demande la destruction d'un pli cacheté reçu dans la séance du 31 janvier 1916, et inscrit sous le n° 8258.

Ce pli est détruit en séance par M. le Président.

CORRESPONDANCE.

M. de Schokalsky adresse de Petrograd une dépêche de condoléances à l'occasion du décès de M. *G. Darboux.*

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Joaquim Bensaude. *Histoire de la science nautique portugaise. Résumé.* (Présenté par M. G. Bigourdan.)

2° *Nos erreurs sur les évaluations de notre consommation en viande pendant la guerre et des ressources de nos cheptels*, par Navaizard.

M. **Émile Haug** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Minéralogie.

M. **Emmanuel de Margerie** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section de Géographie et Navigation.

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE. — *Sur les courbes gauches algébriques.* Note de M. **R. de Montessus de Ballore**, présentée par M. Paul Appell.

1. Je vais résoudre le problème suivant, essentiel dans la théorie des courbes gauches algébriques Γ représentées par deux équations [1]

$$(1) \qquad \varphi(x, y) = 0, \qquad z\chi(x, y) - \psi(x, y) = 0:$$

Quelles sont les conditions que doivent remplir les polynomes $\chi_1(x, y)$, $\psi_1(x, y)$ *pour qu'on puisse remplacer le système* (1) *par celui-ci :*

$$(2) \qquad \varphi(x, y) = 0, \qquad z\chi_1(x, y) - \psi_1(x, y) = 0?$$

2. Considérons : 1° les points (α_i, β_i) communs à φ, ψ, où χ ne passe pas, multiples d'ordre p'_i pour φ, q'_i pour ψ; 2° les points (γ_i, δ_i) communs à φ, χ, où ψ ne passe pas, multiples d'ordre p''_i pour φ, r''_i pour χ; 3° les points (ε_i, ξ_i) communs à φ, ψ, χ, multiples d'ordre p_i pour φ, q_i pour ψ, r_i pour ψ. On fait cette restriction que φ, ψ n'ont pas de contacts, non plus que φ, χ; mais ψ, χ peuvent en avoir. Les axes Oxy sont orientés de manière qu'une

(1) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 392.

parallèle à Oy ne passe que par un seul des points communs à φ, ψ ou par un seul des points communs à ψ, χ.

3. Si $M(x, y)$ a en (α_i, β_i) un point multiple d'ordre $p'_i - 1$, en (ε_i, ξ_i) un point multiple d'ordre $p_i - 1$; si $A(x, y)$ a en (α_i, β_i) un point multiple d'ordre $q'_i - 1$, en (ε_i, ξ_i) un point multiple d'ordre $q_i - 1$; si $\lambda(x, y)$ est un polynome arbitraire ne passant en aucun des points (α_i, β_i), (γ_i, δ_i), (ε_i, ξ_i),

$$M\psi + A\varphi + \lambda(x, y)(x - \alpha_1)^{p'_1+q'_1-1}\dots(x - \varepsilon_1)^{p_1+q_1-1}$$

peut se mettre sous la forme

$$M_1\psi + A_1\varphi;$$

$\lambda(x, y)(x - \alpha_1)^{p'_1+q'_1-1}\dots(x - \varepsilon_1)^{p_1+q_1-1}$ peut donc se mettre sous une forme analogue, et de même $\lambda(x, y)(x - \gamma_1)^{p''_1+r'_1-1}\dots(x - \varepsilon_1)^{p_1+r_1-1}\dots$,

$$(3) \quad \lambda(x, y)(x - \alpha_1)^{p'_1+q'_1-1}\dots(x - \varepsilon_1)^{p_1+q_1-1} = Q(x, y)\,\psi(x, y) + Q'(x, y)\,\varphi(x, y),$$

$$(4) \quad \lambda(x, y)(x - \gamma_1)^{p''_1+q''_1-1}\dots(x - \varepsilon_1)^{p_1+r_1-1} = P(x, y)\,\psi(x, y) + P'(x, y)\,\varphi(x, y).$$

4. Comme on le sait, $Q(x, y)$ a un point multiple d'ordre $p'_i - 1$ en (α_i, β_i), un point multiple d'ordre $p_i - 1$ en (ε_i, ξ_i); $P(x, y)$ a un point multiple d'ordre $p''_i - 1$ en (γ_i, δ_i), un point multiple d'ordre $p_i - 1$ en (ε_i, ξ_i).

5. Il résulte de (3), (4)

$$(5) \quad \frac{\psi(x, y)}{\chi(x, y)} = \frac{(x - \alpha_1)^{p'_1+q'_1-1}\dots(x - \varepsilon_1)^{q_1}\dots P(x, y)}{(x - \gamma_1)^{p''_1+q''_1+1}\dots(x - \varepsilon_1)^{r_1}\dots Q(x, y)} \qquad (\varphi = 0),$$

les polynomes ψ_1, χ_1 sont donc de la forme

$$(6) \quad \psi_1(x, y) = (x - \alpha_1)^{p'_1+q'_1-1}\dots(x - \varepsilon_1)^{q_1}\dots P(x, y),$$

$$(7) \quad \chi_1(x, y) = (x - \gamma_1)^{p''_1+q''_1-1}\dots(x - \varepsilon_1)^{r_1}\dots Q(x, y).$$

6. La présence du facteur $\lambda(x, y)$ montre que P, Q sont, dans une certaine mesure, *arbitraires*. On peut montrer que *l'un des deux l'est complètement, pourvu que, pour celui-ci, les caractéristiques du n° 4 soient conservées.*

7. *Si la courbe* Γ *n'a pas de points à l'infini*, les points (γ_i, δ_i) n'existent pas, $q_i \geqq r_i$; la courbe χ_1 est quelconque, pourvu qu'elle ait les mêmes caractéristiques que Q au n° 4.

Si l'on suppose, en particularisant encore davantage, que Γ *n'ait pas de points à l'infini et que* φ *n'ait pas d'autres singularités que des points*

doubles, χ_1 est alors une courbe quelconque, simplement assujettie à avoir comme points simples les points doubles de φ, où passent ψ, χ.

Halphen [1] a démontré ce dernier résultat et l'a pris comme point de départ de sa théorie des courbes gauches algébriques dépourvues de points singuliers (ce que nous ne supposons pas, puisque φ, ψ peuvent avoir des contacts) [2] et n'ayant pas d'autres singularités apparentes que des points doubles.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dosage de l'ozone.* Note [3] de M. **David**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Ayant eu à doser de très petites quantités d'ozone, soit dans l'eau, soit dans l'air, et cela au point de vue chirurgical et thérapeutique, j'ai pensé qu'il serait souhaitable d'avoir un procédé très rapide, exact, et sensible pour doser ces quantités infinitésimales en quelques minutes.

J'ai donc cherché un corps s'oxydant instantanément sous l'influence de l'ozone en très petites quantités, et j'ai reconnu après de nombreuses expériences successives, qui m'ont toujours donné le même résultat, que le sulfate de fer ammoniacal pur, en solution sulfurique, très étendue, ne s'oxyde pas à l'air, et absorbe l'ozone plus rapidement que n'importe quel autre corps.

Dans ces conditions, j'ai préparé une solution sulfurique de fer ammoniacal pur à la richesse de $3^g,920$ par litre puis, une solution de permanganate de potasse pur à la richesse de $0^g,316$ par litre, ces deux solutions se saturant à volumes égaux lorsque les produits sont purs.

Cette dilution correspond à des solutions décimes, qui ne changent pas de titre; et, ce qu'il y a d'assez curieux, c'est que, tandis qu'une solution normale de sulfate ferreux ammoniacal acidifiée à raison de $39^g,20$ par litre, c'est-à-dire dix fois plus forte, s'oxyde très légèrement avec le temps, la solution décime, elle, ne varie pas.

Ayant ainsi deux solutions, l'une de permanganate dont 5^{cm^3}, soit 50 divisions de la burette, correspondent à $0^{mm},4$ d'oxygène, l'autre, de sulfate ferreux ammoniacal dont 5^{cm^3} correspondent à cette même quantité d'oxygène, j'ai pu doser dans un litre d'air 20 millièmes de milligramme d'ozone, avec une parfaite netteté, une seule goutte de permanganate décime faisant virer au rose très nettement les 5^{cm^3} de sulfate ferreux décime.

---

(1) *Journal de l'École Polytechnique*, 1882.

(2) *Comptes rendus*, *loc. cit.*

(3) Séance du 5 mars 1917.

Cette méthode d'analyse est pratique puisqu'il faut environ 2 à 3 minutes pour faire un dosage, et elle permet d'analyser directement dans une salle, où l'on répand de l'oxygène ozoné, la quantité d'ozone contenue. Pour cela, on remplit un flacon d'un litre avec de l'eau, on vide cette eau, l'air de la salle la remplace, et l'on effectue le dosage directement dans le flacon, dans lequel on introduit 5^{cm^3} de sulfate ferreux ammoniacal décime. On agite à peine, l'absorption de l'ozone est immédiate, et l'on ajoute le permanganate jusqu'à ce qu'une goutte fasse apparaître la coloration rosée.

J'ajoute que, pour m'assurer de la fixité de la solution décime de sulfate ferreux ammoniacal acidifiée, j'ai fait passer dans une certaine quantité de cette dissolution 20^{l} d'air bulle à bulle, et qu'après ce barbotage, le titre au permanganate n'a pas changé.

La préparation des liqueurs décimes se fait en prenant d'une part : $3^{g},920$ de sulfate de fer ammoniacal pur qu'on dissout dans l'eau distillée à laquelle on ajoute 20^{cm^3} d'acide sulfurique *pur* à 66°, en complétant le volume à 1^{l} à la température de 15°, d'autre part, en dissolvant $0^{g},316$ de permanganate cristallisé et pur dans de l'eau distillée et en complétant le volume à 1^{l} à la température de 15°.

Si l'on veut faire des dosages d'ozone plus concentré, la solution normale de sulfate de fer ammoniacal acidifiée à $39^{g},20$ par litre peut parfaitement être employée; on prendra dans ce cas une solution de permanganate à $3^{g},16$ par litre, et ces deux solutions pourront servir environ un mois à six semaines sans subir de changement. Si l'on constate des différences au bout de ce temps, on en sera quitte pour faire de nouvelles solutions.

CRISTALLOGRAPHIE. — *La visibilité, au-dessus de la température de fusion isotrope, des plages de contact entre les liquides anisotropes et les cristaux.* Note de M. F. **Grandjean**, présentée par M. De Launay.

Un liquide anisotrope compris entre deux lames de verre, par exemple observé entre un porte-objet et un couvre-objet sur la platine d'un microscope polarisant, montre des plages biréfringentes qui possèdent une propriété singulière : si on les efface en provoquant la fusion isotrope, puis qu'on revienne à la température initiale, elles reparaissent aux mêmes endroits, avec les mêmes orientations et les mêmes contours. Elles se comportent comme un dessin que la fusion rendrait invisible, mais sans l'altérer.

Ce fait a été signalé depuis longtemps pour le verre. Il se présente avec la même netteté pour les contacts cristallins.

Pour en rendre compte on peut imaginer que les molécules gardent leur orientation au contact du corps solide, malgré la fusion isotrope, de sorte qu'il y aurait persistance des plages au-dessus du point de fusion isotrope Θ; ou bien que les molécules ne gardent pas leur orientation, mais qu'elles la retrouvent au-dessous de Θ, parce qu'en chaque point du contact le solide impose au liquide une orientation parfaitement déterminée.

L'étude des orientations sur les clivages des cristaux m'ayant conduit à reconnaître l'existence d'un champ moléculaire de contact [1] je me suis demandé si ce champ, qui n'a aucune raison de disparaître à Θ, ne pourrait pas provoquer une persistance des plages conforme à la première hypothèse. Si cela est vrai on peut espérer que les plages laisseront une trace visible; car l'épaisseur d'une couche de contact est généralement considérée comme supérieure à $10^{\mu\mu}$ et il est facile de s'assurer par le calcul qu'une lame d'un liquide à haute biréfringence comme l'azoxyphénétol, parallèle à l'axe optique, épaisse de $10^{\mu\mu}$, donne un retard directement observable.

L'expérience réussit en effet. *Au-dessus du point Θ les plages laissent des traces visibles entre nicols croisés.* J'appellerai *pellicules* ces traces. *Les pellicules sont biréfringentes et orientées comme les plages; elles ont exactement les mêmes contours.* Les plages sont dues à l'orientation du liquide sur les pellicules qui le limitent.

Ces pellicules sont toujours d'un gris très sombre; le signe de leur orientation se détermine directement avec un quartz teinte sensible comme à l'ordinaire, ou mieux par une lame de mica blanc épaisse de 1^{μ} à 3^{μ} donnant un retard du même ordre que celui des pellicules. Il faut opérer avec un support cristallin isotrope ou exactement compensé, et tenir compte de la légère biréfringence du support et de l'imperfection des systèmes optiques; car la lumière polarisée qui a traversé le condensateur et l'objectif contient presque toujours des traces de lumière elliptique.

Si l'on veut se borner à bien voir les pellicules il ne faut pas corriger ces imperfections, mais au contraire les introduire systématiquement en interposant sur le trajet des rayons lumineux une lame auxiliaire de mica blanc ayant 1^{μ} à 3^{μ} d'épaisseur. Dans chaque observation on détermine par

---

(1) *L'orientation des liquides anisotropes sur les cristaux* (*Bull. de la Soc. franç. de Minéralogie*, t. 39, 1916) et *Deuxième Note sur l'orientation des liquides anisotropes au contact des cristaux* (*Ibid.*, t. 40, 1917).

tâtonnements l'orientation de ce mica auxiliaire qui donne la meilleure visibilité. C'est toujours celle qui fait voir certaines orientations de pellicules en noir et d'autres en gris sur un fond gris sombre intermédiaire. Il est d'ailleurs facile de se rendre compte, en utilisant la représentation géométrique de Poincaré, que le maximum de contraste entre deux pellicules doit s'obtenir, soit en interposant une lame auxiliaire à très faible biréfringence dans une position convenable, soit en éclairant par une lumière légèrement elliptique. En outre il est bon, au début, de prendre les précautions suivantes :

1° Observer dans une fente de clivage les pellicules qui proviennent de plages à structure parallèle, car les pellicules sont doublées dans ce cas;

2° Choisir une fente très mince qui contienne des plages grises assez sombres;

3° Éviter d'avoir dans le champ du microscope des plages épaisses donnant une vive lumière. En effet, l'œil n'a pas une sensibilité aussi grande immédiatement après la disparition de ces plages que lorsqu'il est accoutumé à voir un fond presque noir;

4° Produire les fluctuations de température, de part et d'autre de Θ, avec beaucoup de lenteur.

J'ai obtenu des pellicules parfaitement nettes avec l'azoxyanisol, l'α-phénétol, l'α-anisolphénétol, l'anisaldazine, la ditoluylidène-benzidine, l'anisalamidoazotoluol, les azoxybenzoate et cinnamate d'éthyle sur le sel gemme, la brucite, le talc et le phlogopite, dans tous les cas où il se forme des plages orientées. Les pellicules sont très visibles avec ces quatre minéraux parce qu'ils donnent toujours plusieurs directions de plages, de telle sorte qu'on peut mettre les pellicules au maximum de contraste et faire ressortir leurs limites.

Le retard d'une pellicule est maximum à Θ. Il diminue rapidement quand on chauffe, de sorte que la pellicule s'assombrit et disparaît. Si l'on abaisse la température, elle reparaît sans modification, comme ferait une plage. La variation du retard paraît en général continue.

Dans deux cas, avec les azoxybenzoate et cinnamate sur le talc, j'ai observé un phénomène très remarquable : les pellicules disparaissent brusquement à une température Θ' un peu supérieure à Θ. Il semble y avoir fusion isotrope dans les pellicules. Sur une lame cristalline inégalement chauffée, on voit une limite nette séparer la région des pellicules d'avec celle où ces dernières ont disparu.

Je crois utile de faire remarquer combien ces faits s'accordent avec la

théorie que j'ai exposée dans une précédente Communication (¹). En prenant les mêmes notations que dans ce travail et en se reportant à la figure qui y est jointe, on voit que, si la quantité $\frac{i_e}{i_o}$ est supérieure à OP, on ne peut pas mener du point Q une tangente à la courbe. Donc le champ dans la pellicule et par conséquent la biréfringence doivent décroître d'une manière continue quand la température s'élève; c'est bien ce que l'on constate ordinairement. Le rapide affaiblissement du retard, au-dessus de Θ, indiquerait que le point Q ne s'écarte pas trop du point P, car la courbe est très aplatie entre O et F, beaucoup plus que ne l'indique le tracé qui donne seulement son allure.

Dans le cas des azoxybenzoate et cinnamate sur le talc, le point Q serait situé entre O et P, de sorte que de ce point on pourrait mener une tangente QF′ à la courbe. La figure montre immédiatement que cette tangente a un coefficient angulaire supérieur à celui de OF et qu'elle coupe la courbe en un point G correspondant à une petite valeur du champ. Donc, à une température Θ′, supérieure à Θ, et telle que $\beta\Theta'$ soit égal au coefficient angulaire de cette tangente, le champ doit subir une diminution brusque tout à fait analogue à une fusion isotrope. La biréfringence doit donc brusquement diminuer, et c'est bien ce que l'on constate. Si la pellicule semble disparaître, c'est que sa biréfringence devient trop petite pour donner un retard observable; le champ n'est plus en effet qu'une fraction de ce qu'il vaut en F′ et la pellicule est tout juste visible pour ce dernier point.

PÉTROGRAPHIE. — *Les diabases du Fouta-Djalon et leurs phénomènes de contact.* Note de M. Henry Hubert.

La partie septentrionale du Fouta-Djalon est la seule région de l'Afrique occidentale où, sur une même coupe verticale, on observe une succession de coulées diabasiques intercalées au milieu de dépôts sédimentaires variés (²). C'est également la seule région où, en dehors d'actions tectoniques, généralement faibles, on observe que la mise en place des diabases a été accompagnée de phénomènes métamorphiques. Je me propose, dans cette Note, d'attirer l'attention sur ces derniers.

(¹) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 280.
(²) H. Hubert, *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 1007.

Les diabases, qui appartiennent au type pétrographique décrit antérieurement par M. A. Lacroix [1], ne montrent d'ordinaire à proximité des contacts qu'un passage progressif à un type à petits éléments, mais demeuré très cristallin, sans qu'aucune modification se soit produite dans la nature ou la répartition des minéraux. Il n'en est plus de même au contact de grès calcaires, où la roche éruptive, normale à quelques mètres de distance, acquiert un grain très fin à environ 50^{cm}, puis passe rapidement à un type microlitique, avec verre plus ou moins abondant. La cristallinité, très faible au contact, augmente à 2^{mm} de là sur une largeur de 2^{mm}, puis diminue sur quelques millimètres, et enfin augmente progressivement pour passer au type cristallin. A mesure qu'on se rapproche du contact, le labrador, l'augite et l'olivine deviennent plus rares, moins volumineux, et leurs cristaux, isolés les uns des autres, acquièrent des formes plus géométriques. Quant à la biotite, rare dans la roche normale, elle se développe brusquement à proximité du contact, en prenant une structure palmée et cristallitique. Ses éléments, qui ont leurs dimensions maximales dans la zone la plus cristalline, à 2^{mm} du contact, diminuent progressivement de part et d'autre de cette zone. Enfin les cristaux d'olivine se transforment parfois à la périphérie en une double auréole de cristallites de magnétite et de lames de biotite implantées normalement à leurs faces [2].

Quant aux grès calcaires, ils se sont transformés en cornéennes. La cornéenne calcaire de Litti est constituée par du quartz, de l'orthose, du diopside, de la muscovite, de la scapolite, de la calcite et des produits ferrugineux. Les cristaux de quartz, volumineux, se présentent au milieu d'une pâte riche en diopside; tout le quartz a d'ailleurs recristallisé.

La scapolite se présente en grandes plages irrégulières englobant pœcilitiquement les autres éléments de la roche ou formant des traînées ou des veinules.

La cornéenne de Kémaya est un type micacé et pyroxénique [avec quartz, orthose, biotite, diopside, sphène, hornblende, épidote [3]] formé de lits irréguliers où dominent alternativement le quartz et la biotite. On

---

(1) A. Lacroix, *Comptes rendus*, t. 140, 1905, p. 410; *Les syénites néphéliniques de l'archipel de Los*, p. 108 et suiv.

(2) A. Lacroix, *Les roches alcalines d'Ampasindava*, p. 27; *Les syénites néphéliniques de l'archipel de Los*, p. 83.

(3) Dans les cassures de cette cornéenne se sont individualisés de petits cristaux de grossulaire.

remarquera que celle-ci, au lieu de demeurer localisée dans la diabase, s'est développée en outre dans la cornéenne.

La cornéenne de Kounda, très comparable à celle de Kouroussa, est formée d'une succession de lits parallèles, les uns riches en épidote (avec quartz, diopside, plagioclases et calcite), les autres riches en grenat (avec quartz et biotite).

Des contacts analogues s'observent encore à Foulakéréto, Diakambé et Ouan-Nam [1], ce qui montre qu'ils sont fréquents dans le nord de la Guinée. Or il est d'autant plus curieux de les y rencontrer que d'une part ils ne se produisent pas normalement avec les diabases, et que, d'autre part, au Fouta, ils contrastent et sont en quelque sorte en opposition avec l'aspect de coulées sous lequel se présentent ces roches éruptives. Cela montre que dans ce cas spécial celles-ci ne se sont pas comportées exclusivement comme des types d'épanchement, mais aussi comme des types intrusifs. On voit en effet que, bien que de moindre importance, les actions métamorphiques observées sont de même nature que celles qui se sont produites aux Pyrénées [2], puisqu'elles comprennent, outre des modifications très spéciales subies par les roches en contact, des phénomènes pneumatolitiques importants (formation de biotite). Le caractère intrusif des diabases est donc bien établi.

Parmi les diabases, celle de Médina Singhetti est encore à signaler à cause de ses enclaves de quartzite. Le grain est devenu plus fin et le pyroxène se présente en petits grains plus anciens que les feldspaths. Dans les enclaves (magnétite, augite, biotite, quartz, orthose, micropegmatite) il s'est formé des sphérolites (quartz et orthose) résultant de la recristallisation des feldspaths après fusion. En outre, sur le pourtour des enclaves, il y a eu précipitation d'une couronne de petits cristaux d'augite, venant du magma.

En ce qui concerne les modifications subies par les divers dépôts, il faut signaler la transformation de sédiments argileux en pélites, dont la cristallinité augmente à mesure qu'on se rapproche des diabases. Les types les plus intéressants, que je cite seuls, sont les pélites à cordiérite, large-

---

(1) Outre ces grès calcaires, on trouve des calcaires, mais les échantillons recueillis ne montrent pas d'autre modification que la transformation en types très cristallins (macles b^1) avec un peu de quartz et de biotite.

(2) A. Lacroix, *Les phénomènes de contact de la lherzolite et de quelques ophites des Pyrénées* (*Bull. Carte géol. France*, n° 42, VI, p. 307).

ment répandues dans le massif du Tanguié et ses annexes (Kotto, Kémaya) et dans la région de Porédaca. Elles sont foncées, fissiles, à grain fin et caractérisées au microscope par des taches claires, elliptiques, à contour dentelliforme. Celles-ci sont constituées par de la cordiérite, à macles généralement confuses et enchevêtrées, de sorte que le minéral paraît à axes très rapprochés. Les autres éléments de la roche sont le quartz, la biotite, des produits ferrugineux, et, exceptionnellement, des plagioclases, de la muscovite et de la stilbite. L'individualisation de la cordiérite au Fouta est encore à rapprocher de ce qui s'est passé dans les Pyrénées, bien que la roche éruptive soit différente.

Les grès se sont transformés en quartzites. Parmi les types à cordiérite, ceux de Rouendé Noumoula montrent, outre le quartz recristallisé, soit des membranes micacées, soit un assez grand nombre de minéraux (magnétite, pyrite, orthose, plagioclases, amphibole, biotite, zoïzite); quant à ceux d'Ouossoya ils contiennent de la biotite, de la muscovite et du grenat.

On trouve encore dans la région de Wanwan, au-dessous des pélites à cordiérite, une brèche à très gros éléments dont le ciment est une véritable arkose avec des feldspaths d'origine granitique. Une brèche analogue, à fragments granitiques, se rencontre un peu au nord de Félian.

Les diabases du Fouta sont traversées par des roches filoniennes diverses: verre basaltique provenant du même magma (Wanwan); microgranites (à pyroxène à Sangarella, à amphibole à Rouendé Noumoula); trachytes dans lesquels le quartz secondaire s'est développé en abondance (orthophyrite micacée de Tambou).

Des actions tectoniques puissantes, mais locales, ont accompagné la venue de ces dernières roches, comme l'établit la trituration des types éruptifs préexistants (formation de mylonites à Sangarella).

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *De l'influence des extraits de glandes génitales sur le métabolisme phosphoré.* Note [1] de M. **Jean**, présentée par M. Charles Richet.

Ayant eu à notre disposition un assez grand nombre de testicules de porc cryptorchide et d'ovaires de truie, nous nous sommes proposé d'apporter une nouvelle contribution à l'étude de l'influence des extraits de ces organes sur le métabolisme phosphoré.

Le testicule de porc cryptorchide, chez lequel on observe, comme on sait, une atrophie du tissu séminal et une hypertrophie compensatrice du tissu interstitiel, nous a permis d'obtenir facilement un extrait de glande interstitielle, en procédant comme suit. Après avoir examiné chaque organe au microscope et rejeté ceux dans lesquels nous constations la présence de tissu séminal, nous avons divisé finement les testicules choisis, puis nous les avons additionnés de leur poids de sérum physiologique dans lequel nous les avons laissé macérer pendant 5 heures. La macération filtrée, neutralisée puis tyndallisée, fut injectée aussitôt à des infirmiers de bonne volonté qui furent l'objet d'une triple série d'expériences.

Dans la première, nous les avons soumis pendant 5 jours à un régime alimentaire (régime A) composé quotidiennement de 300^g de biscottes, 300^g de tranche, 100^g de sucre, 60^g de beurre et 1800^g de thé léger, régime qui contient 17^g,96 d'azote et 2^g,43 d'acide phosphorique et est, par conséquent, à peine suffisant pour maintenir l'organisme en équilibre de ses échanges. Pendant les 5 jours suivants nous les avons maintenus au même régime, mais en y adjoignant chaque jour une injection de 1^g,50 d'extrait de glande interstitielle. La totalité des urines et des fèces fut recueillie chaque jour et l'acide phosphorique y fut rigoureusement dosé.

Dans la deuxième, nous les avons soumis pendant 5 jours à une ration alimentaire (régime B) composée de 300^g de biscottes, 300^g de tranche, 700$^{cm^3}$ de lait stérilisé, deux œufs d'un poids de 90^g environ, 40^g de beurre, 100^g de sucre et 900^g de thé léger, ration qui équivaut à 22^g,73 d'azote et à 3^g,68 d'acide phosphorique et est, par conséquent, une ration de suralimentation. Pendant les 5 jours suivants, on adjoint à ce régime une injection quotidienne de 1^g,50 de glande interstitielle.

Enfin, dans la troisième, les sujets ont été soumis pendant 5 jours au régime A auquel on adjoignait quotidiennement 1^g,9 d'anhydro-oxyméthyldiphosphate acide de calcium correspondant à 1^g d'acide phosphorique (régime C), puis pendant les 5 jours suivants, on continua ce régime en pratiquant quotidiennement une injection de 1^g,50 d'extrait de glande interstitielle.

---

[1] Séance du 26 février 1917.

Pour obtenir un extrait de corps jaune vraiment actif, nous avons eu soin d'examiner scrupuleusement les ovaires de truie que nous avions à notre disposition afin de ne prélever que des corps jaunes en pleine activité à l'exclusion de ceux qui étaient entrés déjà dans leur période de régression. Ces corps jaunes furent préparés suivant la méthode indiquée plus haut et la macération ainsi obtenue fut injectée, à la dose quotidienne de $0^g,30$, à des infirmières (¹) de bonne volonté qui furent soumises à une triple série d'expériences parallèles à celles auxquelles nous avons procédé pour étudier l'influence de l'extrait de glande interstitielle sur le métabolisme phosphoré.

Série 1.

Régime A.				Régime A + injection d'extrait de glande interstitielle.			
		P^2O^5 excrété.				P^2O^5 excrété.	
Jours.	P^2O^5 ingéré.	Urines.	Fèces.	Jours.	P^2O^5 ingéré.	Urines.	Fèces.
1-5...	$12^g,150$	$9^g,714$	$3^g,212$	6-10...	$12^g,150$	$8^g,632$	$3^g,022$
		12,926				11,654	
	Bilan = — 0,776				Bilan = + 0,496		

Série 2.

Régime B.				Régime B + injection d'extrait de glande interstitielle.			
		P^2O^5 excrété.				P^2O^5 excrété.	
Jours.	P^2O^5 ingéré.	Urines.	Fèces.	Jours.	P^2O^5 ingéré.	Urines.	Fèces.
1-5...	$18^g,400$	$13^g,571$	$4^g,615$	6-10...	$18^g,400$	$11^g,467$	$3^g,948$
		18,186				15,415	
	Bilan = + 0,214				Bilan = + 2,985		

Série 3.

Régime C.				Régime C + injection d'extrait de glande interstitielle.			
		P^2O^5 excrété.				P^2O^5 excrété.	
Jours.	P^2O^5 ingéré.	Urines.	Fèces.	Jours.	P^2O^5 ingéré.	Urines.	Fèces.
1-5...	$17^g,150$	$11^g,840$	$5^g,095$	6-10...	$17^g,150$	$10^g,730$	$4^g,396$
		16,935				15,126	
	Bilan = + 0,215				Bilan = + 2,024		

(¹) Notons que ces injections se sont toujours accompagnées, dès le deuxième ou le troisième jour, d'une hypertrophie mammaire assez accentuée, ce qui confirme pleinement l'hypothèse émise par Ancel et Bouin sur le rôle morphogénétique du corps jaune vis-à-vis de la glande mammaire.

Série 4.

Régime A.

Jours.	P^2O^5 ingéré.	P^2O^5 excrété. Urines.	Fèces.
1-5...	12g,150	9g,457	3g,304
		12,761	

Bilan = − 0,611

Régime A + injection d'extrait de corps jaune.

Jours.	P^2O^5 ingéré.	P^2O^5 excrété. Urines.	Fèces.
6-10...	12g,150	9g,479	2g,099
		11,578	

Bilan = + 0,572

Série 5.

Régime B.

Jours.	P^2O^5 ingéré.	P^2O^5 excrété. Urines.	Fèces.
1-5...	18g,400	13g,884	4g,214
		18,098	

Bilan = + 0,302

Régime B + injection d'extrait de corps jaune.

Jours.	P^2O^5 ingéré.	P^2O^5 excrété. Urines.	Fèces.
6-10...	18g,400	11g,454	3g,961
		15,297	

Bilan = + 3,103

Série 6.

Régime C.

Jours.	P^2O^5 ingéré.	P^2O^5 excrété. Urines.	Fèces.
1-5...	17g,150	11g,919	4g,821
		16,740	

Bilan = + 0,410

Régime C + injection d'extrait de corps jaune.

Jours.	P^2O^5 ingéré.	P^2O^5 excrété. Urines.	Fèces.
6-10...	17g,150	10g,649	4g,214
		14,862	

Bilan = + 2,287

Conclusion. — Il résulte de ces expériences que :

1° L'injection d'extrait de glande interstitielle et celle d'extrait de corps jaune ont une influence évidente sur le métabolisme phosphoré ;

2° Contrairement aux affirmations de Curatulo et Tarulli, cette influence se traduit par une diminution constante de l'excrétion phosphorée.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les réactions de la casse blanche des vins.* Note [1] de M. J. **Laborde**.

Dans une Note sur la casse blanche des vins, dont M. Bouffard s'est occupé le premier, M. Fonzes-Diacon [2] a indiqué des résultats qui sont identiques à ceux que j'ai fait connaître en 1909 [3]. Pour bien montrer que le travail de M. Fonzes-Diacon, d'ailleurs moins complet que le mien, n'a pas fait faire de progrès nouveaux à la question, je crois devoir résumer ici mes expériences.

Comme dans la casse bleue ou ferrique des vins rouges, le fer joue un rôle dans la formation du trouble puis du précipité de la casse blanche, qui est très complexe, car il contient, en outre de l'acide phosphorique, de la chaux, des matières tannoïdes et azotées, etc. Cette complexité rend le phénomène assez obscur, mais les faits suivants permettent d'en déterminer le mécanisme.

Si l'on prend une solution d'acide phosphorique à 1^g par litre dans laquelle on fait dissoudre 4^g à 5^g de crème de tartre, on a un liquide parfaitement stable. En y introduisant une petite quantité d'un sel de protoxyde de fer, rien ne se produit de suite; mais après quelque temps d'aération, une opalescence se manifeste, puis un trouble très apparent, qu'on obtient immédiatement en ajoutant quelques gouttes d'eau oxygénée, ou bien en remplaçant le sel ferreux par un sel ferrique. La chaleur ne fait pas disparaître le trouble, mais hâte au contraire la coagulation du composé insoluble, qui se présente alors sous l'aspect d'un précipité floconneux se séparant assez bien du liquide par le repos, comme celui que provoque la chaleur dans la plupart des vins blancs jeunes opalescents.

Le précipité de la solution phosphatée ne contient que de l'oxyde de fer et de l'acide phosphorique : c'est donc un phosphate ferrique, qui présente l'état colloïdal, et dont la formation est empêchée par une addition d'acide citrique à faible dose. Ce précipité est par conséquent indépendant de toute matière organique; mais il n'en est pas de même si l'on provoque les réactions ci-dessus dans une sorte de vin artificiel constitué par de l'eau de

---

[1] Séance du 5 mars 1917.

[2] *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 199.

[3] *Revue de Viticulture*, t. 32, 1909, p. 564.

levûre préparée avec de l'eau ordinaire et mélangée à volume égal avec une solution d'œnotanin acidifiée à 1 pour 100 d'acide tartrique et contenant 20 pour 100 d'alcool. Dans ce liquide, qui renferme du phosphate de potasse apporté par l'eau de levûre, une addition de sel ferreux donne, après aération, un précipité de phosphate de fer, qui entraîne avec lui les matières organiques et minérales contenues dans le précipité des vins naturels.

Or, dans beaucoup de vins blancs non cassables, on peut faire apparaître le trouble de la casse blanche par l'addition d'une petite quantité d'un sel ferreux; donc, il semble que l'anomalie étudiée soit surtout due à un excès de fer. Cependant, cet excès peut n'être que très relatif, parce que la réaction de la casse dépend sans aucun doute d'un état d'équilibre qui varie avec la constitution du milieu.

En effet, on sait que l'introduction accidentelle de fer dans un vin blanc peut provoquer la casse noire au lieu de la casse blanche, et j'ai observé que, dans ce cas, le milieu ne contient que très peu ou pas du tout d'acide tartrique libre. Ici, le tannate ferrique, de couleur noire verdâtre, peut se former en même temps que le phosphate incolore, tandis qu'en présence d'acide tartrique libre ce tannate ne peut exister, mais la précipitation du phosphate de fer n'est pas gênée.

Ces résultats sont parfaitement d'accord avec les conditions de production des vins blancs qui cassent en blanc exceptionnellement. Ces conditions sont celles des années à maturité incomplète où les moûts sont riches en acide tartrique libre. La clarification spontanée des vins, qui comprend toujours un peu de casse blanche, est alors plus ou moins ralentie; mais si les moûts proviennent de terrains assez ferrugineux, ou si, d'une manière générale, ils acquièrent un supplément de fer naturellement ou accidentellement, les vins qui en résultent sont infailliblement atteints de casse blanche très prononcée.

Comme observations nouvelles, je dirai que l'acide sulfureux, comme l'acide tartrique, transforme la casse noire en casse blanche, et celle-ci peut se produire même en présence d'acide sulfureux libre. En outre, l'acide citrique employé préventivement à la dose légale de $0^g,5$ par litre, n'empêche pas toujours complètement les effets de l'aération, mais favorise régulièrement la coagulation du trouble blanchâtre.

Aussi, pour être rationnel, le traitement de la casse blanche doit être pratiqué comme suit : Le vin contenant de l'acide sulfureux libre, déter-

miner d'abord le trouble par une aération suffisante, ajouter l'acide citrique et laisser reposer quelques semaines; soutirer ensuite et clarifier complètement par collage ou filtration. Le même traitement convient à la casse bleue des vins rouges. Ceux-ci ne présentent que très rarement les conditions de la casse blanche, puisqu'ils sont généralement pauvres en acide tartrique libre.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Cristallisation et propriétés complémentaires du galactobiose obtenu antérieurement par synthèse biochimique.* Note de MM. **Em. Bourquelot** et **A. Aubry**, présentée par M. Ch. Moureu.

En abandonnant à la température du laboratoire, pendant 5 mois et 12 jours, une solution aqueuse concentrée de galactose, additionnée d'émulsine, nous avons obtenu un galactobiose, c'est-à-dire un sucre résultant de l'union de deux molécules de galactose (¹).

A l'époque où nous avons publié nos recherches sur ce sujet, nous n'avions pas réussi, malgré des essais variés, à le faire cristalliser.

Depuis, la cristallisation de ce sucre s'est effectuée, en quelque sorte, spontanément, et nous pouvons aujourd'hui en compléter les propriétés.

Rappelons d'abord brièvement comment il a été isolé.

La solution du produit provenant de la réaction synthétisante de l'émulsine ayant été débarrassée, par fermentation, du galactose en excès, puis déféquée, on l'a évaporée à fond, en chauffant à une température inférieure à 50° sous pression réduite, ce qui a fourni un résidu pesant 71^g.

On a soumis ce résidu d'abord à quatre traitements successifs, à chaud, par des alcools à 100^c, 95^c, $92^c,5$, 90^c (100^{cm^3} de chacun de ces alcools) et enlevé ainsi, en même temps qu'un peu de galactobiose, la majeure partie des impuretés provenant de l'émulsine et surtout de la levure employées.

On a traité ensuite le produit restant, à cinq reprises différentes, par de l'alcool à 90^c bouillant, en employant chaque fois 100^{cm^3} de ce dissolvant. C'est sur les résidus provenant de l'évaporation de ces cinq solutions, produits dont on n'avait pu déterminer la cristallisation, que l'on a établi la plupart des propriétés du galactobiose qui sont consignées dans notre première publication (²).

(¹) *Synthèse biochimique d'un galactobiose* (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 60).

(²) Les neuf reprises dont il vient d'être question ont enlevé à la masse primitive environ $24^g,50$ de produit, laissant donc $46^g,50$ de résidu; celui-ci a été réservé pour une étude ultérieure.

Ce qu'il en restait après nos recherches (4^{gr} environ) a été repris à l'ébullition par 100^{cm^3} d'alcool méthylique à 99,5 pour 100 : la dissolution s'est faite complètement. Après un repos de 24 heures, on a versé le liquide dans un flacon de 125^{cm^3} de capacité et on l'a additionné de 10^{cm^3} d'éther sulfurique anhydre. Le trouble qui s'est formé n'a pas tardé à se résoudre en un extrait visqueux, transparent, qui s'est déposé sur les parois et sur le fond du vase (15 juillet 1916). Cinq mois plus tard (en décembre), on constatait que la totalité de l'extrait déposé sur les parois et une grande partie de celui qui occupait le fond avaient cristallisé.

Après avoir attendu quelques jours, on a détaché les cristaux; on les a recueillis sur un filtre, lavés avec un peu d'alcool méthylique et enfin desséchés dans le vide sulfurique.

Le galactobiose ainsi obtenu était en masses cristallines, plus ou moins brisées, se prêtant mal à l'examen microscopique. Pour avoir des cristaux isolés, on a eu recours au procédé suivant :

On fait une solution, saturée à l'ébullition, du sucre dans l'alcool méthylique ; on en laisse tomber, sur une lame de verre, une goutte que l'on recouvre aussitôt d'une lamelle, après quoi on lute rapidement et soigneusement à la paraffine. La cristallisation s'effectue dans les 24 heures et même plus rapidement si l'on a pris la précaution d'amorcer en frottant très légèrement la lame avec un peu du produit déjà cristallisé. Les cristaux se présentent alors sous forme de petites masses sphériques, très nombreuses sur les lignes de frottement.

Le galactobiose cristallisé présente une saveur légèrement sucrée, un peu plus sucrée cependant que celle du sucre de lait.

Pouvoir rotatoire. — Le sucre desséché dans le vide sulfurique possédait un pouvoir rotatoire $[\alpha_D^{16}]$ égal à $+47°,6$ en solution aqueuse

$$(p = 0,336;\ v = 15;\ l = 1;\ \alpha = +1°4').$$

Le produit, maintenu successivement à 80° pendant 1 heure, puis à 100° pendant 4 heures, et enfin à 110° pendant 1 heure (jusqu'à cessation de perte de poids) a perdu 6,876 pour 100 : le pouvoir rotatoire du galactobiose sec est donc de $+53°,05$. Nous avions trouvé pour le produit amorphe $+54°,1$ [1].

Comme nous l'avions prévu, ce sucre possède la multirotation. La rotation de la solution ci-dessus (pour $l = 1$) a été trouvée en effet :

---

[1] *Loc. cit.*, p. 62.

Après 7 minutes, égale à	....	+1°.20′
» 30 » »	....	1.14
» 90 » »	....	1.10
» 19 heures, »	....	1. 4
» 48 » »	....	1. 4

Du fait que la rotation est plus élevée lorsque la solution vient d'être préparée que lorsque l'équilibre est atteint, on peut conclure que le produit cristallisé dans l'alcool méthylique appartient à la forme α.

Pouvoir réducteur. — L'essai a été fait sur $0^g,1043$ de sucre sec; on a trouvé que cette quantité réduisait comme $0^g,0559$ de galactose. Le pouvoir réducteur du galactobiose est donc les $\frac{53,6}{100}$ de celui du galactose.

ÉNERGÉTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Classement des mutilations de l'appareil locomoteur, et incapacités de travail.* Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. Laveran.

Les blessures de guerre consistent en mutilations et impotences fonctionnelles, isolées ou combinées.

L'objet de cette Note est de *classer* les seules mutilations, tant au point de vue des incapacités de travail que des avantages qu'elles peuvent attendre d'une prothèse rationnelle.

On a montré précédemment [1] que *la valeur fonctionnelle d'un moignon* peut se déterminer avec rigueur, et l'on a publié des chiffres à cet égard. Grâce à ces données expérimentales, nous avons tenté le classement suivant, par ordre de gravité décroissante, des mutilations de l'appareil locomoteur.

Classement des mutilations de l'appareil locomoteur.

A. Membre supérieur. — *a. Bras :*

1. Désarticulation de l'épaule, ou moignon inférieur à 5^{cm} à partir de l'aisselle.
2. Moignon de 5^{cm} à 13^{cm}.
3. Moignon supérieur à 13^{cm}.

b. Avant-bras :

4. Moignon inférieur à 4^{cm} à partir du pli de flexion du coude.
5. Moignon de 4^{cm} à 6^{cm}.
6. Moignon supérieur à 6^{cm}.

(1) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 843 et 888.

c. Main :

7. Désarticulation de la main, ou amputation des cinq doigts.
8. Perte totale des quatre doigts (1, 2, 3, 4) et de la dernière phalange du pouce.
9. Perte totale des quatre doigts ou du pouce.
10. Perte totale des trois doigts (1, 2, 3) et des phalanges terminales des deux autres.
11. Perte totale des deux doigts (1, 2) et des phalanges terminales des trois autres.
12. Perte de toutes les phalanges terminales des doigts, avec ou sans la perte de l'auriculaire (1).
13. Perte des phalanges terminales des quatre doigts ou de celle du pouce.

B. Membre inférieur. — *a. Cuisse :*

14. Désarticulation de la hanche, ou moignon inférieur à 5cm à partir du pli inguinal.
15. Moignon de 5cm à 17cm.
16. Moignon supérieur à 17cm.

b. Jambe :

17. Moignon inférieur à 7cm à partir de l'articulation fémoro-tibiale.
18. Moignon de 7cm à 16cm.
19. Moignon supérieur à 17cm.

c. Pied :

20. Perte de tout le pied (amputation tibio-tarsienne).
21. Perte du pied, sauf le talon (amputation de Chopart).
22. Perte de l'avant-pied (amputation de Lisfranc).

Un certain parallélisme existe, évidemment, entre les segments homologues des membres supérieurs et inférieurs; mais il n'est pas absolu ni suivi, chaque membre ayant ses fonctions propres, caractéristiques, surtout la *main*, dont l'excessive mobilité et la grande variété des mouvements font un organe privilégié, noble, de la machine humaine.

Les 22 types de mutilations, ainsi spécifiées, peuvent se présenter isolées chez les blessés, ou bien groupées par 2, 3 ou 4. Les combinaisons possibles (d'après la loi algébrique des combinaisons) sont au nombre de 9108 ! Plus de la moitié, exactement 5035 cas de mutilations ou amputations, sont susceptibles d'une utilisation professionnelle satisfaisante, avec l'aide d'une bonne prothèse.

L'appareil du mouvement, pouvant être atteint sous le rapport de *la force* ou de *l'adresse*, il importe que les dispositions prothétiques compensent l'une ou l'autre de ces pertes fonctionnelles. La valeur physiologique d'un moignon est relative à l'état des articulations et des

muscles, mis en exercice, à *l'état dynamique*. La valeur professionnelle est beaucoup plus complexe, car il y entre précisément le facteur prothétique et la nature et les conditions du travail.

En conséquence, nous distinguerons les *incapacités de travail compensées* des *incapacités non compensées*. L'évaluation de ces dernières est la seule légitime en matière de fixation des pensions de réforme. Mais elle doit être faite suivant des procédés vraiment scientifiques et entourée de toutes les garanties d'impartialité. On voit ainsi la nécessité d'organiser un *Centre d'examen technique des incapacités de travail*, avec le personnel et l'outillage qui conviennent.

Le problème a une portée sociale non moins grande quand il s'agit des incapacités de travail compensées, lesquelles font intervenir tout spécialement l'adaptation parfaite des organes de prothèse et les dispositions les meilleures pour le travail des mutilés. Ce sont alors des questions d'espèces, pour une étude de longue haleine, portant sur des milliers d'observations.

Dans l'intérêt de notre prospérité économique, cette étude ne saurait être ajournée; au point de vue scientifique, il est temps de substituer les enseignements de la méthode expérimentale aux tâtonnements de l'empirisme (¹).

Conclusions. — La mesure exacte de la valeur fonctionnelle des moignons conduit à distinguer 22 types de mutilations et amputations de l'appareil locomoteur.

Par la loi des combinaisons on obtient 9108 cas différents de mutilations dont 5035 sont susceptibles d'une utilisation professionnelle satisfaisante, avec le concours d'une prothèse rationnelle.

Les incapacités de travail, résultant de ces blessures, peuvent être groupées en deux catégories :

Les incapacités non compensées, où l'état physiologique seul est considéré, et qui déterminent le taux de la pension de réforme;

Les incapacités compensées, où la prothèse et l'outillage professionnel interviennent pour fixer le rendement social du mutilé.

Il s'impose qu'un centre technique poursuive ces recherches sur nos milliers et milliers de blessés.

(¹) Le développement de cette méthode se trouve dans mon Traité : *Organisation physiologique du travail*, préface de H. Le Chatelier; bel in-8° de 375 pages et 134 figures (Dunod et Pinat, 1917).

PSYCHOLOGIE ANIMALE. — *Quelques réactions sensorielles chez le Poulpe.* Note de Mlle **Marie Goldsmith**, présentée par M. Yves Delage.

Les Céphalopodes offrent un intérêt spécial au point de vue de la détermination du maximum que peuvent atteindre les facultés des Invertébrés supérieurs (connaissance des objets environnants, mémoire, acquisition d'habitudes) et de la comparaison à établir avec ce que l'on observe chez les Vertébrés. C'est l'idée qui a dirigé les expériences ci-dessous; elles ont eu pour objet principalement les réactions visuelles, la discrimination des couleurs, et comme la méthode employée impliquait des manifestations d'ordre psychique (mémoire, associations), elles ont permis de tirer quelques conclusions relativement à ces dernières.

Perceptions tactiles. — L'agitation de l'eau est l'excitation à laquelle le Poulpe est le plus sensible. Il se précipite vers le lieu de l'agitation et cherche à saisir l'objet qui la provoque. J'ai pu l'attirer ainsi jusqu'à quinze fois de suite vers un point du bassin où il vivait, simplement en agitant l'eau. A la fin, l'animal cesse de réagir, soit par fatigue, soit plutôt par suite d'une expérience acquise, car si l'on reprend l'expérience 1 ou 2 heures plus tard, il se laisse bien attirer une fois ou deux, mais pas davantage. Il semble y avoir là quelque chose comme une indication de souvenir latent : connaissance d'abord acquise, puis perdue, ensuite retrouvée plus rapidement que la première fois. (D'ailleurs, d'autres expériences faites expressément pour étudier l'acquisition d'une habitude m'ont montré plus tard l'existence réelle de ce souvenir latent.)

L'objet saisi est entraîné vers l'infundibulum buccal et gardé là plus ou moins longtemps; s'il n'est pas alimentaire, l'animal en détache ses ventouses et l'abandonne. En lui jetant à plusieurs reprises le même objet, on peut suivre l'établissement de la connaissance par la voie tactile : dès la deuxième fois l'animal garde l'objet sensiblement moins longtemps, les fois suivantes il le palpe seulement sans l'entraîner vers la bouche; après 6 ou 7 expériences, il se borne à le toucher, pour l'abandonner aussitôt. De même, il est facile de constater une grande différence dans le comportement vis-à-vis d'un même objet d'un Poulpe qui l'a déjà palpé et d'un Poulpe pour lequel il est nouveau. Les impressions tactiles paraissent être les premières fournies par un objet inconnu, les impressions visuelles venant ensuite; elles disparaissent aussi les dernières. Au cours d'une expé-

rience sur la durée du souvenir visuel j'ai pu constater que, tandis que celui-ci était disparu au bout de 3 heures, le souvenir tactile a persisté pendant 8 heures.

Discrimination et mémoire des couleurs. — La méthode employée était, à dessein et en vue d'une comparaison éventuelle, identique à celle qui m'a servi pour les Poissons : un objet coloré présenté à l'animal une ou plusieurs fois accompagné de nourriture, puis sans nourriture et à côté d'un autre, identique en tous points sauf la couleur. Le comportement de l'animal indiquait s'il avait reconnu l'objet primitivement associé à la nourriture et qui devait l'attirer davantage.

Les couleurs expérimentées étaient le jaune, le vert, le bleu, le rouge, le noir; les objets colorés étaient des pinces de laboratoire ou des disques métalliques. Voici la marche d'une expérience type.

Une moule est jetée dans l'eau à côté d'un objet peint en *vert*, par exemple. Le Poulpe vient immédiatement saisir la proie et l'objet qui l'accompagne. Au bout de quelques minutes, lorsque ce dernier est abandonné et la proie mangée, je retire l'objet et je le jette de nouveau dans l'eau, en même temps qu'un autre, de couleur jaune. Le Poulpe va directement vers l'objet connu, sans faire attention à l'autre. Ce manège se répète autant de fois que je jette les deux objets, jusqu'à ce que, soit par fatigue, soit par acquisition d'une nouvelle expérience, l'animal cesse de réagir. Et même alors, les derniers mouvements de ses bras sont dans la direction de l'objet de couleur connue. Pour éliminer l'influence possible de facteurs étrangers, tels que distance, emplacement, direction, etc., j'intervertis de temps en temps la place des deux objets jetés; le résultat n'est pas changé.

Les expériences ont été faites sur quatre individus différents et plusieurs fois sur chacun, avec des résultats identiques, sauf quelques variations de détail. Ces variations ont porté surtout sur la rapidité de l'établissement du souvenir : dans certains cas l'objet coloré était « reconnu » dès la seconde apparition, dans d'autres il fallait plusieurs présentations avec accompagnement de nourriture pour que le souvenir arrive à s'implanter. Certaines différences ont été également observées dans la durée du souvenir : la durée *maxima* constatée a été de 3 heures, mais dans la plupart des cas le souvenir commençait à s'effacer 2 heures après la prise de nourriture. (Cet effacement se manifeste par le ralentissement graduel des mouvements vers l'objet connu.)

Il faut mentionner à part certaines expériences avec des disques *rouges*, car il est généralement admis que les Invertébrés sont insensibles à la couleur rouge, laquelle équivaut pour eux au noir. Dans une série d'expériences faites sur le même plan avec des disques *rouge* et *bleu*, *rouge* et *vert*, le rouge étant celui qui accompagnait la nourriture, j'ai pu constater que la reconnaissance et le souvenir s'établissaient pour le rouge plus rapidement même que pour les autres couleurs expérimentées. Mais ce rouge n'apparaîtrait-il pas à l'œil du Poulpe comme du noir, et le noir n'aurait-il pas

une puissance d'attraction plus grande, comme rappelant la couleur de certaines proies (moules, par exemple)? A cette question l'expérience m'a donné une réponse négative. Après avoir offert au Poulpe quelque nourriture accompagnée d'un disque rouge, je plonge dans l'eau, quelques instants après, ce même disque à côté d'un disque noir. La différence est parfaitement perçue : à chaque fois le Poulpe se dirige immédiatement vers le disque *rouge;* 10 minutes plus tard ses mouvements se montrent aussi nets; une seule fois (sur cinq) j'observe un mouvement vers le noir, d'ailleurs aussitôt suivi d'un recul et d'un mouvement vers le rouge. Cette expérience a été répétée plusieurs fois avec les mêmes résultats.

Conclusions. — Le Poulpe se montre capable de distinguer les couleurs; le rouge ne fait pas exception et n'est pas confondu avec le noir. Des *associations* peuvent s'établir entre la couleur d'un objet et la sensation de la nourriture, même si la couleur et l'objet ne font pas partie de l'entourage naturel de l'animal. Ces associations permettent l'établissement d'un *souvenir*, de courte durée d'ailleurs. L'implantation de ce souvenir est facilitée par la répétition et sa disparition a lieu graduellement. Le souvenir des impressions tactiles paraît persister plus longtemps que celui des impressions visuelles.

ZOOLOGIE. — *Sur un nouveau Sporozoaire,* Selysina perforans *n. g. n. sp.* Note (¹) de M. **O. Duboscq**, présentée par M. Y. Delage.

M. de Selys-Longchamps, en étudiant à Roscoff *Stolonica socialis* Hartm., a trouvé dans cette Ascidie un curieux Sporozoaire, dont il a bien voulu me confier l'étude. Le matériel que j'ai recueilli n'est pas suffisant pour élucider le cycle de cet être aberrant; mais, grâce surtout aux préparations de M. de Selys, un certain nombre de stades nous sont connus qui valent la peine d'être décrits. La description que j'en ferai dans cette Note préliminaire manquera de précision et suffira tout au plus à justifier la création d'un genre nouveau pour le Sporozoaire en question, que je propose d'appeler *Selysina perforans*.

Les stades de la *Selysina* observés jusqu'ici peuvent être groupés en deux catégories : les kystes nodulaires et les kystes à membrane épaisse. Les kystes nodulaires n'existent que dans les statoblastes et correspondent certainement au début de l'évolution. Les kystes à membrane épaisse se

---

(¹) Séance du 5 mars 1917.

rencontrent avant tout dans les Ascidies développées et sont des kystes durables qui peuvent être rejetés à l'extérieur.

Kystes nodulaires. — Les plus jeunes stades qu'on puisse observer dans les statoblastes sont des spores fusiformes, à membrane peu résistante et mesurant 15^{μ} de longueur. Elles contiennent un seul sporozoïte élancé, un peu moins long que la spore et qui de ce fait n'est pas replié sur lui-même. Son noyau sphérique, situé au milieu du corps, est pourvu d'un beau nucléole excentrique et de chromatine abondante. Ces spores monozoïques sont éparses dans le pseudovitellus du statoblaste et toujours contenues dans une cellule claire, hypertrophiée, à noyau unique.

Le pseudovitellus du statoblaste contient au moins deux sortes de cellules : 1° de petites cellules claires à noyau sphérique, lesquelles par leur contour irrégulier paraissent amœboïdes et semblent des leucocytes doués de pouvoir phagocytaire; 2° de grandes cellules globuleuses à petit noyau hyperchromatique, parfois étranglé ou même divisé, souvent déformé par la pression des sphérules vitellines dont est bourrée la cellule. Il semble logique d'admettre que la spore est toujours phagocytée par une des petites cellules claires, qui s'hypertrophie par la suite.

A un stade plus avancé (?) un sporozoïte plus gros, sans enveloppe sporale, est contenu dans une cellule-hôte plus grande, mais toujours claire et pourvue d'un noyau unique. Autour d'elle, de petites cellules claires et quelques cellules à sphérules vitellines se tassent en véritables cellules épithélioïdes.

Une cellule géante, comparable au nodule tuberculeux, est bientôt constituée de la manière suivante. Par la division amibotique de son noyau, la cellule-hôte devient plurinucléée et ainsi se forme une cellule géante primitive. Ensuite, les cellules épithélioïdes de deux sortes, cellules claires et cellules à sphérules vitellines, viennent se fondre dans la cellule géante primitive pour constituer la cellule géante définitive, dans laquelle persistent certains noyaux des diverses cellules. Ce mode de formation des cellules géantes sous l'influence des parasites n'a pas, je crois, encore été signalé, mais il a été prévu par Prenant (*Revue des Sciences*, 1910).

Pendant tout l'accroissement du module, les cellules épithélioïdes sont intimement unies à la cellule géante. Quand celle-ci atteint une taille de 100^{μ} environ, elle cesse de croître et les cellules épithélioïdes lui constituent une membrane par un processus qui sera décrit ultérieurement.

En même temps que l'accroissement du nodule, se poursuit l'évolution du parasite. Bien que je n'en possède pas tous les stades, je crois pouvoir

dire que le sporozoïte grossit jusqu'à former une sorte de grégarine en forme de banane de 60$^{\mu}$ de long. Le noyau de celle-ci se multiplierait pour donner des schizozoïtes qui à leur tour s'accroissent et donnent des schizozoïtes de deuxième génération. Dans un kyste nodulaire à membrane, nous trouvons en effet plusieurs gros sporozoaires en forme de banane et des faisceaux de schizozoïtes de deuxième génération.

Kystes à membrane épaisse (*kystes durables*). — On trouve deux sortes de kystes à membrane épaisse : des petits kystes et des gros kystes.

Des deux petits kystes que je possède, l'un provient d'une Ascidie adulte ; l'autre d'un statoblaste. Ce sont des kystes sphériques de 40$^{\mu}$ de diamètre, dont la membrane homogène très résistante mesure 5$^{\mu}$ d'épaisseur. Le contenu du kyste du statoblaste, le seul facile à étudier, est un bouquet de sporozoïtes, semblable à un barillet de schizozoïtes coccidiens, qui est en suspension au milieu du kyste. Ces sporozoïtes de 12$^{\mu}$ de long, à noyau postérieur, occupent le centre d'un réseau cytoplasmique anucléé, qui remplit tout le reste du kyste, lequel d'après sa dimension pourrait contenir une dizaine de bouquets semblables. C'est une disposition absolument inconnue jusqu'ici.

Les gros kystes sphériques, qui mesurent de 180$^{\mu}$ à 500$^{\mu}$ de diamètre, se rencontrent seulement chez les *Stolonica* adultes. Situés d'abord entre l'épiderme et l'épithélium péribranchial, ils sont destinés à être rejetés à l'extérieur mais de deux façons différentes. Les uns repoussent l'épiderme, le crèvent, pénètrent dans la tunique épaissie qu'ils perforent et apparaissent à l'extérieur sous la forme d'un petit bouton blanchâtre avant de s'énucléer et de tomber dans l'eau. Les autres doivent gagner la cavité péribranchiale et être expulsés par le cloaque.

La structure des gros kystes m'a paru constante. Leur membrane, dont l'épaisseur variable peut atteindre 19$^{\mu}$, est de nature albuminoïde, malgré son aspect chitineux. Le kyste est rempli d'une sérosité dans laquelle flottent assez serrés des *îlots nucléés* et des *héliospores*.

Les îlots nucléés dispersés dans tout le kyste peuvent être distingués en globules et en globes plurinucléés. Les globules ou petits îlots mesurent de 8$^{\mu}$ à 10$^{\mu}$ et ont de 1 à 3 noyaux. Leur cytoplasme peut contenir un ou deux corpuscules graisseux.

Les globes plurinucléés mesurent environ 20$^{\mu}$ de diamètre, ont une dizaine de noyaux périphériques et un cytoplasme bourré de paraglycogène, de sphérules albuminoïdes et de gouttes de graisse.

Les héliospores, peu nombreuses, sont toujours situées dans la région

centrale du kyste. Elles ressemblent à celles des *Aggregata*. Autour d'un reliquat contenant encore quelques grains de paraglycogène rayonnent de nombreux sporozoïtes arqués de 15µ de longueur. Ceux-ci ont une extrémité antérieure en mucron tronconique, rigide. Vient ensuite une moitié antérieure, faite de cytoplasme dense avec filament axile sidérophile qui paraît simple en avant et se dédouble vers le milieu du corps. Le noyau, très petit, est situé dans la région postérieure. Il semble émettre, par bourgeonnement nucléolaire, les grains métachromatiques qu'on trouve en arrière de lui.

Ce parasite présente trop de particularités pour qu'il soit possible de combler, autrement que par l'observation, les lacunes de son cycle. Ce que l'on peut dire, c'est que la *Selysina* est manifestement un Sporozoaire au sens étroit du mot, mais d'un type nouveau. Son aspect au début de l'évolution semble indiquer une Schizogrégarine (stades en banane du kyste nodulaire). La présence d'éléments d'âge différent dans un même kyste pourrait suggérer des comparaisons avec les Sarcosporidies, qui ont sans doute des héliospores (*Gastrocystis*). Mais justement ces sporozoïtes en soleil, et en particulier leur structure, rappellent tellement les Aggregatidées que la *Selysina* doit être rangée provisoirement dans les Coccidiomorphes.

Quant à la réaction de l'hôte vis-à-vis des premiers stades du parasite, on n'en connaît de pareille chez aucun Sporozoaire vrai. Elle n'est comparable qu'aux formations kystiques déterminées par certaines Cnidosporidées ou aux cellules géantes de la tuberculose et d'autres mycoses.

PARASITOLOGIE. — *Auto-inoculation et développement primaire, dans les muqueuses buccales, de la larve du Gastrophile équin (Œstre du cheval).* Note de M. E. **Roubaud**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Le mode d'accès des larves de l'Œstre du cheval (*Gastrophilus intestinalis* De Geer) aux voies digestives de leur hôte et les conditions premières de leur développement sont encore ignorés. Pour certains auteurs (Numan, Brauer) les jeunes larves, après leur éclosion, gagneraient d'elles-mêmes la bouche et les naseaux. Pour le plus grand nombre, elles seraient introduites dans la bouche par le *léchage*, puis dégluties. On a même voulu expliquer par un prurit spécial, provoqué par la présence sur la peau des petites larves, l'origine de ce léchage qui doit amener le parasite à la bouche. Les auteurs russes, se basant sur la découverte chez l'homme de larves de Gastrophiles, dans des tracés cutanés de *Myiase rampante*, ont émis des hypothèses très particulières à ce sujet. Pour Cholodkovsky (¹),

(¹) *Zool. Anzeig.*, t. 33, 1908, et t. 36, 1910. L'auteur a développé ses idées pour la première fois, en 1896, dans le journal russe *Vratch.*

les larves, au sortir de l'œuf, pénétreraient dans l'épiderme du cheval, provoquant des démangeaisons qui forceraient l'animal à gratter de ses dents les sillons parasitaires, à en extraire les larves et à les ingérer. Portchinsky (¹) estime au contraire que certaines larves seulement, qui seront d'ailleurs perdues pour l'espèce, s'introduisent dans l'épiderme. Elles n'y poursuivent pas leur évolution, mais leur action irritante porterait le cheval à se lécher et à recueillir avec sa langue les autres larves, qui passeraient directement dans les voies digestives.

D'après nos recherches, les choses se passent de façon très différente, ainsi qu'en témoignent les observations suivantes (²) :

a. Les œufs de l'Œstre n'éclosent pas spontanément et les larves primaires peuvent rester dans l'œuf en position d'attente, pendant plusieurs semaines.

Plusieurs auteurs ont reconnu cette remarquable propriété des œufs du Gastrophile sans cependant en déduire nettement les conséquences qu'elle comporte. Guyot (³) a constaté des larves vivantes pendant plus de trois mois, dans des œufs séparés du corps. J'ai observé qu'à 25° C., température plus voisine de celle où sont placés les œufs sur le poil de l'animal, les larves restent en vie durant plus d'un mois, sans éclore, sauf intervention extérieure. L'œuf mûr représente donc une loge close à l'abri de laquelle les larves demeurent, pendant plusieurs semaines, *en position d'attente.*

b. L'œuf mûr libère sa larve par contact mécanique.

J'ai constaté qu'un choc brusque au pôle antérieur de l'œuf fait sauter l'opercule et libère instantanément la larve, qui s'échappe aussitôt au dehors. Un contact humide, comme celui de la langue du cheval, n'est pas indispensable pour susciter l'éclosion. Le frottement brusque contre les lèvres ou les dents remplit le même office. Or il est de notion certaine que les chevaux *ne se lèchent que très rarement;* c'est par grattage avec la bouche ou par frottement qu'ils réagissent habituellement aux irritations.

c. Les larves primaires, libérées au contact de la muqueuse des lèvres ou des gencives, s'inoculent immédiatement sous l'épithélium.

En frottant des poils porteurs d'œufs sur la face interne des lèvres et sur les gencives d'un cobaye, j'ai vu les larves s'échapper immédiatement de l'œuf et, retenues par la muqueuse, s'y forer aussitôt un abri, sous l'épithélium. Elles s'inoculent paral-

---

(¹) *Monographie du Grand Œstre du cheval.* Petrograd, 1907 (en russe) et *Zool. Anzeig.*, t. 35, 1910, p. 669.

(²) Les œufs de *Gastrophilus intestinalis* sur lesquels ont porté ces expériences m'ont été adressés de l'Allier, à l'Institut Pasteur de Paris, par M. H. du Buysson à qui je suis heureux d'adresser ici tous mes remercîments.

(³) *Arch. de Parasit.*, t. 4, 1901, p. 169.

lèlement à la surface et se maintiennent en position superficielle, visibles par transparence à travers la paroi épithéliale.

d. Les larves primaires ne perforent pas la peau.

Si la pénétration dans les muqueuses atteste les facultés perforatrices des larves primaires de Gastrophiles, ce que la disposition styliforme des pièces buccales pouvait faire prévoir, en revanche ces facultés perforantes sont limitées à l'épithélium des muqueuses. Contrairement aux larves primaires des Hypodermes ([1]), j'ai constaté que celles de l'Œstre du cheval sont inaptes à percer la paroi cutanée, sèche ou humide; elles meurent très rapidement à la surface de la peau sèche. L'hypothèse des savants russes n'est donc pas à retenir.

e. Les larves primaires cheminent en s'accroissant dans les muqueuses de la bouche.

Chez le cobaye, les larves inoculées dans les muqueuses des lèvres ne sont plus visibles au bout de deux ou trois jours. J'ai cependant pu suivre *pendant neuf jours* les cheminements d'une larve sur les côtés de la langue; le neuvième jour cette larve avait triplé ses dimensions. La mue du stade II doit intervenir alors et les larves quittant leur sillon épithélial être entraînées dans la cavité gastrique.

Il faut donc comprendre l'évolution première de l'Œstre du cheval de la façon suivante : les larves primaires *attendent* dans l'œuf qu'une cause *quelconque* porte le cheval à frotter ses muqueuses labiales aux œufs; elles sont alors libérées, s'enfoncent dans l'épithélium qui les reçoit, puis cheminent vers les parties profondes de la bouche, en s'accroissant jusqu'à leur première mue.

L'infestation se produira quand les chevaux se grattent avec les dents, frottent à leurs jambes leurs naseaux et leurs lèvres, se mordillent entre eux, ou chassent avec la bouche les mouches qui les harcèlent. On diminuera beaucoup les chances d'infestation des animaux, en frottant légèrement de temps à autre les parties du corps où sont déposés les œufs, de manière à provoquer l'éclosion prématurée des larves.

L'évolution première des *Gyrostigma* (*Spathicera*) des Rhinocéros, en raison de la similitude des œufs et des larves primaires ([2]) est certainement calquée sur celle des Gastrophiles. Quant aux larves de Gastrophiles observées chez l'homme dans des sillons cutanés de Myiase rampante, tout

---

([1]) Voir à ce sujet les travaux récents de Carpenter-Hewitt (1914), de Hadwen (1915).

([2]) J. Rodhain, *Bull. Soc. Path. exot.*, t. 8, 12 mai 1915.

permet de croire que leur porte d'entrée réside dans les muqueuses externes des paupières (¹) ou des lèvres, ou dans quelque lésion de la peau. Ces larves n'ont pu perforer directement l'épiderme.

A 16 heures et demie l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La **Section de Minéralogie**, par l'organe de M. *H. Douvillé*, remplaçant le Doyen empêché, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par l'élection de M. *A. Lacroix* comme Secrétaire perpétuel :

En première ligne	M. **Haug**
En deuxième ligne, ex æquo et par ordre alphabétique	MM. **Boule**, **Cayeux**
En troisième ligne, ex æquo et par ordre alphabétique	MM. **Bergeron**, **Gaubert**

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures et demie.

A. Lx.

(¹) Des œufs de *G. hæmorrhoïdalis* ont été trouvés sur les sourcils et les cils d'individus atteints de Myiase rampante à *Gastrophilus*.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 MARS 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Valeurs approchées de quelques intégrales définies.* Note de M. **Maurice Hamy.**

J'ai donné, dans une récente Communication [1], une expression approchée de l'intégrale

$$I = \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-u^2}\,\frac{\sin^2 mu}{u^2}\,du,$$

m désignant un nombre très élevé quelconque. La valeur obtenue, complétée par l'addition d'un terme calculé par les moyens que j'ai indiqués, est la suivante :

$$I = \left(m - \frac{1}{2}\right)\pi + \frac{\sqrt{\pi}}{4m^{\frac{3}{2}}}\left[\cos\left(\frac{\pi}{4} + 2m\right) + \frac{21}{16m}\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2m\right) + \ldots\right],$$

le produit par $m^{\frac{7}{2}}$, des termes négligés, restant fini lorsque m augmente indéfiniment.

Les recherches particulières, sur la diffraction des images des disques circulaires, qui m'ont conduit à évaluer I, m'ont en outre amené à étudier les intégrales

$$M = \int_{-1}^{+1} \sqrt{1-u^2}\left[\frac{\sin m(u-1)}{u-1}\right]^2 du,$$

$$N = \int_{-1}^{+1} \frac{u}{\sqrt{1-u^2}}\left[\frac{\sin m(u-1)}{u-1}\right]^2 du,$$

$$P = \int_{-1}^{+1} \frac{u}{\sqrt{1-u^2}}\,\frac{d}{du}\left[\frac{\sin m(u-1)}{u-1}\right]^2 du.$$

---

(1) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 68.

Je me propose d'indiquer ici la voie suivie pour les calculer avec une faible erreur relative.

1° On peut écrire

$$M=\int_{-1}^{+1}[\sin m(u-1)]^2\, d\left[2\frac{\sqrt{1+u}}{\sqrt{1-u}}-\arc\sin u\right] \qquad \left(-\frac{\pi}{2}<\arc\sin u<\frac{\pi}{2}\right)$$

ou, en intégrant par parties,

$$M=-\frac{\pi}{2}\sin^2 2m-m\int_{-1}^{+1}\left[2\frac{\sqrt{1+u}}{\sqrt{1-u}}-\arc\sin u\right]\sin 2m(u-1)\, du.$$

L'intégrale placée dans le second membre est la partie réelle du coefficient de $i=\sqrt{-1}$, dans la suivante,

$$J=\int_{-1}^{+1}f(u)\, E^{i2m(u-1)}\, du,$$

en posant

$$f(u)=2\frac{\sqrt{1+u}}{\sqrt{1-u}}-\arc\sin u.$$

Par le point $u=-1$ du plan de la variable u, considérée comme complexe, menons une ordonnée positive c' allant jusqu'à l'infini et, par le point $u=+1$, une autre ordonnée positive c'' s'étendant également indéfiniment.

$|E^{i(u-1)}|$ étant nul à une distance positive infinie de l'axe des abscisses, on peut écrire

$$J=\int_{c'}-\int_{c''},$$

en convenant de partir des points $u=-1$ et $u=+1$ respectivement sur chacun des chemins c' et c''. On a d'ailleurs identiquement

$$\int_{c'}f(u)\, E^{i2m(u-1)}\, du= i\frac{\pi}{4m}E^{-4mi}+\int_{c'}\left[f(u)-\frac{\pi}{2}\right]E^{i2m(u-1)}\, du,$$

$$\int_{c''}(fu)\, E^{i2m(u-1)}\, du=-i\frac{\pi}{4m} \qquad +\int_{c''}\left[f(u)+\frac{\pi}{2}\right]E^{i2m(u-1)}\, du,$$

$|E^{i(u-1)}|$ prenant sa plus grande valeur à l'extrémité $u=+1$, sur le contour c'', et à l'extrémité $u=-1$ sur le contour c', on se trouve ramené, pour évaluer les deux intégrales figurant aux seconds membres de ces égalités, à appliquer la formule (41), établie dans mon Mémoire sur l'approximation des fonctions de grands nombres (¹). A cet effet, il faut partir des

(¹) *Journal de Mathématiques pures et appliquées*, 1908, p. 252.

développements des fonctions accompagnant le facteur $E^{i2m(u-1)}$ sous les signes $\int$. Or on a, dans le voisinage du point $u=+1$, le long du contour c',

$$f(u)-\frac{\pi}{2}=\frac{1}{3\sqrt{2}}(u+1)^{\frac{3}{2}}+\ldots,$$

et, dans le voisinage du point $u=1$, le long du contour c'',

$$f(u)+\frac{\pi}{2}=(u-1)^{\frac{1}{2}}\left[2i\sqrt{2}-\frac{i}{\sqrt{2}}(u-1)+\ldots\right],$$

les binomes $u+1$ et $u-1$ étant affectés chacun de leur plus petit argument positif. On déduit de là

$$\int_{c'}\left[f(u)-\frac{\pi}{2}\right]E^{i2m(u-1)}\,du=-\frac{\sqrt{\pi}}{32\,m^{\frac{5}{2}}}\left[\cos\left(\frac{\pi}{2}-4m\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{4}-4m\right)\right]+\ldots,$$

le produit des termes négligés, par $m^{\frac{7}{2}}$, restant fini lorsque m augmente indéfiniment. De même

$$\int_{c''}\left[f(u)+\frac{\pi}{2}\right]E^{i2m(u-1)}\,du=\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2m}}\left[-2+\frac{1}{8m}+\ldots\right]+i\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2m}}\left[2+\frac{1}{8m}+\ldots\right],$$

le produit des termes négligés, par $m^{\frac{5}{2}}$, restant fini lorsque m croît indéfiniment. De ces égalités on tire

$$M=\sqrt{2\pi m}-\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{8\sqrt{2\pi m}}+\ldots,$$

le produit des termes négligés, par $m^{\frac{3}{2}}$, restant fini lorsque m croît indéfiniment.

2° La valeur de N s'obtient en écrivant

$$N=\frac{1}{3}\int_{-1}^{+1}[\sin m(u-1)]^2\,d\left[\frac{\sqrt{1-u^2}}{(1-u)^2}-2\frac{\sqrt{1+u}}{\sqrt{1-u}}\right].$$

Intégrant par parties, on déduit de là

$$N=-\frac{m}{3}\int_{-1}^{+1}\frac{\sqrt{1-u^2}}{(1-u)^2}\sin 2m(u-1)\,du+\frac{2m}{3}\int_{-1}^{+1}\frac{\sqrt{1+u}}{\sqrt{1-u}}\sin 2m(u-1)\,du.$$

Observant que

$$\frac{\sqrt{1-u^2}}{(1-u)^2}=\frac{d}{du}\left[2\frac{\sqrt{1+u}}{\sqrt{1-u}}-\arcsin u\right],$$

on arrive après une nouvelle intégration par parties à l'expression

$$N = m\frac{\pi}{6}\sin 4m - \frac{2m^2}{3}\int_{-1}^{+1}\left[2\frac{\sqrt{1+u}}{\sqrt{1-u}} - \arc\sin u\right]\cos 2m(u-1)\,du$$
$$-\frac{2m}{3}\int_{-1}^{+1}\frac{\sqrt{1+u}}{\sqrt{1-u}}\sin 2m(u-1)\,du.$$

La première intégrale figurant dans le second membre de cette égalité est la partie réelle de J. La seconde a pour valeur le coefficient de i dans la suivante,

$$\int_{-1}^{+1}\frac{\sqrt{1+u}}{\sqrt{1-u}}\,E^{i2m(u-1)}\,du.$$

On écrit, comme ci-dessus,

$$\int_{-1}^{+1} = \int_{c'} - \int_{c''}$$

et l'on applique la formule (41) de mon Mémoire (*loc. cit.*) à chacune des intégrales rentrant dans le second membre. A cet effet, on part, pour évaluer $\int_{c'}$, du développement

$$\frac{\sqrt{1+u}}{\sqrt{1-u}} = \sqrt{u+1}\left[\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{2}}(u+1) + \ldots\right]$$

et, pour évaluer l'intégrale $\int_{c''}$, du développement

$$\frac{\sqrt{1+u}}{\sqrt{1-u}} = (u-1)^{-\frac{1}{2}}\left[i\sqrt{2} + \frac{i\sqrt{2}}{4}(u-1) + \ldots\right],$$

les binomes $u+1$ et $u-1$ étant affectés chacun de leur plus petit argument positif. Finalement on trouve

$$N = \frac{2}{3}m\sqrt{2\pi m} - \frac{3}{8}\sqrt{2\pi m} + \ldots,$$

le produit par $\sqrt{2\pi m}$ des termes négligés, dans le second membre, restant fini lorsque m augmente indéfiniment.

3° L'intégrale P se ramène à une somme d'autres qui se traitent par des moyens analogues à ceux dont on vient de faire usage. Par des intégrations par parties successives, on s'arrange de façon que les éléments différentiels soient de la forme

$$F(u)\sin 2m(u-1)\,du \quad \text{ou} \quad F(u)\cos 2m(u-1)\,du,$$

le produit $(u-1)F(u)$ tendant vers zéro lorsque u tend vers 1. On obtient

$$P = m^2\sqrt{2\pi m}\left[\frac{4}{15} - \frac{1}{4}\frac{1}{m} + \ldots\right],$$

le produit par m^2, des termes négligés entre crochets, restant fini lorsque m croît indéfiniment.

On peut suivre une autre marche, pour évaluer I, M, N, P, en prenant ces intégrales, non plus le long de l'axe des abscisses, entre les limites $+1$ et -1, mais le long d'un contour fermé c, renfermant les points $u=+1$ et $u=-1$, parcouru dans le sens direct. La détermination du radical $\sqrt{1-u^2}$ qui figure sous les signes $\int$ étant celle qui a une valeur purement imaginaire positive, au point où le contour rencontre la partie positive de l'axe des abscisses, on démontre, en effet, que chacune des intégrales prise le long de c a une valeur double de celle qu'elle a entre les limites $+1$ et -1. On évite, par ce moyen, les intégrations par parties successives et l'on est conduit à évaluer des intégrales renfermant un facteur élevé à une haute puissance de la nature de celles que j'ai étudiées, pages 256 et suivantes, dans mon Mémoire déjà cité.

ASTRONOMIE. — *Sur l'emplacement et les coordonnées de quelques stations astronomiques de Paris, utilisées pendant la construction de l'Observatoire.* Note [1] de M. G. **Bigourdan**.

Les astronomes de l'Académie des Sciences firent leurs premières observations à la bibliothèque de la rue Vivienne, parfois dans les bâtiments, mais le plus souvent dans le jardin, en plein air. Comme l'horizon n'y était pas assez dégagé, il devint presque aussitôt indispensable de transporter les instruments ailleurs, en attendant la construction et l'achèvement de l'Observatoire actuel, commencé en 1667, terminé en 1672.

C'est ainsi que lorsqu'il était nécessaire d'observer les astres jusqu'à leu coucher on se transportait au sommet de la colline de Montmartre.

D'autres lieux provisoires d'observation furent plus ou moins imposés par d'autres considérations, qui d'ailleurs nous échappent fréquemment : ainsi pendant quelque temps Picard observa à Passy, J.-D. Cassini à la Ville-l'Évêque, etc. C'est de ces premières stations temporaires que je me

(1) Séance du 12 mars 1917.

suis proposé de déterminer les emplacements et les coordonnées, autant que le permettent les renseignements incomplets que j'ai pu réunir.

Passy. — Les données relatives à l'existence même de cette station astronomique sont assez contradictoires ; l'*Histoire céleste* de Le Monnier (p. 3-4) indique, d'une manière assez vague, quelques mesures du diamètre de la Lune prises par Picard à Passy dans la première partie de 1666, c'est-à-dire avant la fondation de l'Académie ; puis, à partir de juillet, ces mesures sont continuées par Picard à Passy et par Auzout à Paris. Mais le registre autographe de Picard (D, 1, 14, p. 31) donne toutes ses mesures de diamètres comme faites à la porte Montmartre ([1]). D'ailleurs l'*Histoire de l'Académie* de Fontenelle ne fait aucune mention de Passy. Toutefois on ne peut douter que Picard ait fait là un certain nombre de ces mesures, car les registres manuscrits de l'Académie ([2]) (*Reg*. I, p. 25) donnent comparativement, et comme d'une manière accidentelle, les valeurs obtenues à Passy et à Paris les 8, 9, 14, 15, 16, 22 et 23 juillet 1666 ([3]). Si l'on compare les diverses

([1]) Une petite différence de latitude n'ayant pas d'influence appréciable sur ces mesures de diamètres, il est possible que Picard ait jugé inutile de séparer les quelques observations faites à Passy.

([2]) Ces registres in-folio ($37^{cm} \times 24^{cm}$) sont numérotés I, II, III, ..., les numéros impairs étant ceux dits de « mathématiques » et les numéros pairs ceux de « physique ». Certains sont paginés page à page, d'autres folio par folio. Souvent les pages restées blanches ne sont pas numérotées.

([3]) Voici la comparaison des diamètres pour les mêmes dates, mais empruntés à diverses sources.

Dates. 1666.	D'après les registres de l'Académie.				D'après le registre autographe de Picard.		D'après l'*Histoire céleste* de Le Monnier.			
	Paris.		*Passy.*		*Porte de Montmartre*		*Passy.*		*Paris.*	
	Heure.	Diamètre.	Heure.	Diamètre.	Heure.	Diamètre.	Heure.	Diamètre.	Heure.	Diamètre.
Juill. 8 ♃.	entre 8h et 9h	près de 33′	»	(*a*)	au soir	32′.40″	10h soir	32′,40″	8h-9h soir	33′. 0″
9 ♀.	»	(*b*)	»	(*b*)	»	32.40	»	32.40	»	33. 0
14 ☿.	entre 9h et 10h	31.40	»	31.35 (*c*)	»	31.36	»	31.36	»	31.40
15 ♃.	Id.	(*d*)	»	31.22 (*e*)	»	31.22	»	31.22	»	{31.25 / 33.30 (corr.)
16 ♀.	Id.	31.10	»	31. 8	»	31. 8	»	31. 8	»	31.10
22 ♃.	3h matin	29.50	sur les 6h	29.40	6h matin	29.39	6h matin	29.39	3h matin	29.50
23 ♀.	9h matin	29.50	»	plus grand	5h matin	29.53	5h matin	29.53	5h matin	29.50

(*a*) Un peu plus petit qu'à Paris. « On en peut attribuer la cause à ce que l'observaõn s'est faite plus tard, et que la Lune pouvoit desia estre dans ses refractions ».

(*b*) « Le Vendredy 9. elle parut a Paris et à Passy de mesme grandeur que le jour precedent, aussy elle avoit esté dans son perigée entre le Jeudy et le Vendredy selon Kepler. »

(*c*) « Elle n'estoit pas entierement hors des refractions et pouvoit avoir 4. ou 5. secondes davantage. »

(*d*) 31′ et 25″ ou 26″ ; « mais à cause de quelque refraction on peut bien la supposer 31′.30″ ».

(*e*) « Mais la refraction peut l'avoir aussy diminüe de quelques secondes. »

sources dont nous disposons, on voit que les diamètres observés à Passy d'après les registres de l'Académie et d'après l'*Histoire céleste* de Le Monnier, sont ceux donnés comme obtenus à la Porte Montmartre par le registre autographe de Picard. Malgré ce désaccord l'existence de cette station astronomique paraît bien certaine; nous n'avons d'ailleurs aucune donnée, même approximative, sur sa position; peut-être l'adresse de quelque lettre viendra-t-elle la révéler, car il paraît probable que Picard habitait alors dans cette localité.

Galeries et Jardins du Louvre. — C'est là que furent faites sans doute les déterminations de latitude d'Aleaume, logé dans ces galeries.

Lors de son arrivée à Paris, J.-D. Cassini y fit aussi quelques observations :

Quand il n'y avait encore, dit-il ([1]), aucun endroit logeable dans l'Observatoire, je fis premièrement mes observations partie aux Galeries du Louvre où M[r] Colbert avait fait accommoder à mon usage un appartement par le soin de M[r] Perrault contrôleur des bâtiments du Roy, partie au Jardin de la Bibliothèque du Roy où estoit un grand quart de cercle, et vis à vis un Cadran à Soleil le plus grand et le plus exact qu'on eut vu à Paris tracé par M. Buot, et une méridienne tracée sur une bande de cuivre enchassée par une table de pierre et vérifiée exactement par M. Picard. L'aiguille aimantée n'en déclinait pas alors sensiblement. C'est un dommage qu'elle ait depuis été déplacée par le Jardinier.

D'après M. Wolf (*Hist. Obs.*, p. 2), à la même époque d'autres astronomes de l'Académie observèrent également dans les Galeries et les Jardins du Louvre. D'après la liste T_2 les coordonnées de la lanterne de ces galeries sont $104^T,9$O et $1363^T,0$N, d'où il résulte :

$$\Delta\mathcal{L} = 0' 10'',03 = 0^m 0^s,670\,\text{O}; \qquad \Delta\varphi = +1'26'',01; \qquad \varphi = +48^\circ 51' 37'',0.$$

Ville l'Évêque. — Dans les premiers temps de son séjour à Paris, J.-D. Cassini fit là aussi quelques observations ([2]) :

J'étais à Paris en 1671, dit-il, avant que l'Observatoire fût en état d'être habité. En conséquence, pour pouvoir faire commodément quelques observations astronomiques, j'avais loué une maison et un jardin à la Ville-l'Évêque, peu éloignés de la porte

([1]) J.-D. Cassini, *Notes sur l'Observatoire*, Manuscrit D, 1, 14.

([2]) *J.-D. Cassini*, MÉMOIRES *pour servir à l'Histoire des Sciences et à celle de l'*OBSERVATOIRE ROYAL DE PARIS, suivis de la vie de *J.-D. Cassini*, écrite par lui-même, et des éloges de plusieurs académiciens...,. Paris, 1810, in-4°, p. 304 (*Abrév.* Cass. IV, *Mém.*).

occidentale de Paris. J'y avais attiré dans une maison voisine M. *Couplet*, qui m'avait été donné pour aide. J'aperçus là, pour la première fois, des taches dans le soleil dont je fis la description qui fut envoyée au Roi à Fontainebleau. Par les observations de plusieurs jours, je déterminai la vitesse de leur mouvement apparent, dont j'établis une théorie qui me servit à prédire que ces taches retourneraient aux mêmes endroits du disque du soleil, après une révolution de 27 jours. Ceux qui les avaient observées après leur première apparition avaient jugé cette révolution à peu près d'un mois.

Ma prédiction ayant eu un heureux succès, M. *de Colbert* voulut observer ces taches dans son jardin. Cela lui donna lieu de presser vivement qu'on achevât l'appartement qui m'était destiné à l'Observatoire, où j'allai m'établir avant que les taches finissent de paraître, et où je fus suivi de M. *Couplet*....

Cassini avait fait ces observations avec un objectif de Campani qui lui avait servi à découvrir la rotation de Jupiter et celle de Mars. Aussi Colbert fit aussitôt écrire à cet opticien pour lui demander les plus puissantes lunettes qu'il pourrait construire.

D'après M. Wolf (*Hist. Obs.*, p. 168), il est probable que Sébastien Leclerc travailla aussi à la Ville-l'Évêque avec Cassini, aux dessins de la Lune.

La Ville-l'Évêque était hors les murs, dans le faubourg Saint-Honoré d'alors et sur le côté nord de la rue de ce nom. Quant à cette porte occidentale, elle se trouvait sur la rue Saint-Honoré, à peu près à l'intersection avec ce qui est aujourd'hui la rue Royale. Les coordonnées approximatives du point considéré sont donc 1000^m O et 3550^m N, d'où il résulte :

$$\Delta\mathfrak{L} = 0'49'',07 = 0^m 3^s,3 \text{ O}; \quad \Delta\varphi = +1'54'',95; \quad \varphi = +48^\circ 52' 6''.$$

Saint-Martin-des-Champs. — Avant de s'installer à l'Observatoire, Cassini observa aussi à l'abbaye Saint-Martin-des-Champs, aujourd'hui le Conservatoire des Arts et Métiers. On trouve, en effet, dit M. Wolf (*Hist. Obs.*, p. 65) en tête du volume de l'*Histoire céleste de Cassini IV pour* 1671 (*Arch. Obs.*, D, 5, 10) une feuille volante, de la main de Cassini I, intitulée :

Hauteurs méridiennes de plusieurs étoiles observées en 1671 *avec un octant de* 6 *pieds de Raïon dans l'Abbaïe de Saint-Martin-des-Champs, à Paris, au pied du clocher.*

Ces observations furent faites dans les mois d'août et de septembre.

D'après la Table T_2, la flèche du clocher se trouve $688^T,3$ E et $1604^T,1$ N. On peut donc adopter pour le point d'observation :

$$\Delta\mathfrak{L} = 1'5'',83 = 0^m 4^s,39 \text{ E}; \quad \Delta\varphi = +1'46'',90; \quad \varphi = +48^\circ 51' 57'',9.$$

Colline de Montmartre (¹). — Lorsqu'une observation exigeait un horizon complètement dégagé de divers côtés, les astronomes de Paris transportèrent parfois leurs instruments sur les tours de Notre-Dame (en 1646, 1649); et lorsque leur hauteur se trouvait insuffisante, ils s'installaient exceptionnellement au sommet de la colline de Montmartre.

C'est ce que firent les astronomes de l'Académie des Sciences pour l'éclipse de Lune du 16 juin 1666, qui d'ailleurs leur fut cachée par les nuages. Cette éclipse est la première qui suivit la fondation de cette Académie, et à Paris elle devait être horizontale, phénomène qui n'est pas rare, mais qui, en raison de son peu de durée, n'a pas été observé souvent et n'avait pas encore été vu à Paris.

Les mêmes astronomes observèrent également sur le haut de Montmartre l'éclipse de Lune du 25 mai 1668 (²) qui, dans la région de Paris, fut aussi presque horizontale. Aucune autre n'avait encore été observée avec tant de soins : les heures furent données par deux horloges à pendule, on mesura le diamètre de la Lune au micromètre, etc. Les résultats, comparés à ceux de J.-D. Cassini à Rome, donnèrent $0^h 41^m$ de différence de longitude : on admet aujourd'hui $0^h 40^m 36^s$.

Aussi songea-t-on naturellement à placer à Montmartre le futur Observatoire; mais on y renonça aussitôt en raison de la position au nord de la ville : presque constamment les fumées auraient beaucoup gêné, puisque dans nos régions les observations se font surtout du côté sud.

Quand on se transportait là, on devait se placer vers le point le plus élevé de la butte, celui dont les coordonnées sont approximativement

(¹) Après l'achèvement de l'Observatoire, on choisit à l'horizon des points fixes dont on détermina les azimuts, et qui servaient à orienter et à vérifier les instruments. Deux de ces repères ou mires, qui étaient à l'Hay, paraissent avoir disparu depuis longtemps; ils avaient été rapportés quelquefois à la tour de Montlhéry.

D'autres mires, qui ont également disparu, avaient été placées sur le clocher des Chartreux, sur le palais du Luxembourg et sur la chapelle des Pères de l'Oratoire de la rue Saint-Honoré (C. Wolf, *Hist. Obs.*, p. 141).

Le clocher de Montmartre servit aussi au même but; enfin, en un autre point de Montmartre, plus occidental et moins élevé, au voisinage des moulins d'aujourd'hui, on employa comme repère successivement une cheminée, un pilier de bois, et enfin la pyramide de pierre qui existe encore, ceux-ci étant dans le méridien de l'Observatoire.

(²) *Journal des savants*, 1668, p. 69, reproduit dans *Anc. Mém. Acad.*, X, 331. On trouve de longs détails sur les préparatifs de cette observation et sur l'observation elle-même dans les registres manuscrits de l'Académie (*Reg.* III, fol. 23-25).

440^m E -5625^m N, d'où il résulte :

$$\Delta \mathfrak{L} = 0'21'',0 = 0^m 1^s,4\ \text{E}; \qquad \Delta\varphi = +3'2'',1; \qquad \varphi = +48^\circ 53' 13''.$$

Remarque.—En cherchant à déterminer la latitude de la station de la rue Vivienne (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 506), j'ai dit que, dans l'*Histoire* de l'Académie pour 1668, il faut lire, semble-t-il, *porte Montmartre* au lieu de porte Saint-Martin. Le registre manuscrit de l'Académie (*Reg.* III, fol. 166) plus explicite que l'*Histoire*, montre qu'il s'agit bien de la porte Saint-Martin. On y lit en effet sous la date du 14 novembre 1668 :

La distance entre la porte Sainct-Martin et celle de Sainct-Jacques, exactement mesurée par M. de Roberval, est de 1313. toises, qui à cause que la rue decline du midy vers le couchant d'environ de 25. degrez doibvent estre reduictes à 1190 toises dont l'une de ces portes est plus meridionale que l'autre, ... mais la porte Sainct-Martin est plus septentrionale que le lieu de la Bibliothèque où l'observation a esté faicte d'environ 150 toises et par conséquent 10''....

Le plan de Gomboust (1652), qui montre en perspective les portes Saint-Jacques et Saint-Martin, ne permet pas de mesurer leur distance pour la comparer à celle trouvée par Roberval (¹); d'ailleurs la porte dite de *Saint-Martin* a occupé successivement des emplacements différents, et la mesure de Roberval ne peut se rapporter à celle d'aujourd'hui, bâtie en 1674.

La porte Saint-Jacques dont il s'agit ici est celle de l'enceinte de Philippe-Auguste; et tous les plans s'accordent à lui attribuer toujours la même place : sa face intérieure était à $0^m,50$ au nord de la rue Soufflot (façade des maisons du côté Sud), comme le montre la plaque de marbre apposée rue Saint-Jacques pour en rappeler l'emplacement.

Si tous les nombres précédents étaient bien exacts, ils permettraient de fixer avec toute la précision désirable la latitude de l'Observatoire de la rue Vivienne. Mais au lieu de 25° la ligne droite qui joint les deux portes Saint-Jacques et Saint-Martin (et qui, d'ailleurs, suit sensiblement les rues qui vont de l'une à l'autre de ces portes) ne décline que de 21°, ce qui donnerait pour leur distance, comptée N-S, 1226^T au lieu de 1190^T. Retranchant les 150^T dont la porte Saint-Martin est plus boréale, il reste $1076^T = 2097^m$

(¹) Une cause appréciable d'incertitude sur la distance trouvée par Roberval provient de la toise employée, que nous ne connaissons pas; alors la toise de Paris fut modifiée d'une quantité considérable. *Voir :* C. Wolf, *Recherches historiques sur les étalons de poids et mesures de l'Observatoire* [*de Paris*] (Mémoires, t. XVII, p. C. 11, note 2).

et $1040^T = 2027^m$. D'un autre côté la porte Saint-Jacques est à 1147^m au nord de l'Observatoire. Les nombres précédents placeraient donc la station de la rue Vivienne respectivement 3244^m et 3174^m au nord de l'Observatoire, nombres trop faibles l'un et l'autre, surtout le dernier. La donnée qui paraît surtout erronée est celle de 150^T, nombre qui doit être presque deux fois trop fort.

Si l'on s'en rapporte à l'*Histoire céleste* de Le Monnier (p. 12-13) les observations de hauteurs méridiennes du Soleil prises par Picard, du 2 janvier au 22 octobre 1668, auraient été obtenues à l'Observatoire de la porte Montmartre. Mais comme dans ce dernier Observatoire les instruments étaient abrités, les remarques de Picard rapportées au bas de la page 19 de la même *Histoire céleste* seraient contradictoires. Aussi m'avait-il paru probable que ces observations ont été faites rue Vivienne.

C'est ce que confirme également le fait que la plus petite fraction de minute est $\frac{1}{6}$ comme à la rue Vivienne, tandis que, dans les autres observations de la porte Montmartre, Picard donne la seconde d'arc. D'ailleurs ces observations ne se trouvent pas dans le registre autographe de Picard (D. 1, 14).

Comme l'*Histoire* de Fontenelle est muette à cet égard, j'ai consulté les registres manuscrits de l'Académie (*Reg.* III, fol. 145) et ils donnent explicitement ces observations comme faites à la Bibliothèque de la rue Vivienne.

Par contre, les mêmes registres (*Reg.* V, fol. 229, 232, 235) donnent comme faites à la Bibliothèque du Roy les observations de hauteurs méridiennes du Soleil prises du 20 mars au 14 novembre 1669 et les mesures de diamètres du Soleil prises du 22 octobre 1668 au 14 novembre 1669; mais ils donnent comme faites à la porte Montmartre, et avec le même instrument, les hauteurs méridiennes d'étoiles prises du 24 janvier 1668 au 24 août 1669.

Il me paraît certain que l'on doit considérer comme faites à la rue Vivienne les observations de hauteurs données en degrés, minutes et fractions de minute, et comme faites près de la porte Montmartre celle où les résultats sont donnés en degrés, minutes et secondes. Par suite, les observations de hauteurs méridiennes furent continuées à la rue Vivienne jusqu'en octobre 1668 et commencées près de la porte Montmartre au mois de novembre suivant,

GÉOLOGIE. — *A propos d'une récente publication de M. Maurice Lugeon.* Note de M. **Pierre Termier.**

M. Maurice Lugeon, professeur de Géologie à l'Université de Lausanne, m'a prié d'offrir à l'Académie un exemplaire du deuxième fascicule de son Mémoire intitulé : *Les Hautes Alpes calcaires entre la Lizerne et la Kander*. Ce fascicule, publié en 1916 dans les *Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse* (¹), fait suite à un premier fascicule publié en 1914 et sommairement analysé par moi, ici même, dans le courant de 1915.

On ne saurait trop attirer l'attention des géologues et des géographes sur l'admirable Mémoire de M. Lugeon. Le nouveau fascicule, enrichi, comme le premier, de nombreux clichés dans le texte, contient huit planches en couleurs, numérotées de 9 à 16, qui sont plus parfaites encore, et tout aussi parlantes et démonstratives que les huit planches du premier fascicule. La terminaison orientale des nappes de Morcles et des Diablerets; la structure de la vallée de la Lizerne; l'apparition, dans les *lapiés* de Tsanfleuron, de la *carapace* de la nappe des Diablerets; la pénétration vers l'ouest de la région autochtone orientale et la réapparition de la nappe des Diablerets dans l'est; la nappe du Wildhorn dans les massifs du Mont-Gond et du Sérac; les enveloppes crétaciques des plis de cette nappe dans la chaîne de Crêtabesse et dans les montagnes entre le Sex Rouge et la Liène; le front de la nappe du Wildhorn entre les Ormonts et Gsteig; la structure du Sanetsch; celle enfin des montagnes qui dominent la vallée de Lauenen : tels sont les sujets successivement traités par l'éminent professeur de Lausanne. C'est, sous les yeux du lecteur, un immense tableau qui se déroule, et dont tous les traits apparaissent, l'un après l'autre, en pleine lumière. Aucune monotonie dans cette longue description, pourtant si minutieuse. L'auteur est de ceux qui ne peuvent pas être monotones; il possède au plus haut degré l'art d'animer ce qu'il décrit et, sous sa plume, la montagne semble vivre. On n'oubliera plus, après avoir fermé le livre, certains détails caractéristiques : les lapiés de Tsanfleuron, désert de pierre grise au milieu de l'Alpe, formé par l'apparition, en carapace, de la nappe des Diablerets, sous la nappe supérieure; l'empilement valangien de

(¹) Nouvelle série, 30e livraison; 60e livraison de la collection entière. — Le Mémoire en question forme l'explication de la *Carte spéciale*, n° 60, publiée en 1910 par la Commission géologique suisse.

Plammis, et les replis les plus élevés de cet empilement s'amortissant dans l'immense masse des grès de Taveyannaz; le cirque d'Olden où l'on voit le pli couché du Schlauchhorn, « suprême d'élégance, s'avancer en bastion menaçant vers les territoires doux et verdoyants des Préalpes »; la fenêtre d'Olden, où apparaissent à la fois le flanc renversé de la nappe du Wildhorn et le flanc normal de la nappe des Diablerets; les montagnes du Sanetsch; enfin, dans la vallée de Lauenen, l'abaissement d'axe du pli du Spitzhorn. Il n'est pas possible d'entrer plus avant dans l'analyse des phénomènes; et cependant la multiplicité des faits ne cache nulle part la belle ordonnance de ce pays de nappes, classique entre tous, et sans lequel nous n'aurions peut-être jamais bien compris la structure des Alpes.

MÉDECINE. — *Équivalents pharmacologiques et unités thérapeutiques : une réforme dans la manière de formuler*. Note de M. **Yves Delage**.

Abondante et riche était déjà, il y a un demi-siècle, la *Matière médicale*, c'est-à-dire l'ensemble des substances et préparations mises à la disposition des médecins pour leurs ordonnances. Rares, déjà à cette époque, étaient les médecins assez instruits pour manœuvrer avec aisance dans l'arsenal des drogues pharmaceutiques, car un effort considérable et constamment entretenu est nécessaire pour connaître les propriétés et les doses de toutes les substances et préparations figurant au Codex et d'un bon nombre d'autres qui n'y figurent pas.

Aussi la très grande majorité des médecins, n'ayant pas la possibilité de consacrer à un tel labeur les efforts et le temps nécessaires, ont été amenés à se limiter, à se constituer un petit formulaire personnel très restreint, mais suffisant cependant pour répondre aux exigences les plus habituelles. Aussi tout pharmacien est-il le plus souvent en état de discerner, à la simple lecture d'une ordonnance, et sans recourir à la signature, lequel des médecins de la ville ou du quartier en est l'auteur. Et cela ne va pas sans des inconvénients fort sérieux : souvent le médecin se rend compte que telle substance ou préparation conviendrait mieux au cas présent que celle dont il a l'habitude, mais c'est cependant celle-ci qu'il formule, parce que de celle-là il ne connaît pas la posologie avec une précision, une sûreté suffisantes. Quant à consulter un livre, il n'y faut pas songer, d'abord parce qu'on ne saurait toujours l'avoir sous la main, puis et surtout parce que ce geste serait interprété par le malade (à tort certainement, mais qu'importe?) d'une façon fâcheuse pour l'amour-propre du médecin.

Les progrès extraordinaires de la chimie, l'extension toujours plus grande des recherches scientifiques et aussi, il faut bien le dire, la concurrence vitale qui travaille sans cesse à fournir à l'industrie et au commerce des aliments nouveaux, ont provoqué, depuis un demi-siècle, une éclosion formidable de produits pharmaceutiques nouveaux : il n'est pas de semaine, de jour même qui n'en voie apparaître quelques-uns.

La plupart tombent rapidement dans un juste oubli, mais le nombre de ceux qui surnagent reste considérable, et il serait aujourd'hui tout à fait impossible d'exiger du médecin le plus consciencieux la connaissance de ces drogues innombrables. Aussi, de nos jours comme il y a 50 ans, par la force des choses, le médecin est amené à se constituer un petit formulaire personnel, plus riche assurément, de façon absolue, que celui de ses devanciers, mais non moins pauvre si on le compare à la masse des ingrédients constituant l'arsenal thérapeutique moderne.

La difficulté n'est pas de connaître l'existence, le nom et les propriétés des médicaments nouveaux, car le médecin les retrouve quotidiennement dans ses journaux, et ces choses sont de telle nature qu'il se forme à leur occasion dans l'esprit des images concrètes qui en fixent le souvenir. Mais il n'en est pas de même pour la posologie : la dose est une donnée entièrement abstraite, qui ne se rattache aux autres par aucun lien logique, et dont la connaissance exige un effort de mémoire beaucoup plus laborieux. On pourrait faire ici avec les faits et les dates de l'histoire une comparaison suggestive.

Les difficultés de la posologie moderne sont, à mon avis, un des facteurs de cette éviction progressive des formules magistrales dont nous restons les témoins affligés et de leur remplacement par les spécialités pharmaceutiques qui compensent certains avantages indéniables par un prix beaucoup plus élevé, au grand détriment des malades nécessiteux.

Et bien, il existe un moyen extrêmement simple de faire disparaître comme d'un coup de baguette toutes les difficultés de la posologie et de rendre aux ordonnances des médecins la variété et l'élasticité désirables. Il suffirait d'inscrire dans une liste contenant toutes les drogues simples et composées, à la suite du nom de chacune d'elles, un nombre fixe indiquant, en poids ou en volume, selon l'espèce, la dose convenable, *pro die*, pour un adulte de poids moyen. Ce nombre pourrait recevoir le nom d'*Équivalent pharmacologique* (E. P.). Cette désignation lui va bien par le rapprochement qu'elle suggère avec les anciens équivalents chimiques : l'équivalent pharmacologique est en effet le nombre par lequel la drogue prend

place dans les ordonnances, comme l'équivalent chimique est celui par lequel l'élément chimique intervient dans les réactions. A la précision de ce dernier, imposée par la balance, s'oppose une précision du premier, tout aussi rigoureuse, mais d'origine conventionnelle.

Il faudrait, en effet, sans tenir compte de l'élasticité des réactions physiologiques et des variations de la tolérance, donner à l'équivalent pharmacologique une valeur fixe convenablement choisie entre les deux valeurs extrêmes assignées d'ordinaire aux substances pharmaceutiques et représentant l'une un minimum, limite inférieure de la dose efficace, et l'autre un maximum, limite de la tolérance.

Le médecin formulant en équivalents pharmacologiques peut ignorer ces équivalents : seul le pharmacien a besoin de les connaître, mais il a pour cela son livre toujours sous la main.

Pour les commodités de l'usage, et pour éviter l'emploi de fractions ordinaires ou décimales, il conviendrait de prendre pour *unité thérapeutique* (U. T.) le dixième de l'équivalent pharmacologique.

Dès lors, le médecin pourra inscrire, selon que son malade sera un poupon à peine sevré, un enfant de 5 à 6 ans, une faible femmelette, un adulte normal ou un vieillard débilité, en face du nom du médicament, 1, 4, 8, 10 ou 7.

Mais c'est surtout dans les médicaments composites que l'usage de ces unités décimales se montrera avantageux. Si le médecin veut réunir dans une même potion trois ou quatre médicaments concourant au même but, par exemple : chloral, morphine, véronal et extrait de chanvre indien, il lui suffira d'inscrire de chacune de ces substances un nombre d'unités thérapeutiques tel que leur somme fasse 10 ou tel autre nombre qu'il aura choisi, 12, 15, 20 selon les exigences du cas particulier et sous sa seule responsabilité; et cela se fera sans effort, sans possibilité d'erreurs et sans utilité d'une connaissance quelconque des doses réelles de chacun d'eux.

Par là serait définitivement abolie toute possibilité d'empoisonnement par suite d'erreur du médecin.

Ce n'est pas ici le lieu d'entrer dans les détails d'exécution de la réforme; je me contenterai de donner à titre d'exemple une ordonnance quelconque, sous la forme où elle se présenterait dans la pratique :

U. T.	Pyramidon	5
	Phénacétine	3
	Exalgine	2

Pour 5 cachets à prendre dans les 24 heures.

F. S. A. 25 cachets semblables.

Le pharmacien connaîtra d'abord par les lettres U. T. qu'il a affaire aux Unités thérapeutiques. Les 25 cachets devant durer 5 jours, il multipliera par 5 chacun des chiffres donnés, et chaque produit exprimera en cinquièmes d'équivalents pharmacologiques le poids de substance à introduire dans sa mixture.

Pour les préparations anodines et les excipients, bien qu'un coefficient pharmacologique puisse leur être attribué, leur dosage dans les ordonnances pourrait être laissé à la discrétion du pharmacien par l'emploi bien connu du signe q. s. (quantité suffisante). Le médecin pourrait formuler par exemple :

Bromure de potassium................	aa 4 U. T.
Bromure de sodium....................	
Bromure d'ammonium.................	
Eau distillée de fleurs d'orangers........	aa q. s.
Sirop d'écorces d'orange amère.........	

3 cuillerées par jour, potion pour 10 jours.

Le pharmacien verra immédiatement, la potion devant durer 10 jours, qu'il doit prendre $40\,\mathrm{UT} = 4\,\mathrm{EP}$ des substances actives, les dissoudre dans 15 cuillerées d'eau de fleurs d'orangers et compléter la potion par 15 cuillerées du sirop et le malade verra qu'il doit prendre par jour 3 cuillerées de potion.

Pour mettre ces idées en pratique, la seule nécessité préalable est l'établissement des équivalents pharmacologiques par des hommes compétents. La Commission du Codex, mise au travail par une décision ministérielle est tout indiquée pour cela. Les inventeurs de médicaments nouveaux seraient tenus d'en fournir l'équivalent pharmacologique, que la Commission du Codex ajouterait à sa liste, après l'avoir contrôlé s'il y a lieu. Cette liste se trouverait obligatoirement sur le comptoir de tous les pharmaciens.

Je ne vois à cette réforme qu'un inconvénient : c'est qu'elle aurait pour effet d'achever de rendre le médecin étranger à la posologie. L'inconvénient n'est pas très grave puisque la posologie deviendrait une connaissance de luxe ; d'autre part, la liste complète des équivalents pharmacologiques serait entre les mains de tous les médecins et devrait être présentée sous une forme assez pratique pour être aisément consultable. Enfin, ici comme dans toutes les choses humaines, il ne faut pas réclamer une perfection utopique, mais se demander seulement si les avantages ne l'emportent pas sur les inconvénients.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur les essais de résilience*. Note (1) de MM. **Georges Charpy** et **André Cornu-Thenard**.

La plupart des auteurs qui ont publié des recherches sur les essais des métaux à la flexion, par choc, de barreaux entaillés, semblent avoir renoncé à obtenir des mesures ne présentant pas de différences accidentelles; les uns attribuent cette irrégularité des résultats au mode d'essai lui-même; les autres incriminent l'hétérogénéité des métaux mis en œuvre.

Il importe de choisir entre ces deux opinions; la première, en effet, conduirait, à notre avis, à abandonner complètement le mode d'essai envisagé pour apprécier la qualité des métaux et, à plus forte raison, pour en faire la réception avant emploi; d'après la seconde, au contraire, il conviendrait de reconnaître à l'épreuve de flexion par choc sur barreaux entaillés une sensibilité spéciale, propre à déceler certains états physiques que ne révèle aucun des autres essais usuels et dont les influences, au point de vue pratique, ne peuvent être délibérément négligées. Cette sensibilité donnerait alors à la résilience un intérêt tout particulier et légitimerait une étude approfondie de la question.

De nombreuses expériences, encore inédites, effectuées par nous sur ce sujet, en 1913 et 1914, nous ont permis d'adopter le deuxième point de vue. Si nous y revenons en ce moment, c'est que nous croyons pouvoir attirer l'attention sur deux ordres de considérations qui ont orienté le développement de notre travail et qui nous paraissent susceptibles d'être examinées utilement au cours des discussions actuellement engagées sur les études de science appliquée à l'industrie et sur le rôle des Laboratoires nationaux de recherches.

Tout d'abord nous nous sommes astreints à mettre clairement en évidence, dans chaque série de mesures, la précision des chiffres obtenus. Il peut paraître puéril de songer à énoncer ce genre de préoccupation, qui doit présider implicitement à l'exécution de tout travail scientifique. Il suffit, cependant, pour le justifier, de parcourir quelques-unes des publications parues tant sur le sujet qui nous occupe que sur des sujets similaires; M. H. Le Chatelier exprimait ici même dans une Note récente (2) la même

(1) Séance du 12 mars 1917.
(2) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 205.

manière de voir. C'est surtout dans les recherches de science appliquée à l'industrie, dont la partie pratiquement utilisable se réduira le plus souvent à des déterminations numériques, qu'il importe de faire ressortir la valeur réelle des nombres publiés. Nous avons donc, pour chaque détermination, répété les mesures un certain nombre de fois (généralement cinq) dans des conditions et avec des barreaux rendus aussi identiques que possible, et nous donnons, au cours de notre exposé, avec le chiffre moyen trouvé pour chaque groupe d'essais, l'écart entre les chiffres extrêmes et l'écart relatif moyen.

En second lieu, il nous a semblé que lorsqu'une question prêtait à controverse et avait fait l'objet de déterminations contradictoires de la part de différents expérimentateurs, une nouvelle série de mesures était toujours insuffisante pour s'imposer incontestablement à tous. Nous avons donc cru utile d'ajouter à la succession de nos expériences une répétition des principales d'entre elles, faites en présence et avec la collaboration d'un certain nombre de personnalités compétentes. La question que nous étudions ayant été soumise à une Commission spéciale par l'Association internationale pour l'essai des matériaux, nous avons convoqué les Membres de cette Commission à une séance d'essais, qui a eu lieu au Laboratoire du Conservatoire des Arts et Métiers le 19 juin 1914 (1). Les résultats obtenus dans cette séance font l'objet d'un procès-verbal qui sera publié à la suite du Mémoire relatant nos propres expériences, avec lesquelles, d'ailleurs, la concordance est complète. Les conclusions de ce Mémoire, que nous résumons ci-dessous, paraissent avoir acquis ainsi une valeur particulière, que leur confèrent l'impartialité du Laboratoire où ont été effectués les essais et l'autorité des personnalités qui y ont assisté.

Cette manière de procéder nous semble pouvoir être facilement et très utilement généralisée. Les Laboratoires d'essais et de recherches nationaux trouveraient une application fort importante d'une partie de leur activité dans ce rôle d'arbitres des questions discutables; ils fourniraient ainsi aux industriels les données numériques précises et sûres qui leur sont nécessaires,

---

(1) Assistaient à cette séance : M. Stanton, du National physical Laboratory de Teddington; M. Keelhoff, professeur à l'Université de Gand; M. Camerman, chef du Service des Essais aux Chemins de fer de l'État belge; M. Mesnager, inspecteur général des Ponts et Chaussées, directeur du Laboratoire d'Essais des Ponts et Chaussées; M. Guillery, directeur des Établissements Malicet et Blin; M. Belanger, ingénieur chargé du Contrôle à la Compagnie des Chemins de fer de P.-L.-M.

et leur éviteraient l'embarras inextricable qu'ils éprouvent en présence d'une foule d'indications discordantes, entre lesquelles ils n'ont aucun moyen de choisir.

Revenant au cas particulier qui nous occupe, nous résumons brièvement ci-dessous les résultats obtenus.

Nous avons vérifié, tout d'abord, par des essais de flexion sur barreaux non entaillés, la sensibilité et la régularité des appareils employés (moutons-pendules Charpy de 300^{kg} et de 30^{kg}). Puis, après une longue série d'expériences, sur lesquelles il n'y a pas lieu d'insister ici, nous avons réussi à préparer des métaux qui donnaient, avec sécurité, à l'épreuve au choc sur entaille, des résultats d'une régularité rigoureusement comparable à ceux obtenus à la traction, à la flexion ou à la dureté. Le Tableau suivant fait ressortir cette régularité; chacune des déterminations qui y figure portait sur un groupe de cinq barreaux identiques.

Désignation des métaux.	Types de barreaux.	Résilience moyenne.	Écart moyen.	Écart relatif moyen.	Résiliences individuelles extrêmes.
				pour 100	
Acier A	30 × 30 × 160	24,11	±0,88	3,6	25,48 — 23,01
	10 × 10 × 53,3	16,42	±0,20	1,2	16,92 — 16,18
Acier J	30 × 30 × 160	17,98	±0,13	0,7	18,10 — 17,81
	10 × 10 × 53,3	12,48	±0,34	2,7	13,07 — 11,93
Acier P	30 × 30 × 160	9,98	±0,15	1,5	10,08 — 9,59
	10 × 10 × 53,3	4,76	±0,15	3,3	5,13 — 4,63
Cuivre	30 × 30 × 160	12,14	±0,27	2,2	12,61 — 11,83
	10 × 10 × 53,3	4,95	±0,23	4,6	5,41 — 4,76

Disposant de plusieurs métaux bien homogènes et de résiliences variées, nous étions en mesure d'étudier successivement l'influence des divers facteurs qui interviennent dans l'essai. Nous avons ainsi reconnu que :

1° *L'influence de la hauteur de chute est négligeable dans les conditions usuelles.* — Voici les résultats obtenus dans l'une des séries effectuées, pour deux métaux de fragilités notablement différentes :

Désignation des métaux.	Hauteur de chute.	Vitesse d'impact.	Résilience moyenne.	Écart moyen.	Écart relatif moyen.	Résiliences individuelles extrêmes.
	m	m			pour 100	
Acier J	3,179	9,637	17,27	±0,34	2,0	18,20 — 17,08
	0,946	5,257	16,88	±0,97	5,7	18,82 — 15,36
Acier P	3,179	9,637	9,31	±0,08	0,1	9,50 — 9,26
	0,480	3,738	9,14	±0,33	3,6	9,77 — 8,57

2° *Des appareils de diverses dimensions ou de types différents, mais bien construits et convenablement gradués, donnent des résultats concordants.* — Parmi les nombreuses déterminations faites, nous en choisissons une relative à la comparaison de deux moutons-pendules de puissances très différentes, et une autre relative à la comparaison d'un mouton rotatif du type Guillery et d'un mouton-pendule :

Désignation des appareils.	Vitesse d'impact.	Résilience moyenne.	Écart moyen.	Écart relatif moyen.	Résiliences individuelles extrêmes.
Comparaison de deux moutons-pendules de dimensions différentes.					
Mouton-pendule Charpy de 300kg.	m 9,637	m 21,07	±0,37	pour 100 1,8	21,54—20,76
» » de 30kg.	5,519	20,41	±1,58	7,8	22,42—18,31
Comparaison d'un mouton rotatif et d'un mouton-pendule.					
Mouton rotatif Guillery de 60kg...	8,858	18,4	±0,34	1,9	18,9 —18,0
Mouton-pendule Charpy de 30kg...	5,519	18,55	±0,25	1,3	19,01—18,24

3° *L'influence de l'entaille est considérable; la valeur trouvée pour la résilience diminue quand la profondeur de l'entaille augmente, toutes choses égales d'ailleurs.*

Le Tableau ci-dessous donne une idée des variations qu'on peut constater.

Désignation des métaux.	Entaille. Section utile.	Forme.	Dimensions.	Usinage.	Résilience moyenne.	Écart. moyen.	Écart. relatif moyen.	Résiliences individuelles extrêmes.
Acier K...	cm² 0,5	cylindrique	mm r = 0,66	au foret	18,78	±0,95	p. 100 5,0	20,22-17,64
	0,7	»	r = 1,0	»	30,78	±0,73	2,4	31,55-29,17
	0,9	carrée	1 × 1 mm	à la scie usagée	> 33	Barreaux non rompus		
Acier J...	0,5	cylindrique	mm r = 0,66	au foret	12,14	±0,34	2,8	12,74-11,82
	0,7	»	r = 1,0	»	16,9	±0,32	1,9	17,5 -16,3
Acier P...	0,5	»	r = 0,66	»	4,46	±0,06	1,3	4,50- 4,32
	0,7	»	r = 1,0	»	5,77	±0,21	3,6	5,94- 5,36
	0,9	carrée	1 × 1 mm	à la scie usagée	6,02	±0,08	1,3	6,07- 5,81

Conclusions. — Il résulte clairement de nos essais que la résilience d'un métal, tout en ne présentant aucune corrélation avec les constantes définies par les essais mécaniques usuels de traction ou de flexion, est une grandeur parfaitement déterminée.

Pour lui attribuer une valeur numérique, il est indispensable de ne

comparer entre eux que des barreaux de formes géométriques bien définies; mais on peut employer des appareils de choc quelconques, à condition qu'ils soient construits convenablement et correctement gradués.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur la tension de la vapeur saturée aux basses températures et sur la constante chimique.* Note [1] de M. E. **Ariès**.

D'après les résultats consignés dans notre précédente Communication [2], l'énergie libre d'un gaz parfait et son entropie sont exprimées par les formules

$$\text{(1)}\qquad I = -RT\log v + cT - cT\log AT,$$

$$\text{(2)}\qquad S = R\log v + c\log AT = -R\log p + C\log T + R\log R + c\log A.$$

Par le choix de l'état initial, à partir duquel sont comptées les valeurs des fonctions de Massieu ($p = 0$, $T = 0$), des deux constantes qui accompagnent d'ordinaire ces fonctions, la constante B a disparu : il ne reste plus que la constante A, encore inconnue, mais bien déterminée et qui caractérise la nature du corps. Suivant une expression empruntée à M. W. Nernst, nous la nommerons la *constante chimique* de ce corps.

En faisant décroître la température à partir du triple point, la vapeur émise par un corps solide, comme d'ailleurs celle qui est émise par un liquide en surfusion, suit déjà très sensiblement les lois des gaz parfaits : à la température de la glace fondante, la tension de la vapeur d'eau est de $4^{mm},5$ environ, et cette vapeur occupe 190000 à 200000 fois le volume du corps condensé. On a vu que, pour un corps solide pris sous son poids moléculaire, l'entropie de sa vapeur saturée avait pour limite la constante R, au zéro absolu; on peut donc, aux très basses températures, remplacer par la quantité R l'entropie S de la formule (2), ce qui donnera pour la tension P de la vapeur saturée, avec une approximation d'autant plus grande que la température sera plus voisine du zéro absolu,

$$\text{(3)}\qquad \log P = \frac{C}{R}\log T + \frac{c}{R}\log A + \log R - 1.$$

M. W. Nernst, en se basant sur une hypothèse qu'il a énoncée en jan-

---

(1) Séance du 12 mars 1917.
(2) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 343.

vier 1906, arrive à une formule qui diffère de celle-ci par un terme négatif $-\frac{L_0}{RT}$, à introduire au second membre, L_0 représentant la chaleur de vaporisation du corps au zéro absolu. On trouve une démonstration assez laborieuse de sa formule dans les *Leçons de Thermodynamique* de M. Max Planck (¹). Nous croyons avoir établi, dans notre précédente Note, que L_0 était nul. Le terme $-\frac{L_0}{RT}$ n'est pas négligeable : il vient fausser la valeur de la tension P d'une façon d'autant plus fâcheuse que ce terme acquiert plus d'importance à mesure que la température s'abaisse, et que la formule (3) tend à devenir plus exacte.

Dans la démonstration de cette formule, il a été implicitement supposé qu'il s'agissait de la vapeur émise par un corps solide; mais au-dessous du triple point, le corps peut aussi exister à l'état instable de liquide surfondu, émettant une vapeur dont la tension est supérieure à celle de la vapeur émise par le corps solide à la même température. M. G. Tammann a signalé le bétol et la benzophénone comme se prêtant au phénomène de surfusion à un degré considérable. Tout ce qui a été dit dans notre précédente Note s'applique au cas où le corps condensé serait supposé à l'état liquide. Il arrive à la température du zéro absolu avec une tension de vapeur nulle; la courbe des tensions est tangente à l'axe des températures, et se confond, pour ainsi dire, avec la courbe des tensions de la vapeur émise par le corps solidifié. Les deux courbes se rejoignent sous un angle très aigu au triple point, et doivent peu s'écarter l'une de l'autre. Enfin la variation d'entropie pour le passage de l'état liquide à l'état de vapeur saturée est encore égale à R, au zéro absolu; en sorte qu'à cette température *le corps a même entropie dans ses deux états de condensation.*

Il supporte aussi une même pression : son volume seul pourrait différer dans les deux états, et il passerait de l'un à l'autre sans aucune autre manifestation extérieure qu'un changement de volume. Il semble qu'on soit ainsi amené d'une façon irrésistible à cette conclusion, que l'état solide et l'état liquide se confondent au zéro absolu dans une sorte d'état amorphe et critique qui ne permet plus de les distinguer.

Quoi qu'il en soit, les considérations qui précèdent montrent bien que la formule (3) régit avec une approximation de même ordre, aux basses

(¹) Voir la traduction française de l'Ouvrage, 1913, p. 270, 276, 277, 298, 300.

températures, la tension de la vapeur saturée, quel que soit l'état de condensation, solide ou liquide, du corps qui émet cette vapeur.

En désignant par m le rapport $\frac{C}{c}$ des deux chaleurs spécifiques des gaz parfaits, on a

$$(4)\qquad \frac{C}{R} = \frac{C}{C-c} = \frac{m}{m-1}, \qquad \frac{c}{R} = \frac{c}{C-c} = \frac{1}{m-1}$$

et la formule (3) pourra être mise sous la forme plus simple

$$(5)\qquad P = KT^{\frac{m}{m-1}}$$

en posant

$$\log K = \frac{c}{R}\log A + \log R - 1,$$

ce qui donne pour la valeur de la constante chimique

$$(6)\qquad A = \left(\frac{Ke}{R}\right)^{m-1}.$$

Pour les corps monoatomiques $m = \frac{5}{3}$; pour les corps diatomiques $m = \frac{7}{5}$. Suivant le cas, l'exposant de T dans la formule (5) sera $\frac{5}{2}$ ou $\frac{7}{2}$. Pour les corps d'un degré d'atomicité plus élevé, on ne connaît pas encore avec assez de précision la valeur de m.

La formule (5) a une grande importance au point de vue expérimental. Par la mesure des tensions d'une vapeur saturée à des températures assez basses, on peut arriver à trouver les valeurs numériques les plus convenables à assigner à l'exposant $\frac{m}{m-1}$ et au coefficient K, pour chaque corps expérimenté. On dispose ainsi d'une méthode précieuse pour atteindre, par les formules (4), les valeurs des capacités calorifiques du corps réduit à l'état de gaz parfait, et par la formule (6), la valeur de la constante chimique de ce corps. Ce sont là des déterminations du plus haut intérêt pour les progrès de la Physique moléculaire.

De nombreuses observations de cette nature auraient été déjà entreprises, dit M. Max Planck, sur une série de gaz et de vapeurs, et auraient conduit à des valeurs *plus ou moins approchées* de la constante chimique. Il est à craindre, pour les raisons données plus haut, que les résultats obtenus n'aient perdu en simplicité et en exactitude par l'emploi de la formule de M. Nernst, à laquelle les savants allemands attribuent une portée considérable, et qui a dû, sans doute, servir aux calculs.

La formule (3) permet encore de vérifier, sur les valeurs obtenues pour la constante chimique A et pour le rapport m des chaleurs spécifiques des gaz parfaits, certaines lois tirées du principe de Van der Waals.

D'après l'une de ces lois, $\frac{I}{T}$ doit avoir une même valeur pour tous les gaz parfaits de même atomicité pris à des états correspondants. De la formule (1) on tire

$$\frac{I}{T} = -R\log v + c - c\log AT = R\log p - C\log T + c - R\log R - c\log A.$$

Si l'on exprime le second membre en fonction des variables réduites de Van der Waals $x = \frac{T}{T_c}$, $z = \frac{p}{P_c}$, il vient

$$\frac{I}{T} = R\log z - C\log x + c - R\log R - c\left(\log A + \frac{C}{c}\log T_c - \frac{R}{c}\log P_c\right).$$

La loi sera satisfaite, si l'expression entre parenthèses du second membre a une même valeur pour tous les corps considérés. On peut désigner cette valeur par $\log a$, a étant une constante caractéristique du degré d'atomicité, ce qui donne

$$a = A\frac{T_c^m}{P_c^{m-1}} = T_c^m\left(\frac{Ke}{RP_c}\right)^{m-1}. \tag{7}$$

On aurait une preuve assez décisive de l'exactitude du principe de Van der Waals, si le contrôle de cette dernière formule par l'expérience venait à établir que la quantité a conserve sensiblement la même valeur pour tous les corps de même atomicité.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la *Section de Minéralogie*, en remplacement de M. *A. Lacroix*, élu Secrétaire perpétuel.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 42,

M. Haug	obtient	29 suffrages
M. Cayeux	»	10 »
M. Boule	»	3 »

M. **Haug**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation du Président de la République.

PLIS CACHETÉS.

M. **Jean Bouchon** demande l'ouverture de trois plis cachetés reçus dans les séances du 12 février et du 26 février 1917 et inscrits sous les n°s 8362, 8364, 8366.

Ces plis, ouverts en séance par M. le Président, contiennent diverses Notes relatives à des questions de Chirurgie.

(Renvoi à la Commission de Médecine et Chirurgie.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** donne la traduction de la lettre suivante de M. *J.-J. Thomson*. Président de la Royal Society, Correspondant de l'Académie :

Burlington House, London, W. March 14th 1917.

Dear Sir,

On behalf of the Council of the Royal Society, I beg to express their sympathy at the grievous loss the Académie des Sciences has sustained through the death of one of their permanent secretaries, M. Gaston Darboux. He was one of our most honoured foreign members, and only a few months ago the Royal Society gave expression to their appreciation of M. Darboux's scientific work by awarding him the Sylvester medal.

The Royal Society values most highly the friendly relations which have always existed between them and the Académie des Sciences, and acknowledge the debt they owe to M. Darboux in maintaining and promoting these relations not only in their official intercourse but also through the private friendship of individual members of the two scientific bodies. M. Darboux was always active in encouraging enterprises having for their object the scientific co-operation between different nations; he was a regular attendant at international meetings, where his tact, knowledge and experience have often helped to overcome difficulties, and to arrive at a friendly understanding.

I beg you to communicate to your Society the expression of regret which the Council of the Royal Society feels assured is shared by the great body of their Fellows.

I am, Dear Sir, very truly yours.

M. **Antonio Ròiti**, vice-président de l'Académie royale des *Lincei*; M. **A.-A. de Pina Vidal**, secrétaire général de l'Académie des Sciences de Lisbonne, adressent à l'Académie l'expression de leurs sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *G. Darboux*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Annales du Bureau central météorologique de France, publiées par A. Angot; année 1913, fascicule II : *Observations*.

M. **A. Angot**, M. **L. Monteil** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section de *Géographie et Navigation*.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur une nouvelle Table de diviseurs des nombres.* Note de M. **Ernest Lebon**.

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie des Sciences un complément à ma Note du 6 mars 1916 (t. 162, p. 346).

1. Je suppose construite la partie du Tableau -1 où, en face des caractéristiques allant de 2 à B, sont inscrits les facteurs premiers des nombres admettant ces caractéristiques.

Le produit des deux nombres $(\varepsilon'; -1)$ et $(\theta'; -1)$ du Tableau -1 est dans le Tableau 1 et il a pour caractéristique

$$K_{\varepsilon'\theta'} = B\varepsilon'\theta' - (\varepsilon' + \theta'). \tag{1}$$

Supposons que le produit $\varepsilon'\theta'$ soit $< B$.

K désignant une caractéristique $< B^2$ d'un nombre du Tableau 1; soient :

q le quotient par défaut $< B$ et r le reste obtenus en divisant K par B. On a

$$(2) \qquad K = Bq + r.$$

Dans le second membre de l'égalité (1), le terme $-(\varepsilon' + \theta')$ est négatif. Écrivant ainsi le second membre de l'égalité (2)

$$(2') \qquad K = B(q+1) - (B - r),$$

on peut identifier les égalités (1) et (2′), ce qui donne les équations

$$(3) \qquad \varepsilon'\theta' = q + 1, \qquad \varepsilon' + \theta' = B - r.$$

Les valeurs des inconnues ε' et θ' sont les racines de l'équation du second degré

$$(4) \qquad x^2 - (B - r)x + q + 1 = 0,$$

lorsque ces racines sont entières et positives, c'est-à-dire lorsque le discriminant est un carré entier positif.

Sans résoudre l'équation (4), on peut, du système (3), tirer les valeurs entières et positives de ε' et θ'. En effet, il est facile de décomposer, de toutes les manières possibles, $q + 1$ en groupes de deux facteurs entiers positifs. Si la somme de deux facteurs d'un groupe est égale à $B - r$, ces deux facteurs sont les valeurs de ε' et θ'.

Les facteurs premiers du nombre dont la caractéristique est K sont alors, dans le Tableau -1, aux caractéristiques ε' et θ'.

2. Par suite, *sans avoir, dans le Tableau* 1, *une caractéristique* K *et les facteurs premiers qui lui correspondent, on peut obtenir, dans le Tableau* -1, *des caractéristiques* ε' *et* θ' *qui donnent les facteurs premiers admis par les nombres qui conduisent à* K.

3. *Exemple.* — La base B étant égale à 30030, supposons que l'on ait, après avoir amené un nombre N dans le Tableau 1, obtenu

$$K = 20\,900\,827, \qquad q = 695; \qquad r = 29\,977.$$

Comme on ne peut décomposer q en deux facteurs dont la somme soit r, on forme

$$q + 1 = 696, \qquad B - r = 53;$$

alors on voit rapidement que l'on a les deux égalités

$$696 = 24 . 29 \qquad \text{et} \qquad 24 + 29 = 53;$$

d'où l'on conclut que N admet des facteurs premiers des nombres qui, dans le Tableau — 1, ont 24 et 29 pour caractéristiques. Or, en face de 24 et 29, il y a respectivement les produits

$$31.67.347 \quad \text{et} \quad 37.23537;$$

donc N admet des facteurs de ces produits (¹).

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la réduction des formes binaires de degré quelconque à coefficients et indéterminées réels ou complexes.* Note de M. **Gaston Julia**, présentée par M. Émile Picard.

Dans deux Notes précédentes (²) j'ai donné quelques remarques sur la méthode de réduction continuelle imaginée par Hermite pour les formes réelles, et sur une deuxième méthode qui la généralise pour les formes à coefficients et indéterminées complexes. Je voudrais ici montrer l'aide que la deuxième méthode apporte à la première.

Envisageons la forme à coefficients réels

$$(1) \qquad f(x, y) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} y + \ldots + a_n y^n$$

et, conjointement, l'équation

$$(1') \qquad f(z, 1) = a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \ldots + a_n = 0.$$

On peut supposer $a_0 \neq 0$.

(1′) a pour racines réelles $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\mu$; et pour couples de racines imaginaires conjuguées $(\beta_1, \beta'_1), \ldots, (\beta_\nu, \beta'_\nu)$. La méthode exposée dans la deuxième des Notes précédentes nous conduit à associer à (1) la forme d'Hermite définie suivante :

$$(2) \qquad \begin{aligned} \varphi &= \sum_{i=1}^{i=\mu} t_i^2\, \mathfrak{N}(x - \alpha_i y) + \sum_{k=1}^{k=\nu} u_k^2\, \mathfrak{N}(x - \beta_k y) + \sum_{k=1}^{k=\nu} u_k'^2\, \mathfrak{N}(x - \beta'_k y) \\ &= p x x' - q x y' - q' x' y + r y y'. \end{aligned}$$

Les t_i^2, u_k^2, $u_k'^2$ sont des paramètres positifs *arbitraires*. Si l'on fait varier les t_i^2, u_k^2, $u_k'^2$ de toutes les façons possibles, le point représentatif ζ de φ dans

(¹) Une Note contenant d'autres cas analogues sera bientôt publiée dans un autre Recueil.

(²) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 32 et p. 352.

le demi-espace $O\xi\eta\tau(z=\xi+i\eta,\ \tau>0)$ décrit le *domaine* D *associé à la forme f* par notre deuxième méthode. Mais f ayant ses coefficients réels, le *polyèdre non euclidien* D *est symétrique par rapport au plan* $O\xi\tau$. De plus si l'on marque dans le demi-plan $O\xi\tau$ les points dont les affixes par rapport aux axes $O\xi\tau$ sont précisément $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_\mu;\ \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_\nu$ ($\beta_1, \ldots, \beta_\nu$ sont supposés ici avoir leur partie imaginaire positive) *la section du polyèdre* D *par le plan* $O\xi\tau$ *sera le plus petit polygone convexe non euclidien contenant à son intérieur ou sur son périmètre tous les points précédents*. Ce sera donc le *polygone qu'on est conduit à associer à f par la méthode d'Hermite* quand on représente les racines de f dans le plan $O\xi\tau$ et non plus dans le plan $O\xi\eta$. Voici donc un premier lien qui rattache la méthode d'Hermite à celle qui fait l'objet de notre deuxième Note. Il y en a un second. Considérons l'expression θ dont le minimum nous fournira la correspondante de f,

$$(3)\qquad \theta=\frac{\mathfrak{N}(a_0)\,\delta^{\frac{n}{2}}}{t_1^2\ldots t_\mu^2 u_1^2 u_1'^2\ldots u_\nu^2 u_\nu'^2},\qquad n=\mu+2\nu,\qquad \delta=pr-qq',\qquad \mathfrak{N}(a_0)=a_0^2.$$

Il n'est pas difficile de reconnaître avant toutes choses que *le minimum de* θ *ne peut avoir lieu que si* $u_k^2=u_k'^2\ (k=1,2,\ldots,\nu)$. Il suffit de grouper dans la forme φ les termes en u_k^2 et $u_k'^2$,

$$\varphi=\sum_{i=1}^{\mu} t_i^2\,\mathfrak{N}(x-\alpha_i y)+\sum_{k=1}^{\nu}\left[u_k^2\,\mathfrak{N}(x-\beta_k y)+u_k'^2\,\mathfrak{N}(x-\beta_k' y)\right],$$

et l'étude de θ montre qu'une condition nécessaire au minimum est $u_k^2=u_k'^2$ quel que soit k. Mais alors il est visible que dans la forme φ, q et q' sont égaux et réels. D'ailleurs, si l'on suppose x et y réels, φ *se réduit visiblement dans ce cas à la forme* φ_1 *qu'Hermite associe à f*

$$\varphi_1=\sum_{i=1}^{\mu} t_i^2\,\mathfrak{N}(x-\alpha_i y)^2+2\sum_{k=1}^{\nu} u_k^2(x-\beta_k y)(x-\beta_k' y)=px^2-2qxy+ry^2.$$

La fonction θ *précédente* (3) *se réduit aussi à la fonction* θ *d'Hermite* puisque $\delta=pr-qq'=pr-q^2$, $\mathfrak{N}(a_0)=a_0^2$ et $u_k^2=u_k'^2\ (k=1,2,\ldots,\nu)$. Il est donc clair que la *correspondante associée à f* par notre deuxième méthode *devient la correspondante d'Hermite* lorsque f a ses coefficients réels : c'est-à-dire que son point représentatif ζ, dans le plan $O\xi\tau$, est exactement le même [1]

---

[1] La vérification est aisée à faire pour les formes cubiques et biquadratiques dont il a été donné, dans les deux Notes précédentes, des figurations géométriques simples pour les correspondantes.

que celui de la correspondante d'Hermite (la représentation, pour cette dernière, étant faite dans le demi-plan analytique $O\xi\tau$, au lieu du demi-plan $O\xi\eta$, comme il a été vu plus haut). Il convient enfin de remarquer : 1° que le demi-plan $O\xi\tau$ découpe, dans la division pentaédrique de l'espace, sa propre division modulaire; 2° que la substitution du groupe de Picard qui amène un point ζ du demi-plan $O\xi\tau$ dans le pentaèdre fondamental π_0, en conservant le demi-plan $O\xi\eta$ ($\eta > 0$), n'est autre que la *substitution modulaire à coefficients réels :*

$$\zeta = \frac{\alpha Z + \beta}{\gamma Z + \delta} \qquad (\alpha\delta - \beta\gamma = 1,\ \alpha, \beta, \gamma, \delta \text{ entiers réels}),$$

qui amène le point d'affixe ζ du demi-plan $O\xi\tau$, en Z, dans le domaine fondamental D_0 de la division modulaire de ce demi-plan.

Dès lors, il est clair que notre deuxième méthode fournit ici pour f les mêmes réduites que la méthode d'Hermite. Mais elle montre en outre pourquoi il faut choisir, pour la forme quadratique φ associée à f, des expressions *différentes selon les hypothèses qu'on fait sur la réalité des racines de f.* Toutes ces expressions différentes se ramènent en réalité à la *seule expression*

$$(2) \qquad \varphi = \sum_{i=1}^{n} t_i^2 N(x - z_i y) \qquad (\text{les } z_i \text{ étant les racines de } f),$$

où il faut supposer x et y réels.

De plus, la fonction θ *dont la valeur minimum est ce qu'on appelle le* déterminant *de f, et dont l'expression en fonction des racines change dans la méthode d'Hermite avec les hypothèses qu'on fait sur la réalité des racines de f*, reçoit avec notre deuxième méthode *une seule expression* (3) *en fonction des racines, quelles que soient les hypothèses précédentes*, et c'est la raison pour laquelle l'équation qui relie le déterminant de f aux coefficients de cette forme ne dépend nullement des hypothèses faites sur la réalité des racines, comme la définition de ce déterminant par la méthode d'Hermite pouvait *a priori* le faire croire. Hermite avait d'ailleurs constaté le fait précédent, comme l'attestent les lignes suivantes (*Œuvres*, t. 1, p. 92) : « On observe cette circonstance remarquable que, pour chaque degré, c'est toujours la même équation en D [1] qui vient s'offrir, bien que les calculs par lesquels on y arrive diffèrent beaucoup suivant le nombre des racines réelles et imaginaires; mais je n'ai pu jusqu'à présent découvrir la raison générale de ce fait important. »

[1] D est la racine carrée du déterminant.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions hyperfuchsiennes.* Note de M. **Georges Giraud**, présentée par M. Émile Picard.

1. Cherchons les groupes formés des substitutions qui conservent un point intérieur à l'hypersphère

$$xx_0 + yy_0 - zz_0 = 0, \tag{1}$$

conservée par les substitutions hyperfuchsiennes considérées. On ne diminue pas la généralité en supposant que le point fixe soit (o, o, 1). Les substitutions cherchées sont du type

$$(x, y, z;\ ax + by,\ cx + dy,\ ze^{i\theta});$$

les substitutions $[\xi, (a\xi + b) : (c\xi + d)]$ forment un groupe isomorphe au groupe cherché et formé d'un nombre fini de substitutions : c'est donc un groupe cyclique ou l'un des groupes du dièdre, du tétraèdre, du cube ou de l'icosaèdre. A la substitution unité de ce groupe correspond dans le groupe cherché les puissances d'une substitution $(x, y, z;\ xe^{i\theta}, ye^{i\theta}, ze^{-2i\theta})$, où $\theta : \pi$ est rationnel; la recherche se termine facilement.

2. Supposons qu'à un groupe hyperfuchsien G corresponde une fonction Θ ne pouvant se prolonger au delà de l'hypersphère. Admettons encore que le groupe G possède une *substitution elliptique à plan double pénétrant dans l'hypersphère* (¹)

$$(x, y, z;\ xe^{i\theta},\ ye^{-2i\theta},\ ze^{i\theta}). \tag{2}$$

Alors le plan double $y = 0$ est transformé en lui-même par une *infinité* de substitutions

$$(x, y, z;\ ax + bz,\ ye^{i\omega},\ cx + dz)$$

de G, de façon que les $[\xi, (a\xi + b) : (c\xi + d)]$ forment un groupe fuchsien Γ de la première, de la deuxième ou de la sixième famille de Poincaré. Le polyèdre fondamental de G formé par la méthode du rayonnement découpe sur $y = 0$ le polygone fondamental de Γ formé par la méthode du rayonnement. Pour $y = 0$, les fonctions hyperfuchsiennes se réduisent à des fonctions fuchsiennes. A $y = 0$ correspond pour le système d'équations aux dérivées partielles considéré dans la dernière Note que j'ai eu l'honneur

(¹) J'ai dû étudier complètement la classification indiquée par MM. Poincaré et Picard (*Comptes rendus*, t. 98, 1884, p. 349 et 416.

de présenter à l'Académie [1], une courbe singulière de genre p au maximum, si p est le genre de Γ. Un passage de cette Note semblait devoir faire exclure le cas de $p > 1$; mais on ne peut l'exclure que si G ne contient pas de substitutions telles que (2)

3. Considérons une courbe singulière; soient r_1, r_2, r_3 les racines de l'*équation déterminante*, dont la somme est *un*. Si ces racines sont distinctes, la courbe est unicursale; $r_1 - r_2$ et $r_1 - r_3$ sont des fractions irréductibles à numérateurs premiers entre eux; si ces racines sont toutes égales, la courbe est de genre *un* au plus, et une seule des trois intégrales fondamentales est logarithmique; si deux des trois racines sont égales, la troisième en différant de l'inverse d'un entier, la courbe est d'un genre quelconque et aucune intégrale n'est logarithmique.

4. Dans la méthode du rayonnement, la face qui sépare les polyèdres de centres (ξ, η, ζ) et (ξ', η', ζ') a pour équation

$$\text{norme}\,(x_0\xi + y_0\eta - z_0\zeta) - \text{norme}\,(x_0\xi' + y_0\eta' - z_0\zeta') = 0.$$

Le premier membre est une forme quadratique (a, a', a'', b, b', b'') à indéterminées conjuguées, de discriminant nul, et où $a + a' = a''$. Nous appellerons *faux-plan* une telle surface; le plan $ux + vy + wz = 0$, qui contient (ξ, η, ζ) et (ξ', η', ζ'), s'appellera la *polaire* du faux-plan. *Bornons-nous*, pour abréger, *aux cas qui se présentent dans la méthode du rayonnement :* 1° le faux-plan a un point double (α, β, γ) unique, extérieur à l'hypersphère (1); 2° le plan $\alpha x_0 + \beta y_0 - \gamma z_0 = 0$ n'est autre que la polaire.

5. Considérons maintenant un troisième centre (ξ'', η'', ζ''). Les trois faux-plans que ces centres déterminent deux à deux ont une arête commune A, à moins que deux quelconques d'entre eux ne se coupent pas.

1° Si les trois polaires sont confondues, A est un plan $ux + vy + wz = 0$, nommé *arête plane;* une infinité de faux-plans peuvent passer par A, mais tous ceux qui interviendront dans la méthode du rayonnement comme faces de polyèdres ayant comme arête une même portion de A ont même polaire. Les traces de ces faux-plans sur cette polaire sont des cercles dont les angles mutuels, au sens ordinaire, s'appelleront les *angles* de ces faux-plans. Dans un cycle d'arêtes de première sorte, la somme des angles doit être égale à $2\pi : q$, q étant entier.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 386).

2° Si les trois polaires de ces trois faux-plans ne sont pas confondues, A est une *arête gauche :* aucun autre faux-plan ne peut contenir A. Un cycle d'arêtes gauches comprend nécessairement trois arêtes; si l'on a écrit que les faces conjuguées sont *congruentes*, ces cycles ne donnent lieu à aucune condition supplémentaire. Mais, pour la congruence des faces conjuguées adjacentes aux trois arêtes, on peut indiquer tout de suite des conditions nécessaires. Il faut introduire une certaine géométrie non euclidienne à quatre dimensions, où, notamment, un triangle n'est plus déterminé par les longueurs de ses trois côtés : il faut y joindre ce qu'on peut appeler un des trois angles, en tout quatre éléments. La connaissance de deux faux-plans passant par une arête gauche suffit à faire connaître ces quatre éléments pour le triangle qui a pour sommets les trois centres des polyèdres adjacents à cette arête : ces quatre éléments doivent avoir les mêmes valeurs pour les deux autres arêtes du cycle.

Si un polyèdre satisfait aux conditions qui viennent d'être sommairement indiquées, c'est le polyèdre fondamental d'un groupe hyperfuchsien.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les sommes abéliennes de volumes coniques. Cas des cyclides.* Note (¹) de M. **A. Buhl**, présentée par M. G. Humbert.

Dans mon quatrième Mémoire (*Annales de la Faculté de Toulouse*, 1914) j'ai considéré un cône $O\Sigma$, de directrice fermée Σ quelconque, dans lequel la surface algébrique

$$\varphi_m + \varphi_{m-1} + \ldots + \varphi_0 = 0 \tag{1}$$

détermine, en général, m volumes coniques de somme algébrique

$$\sum \tau_i = \int\int_\sigma \left(-\frac{\varphi_{m-1}^3}{3\varphi_m^3} + \frac{\varphi_{m-1}\varphi_{m-2}}{\varphi_m^2} - \frac{\varphi_{m-3}}{\varphi_m} \right) (\alpha x + \beta y + \gamma z)\, d\sigma. \tag{2}$$

L'intégrale double suppose une cloison d'intégration σ, jetée de façon quelconque sur le contour fermé Σ; α, β, γ sont les cosinus dirigeant la normale à σ en $d\sigma$.

Cette intégrale double pourrait être variée quant à sa forme, notamment en prenant la cloison σ sur une des m nappes de (1), mais la forme (2) possède un avantage capital. Désignant par A toute la parenthèse en φ, je

(¹) Séance du 12 mars 1917.

puis poser

$$\Lambda = \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z},$$

et, d'après la formule de Stokes, j'ai immédiatement

$$\sum \tau_i = \int_\Sigma \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ x & y & z \\ F & G & H \end{vmatrix}.$$

Diverses surfaces (1) *peuvent avoir des* Λ *identiques*. Cette assertion évidente fait présager de nombreux théorèmes sur l'équivalence de sommes abéliennes de volumes coniques attachées à des surfaces différentes. De plus, on peut identifier (2) à des intégrales analogues, ayant une autre origine géométrique, d'où des comparaisons dont je n'indiquerai ici que des exemples très simples.

Soient des surfaces de centre O, c'est-à-dire telles que O soit centre des moyennes distances pour les m points d'intersection de la surface situés sur toute droite passant par O. Alors φ_{m-1} n'existe pas et (2) se réduit à

$$(3) \qquad \sum \tau_i = -\iint_\sigma \frac{\varphi_{m-3}}{\varphi_m}(\alpha x + \beta y + \gamma z)\, d\sigma.$$

Pour

$$\varphi_m = (x^2 + y^2 + z^2)^2 \qquad \text{et} \qquad \varphi_{m-3} = -4k^2(ax + by + cz),$$

l'égalité (3) se transforme en

$$\sum \tau_i = 2k^2 \int_\Sigma \frac{1}{x^2+y^2+z^2} \begin{vmatrix} dx & dy & dz \\ a & b & c \\ x & y & z \end{vmatrix} = k^2 \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{R}.$$

Telle est l'expression de la somme abélienne des volumes coniques de sommet O déterminés, dans le cône OΣ, par la *cyclide*

$$(x^2 + y^2 + z^2)^2 + 4h(Ax^2 + By^2 + Cz^2) - 4k^2(ax + \beta y + cz) + 4l^4 = 0.$$

Cette somme dépend de la différence des aires σ_2 et σ_1 découpées par OΣ sur la sphère (a, b, c, R). La dernière intégrale de ligne, formée par M. G. Humbert pour exprimer $\sigma_2 - \sigma_1$, reçoit donc ici une nouvelle interprétation.

Quant à la sphère (a, b, c, R) elle pourrait être remplacée par toute autre dont les coordonnées du centre seraient proportionnelles à a, b, c. Ainsi toutes les sphères qui, avec (a, b, c, R), coupent la cyclide sur une même

famille de quadriques [G. Humbert, *Sur les surfaces cyclides* (*Journal de l'École Polytechnique*, 1885, p. 135)], pourraient être substituées à (a, b, c, R).

Reprenons maintenant la réduction de (2) à la forme (3). Cette réduction est encore possible quand

$$\varphi_{m-1}^2 = 3\varphi_m\varphi_{m-2},$$

relation qui définit toute une nouvelle classe de surfaces aussi importantes que celles de centre O; son étude peut donner lieu à d'assez grands développements, car elle comprend autant de cas particuliers qu'il y a de manières de décomposer le second membre en facteurs distincts. Soit, parmi beaucoup d'autres décompositions possibles,

$$\varphi_{m-2} = \lambda_1^2\psi_{m-4}, \qquad \varphi_m = 3\mu_2^2\psi_{m-4}, \qquad \varphi_{m-1} = 3\lambda_1\mu_2\psi_{m-4},$$

λ_1 étant un facteur homogène du premier degré et μ_2 un facteur du second. On obtient ce théorème :

Pour les surfaces d'équation complète

$$(3\mu_2^2 + 3\lambda_1\mu_2 + \lambda_1^2)\psi_{m-4} + \varphi_{m-3} + \varphi_{m-4} + \ldots + \varphi_0 = 0,$$

comme pour les surfaces de centre O

$$3\mu_2^2\psi_{m-4} + \star + \theta_{m-2} + \varphi_{m-3} + \theta_{m-4} + \ldots + \theta_0 = 0,$$

on a

$$\sum z_i = -\frac{1}{3}\int\int_\sigma \frac{\varphi_{m-3}}{\mu_2^2\psi_{m-4}}(\alpha x + \beta y + \gamma z)\,d\sigma.$$

Les surfaces de centre O peuvent être identifiées aux cyclides déjà signalées et les surfaces associées, d'équation complète, sont d'autres cyclides, de centre différent O′, mais de somme abélienne équivalente pour les volumes coniques de même cône à sommet en O. Elles ont d'ailleurs, par rapport à O′, une somme conique en relation simple avec celle attachée à O, mais je dois me borner à promettre de développer tout ceci dans un cinquième Mémoire.

MÉCANIQUE. — *Variation systématique de la valeur de la force vive dans le choc élastique des corps.* Note de M. L. Hartmann.

Les résultats obtenus dans les recherches expérimentales, qui font l'objet de mes communications antérieures [1], entraînent de nombreuses conséquences, parmi lesquelles j'indiquerai d'abord les suivantes :

[1] *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 222 et 559; t. 164, 1917, p. 94. — Dans la première Note, page 224, ligne 20, *au lieu de* dans, *lire* dont. Dans la deuxième Note, page 559, ligne 11, *au lieu de* $\varphi = (1 - N)$, *lire* $\varphi = (1 - N)v$.

1° On sait qu'adoptant les idées émises par Huyghens et par Leibnitz, un grand nombre d'auteurs modernes [1] admettent que la force vive se conserve rigoureusement dans le choc élastique de tous les corps indistinctement, et que toute diminution survenue dans sa valeur est due à une déformation permanente des masses qui se rencontrent.

Cette hypothèse n'est pas exacte.

J'ai signalé, en effet, qu'alors que les déformations sont purement élastiques, la force vive initiale subit néanmoins, dans quelques conditions que le choc ait lieu, une diminution systématique, qui varie suivant la matière constitutive et la forme des masses employées; cette diminution atteint une valeur notable, quand les corps sont très déformables; par contre, elle est d'autant plus petite que la dureté des masses est plus grande, toutefois sans être jamais nulle.

Les formules trouvées pour les vitesses finales accusent, en outre, que la diminution de la force vive initiale n'implique nullement l'existence de déformations permanentes dont les masses seraient affectées.

Reportons-nous, par exemple, au cas de deux cylindres en acier, de masses m et m', dont l'un a une vitesse V, au moment où il rejoint l'autre, préalablement immobile.

Les vitesses effectives de ces cylindres, immédiatement après leur séparation, étant ψ et ψ', la diminution de la force vive est égale à

$$mV^2-(m\psi^2+m'\psi'^2);$$

d'après l'énoncé ci-dessus, cette diminution aurait pour cause une altération interne des cylindres, et ceux-ci, s'ils étaient parfaitement élastiques, devraient prendre des vitesses φ et φ', telles qu'on ait $mV^2=m\varphi^2+m'\varphi'^2$; dès lors, l'expression vraie de la diminution de la force vive serait

$$m\varphi^2-m\psi^2+m'\varphi'^2-m'\psi'^2,$$

le cylindre-marteau entrant dans cette diminution globale pour la quantité $m\varphi^2-m\psi^2$, et le cylindre-enclume pour la quantité $m'\varphi'^2-m'\psi'^2$.

Ces quantités, si elles représentaient des forces vives, perdues à l'état de mouvement et retrouvées sous une autre forme, devraient être toutes deux positives, quelles que soient les masses.

Or, si l'on désigne par N le rapport $\frac{2m'}{m+m'}$, on a vu que les forces

(1) Voir notamment E. MACH, *La Mécanique*, traduction de M. Émile Bertrand, p. 296 et suiv. Paris, 1904.

vives théoriques des cylindres, $m\varphi^2$ et $m'\varphi'^2$, sont égales à $(1-\mathrm{N})^2 m\mathrm{V}^2$ et $\frac{m}{m'}\mathrm{N}^2 m\mathrm{V}^2$ et que leurs forces vives effectives, $m\psi^2$ et $m'\psi'^2$, ont pour valeurs, de leur côté, $(1-n)^2 m\mathrm{V}^2$ et $\frac{m}{m'}n^2 m\mathrm{V}^2$, le nombre n étant toujours plus petit que N; d'où les relations

$$m\varphi^2 - m\psi^2 = (\mathrm{N}-n)(\mathrm{N}+n-2)m\mathrm{V}^2 \quad \text{et} \quad m'\varphi'^2 - m'\psi'^2 = \frac{m}{m'}(\mathrm{N}^2-n^2)m\mathrm{V}^2.$$

Par suite, la quantité $m'\varphi'^2 - m'\psi'^2$ est positive dans tous les cas, mais il en est autrement pour la quantité $m\varphi^2 - m\psi^2$, qui s'annule pour $\mathrm{N}+n=2$, c'est-à-dire quand la masse m' du cylindre-enclume a la valeur $m+\mu$, légèrement supérieure à la masse du cylindre-marteau, et qui, dans ces conditions, est positive ou négative, suivant que m' est supérieure ou inférieure à $m+\mu$.

Il en résulte que, lorsque le cylindre-enclume a une masse plus petite que $m+\mu$, on doit abandonner la conception d'après laquelle la force vive manquant après le choc dans le cylindre-marteau se trouverait compensée par une déformation permanente qui se produirait dans ce cylindre. Comme, d'ailleurs, cette équivalence, du moment qu'elle est irréalisable pour des valeurs déterminées du rapport des masses, ne saurait exister pour d'autres valeurs de ce même rapport, elle doit être rejetée aussi dans le cas où le cylindre-enclume a une masse supérieure à $m+\mu$, bien qu'alors la quantité $m\varphi^2 - m\psi^2$ soit positive.

L'expérience démontre ainsi, de la manière la plus certaine, que la force vive ne se conserve jamais dans le choc élastique, et que la diminution de sa valeur est indépendante de toute idée de déperdition provoquée par une déformation permanente des masses; ce qu'on peut dire seulement, c'est que, dans le cas des corps durs, la conservation de la force vive se trouve à peu près vérifiée.

Ce cas particulier est le seul qui ait été envisagé dans les quelques essais effectués autrefois pour établir les lois du choc, et l'on en a déduit le principe actuel de la conservation rigoureuse de la force vive, grâce à deux hypothèses tacites, dont l'inexactitude ressort de ce qui précède.

D'abord, par une généralisation, dont il n'y a d'exemple pour aucun autre phénomène naturel, on a étendu à tous les corps, sans distinction, les résultats afférents aux corps peu déformables. En second lieu, la faible valeur qu'acquiert alors la diminution de la force vive a été interprétée comme signifiant que cette diminution serait nulle, si une cause n'intervenait pour la faire naître.

2° Les perfectionnements apportés aux moyens d'observation ont conduit divers expérimentateurs à reconnaître, depuis quelque temps déjà, la non-conformité des formules classiques du choc avec les faits [1]. Mais, malgré cette constatation, on n'en a pas moins continué à regarder la force vive comme ayant la même valeur avant le commencement, et après la fin du contact; on a supposé, à cet effet, que les phénomènes qui accompagnent la déformation élastique absorberaient une quantité de force vive précisément égale à la différence entre la force vive initiale et la force vive restante, de sorte que la première se retrouverait intégralement dans la somme de la seconde et de la force vive absorbée.

Cette interprétation des effets du choc n'est pas plus acceptable que la précédente, dont elle ne diffère que par la cause physique à laquelle la diminution de la force vive est attribuée.

Le principe de la conservation étant pris pour point de départ, comme dans le premier énoncé, les forces vives manquant après le choc dans les deux masses sont exprimées, cette fois encore, par les quantités $m\varphi^2 - m\psi^2$ et $m'\varphi'^2 - m'\psi'^2$, dont l'une est toujours positive, mais dont l'autre est positive, nulle ou négative suivant la valeur relative des masses. En raison du caractère négatif que présente ainsi, dans certains cas, l'une de ces quantités, on n'est pas en droit, non plus, d'établir une corrélation entre la diminution de la force vive de l'ensemble des deux masses et leurs manifestations élastiques.

PHYSIQUE. — *Chaleurs de vaporisation et pressions maxima des vapeurs.* Note de M. **A. Leduc**, présentée par M. J. Violle.

La méthode que j'ai décrite [2] pour calculer le rapport γ des deux chaleurs spécifiques principales des vapeurs suppose connues avec une assez grande exactitude les expressions $\frac{1}{F}\frac{dF}{dT}$ et $\frac{L}{T} - \frac{dQ}{dT}$. Nous ne possédons malheureusement qu'un petit nombre de séries d'expériences précises relatives, tant à la pression maxima F qu'à la chaleur latente de vaporisation L ou à la chaleur totale Q.

Je me suis proposé de confronter les valeurs de L et de $\frac{dF}{dT}$ relatives au

---

(1) de Maupeou d'Ableiges, *Les théories du choc et l'expérience*. Paris, 1903.

(2) *Méthode des cycles* (*Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1752; t. 153, 1911, p. 51; t. 154, 1912, p. 812; *Ann. de Chimie et de Phys.*, 8e série, t. 28, p. 577).

même corps, mais obtenues en général par des expérimentateurs différents, au moyen de la formule de Clapeyron-Thomson,

$$L = \frac{T}{J}(u' - u)\frac{dF}{dT},$$

qui devient, en remplaçant u' par sa valeur tirée de ma formule $MFu' = RT\varphi$,

$$L = \frac{RT^2}{JM}\varphi\left(1 - \frac{u}{u'}\right)\frac{1}{F}\frac{dF}{dT}. \tag{1}$$

Mes formules empiriques permettent de calculer φ et par suite u' à un ou deux millièmes près dans le cas le plus défavorable, et à quelques dix-millièmes près en général, c'est-à-dire avec une précision surabondante.

Éther. — Prenons par exemple l'éther, dont la pression maxima, étudiée par Young et Ramsay [1], est bien représentée entre 0° et 60° par

$$\log F = 1,26694 + 207.10^{-4}.t - 94.10^{-6}.t^2 + 31.10^{-8}.t^3. \tag{2}$$

On en déduit

$$\frac{1}{F}\frac{dF}{dT} = 2,3026(207.10^{-4} - 188.10^{-6}.t + 93.10^{-8}.t^2). \tag{3}$$

Le Tableau ci-dessous donne, à côté des valeurs calculées avec

$$\frac{R}{J} = 1,988 \quad \text{et} \quad M = 74,09,$$

les valeurs expérimentales d'après la formule de Winkelmann [2] :

t.	φ.	u'.	$\frac{1}{F}\frac{dF}{dT}$.	L (calc.).	L' (exp.).	Écart pour 100.
10°.......	0,9771	798,5	0,04355	91,24	92,37	+1,2
30.......	0,9595	377,8	0,03660	86,15	89,80	+4,2
50.......	0,9343	199,3	0,03137	81,46	86,83	+6,6

On voit que les nombres de Winkelmann sont notablement trop élevés si les valeurs de $\frac{1}{F}\frac{dF}{dT}$ sont sensiblement exactes. *Les valeurs de* L' *à* 30° *et*

(1) *Phil. Trans.*, t. 178, 1887.
(2) *Wiedemann's Ann.*, t. 9, 1880, p. 208,

à 50° sont précisément celles qu'on obtiendrait en supposant que la vapeur saturante d'éther se conduisît comme gaz parfait!

Regnault avait trouvé à 30° : $90^{cal},5$, encore plus inconciliable avec les pressions maxima de Young et Ramsay.

Enfin M. Perot (*Thèse*, 1887) trouve à cette même température $91^{cal},5$, dont l'erreur dépasse 6 pour 100 si nos données sont exactes. Ajoutons qu'il trouve, en même temps, $\frac{dF}{dT} = 2^{cm},3584$ au lieu de 2,372, et $u' = 400^{cm^3}$ au lieu de 378 (autre erreur voisine de 6 pour 100), de sorte que, par suite de la compensation particulièrement heureuse des erreurs, la valeur de l'équivalent mécanique J obtenue n'est inférieure que de 0,5 pour 100 à celle considérée comme exacte aujourd'hui.

Quoi qu'il en soit, en présence de pareils écarts, on peut se demander si une part importante de l'erreur ne peut pas être imputée à $\frac{dF}{dT}$. J'ai montré [1], en effet, que l'erreur sur cette dérivée peut atteindre 1 pour 100, même pour la vapeur d'eau à 100°, c'est-à-dire pour le corps le plus étudié, le plus facile à se procurer abondamment à l'état de pureté, et à la température la plus facile à maintenir constante. Il se pourrait donc que, pour un autre corps, dans des conditions quelconques, l'erreur atteignît par exemple 2 pour 100. Mais il faut remarquer que

$$F_{T_1} = F_{T_0} + \int_{T_0}^{T_1} \frac{dF}{dT} dT. \tag{4}$$

Si donc les valeurs de F aux températures limites des expériences T_0 et T_1 sont convenablement déterminées, il en résulte que les valeurs calculées de $\frac{dF}{dT}$ sont tantôt par excès, tantôt par défaut. Les valeurs calculées de L doivent donc être aussi tantôt trop faibles, tantôt trop fortes. Or ce n'est pas ce qui arrive ici. Je considère donc comme certain que la majeure partie de l'écart à 30° et à 50° est due à l'erreur sur L'. Il faut d'ailleurs reconnaître que cette détermination de L' est hérissée de difficultés, même à la température d'ébullition normale.

Enfin on peut se demander si les divers expérimentateurs ont bien opéré sur le même corps, c'est-à-dire sur l'éther pur et anhydre.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 144, 1917, p. 1259. A 100°, $\frac{dF}{dT}$ est sensiblement mesuré par 27^{mm} de mercure, et non $27^{mm},25$ calculé par Broch d'après Regnault.

Benzène. — Les mêmes calculs effectués sur le *benzène* donnent les résultats suivants, dont je rapproche les données expérimentales de Regnault :

t.	L (calc.).	L' (expér.).	Écart pour 100.
60°	97,98	99,48	+1,5
80	94,24	94,16	—0,1
100	90,62	87,90	—3,1

Le résultat obtenu à la température d'ébullition sous la pression atmosphérique est parfaitement d'accord avec celui de Regnault; car on ne saurait prétendre à déterminer ou à calculer L à $\frac{1}{1000}$ près. Les écarts à 60° et à 100°, plus faibles que dans le cas de l'éther, étant de signes contraires, la remarque faite au sujet de l'équation (4) nous permet d'imputer, cette fois, une part importante de ces écarts à $\frac{dF}{dT}$.

ART VÉTÉRINAIRE. — *Traitement de la lymphangite ulcéreuse du cheval par la bactériothérapie.* Note de M. C. TRUCHE, présentée par M. Laveran.

Ainsi que dans toutes les guerres, les chevaux de notre cavalerie ont été fort éprouvés par les épidémies dans la guerre actuelle.

Grâce au dévouement et à la science de nos vétérinaires, on est arrivé à juguler la plus redoutable de ces maladies, la morve.

Mais il est d'autres affections, moins graves en apparence, qui se sont généralisées dans nos effectifs, apportant ainsi un trouble sérieux dans le service, nous voulons parler des lymphangites.

Ces affections immobilisent les animaux pour de longs mois, nécessitent des soins continuels, laissent quelquefois des tares fonctionnelles très graves, pouvant même conduire à l'abatage.

Deux formes principales sont connues actuellement : la lymphangite épizootique ou à cryptocoque et la lymphangite ulcéreuse.

La première a été importée en France par les chevaux venus de l'Afrique du Nord, c'est presque une nouveauté pour nous.

La deuxième est bien connue dans nos régions, surtout depuis les travaux de Preisz et de Nocard qui ont découvert simultanément le bacille et fait connaître les différentes modalités des affections qui en relèvent.

Elle atteint tous nos animaux domestiques, ainsi que l'ont établi les travaux de Carré, Panisset, M. Nicolle, Loiseau et Forgeot, Forgeot et Césari.

Le bacille de Preisz-Nocard ressemble morphologiquement au bacille diphtérique. Il donne comme lui une toxine, pousse en voile sur le bouillon Martin et son milieu d'élection pour l'isolement est le sérum coagulé. Cependant, après quelques repiquages, il s'entraîne facilement à donner de belles cultures sur gélose-pomme de terre.

Amené par d'autres recherches à étudier les propriétés des microbes tués par le mélange alcool-éther, nous avons pensé qu'il serait peut-être intéressant d'essayer leur action bactériothérapique dans la lymphangite ulcéreuse.

Bien nous en a pris, car les résultats obtenus jusqu'à présent nous paraissent encourageants.

On ensemence des boîtes de Roux avec les bacilles cultivés sur sérum coagulé. La récolte sur la gélose-pomme de terre des boîtes est émulsionnée, après 24 heures d'étuve à 37°, dans de l'eau physiologique. On centrifuge à l'appareil de Jouan et l'on tue les germes en ajoutant parties égales d'alcool et d'éther. On laisse en contact une nuit, après quoi on décante et l'on dessèche à l'étuve ou au vide sulfurique.

On constitue ainsi une notable provision de microbes qui permet de préparer le vaccin au fur et à mesure des besoins. Pour ce faire, on émulsionne la poudre ainsi obtenue avec de l'eau physiologique, on chauffe 2 minutes à 100° et c'est cette émulsion qu'on injecte au cheval sous la peau de l'encolure.

L'injection est bien supportée, la réaction thermique est très faible 0°,5 à 1°; la réaction générale est nulle, l'appétit est conservé et toutes les autres fonctions restent normales.

Il se forme un petit œdème au point d'inoculation, mais il disparaît en 1 ou 2 jours. Le nombre d'injections nécessaire est variable, suivant la gravité et l'ancienneté de l'infection : en général deux à trois suffisent, une quatrième est parfois nécessaire, mais rarement.

Les soins locaux ne sont pas exclus et consistent en lavages antiseptiques et badigeonnages à la teinture d'iode.

Dès la première injection, vers le quatrième jour on voit les boutons se dessécher et les cordes s'affaisser. Après les deuxième et troisième inoculations l'amélioration, est manifeste, le membre reprend sa mobilité et la peau redevient normale.

Souvent après les traitements habituels on obtenait une apparence de guérison, puis au bout de quelque temps survenaient des récidives. Chez les animaux guéris depuis des mois (un même depuis 1 an) grâce au traite-

ment bactériothérapique, aucun fait de ce genre ne s'est produit. De plus on n'a jamais de ces « grosses jambes » (éléphantiasis) qui restaient une grande gêne pour les animaux. Les sujets que nous avons traités et guéris font à Paris un service de voitures de place très pénible, sans aucune trace de leur ancienne affection.

En résumé, nous avons là un traitement simple, pratique, peu coûteux qui permettra de libérer nos hôpitaux vétérinaires d'un grand nombre d'indisponibles qui sont une réelle charge pour le budget.

CHIRURGIE. — *Sur un traitement des plaies infectées.*
Note de M. **Ratynski**, présentée par M. Dastre.

I. Depuis le mois de mai 1916, nous avons employé méthodiquement les préparations savonneuses, par lavages et par applications de pansements rendus poreux par la mousse, au traitement des plaies de guerre infectées. Les brûlures larges, les grands délabrements anfractueux, les écrasements, arrachements, fractures compliquées, les arthrites ouvertes, les suites opératoires de débridements, d'amputations, de résections, ont été soumis, dans notre service, aux irrigations et pansements savonneux.

Résultats : 1° chute de l'hyperthermie; 2° détersion équivalant à la meilleure toilette opératoire en 4 ou 6 jours; 3° sédation de la douleur dès les premières applications; 4° enfin, l'œdème, les lymphangites, les réactions inflammatoires périphériques disparaissent, la plaie prend un aspect sain, la cicatrisation et la guérison suivent rapidement.

II. L'étude des savons au point de vue de leur pouvoir antiseptique a fait l'objet de nombreux travaux qui manquent de précision et de concordance dans les résultats, parce que les conditions expérimentales ont été mal déterminées, les auteurs n'ayant pas fait connaître la composition chimique des produits employés [1].

---

[1] Koch crut avoir démontré que si le savon paraît très bactéricide pour le bacille du charbon, il est au contraire absolument impuissant contre le bacille typhique et le bacille du choléra; les résultats de ces expériences furent en partie confirmés par Di Mattee, mais en partie combattus par les observations de Nyland, de Max Iolles; les travaux de Behring, les recherches de Reythoffer et de Riodet sur ces mêmes bacilles, le *Bacterium coli* et les staphylocoques ont fixé la durée de résistance de ces divers bacilles qui est fonction de la concentration, de la composition chimique des solutions de savon, et en particulier de leur teneur en alcali.

La conclusion de cet ensemble d'expériences est que le savon présente vis-à-vis des germes qui nous intéressent un pouvoir bactéricide faible.

III. Les exsudats des plaies de guerre après lavages et irrigations et les compresses des pansements se montrent assez riches en nombre de germes, mais pauvres en espèces. Nous n'avons pu isoler que rarement le staphylocoque ou le *B. coli*, exceptionnellement le protéus; nous avons, par contre, toujours trouvé le B. pyocyanique en prédominance marquée et parfois exclusive; en particulier, à la surface même de la plaie, on ne retrouve que le pyocyanique.

Nous avons étudié la solution du savon que nous employons comme milieu de culture et comme bactéricide. La solution par elle-même est stérile et reste stérile. En l'ensemençant avec du *B. coli*, du staphylocoque *amens* du B. typhique, du B. pyocyanique, du protéus, du pus ordinaire, les cultures apparaissent plus ou moins abondantes; les microorganismes de l'eau de Seine ensemencée, non plus que le staphylocoque, ne cultivent pas.

Nous considérons donc comme très faible ou presque nul le pouvoir bactéricide de notre savon sur les germes pyogènes; il ne s'exerce sensiblement que sur les microbes fragiles, comme le staphylocoque, ou sur les milieux ne renfermant qu'un petit nombre de germes, bien dissociés, tels que l'eau de Seine.

IV. Et cependant, dans l'ordre clinique, cette absence de pouvoir antiseptique n'a pas d'inconvénient au point de vue de l'évolution et de la guérison des plaies qui guérissent rapidement sans phénomène septique d'aucune sorte.

C'est qu'il existe dans les plaies de guerre une double source d'empoisonnement pour l'organisme : la prolifération des germes septiques d'une part, et la putréfaction des tissus lésés d'autre part.

Le véritable danger vient de la plaie elle-même autant et plus même que du micro-organisme qui l'habite; ce danger étant démasqué et admis, les efforts du chirurgien doivent avoir pour but de le combattre.

V. Il faut donc nettoyer la plaie plutôt encore que la désinfecter ou la stériliser et, avant tout, la débarrasser de ses débris putréfiés, de ses albumines frappés de nécrobiose, qui empoisonnent l'organisme par leurs produits (cénotoxie de Weinberg).

D'ailleurs ces produits offrent aux bactéries les meilleures conditions de

prolifération et de protection. Toutes les ressources de la thérapeutique doivent tendre vers ce but : activer la lyse, la destruction et l'élimination des produits nécrobiotiques plutôt que de s'acharner contre le microbe.

On comprend ainsi l'utilité d'un agent thérapeutique qui, par son action physico-chimique, puisse attaquer, dissocier, désagréger ou détruire les albumines décomposées. Les solutions alcalines répondent à ces desiderata; les résultats chimiques, que nous avons obtenus par l'emploi des solutions savonneuses, nous ont convaincus qu'elles jouissent de propriétés de nettoyage incomparables.

Grâce à M. Bonjean, chimiste-chef du laboratoire et Membre du Conseil supérieur d'Hygiène, nous avons pu reconnaître que nos solutions ne sont ni irritantes ni agressives pour les tissus vivants, qu'elles sont sycophylactiques; qu'elles ne coagulent pas le sang, qu'elles dissolvent et fluidifient les caillots, qu'elles dissocient les débris de tissus sphacelés, même durcis, et qu'enfin elles forment avec le pus une viscosité filante, glaireuse.

Toutes ces constatations expliquent le mécanisme de l'élimination par les lavages avec solution de savon.

Mais un phénomène de dialyse que nous avons constaté expérimentalement, intervient aussi; le savon, en présence des tissus sains, ou en réaction congestive, fait appel au sel du sérum sanguin et établit ainsi un courant exosmotique, une sorte de drainage du dedans au dehors, d'humeurs qui, en outre de l'action mécanique qu'elles exercent, jouissent vraisemblablement de facultés bactéricides.

Enfin, l'expérience nous a montré que sous l'effet de l'acide carbonique de l'organisme, émanant de la région congestionnée phériphérique, au contact intime des tissus de la plaie, la matière grasse du savon est mise en liberté à l'état colloïdal et contribue à l'action détersive du savon et aussi à la sédation de la douleur.

VI. Dans divers Mémoires, nous avons développé les renseignements relatifs à la composition chimique des savons dont l'emploi donne les meilleurs résultats, les méthodes employées pour en préparer des solutions aseptiques, la description des compresses savonneuses de pansement, la technique de la méthode, la description des expériences, et enfin les principales observations que nous avons recueillies.

La simplicité de toute cette technique et de la méthode elle-même, qui est une des conditions primordiales du succès, explique en partie les

résultats obtenus ; nous nous estimerons heureux si nous avons pu répondre, même dans une faible mesure, à cet appel de M. Dastre : « Le plus grand progrès que pourra réaliser le chirurgien d'armée sera le pansement précoce, ou plutôt le nettoyage opératoire précoce des plaies. Une organisation qui réaliserait cette rapidité d'intervention rendrait des services incalculables. »

M. Albert Nodon adresse une Note intitulée : *Observations sur la période froide de janvier-février* 1917.

M. G.-H. Niewenglowski adresse un Note intitulée : *Imperméabilisation rapide et économique des vêtements et chaussures militaires*. (Présenté par M. Dastre, en la séance du 5 mars 1917.)

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et quart.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE DÉCEMBRE 1916 (*suite et fin*).

Albert de Saint-Germain, doyen de la Faculté des Sciences de l'Université de Caen (1839-1914), par EDMOND VILLEY. Extrait des *Mémoires de l'Académie nationale des sciences, arts et belles-lettres de Caen* (1916). 1 fasc. in-8°.

Annales de l'Institut océanographique, t. VII, fasc. VI : *La larve de l'*Ostrea eudlis *L.*, par J.-L. DANTAN. Paris, Masson, 1916; 1 fasc. in-4°.

L'expédition scientifique pour l'exploration des pêcheries de la côte mourmane. Recherches sur les microbes de l'océan glacial arctique, par B.-L. ISSATCHENKO. Petrograd, 1914; 1 vol. in-4°. (Ouvrage écrit en langue russe.)

Abbozzi di filosofia umana, par NATALE CIFARELLI. Bari, Società barese, 1913; 1 vol. in-8°.

Rapport sommaire de la division des mines du Ministère des Mines pour l'année terminée le 31 *décembre* 1914. Ottawa, J. de L. Taché, 1916; 1 vol. in-8°.

Canada, Ministère des Mines, division des mines. *Rapport sur les pierres de construction et d'ornement du Canada;* Vol. III : *Province de Québec*, par WM A. PARKS. Ottawa, Imprimerie du Gouvernement, 1916; 1 vol. in-8°.

Canada, Ministère des Mines, Geological Survey. Memoir 86 : *Iroquois Foods and Food Preparation*, by F. W. WAUGH; — Memoir 90 : *Time Perspective in Aboriginal american Culture, a Study in Method*, by E. SAPIR. Ottawa, Government Printing Bureau, 1916; 2 vol. in-8°.

A numerical classification of photography. Issued by the research laboratory Eastman Kodak Co. Rochester, N. Y., 1916; 1 fasc.

El Colargol en las infecciones graves de la infancia; — Tratamiento medico de la paralisis infantil, por el Dr GENARO GIACOBINI. Buenos-Aires, José Tragant, 1916; 2 fasc. in-4°.

Catalogue des écrits académiques suisses, 1914-1915 et 1915-1916. Basel, Schweighauserische Buchdruckerei, 1915 et 1916; 2 fasc. in-8°.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE JANVIER 1917.

Beiträge zur geologischen Karte der Schweiz; neue Folge, XLVI. Lieferung, des ganzen Werkes 76. Lieferung, I. Abteilung : *Zur Tektonik der südöstlichen Schweizeralpen*, von RUDOLF STAUB. Bern, Francke, 1916; 1 fasc. in-4°. (Présenté par M. Pierre Termier.)

Études de Lépidoptérologie comparée, par CHARLES OBERTHÜR, fasc. XII (texte) et fasc. XII (2e partie) (planches). Rennes, Oberthür, 1916; 2 vol. in-8°. (Présenté par M. Bouvier.)

Nye basismaalinger i Danmark, udgivet af V. H. O. MADSEN, bearbejdet af M. J. SAND. Copenhague, Bianco Lunos, 1916; 1 vol. in-4°. (Présenté par M. Lallemand.)

Résultats des campagnes scientifiques, accomplies sur son yacht par Albert Ier, prince souverain de Monaco, publiés sous la direction et avec le concours de M. Jules Richard; fasc. XLVIII : *Annélides polychètes pélagiques provenant des campagnes des yachts « Hirondelle » et « Princesse-Alice »* (1885-1910), par PIERRE FAUVEL; — fasc. XLIX : *Chétognathes provenant des campagnes des yachts « Hirondelle » et « Princesse-Alice »* (1885-1910), par L. GERMAIN et L. JOUBIN. Imprimerie de Monaco, 1916; 2 vol. in-4°. (Présenté par S. A. S. le prince de Monaco.)

Estudos de análise espectral realizado sôbre os minerais de urânio e de zircónio portuguêses, por ANTÓNIO-AUGUSTO-ALVARES PEREIRA DE SAMPAIO FORJAZ PIMENTEL. Separata dos Arquivos da Universidade de Lisboa, vol. III. Lisboa, 1916; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. de Gramont.)

The organism as a whole, by JACQUES LOEB. New-York-London, Putnam's Sons, 1916; 1 vol. in-8°.

Jac. Berzelius bref, II : 2, publiées au nom de l'Académie royale des Sciences de Suède, par H. G. SÖDERBAUM. Tome V : *Correspondance entre Berzelius et G. J. Mulder* (1834-1847). Upsala, Almquist et Wiksells, 1916; 1 vol. in-8°.

Philosophie des structures dans l'architecture et dans l'art de l'ingénieur, par FÉLIX CARDELLACH, traduit de l'espagnol par LÉON JAUSSELY. Paris, Dunod et Pinat, 1914; 1 vol. in-8°.

Le sol et les populations de la Lorraine et des Ardennes, par le commandant CHENET. Paris, Édouard Champion, 1916; 1 vol. in-8°.

Leçons sur les fonctions elliptiques en vue de leurs applications, par R. DE MONTESSUS DE BALLORE. Paris, Gauthier-Villars, 1917; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Appell.)

Étude sur la chronologie assyro-babylonienne, par M. D. SIDERSKY. Extrait des Mémoires présentés par divers savants à l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, t. XIII. Paris, Imprimerie nationale, 1916; 1 fasc. in-4°.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 MARS 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. *Haug* pour occuper, dans la Section de Minéralogie, la place vacante par suite de l'élection de M. *A. Lacroix* aux fonctions de Secrétaire perpétuel.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Haug** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Secrétaire perpétuel** présente à l'Académie le Tome VII, années 1820-1823, des *Procès-verbaux des séances de l'Académie tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août* 1835, publiés, conformément à une décision de l'Académie, par MM. les Secrétaires perpétuels. Ce volume sera mis en distribution au secrétariat dès que celui-ci en aura reçu livraison.

COMMISSIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'une Commission de six Membres de la Division des Sciences mathématiques qui, sous la présidence de M. le Président, formera une liste de candidats à la place de Secrétaire perpétuel, vacante par suite de la mort de M. *G. Darboux*.

Au premier tour de scrutin,

MM. **Jordan**, **Grandidier**, **Boussinesq**, **Appell**, **Violle**, **Bigourdan** réunissent la majorité des suffrages.

RAPPORTS.

Rapport sommaire présenté, au nom de la Commission de Balistique,
par M. **P. Appell.**

L'Académie a reçu aux dates ci-dessous indiquées et a renvoyé à la Commission les travaux suivants :

1° M. le *Capitaine Parodi.* — Deux Notes sur une nouvelle méthode d'intégration mécanique de l'équation balistique. (8 février 1917.)

2° M. *Kampé de Fériet.* — Calcul des coefficients différentiels en un point d'une trajectoire. (17 février 1917.)

3° M. *Haag.* — Trois Notes sur un sujet analogue. (18 février 1917.)

4° M. *Marcel Saint-Léon.* — Note sur un projet de projectile. (21 février 1917.)

5° M. *Drach.* — Mémoire sur l'équation différentielle de la balistique extérieure et son intégration par quadratures. (5 mars 1917.)

6° M. *Arnaud Denjoy.* — Sur l'équation de la balistique extérieure. (6 mars 1917.)

En raison des circonstances actuelles, la publication de ces Notes doit être différée.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** donne lecture d'une lettre de M. le *Sous-Secrétaire d'État des Beaux-Arts*, adressant à l'Académie, à l'occasion du Rapport fait par M. Le Chatelier au nom de la Commission d'action extérieure (séance du 13 novembre 1916), deux Notes de M. **Émile Bourgeois**, directeur de la Manufacture de Sèvres.

Dans ces documents, sont exposées les méthodes employées à la Manufacture nationale pour observer la température des fours à l'aide de montres fusibles et de pyromètres. Il y est indiqué, en outre, que depuis le 8 décembre 1915, la Manufacture entreprend pour le public des contrôles de montres fusibles; 2103 essais de ce genre ont été effectués entre cette date et le 30 novembre 1916.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau, au nom de M. le *Ministre de l'Instruction publique*, la troisième livraison de la *Bibliographie des travaux scientifiques* (*Sciences mathématiques, physiques et naturelles*) *publiés par les Sociétés savantes de la France, depuis l'origine jusqu'en* 1888; par M. J. Deniker.

Ce fascicule termine le Tome I d'une publication entreprise en 1888 par le Ministère de l'Instruction publique, sur l'instigation de notre Confrère Alphonse Milne-Edwards et interrompue depuis de longues années. Elle vient d'être reprise, grâce à M. L. Poincaré, directeur de l'Enseignement supérieur. Elle sera désormais poursuivie d'une façon active.

Le but de cette œuvre est d'établir l'inventaire non seulement de tous les travaux scientifiques parus dans les Recueils des Sociétés purement scientifiques de Paris et de la province, mais aussi de ceux épars dans les publications des Sociétés — et elles sont nombreuses dans les départements — ne publiant qu'accidentellement des travaux de cet ordre. A peine est-il besoin d'insister sur l'intérêt que présente un inventaire de ce genre.

Les Sociétés sont passées par ordre alphabétique de départements; le présent fascicule débute par la fin du département de la Loire-Inférieure et se termine par celui de l'Orne.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Ministère de l'Agriculture. Direction générale des Eaux et Forêts. *Service des grandes forces hydrauliques* (*Région des Alpes*) : *Comptes rendus et résultats des études et travaux au* 31 *décembre* 1915. Tome VII et Annexe.

M. **Édouard Perrin** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section de *Géographie et Navigation*.

M. **Nageotte** adresse des remercîments pour la subvention que l'Académie a accordée au *Laboratoire d'Histologie comparée du Collège de France*, sur la *Fondation Loutreuil*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les hypersurfaces déformables dans un espace euclidien réel à n (>3) dimensions.* Note [1] de M. E. BOMPIANI.

1. M. Cartan vient de publier un Mémoire [2] sur l'objet indiqué, qui me donne l'occasion d'ajouter quelques mots sur le côté géométrique de la question.

Il y a déjà une bibliographie assez intéressante, bien que pas très vaste, sur les hypersurfaces déformables. Après la constatation négative de M. Killing [3] sur l'indéformabilité en général, des résultats positifs ont été obtenus par MM. Fr. Schur [4], Bianchi [5] et Sbrana [6]. Celui-ci trouva que, omis les cas les plus évidents, les v_{n-1} déformables de $S_n (n>3)$ contiennent ∞^2 S_{n-3} et sont de deux espèces :

a. Hypersurfaces dont la déformation se reporte à l'intégration d'une équation de Moutard $\frac{\partial^2 f}{\partial u\,\partial v}+\gamma f=0$ avec un groupe de n solutions quadratiques; ces hypersurfaces admettent ∞^1 déformées qui dépendent d'une quadrature ;

b. Hypersurfaces qui admettent une seule déformée : elles dépendent d'une (particulière) équation de Laplace.

C'est la classification retrouvée (omis les cas simples) par M. Cartan.

M. Sbrana démontra aussi que pour $n=4, 5, 6$, les ∞^2 S_{n-3} de V_{n-1} sont osculateurs à deux différents systèmes de courbes appartenant à deux réseaux conjugués qui se conservent tels après la déformation de V_{n-1}.

On était encore bien loin d'avoir un théorème général sur les V_{n-1} déformables et l'on ne pouvait pas dire si l'applicabilité des surfaces focales était nécessaire et suffisante (et elle ne l'est pas, pour $n>4$) pour la déformation de V_{n-1}.

2. Par les méthodes projectives et l'interprétation géométrique des sys-

---

(1) Séance du 12 mars 1917.

(2) *Bull. Soc. mathém.*, t. 44, 1916, p. 65.

(3) *Die Nicht-Euklidischen Raumformen in analytischer Behandlung* (Teubner, 1885). Voir aussi BIANCHI, *Lezioni di Geometria Differenziale* (Pisa, 1902).

(4) *Mathem. Annalen*, Band 28, 1886, p. 343.

(5) *Memorie Soc. ital. delle Scienze*, t. 18, 1905, p. 261.

(6) *Rend. Circolo matem. di Palermo*, t. 32, 1909, p. 1, et *Annali di Matematica*, t. 15, p. 329.

tèmes d'équations linéaires à dérivées partielles, je démontrai [1] que, sauf les cas évidents, une V_{n-1} déformable contient ∞^2 S_{n-3} osculateurs à deux séries de courbes faisant partie de deux réseaux conjugués : condition nécessaire et suffisante pour la déformabilité de V_{n-1} est que l'on puisse donner à une des surfaces focales une déformation qui conserve conjugué le réseau conjugué et les $n-3$ premières courbures des courbes du réseau auxquelles les S_{n-3} sont osculateurs.

Ce théorème me semble remarquable parce qu'il réduit le problème de déformer une hypersurface V_{n-1} à une question relative aux surfaces V_2; et il met en évidence des nouveaux types de déformations.

3. C'est en poursuivant dans cet ordre d'idées que j'ai été amené à l'étude des applicabilités qui conservent les $\nu-1$ premières courbures de *toutes* les courbes d'une surface : applicabilités que j'ai appelées *déformations d'espèce* ν [2]. Par cette voie je suis arrivé à des nouveaux théorèmes sur les hypersurfaces applicables : le suivant caractérise, il me semble, d'une manière aussi complète que possible tout le cadre de la déformation.

Une hypersurface V_{n-1} *déformable en* S_n ($n=2t$ ou $n=2t+1$) *se compose de* ∞^2 *espaces linéaires* S_{n-3} *qui peuvent être assemblés, de deux manières différentes, comme les* S_{n-3} *osculateurs à* ∞^1 *courbes faisant partie de deux réseaux conjugués : soient* Φ_{t-1} *et* $\Phi_{-(t-1)}$ *les deux surfaces focales,* u *le paramètre variable sur les courbes données de* Φ_{t-1} *et* v *sur les autres du réseau. On peut passer d'une surface focale à l'autre par une suite de transformations de Laplace (appliquées à leurs systèmes conjugués) ; soient*

$$\Phi_{-(t-1)},\quad \ldots,\quad \Phi_{-1},\quad \Phi_1,\quad \ldots,\quad \Phi_{t-1}\qquad (n=2t)$$

ou

$$\Phi_{-(t-1)},\quad \ldots,\quad \Phi_{-1},\quad \Phi_0,\quad \Phi_1,\quad \ldots,\quad \Phi_{t-1}\qquad (n=2t+1),$$

les surfaces de la suite de Laplace à laquelle appartiennent les surfaces focales. Les S_{n-3} *de* V_{n-1} *joignent en chaque point de* Φ_h *le* $S_{t-2+h}(n=2t)$ *ou le* $S_{t-1+h}(n=2t+1)$ *osculateur à la courbe* u ($v=$ const.) *qu'y passe avec*

---

[1] *Rend. Acc. dei Lincei*, vol. 23, 1914, p. 126.

[2] J'avais indiqué l'existence de ces transformations dans ma Note : *Problemi nuovi di geometria metrico-differenziale* (*Rend. Accad. Lincei*, vol. 24, 1915, p. 1193) et j'en donnai la représentation analytique dans l'autre Note : *Basi analitiche per una teoria delle deformazioni delle superficie di specie superiore* (*Rend. Acc. Lincei*, vol. 25, 1916, p. 627). Le théorème qui suit appartient à un Mémoire sur ces déformations que je publierai dès que mes obligations militaires me le permettront; on trouvera là les démonstrations nécessaires.

le S_{t-1-h} *osculateur à la courbe* v (¹). *Dans la déformation de* V_{n-1} *la surface* Φ_h *est assujettie à une déformation d'espèce* $t-h$ *qui conserve les premières* $t-2+h(n=2t)$ *ou* $t-1+h(n=2t+1)$ *courbures des courbes* u, *qui font toujours partie d'un système conjugué (permanent dans la déformation).*

Pour le cas extrême $h=t-1$, déjà les deux énoncés coïncident avec celui que j'avais déjà donné précédemment.

Si l'on connaît une hypersurface déformable, on connaît aussi plusieurs types de surfaces déformables de diverses espèces, et *vice versa*; mais de plus *on peut construire des variétés déformables de dimensions quelconques.*

On peut ajouter que la condition de posséder un système conjugué permanent dans une déformation d'espèce t pour une surface de S_{2t+1} est une conséquence nécessaire de la déformabilité.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la sommation des séries ultrasphériques.* Note (²) de M. **Erwand Kogbetliantz**, présentée par M. Appell.

La modification du procédé de sommation de M. de la Vallée Poussin (³), proposée par M. Plancherel (⁴) en vue de la sommation de la série de Laplace, suggère la généralisation suivante : soit la série divergente de terme général u_m, posons pour λ fixe quelconque

$$(\Sigma_\lambda) \qquad S_n^{(\lambda)} = u_0 + \sum_{m=1}^{n} \frac{n(n-1)\ldots(n-m+1)}{(n+2\lambda+1)\ldots(n+2\lambda+m)} u_m.$$

Si $\lim_{n=\infty} S_n^{(\lambda)} = s$ existe, nous dirons que la série est sommable par le procédé Σ_λ avec la somme s. Le procédé de M. de la Vallée Poussin n'est que Σ_0 et celui de M. Plancherel — $\Sigma_{\frac{1}{2}}$.

Il est important d'observer qu'une série sommable Σ_λ pour une valeur fixe quelconque de λ est sommable Σ_0 avec la même somme et *vice versa*, c'est-à-dire *la puissance du procédé* Σ_λ *ne dépend pas de* λ.

Pour démontrer cette proposition, on pose

$$S_n^{(\lambda)} = \sum_{i=0}^{n} \alpha_{ni}^{(\lambda)} S_i^{(0)} \qquad \text{et} \qquad S_n^{(0)} = \sum_{i=0}^{n} \beta_{ni}^{(\lambda)} S_i^{(\lambda)},$$

(¹) Si l'on considère Φ_{-h} il faut échanger u avec v.

(²) Séance du 19 mars 1917.

(³) *Bulletins de l'Académie royale de Belgique*, 1908, p. 193-254.

(⁴) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1226-1228.

et l'on trouve que

$$\alpha_{nk}^{(\lambda)} = \frac{2\lambda\,\Gamma(n+1)\,\Gamma(2k+1)\,\Gamma(n+2\lambda+1)\,\Gamma(2n-2k+2\lambda)}{[\Gamma(k+1)]^2\,\Gamma(n-k+1)\,\Gamma(2n+2\lambda+1)\,\Gamma(n-k+2\lambda+1)}$$

$$-\beta_{nk}^{(\lambda)} = \frac{2\lambda[\Gamma(n+1)]^2\,\Gamma(2k+2\lambda+1)\,\Gamma(2n-2k-2\lambda)}{\Gamma(k+1)\,\Gamma(2n+1)\,\Gamma(n-k+1)\,\Gamma(n-k-2\lambda+1)\,\Gamma(k+2\lambda+1)}.$$

Les $\alpha_{nk}^{(\lambda)}$ sont tous positifs; $\beta_{nk}^{(\lambda)}$, négatifs, sauf le dernier $\beta_{nn}^{(\lambda)}$; pour k et N fixes, on a

$$\lim_{n=\infty} \alpha_{nk}^{(\lambda)} = \lim_{n=\infty} \beta_{nk}^{(\lambda)} = \lim_{n=\infty} \sum_{i=0}^{N} \alpha_{ni}^{(\lambda)} = \lim_{n=0} \sum_{i=0}^{N} \beta_{ni}^{(\lambda)} = 0;$$

de plus, il est évident que $\sum_{i=0}^{n} \alpha_{ni}^{(\lambda)} = \sum_{i=0}^{n} \beta_{ni}^{(\lambda)} = 1$ et tout cela suffit pour démontrer la proposition en question.

Nous allons appliquer le procédé Σ_λ à la sommation du développement de la fonction $f(x)$ en série de polynomes ultrasphériques $\mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(x)$ $[\lambda > 0]$,

$$(1)\quad f(x) \sim \frac{2^{2\lambda}\,\Gamma^2(\lambda)}{2\pi} \sum_{0}^{\infty} c_n\, \mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(x), \qquad c_n = (n+\lambda)\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+2\lambda)} \int_{-1}^{+1} \frac{f(y)\,\mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(y)}{(1-y^2)^{\frac{1}{2}-\lambda}}\,dy.$$

Du théorème d'addition pour ces polynomes on déduit

$$(2)\quad \begin{cases} \Gamma^2(\lambda)\,2^{2\lambda}\,\Gamma(n+1)\,\mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(x)\,\mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(y) = 2\,\Gamma(n+2\lambda)\displaystyle\int_{-1}^{+1} (1-t^2)^{\lambda-1}\,\mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(\cos\omega)\,dt \\ \qquad [\cos\omega = xy + t\sqrt{(1-x^2)(1-y^2)}], \end{cases}$$

ce qui transforme la série (1) en

$$(3)\qquad \frac{1}{\pi}\sum_{0}^{\infty}(n+\lambda)\int_{-1}^{+1}\int_{-1}^{+1}(1-y^2)^{\lambda-\frac{1}{2}} f(y)\,(1-t^2)^{\lambda-1}\,\mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(\cos\omega)\,dy\,dt.$$

Avant d'appliquer Σ_λ à la série (3), nous développons la fonction $(1+x)^n$ en série (1), en employant pour calculer c_n la formule

$$2^{n+2\lambda-1}\,\Gamma(\lambda)\,\Gamma(n+1)\,\Gamma\left(n+\lambda+\frac{1}{2}\right)\mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(y)$$
$$= (-1)^n\,\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma(n+2\lambda)\,(1-y^2)^{\frac{1}{2}-\lambda}\,\mathrm{D}^n\left\{(1-y^2)^{n+\lambda-\frac{1}{2}}\right\},$$

$$(4)\quad \left(\frac{1+x}{2}\right)^n = \left(\frac{1+\cos\omega}{2}\right)^n = \left(\cos\frac{\omega}{2}\right)^{2n}$$
$$= \frac{2^{2\lambda}\,\Gamma(\lambda)\,\Gamma\left(n+\lambda+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma(n+2\lambda+1)}\left\{\lambda + \sum_{k=1}^{n}\frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{(n+2\lambda+1)\ldots(n+2\lambda+k)}(k+\lambda)\,\mathfrak{P}_k^{(\lambda)}(\cos\omega)\right\}.$$

On voit que l'étude, faite par M. Plancherel (1), des propriétés de sa fonction « L »,

$$L(n, \omega) = \int_\omega^\pi \left(\cos\frac{\varphi}{2}\right)^{2n} \frac{\sin\frac{\varphi}{2}\,d\varphi}{\sqrt{2(\cos\omega - \cos\varphi)}}$$
$$= \frac{\overline{2n}!}{2^{2n}(n!)^2(n+1)}\left\{1 + \sum_{k=1}^{n} \frac{n(n-1)\ldots(n-k+1)}{(n+2)\ldots(n+k+1)}(2k+1)\mathfrak{P}_k(\cos\omega)\right\},$$

était inutile, parce que la formule (4) donne pour $\lambda = \frac{1}{2}$ le résultat

$$L(n, \omega) = \int_\omega^\pi \left(\cos\frac{\varphi}{2}\right)^{2n} \frac{\sin\frac{\varphi}{2}\,d\varphi}{\sqrt{2(\cos\omega - \cos\varphi)}} = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(n+\frac{1}{2}\right)}{2\,\Gamma(n+1)}\left(\cos\frac{\omega}{2}\right)^{2n}.$$

Le passage dans (4) à la limite pour $\lambda = 0$ fournit le développement de $\left(\cos\frac{\omega}{2}\right)^{2n}$ en série trigonométrique, à l'aide duquel M. de la Vallée Poussin a sommé les séries trigonométriques par son procédé Σ_0.

On a enfin les théorèmes :

La convergence de la suite $S_n^{(\lambda)}(x)$ en un point x ne dépend que des valeurs de la fonction dans le voisinage de ce point.

$\lim_{n=\infty} S_n^{(\lambda)}(x) = \frac{1}{2}[f(x-0) + f(x+0)]$ *en tout point x où cette expression existe; la convergence est uniforme dans tout intervalle compris dans l'intervalle de continuité de $f(x)$.*

Le second théorème peut être aussi déduit de la sommabilité démontrée des séries ultrasphériques par la méthode des moyennes arithmétiques (2), à l'aide du théorème de M. Gronwall qui a démontré (3) que la sommabilité (C) d'une série entraîne sa sommabilité Σ_0 avec la même somme.

On établit enfin la propriété importante de ce procédé Σ_λ de sommation des séries ultrasphériques que voici :

La série dérivée de (1)

$$\frac{2^{2\lambda}\Gamma^2(\lambda)}{2\pi}\sum_0^\infty c_n \frac{d^k \mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(x)}{dx^k} \qquad (k = 0, 1, 2, \ldots; \ -1 \leqq x \leqq +1)$$

est sommable Σ_λ vers la dérivée généralisée d'ordre $k[f^{(k)}(x)]$ de la fonc-

(1) *Rendiconti del Circ. mat. di Palermo*, t. 33, 1912, p. 48-54.

(2) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 601.

(3) *Crelle Journal*, t. 147, 1916, p. 19.

tion $f(x)$ en tout point intérieur où cette dérivée existe, la sommabilité étant uniforme dans tout intervalle compris dans l'intervalle de continuité de $f^{(k)}(x)$.

ASTRONOMIE. — *L'origine possible des amas d'étoiles.*
Note de M. **Émile Belot**, présentée par M. Bigourdan.

Supposons que les huit cents petites planètes viennent à s'illuminer et le Soleil à s'éteindre : un observateur placé loin de notre système pourrait le prendre pour un amas d'étoiles, à moins que la lumière réfléchie ne lui révèle le Soleil et Jupiter. Mais les amas ne contiennent pas de masses prépondérantes : leurs conditions de formation doivent avoir été très spéciales. D'après Bailey, on n'en connaît pas plus de 76; ils sont groupés, d'après K. Bohlin, sur un seul hémisphère dont le centre est un point de la Voie lactée (Æ $17^h 40^m$; distance au pôle Nord, 125°). La distribution de leurs étoiles étudiée par Pickering, H.-V. Zeipel, H.-C. Plummer, semble se rapprocher vers l'extérieur de la loi exponentielle des écarts balistiques représentée par la courbe en cloche.

Dans la Cosmogonie tourbillonnaire qui admet, pour la formation dualiste des astres, la projection d'un tube tourbillon cosmique dans une nébuleuse, il est tout naturel que la distribution des masses près de l'écliptique d'un système tende à reproduire la loi de statistique balistique. Cherchons donc, par comparaison avec le système solaire, les conditions géométriques ou dynamiques spéciales qui auraient pu le transformer en un amas stellaire.

1° *L'amas d'étoiles* caractérisé par une symétrie, qui laisse parfois soupçonner une galaxie centrale, *doit avoir l'axe de son tourbillon générateur perpendiculaire à son écliptique*, à l'opposé de notre système où l'axe du tourbillon solaire (direction de l'apex) fait un angle de 28° avec l'axe de l'écliptique, ce qui permet à d'autres astres (Jupiter, Lune) d'avoir leurs axes perpendiculaires à ce même plan et par suite d'avoir des masses relatives prépondérantes : car un tourbillon, s'il est perpendiculaire à une surface de niveau, a plus de stabilité et amasse ainsi d'autant plus de masse qu'il atteint plus vite que les tourbillons obliques la surface de niveau représentée par la condensation de l'écliptique.

2° Dans un amas d'étoiles *la valeur de l'expression* $\frac{\partial . m\omega r}{\partial r}$ *doit être lentement et constamment croissante avec r* (*m* masse par unité de volume des

nappes en rotation, ωr leur vitesse tangentielle), tandis que dans le système solaire cette expression qui varie dans le même sens que les masses (voir le Chapitre VIII de mon *Essai de Cosmogonie*) décroît en dessous de Jupiter parce que $\frac{dm}{dr}$ devient négatif par son attraction; c'est là la cause de la formation des petites planètes.

3° Dans la loi de distribution des planètes et satellites ($x_n = a + C^n$), pour que, jusqu'à une distance au centre déterminée x_n, il y ait un grand nombre n de composantes comme dans les amas, *il faut que* C *soit voisin de* 1 *et supérieur à l'unité*. Cette condition correspond à une densité $d = 0,24$ pour les astres centraux du système d'après une Note précédente (1).

4° Des projectiles, lancés à la même vitesse dans un milieu résistant, y pénètrent d'autant plus loin à égalité de volume qu'ils sont plus denses, et à égalité de densité qu'ils ont plus de volume. Sur une carte des petites planètes perpendiculaire à l'écliptique (2), j'ai montré qu'elles obéissent à cette loi balistique, jalonnant les axes prolongés de Mars et Jupiter ainsi que les profils de leurs nappes de pénétration dans la nébuleuse $[z = k\,\mathrm{L}(x - a)]$ où $\frac{1}{k}$ est proportionnel à la résistance ou à la densité du milieu. De même les étoiles des amas doivent leur dispersion dans chaque nappe à la présence près de leur écliptique d'une masse nébuleuse de grande épaisseur et de grande densité (k faible).

5° Des formules précédentes on déduit, pour la longueur d'onde λ de vibration du tourbillon générateur : $\lambda = k\,\mathrm{L}\,\mathrm{C}$.

Par suite dans les amas λ est faible. On en déduit que l'épaisseur du renflement de vibration du tourbillon que l'on sait égal au rayon de l'astre central condensé est également faible : ce qui confirme que, dans les amas, il n'y a pas de masse centrale prépondérante.

6° a est en général proportionnel à la racine cubique de la masse centrale : par suite dans les amas, le rayon du tourbillon générateur est faible.

7° Puisque $k = \mathrm{V} : \omega$ (V, ω vitesses de translation et de rotation du tourbillon) et que k est faible dans les amas, ω doit être très grand au regard de V, ce qui explique leur expansion radiale considérable : c'est le contraire dans le système solaire où $k = 9,8$ et où le tourbillon a parcouru 81 u. a. dans la nébuleuse avant d'atteindre l'écliptique où la planète directe la plus éloignée est à la distance 9,5 u. a. seulement.

(1) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 564.

(2) *Comptes rendus*, t. 147, 1908, p. 1460.

8° Cherchons la distribution dans l'écliptique, dans le cas où n est très grand. On peut écrire la loi de distribution exponentielle :

$$n\,\mathrm{LC} = \mathrm{L}(x_n - a) \qquad \text{(LC voisin de zéro).}$$

A partir de $x = a$ marquons des divisions équidistantes sur le rayon : X, 2X, ..., 100 X ; quel que soit X, on pourra toujours trouver des entiers n_p tels que

$$n_p\,\mathrm{LC} + \varepsilon_p = \mathrm{L}(a + p\mathrm{X} - a) \qquad (\varepsilon_p < \mathrm{LC}.)$$

Par suite, en négligeant les différences $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$, ..., on aura

$$\mathrm{LC}(n_2 - n_1) = \mathrm{L}\,\frac{2}{1}, \qquad \mathrm{LC}(n_3 - n_2) = \mathrm{L}\,\frac{3}{2}, \qquad \ldots.$$

Ainsi, *pour un observateur placé près de l'axe du système loin de l'écliptique*, la distribution, dans des intervalles équidistants au delà de a, sera proportionnelle aux nombres $\mathrm{L}\,\frac{p+1}{p}$, soit

$$301 - 176 - 124 - 96 - 76 \ldots \quad 0{,}4 \text{ (pour } p = 100).$$

Pour un observateur situé dans l'écliptique du système très loin du centre, on peut admettre que le nombre d'étoiles observées dans chaque intervalle est égal au nombre d'orbites rencontrées par le rayon visuel.

Ce nombre est proportionnel à $\mathrm{L}\,\frac{100}{p}$ qui, pour les 100 intervalles équidistants considérés, varie rapidement à partir de 2 pour tendre lentement vers zéro. La distribution dans le plan de l'écliptique paraîtra constante jusqu'à $x = a$. La distribution de matière dans tous les plans parallèles à l'écliptique est théoriquement la même que dans ce plan. Ainsi, pour une position quelconque d'un observateur extérieur, *la distribution apparente décroîtra rapidement à partir d'une certaine distance pour tendre lentement vers zéro*. C'est précisément ce qui caractérise la distribution dans les amas où le dénombrement près du centre est impossible ou incertain.

En résumé la Cosmogonie tourbillonnaire, qui avait déjà rendu compte des lois du système solaire et de la formation des nébuleuses spirales, semble pouvoir aussi définir les conditions très spéciales qui permettent aux amas de prendre naissance et qui leur donnent une distribution extérieure à peu près exponentielle.

ASTRONOMIE. — *Observation de la comète Mellish faite à l'Observatoire de Nice.* Télégramme de M. **Fayet**, présenté par M. B. Baillaud.

Cette comète, récemment découverte par John E. Mellish en Amérique, a été observée à l'Observatoire de Nice par M. Schaumasse le 24 mars à $7^h 8^m,8$, t. m. Gr.; son ascension droite était $2^h 7^m 34^s,2$; sa distance polaire nord $74° 16' 58''$. Elle était de seconde grandeur, arrondie, d'une minute de diamètre, avec un noyau central brillant.

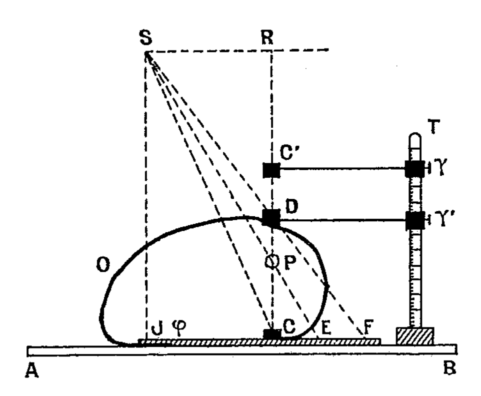
RADIOLOGIE. — *Sur quelques propriétés géométriques du faisceau des tubes à rayons X. Applications à la localisation des corps étrangers de l'organisme.* Note [1] de M. **J. Pellissier**.

Les exigences de la chirurgie de guerre ont donné une certaine actualité aux recherches tendant au choix, puis à la détermination métrique de coordonnées algébriques appropriées, situant sans ambiguïté les corps étrangers intraorganiques, révélés par les images radiographiques ou radioscopiques. En fait, de nombreuses méthodes de *localisation radiologique*, selon le vocable adopté, ont été imaginées. Les procédés opératoires qu'elles mettent en œuvre sont plus ou moins ingénieux, mais assez semblables au fond, car ils sont tous impliqués, en somme, dans le principe posé en 1896 par la découverte de Buquet et Gascard utilisant les relations segmentaires fournies par la similitude de figures géométriques convenables. D'un point de vue plus général, on peut adapter les propriétés de symétrie, sensiblement conique, de l'émission anticathodique à l'organisation d'intéressantes *manipulations mathématiques*, illustrant d'une façon inattendue plusieurs chapitres de cette science. En particulier, les curieuses propriétés du *rapport anharmonique* et de l'*homographie* donnent une solution simple et très élégante de la *localisation* des projectiles logés dans la profondeur des tissus.

Soit O la section d'un organe placé sur la table radiologique AB, et contenant en P un corps étranger. A l'aide d'une radioscopie préalable, on a aligné sur la perpendiculaire à AB, passant par P (rayon d'incidence normale), deux petits repères en plomb C et D : le repère C fixé sur la peau par une bande adhésive, le repère D maintenu par

(1) Séance du 22 janvier 1917.

la potence d'un *trusquin* T; la tige graduée de ce trusquin donne directement la distance $CD = h$. La plaque photographique φ est disposée entre O et AB. L'impact d'émission des rayons X est placé en S, à une hauteur connue $SJ = H$ au-dessus de AB; cette position de S est d'ailleurs arbitraire dans le plan horizontal de hauteur H, *il suffit qu'elle ne soit pas sur le prolongement de la droite virtuelle* CD. Après excitation du tube, on obtient en C, E, F les impressions photographiques des repères et du corps étranger C, P et D, fournies par les rayons projetants SC, SP, SD. Sur le cliché développé, on mesure les segments $CE = m$, $EF = n$. Menons SR parallèle à AB.



Les divisions CPDR et CEF des transversales CR et CF, coupant le faisceau des quatre droites concourantes SR, SD, SP, SC, sont *en perspective;* leur *rapport anharmonique* est constant; donc, selon la notation d'usage $(CPDR) = (CEF\infty)$, en faisant intervenir le point à l'infini de la division CEF; c'est-à-dire, en valeur absolue (nous omettrons les signes),

$$\frac{PC.RD.EF}{PD.RC.CE} = 1, \qquad \text{d'où} \qquad PD = x = \frac{h(H-h)}{m(H-h)+Hn},$$

formule facile à calculer à l'aide des données, malgré sa complication apparente; elle se prête d'ailleurs aussi facilement que toute autre aux *calculs graphiques* et à la construction de *Tables*, *barêmes* et mêmes de *nomogrammes* donnant par simple lecture les valeurs de x. La relation précédente peut encore s'obtenir directement en appliquant le *théorème de Menelaüs* au triangle DCF coupé par la transversale SPE.

Pour toutes les situations de S dans un même plan horizontal, le rapport ρ des segments m et n est constant, il varie lorsque S se déplace selon une verticale. Il existe une position de S pour laquelle $\rho = 1$, le faisceau des quatre droites SR, SD, SP, SC est alors *harmonique* (cette considération facilite l'application de la méthode à la radioscopie). Si P coïncide avec le milieu de CD, il n'est pas possible de former un tel *faisceau harmonique*, S étant dans ce cas rejeté à l'infini; si PD est supérieur à la moitié de CD, le faisceau ne peut être *harmonique* que si S est au-dessous de AB. On peut calculer une valeur théorique de H rendant minimum l'*erreur relative* de l'expression de x; il suffit pour cela d'écrire que le rapport $\frac{dx}{dH} : x$ est nul. Une

erreur systématique grave est introduite par la compression des tissus dans le décubitus sur la table appui, et contrairement à l'affirmation prématurée de certains auteurs, cette erreur n'est pas éliminée en choisissant, pour inconnue x, le segment PD vers la face libre de l'organe au lieu de PC vers la face appuyée; d'autres causes d'*erreurs systématiques* existent encore (assimilation de l'impact à un point géométrique; parallélisme et perpendicularité approchés des lignes de construction; dimensions notables des images, qui font des rayons projetants des pinceaux plus ou moins déliés, etc.). L'emplacement du repère C au contact de la plaque photographique peut susciter quelques difficultés de manipulation, qu'on lève facilement en faisant usage d'une boîte *porte-plaque;* au reste, cet emplacement n'est pas obligatoire et il est indifférent de placer C en C′, dans l'espace, au-dessus de D et sur le *rayon normal* PD; dans ce cas, C′ est fixé à une glissière du trusquin et l'on prend, pour la donnée h, la distance des deux glissières porte-repères $\gamma\gamma'$.

La théorie de l'*homographie* permet encore de simplifier la solution précédente et de n'employer qu'un seul repère D.

Deux divisions qui ont même rapport *anharmonique* étant *conjuguées homographiquement*, il en est ainsi des divisions CEF et CPDR. Or R est, dans la division CPDR, l'homologue de l'infini dans l'autre division; en un mot, c'est le *foyer* de celle-là; le foyer de CEF est le pied J de la perpendiculaire, abaissée de S sur la table AB, et, dès lors, si l'on pose $JE = \mu$, $JF = \nu$, $\frac{\mu}{\nu} = \rho'$ et comme ci-dessus $PD = x$, on a immédiatement

$$RP \times JE = RD \times JF, \qquad \text{d'où} \qquad x = (H - h)\left(\frac{1}{\rho'} - 1\right).$$

En déplaçant l'unique repère D sur le trajet du *rayon normal* PD, on peut trouver une position de D pour laquelle $\rho' = \frac{1}{2}$; dans ce cas : $x = H - h$. La recherche de cette position sera facilitée, en disposant sur l'écran fluorescent un petit *pantographe* qui permettra de saisir aisément l'instant où E coïncidera avec le milieu de JF; il est en effet très pénible de mesurer des segments en suivant exactement leurs variations à la lueur verdâtre du platinocyanure.

Pour obtenir, pendant la pose photographique, une image du foyer J, il suffira d'adapter au diaphragme du *porte-ampoule* une croisée de fils en plomb, ou un fil à plomb, centrés sur l'anticathode, et laissés à demeure pendant l'excitation du tube.

L'un des *points doubles* des divisions homographiques est en C; l'autre couple est obtenu à l'intersection de chaque transversale CR et CF par la bissectrice de l'angle droit $\widehat{JSR}$. Ces *points doubles* sont *réels;* il ne peut en exister d'autres, sinon les deux divisions seraient *identiques*.

En pratique, il est commode d'utiliser ces deux solutions : le document radiographique nécessaire sera complet avec une seule pose photogra-

phique, d'où élimination des clichés doublement impressionnés, si désagréables. L'épreuve radioscopique, aussi facile dans les stations debout ou couchée du patient et avec tous les *cadres porte-ampoule* couramment en usage, n'exigera qu'une simple visée sans déplacements de l'organe dans deux sens différents : avantage important, puisque toutes les régions de l'organisme ne se prêtent pas à un examen de face et de profil, surtout lorsqu'il s'agit de la racine de la cuisse, de l'abdomen ou du thorax. De plus, au point de vue géométrique, ces solutions confirment que les propriétés des faisceaux anharmoniques constituent de toutes les méthodes de *recherches* « peut-être la plus générale et la plus lumineuse », selon l'expression du géomètre Rouché.

Enfin, ce procédé de localisation permet l'emploi de tous les *compas* ou *repéreurs* actuellement connus; il se prête au reste à la construction d'un instrument *indicateur* très économique pour les installations dont les ressources sont précaires : il suffit de se procurer dans la moindre papeterie l'instrument connu des dessinateurs et des écoliers sous le nom de *pantographe*, et dont le prix est de 4^{fr} à 5^{fr}, pour en faire un excellent *compas radiologique* improvisé.

RADIOSCOPIE. — *Procédé radioscopique rapide de localisation des projectiles.* Note (1) de M. J. **Fromentin**, présentée par M. Moureu.

Notre procédé dérive de la construction géométrique suivante :

Le point P figure le corps étranger dont on cherche la profondeur. Les points R et O sont invariablement liés à l'ampoule A.

On fait un premier examen pour obtenir la projection orthogonale du point P en B.

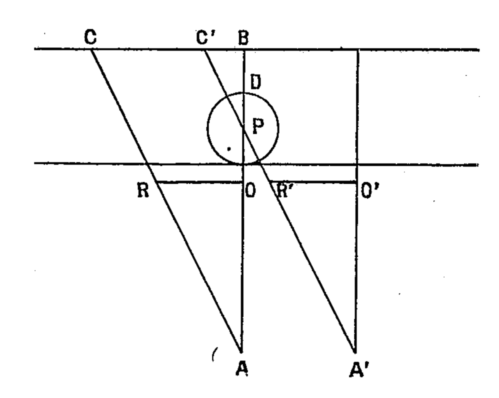
On déplace l'ampoule horizontalement jusqu'à ce que la projection oblique du point R venu en R′ et celle du point P coïncident sur l'écran en C′. On a

$$\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{A'O'}} = \frac{\mathrm{C'B}}{\mathrm{R'O'}} \quad \text{d'où} \quad \mathrm{BP} = \mathrm{C'B} \times \frac{\mathrm{A'O'}}{\mathrm{R'O'}}.$$

En pratique, nous employons un localisateur métallique solidaire de l'ampoule. La base de ce localisateur de forme circulaire porte un réticule composé de deux fils de métal qui se coupent au centre du cercle. Le rayon normal issu de l'anticathode doit passer par le croisement des fils.

(1) Séance du 12 mars 1917.

Pour obtenir le point B, on amène l'image du projectile P et celle de l'intersection des fils O en coïncidence sur l'écran en B. On marque ce point. Par un procédé connu, on marque aussi sur la peau du sujet le point D par lequel passe le rayon normal.



L'écran restant fixe et à une distance arbitraire mais invariable de l'anticathode, on déplace l'ampoule jusqu'à ce que l'image du point P se confonde sur l'écran avec celle d'un point quelconque R′ du contour de base du localisateur. On obtient ainsi le point C′ qu'on marque sur l'écran.

La distance du croisement des fils au centre de l'anticathode est la quantité A′O′.

R′O′ est le rayon de la base du localisateur.

L'appareil est construit de manière que le rapport $\frac{A'O'}{R'O'}$ soit exprimé par un nombre entier. Ce nombre multiplié par C′B donnera la distance BP du projectile à l'écran.

Notre procédé nous semble présenter les avantages suivants :

L'ampoule peut être à une distance quelconque de l'écran.

Le calcul est facile puisqu'il suffit de multiplier une longueur par un nombre constant.

Le localisateur donne des images nettes.

Toutes les manipulations se font dans l'obscurité. Le temps nécessaire à la localisation est très réduit. Le matériel employé peut être très simple.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Synthèse biochimique, à l'aide de l'émulsine, d'un deuxième galactobiose.* Note de MM. **Ém. Bourquelot** et **A. Aubry**, présentée par M. Moureu.

Une première série de traitements, par l'alcool éthylique, du produit provenant de l'action de l'émulsine sur le galactose en solution aqueuse concentrée nous avait permis d'extraire, à l'état cristallisé, un galactobiose dont nous avons déterminé les constantes caractéristiques ([1]).

En cherchant à retirer du résidu de ces traitements de nouvelles quantités de ce galactobiose, nous avons obtenu un nouveau sucre, isomère du premier, et dont voici la préparation et les propriétés.

Le résidu a été traité par de l'alcool à 90° bouillant (100^{cm^3}) à onze reprises successives : en fait, tant que le dissolvant a enlevé une quantité appréciable de matière. Les solutions réunies et distillées à sec sous pression réduite ont donné 18^g d'extrait.

Cet extrait a été repris par 350^{cm^3} d'alcool méthylique pur bouillant, employés en quatre portions : 50^{cm^3}, 100^{cm^3}, 100^{cm^3}, et 100^{cm^3}. Les liquides ayant été abandonnés à la température du laboratoire, des cristaux se sont déposés dans les trois premières portions. On a réuni ces cristaux et on les a fait sécher dans le vide sulfurique. Il y en avait $5^g,60$.

Pour les purifier, on les a fait dissoudre dans la quantité strictement nécessaire d'alcool méthylique bouillant (environ 250^{cm^3}). Par refroidissement, la cristallisation s'est effectuée aussitôt. Les cristaux lavés à l'alcool méthylique, essorés, puis desséchés dans le vide sulfurique, pesaient $3^g,40$.

Propriétés. — Le sucre est cristallisé en aiguilles microscopiques réunies en étoiles. Il a une saveur à peine sucrée, rappelant celle du sucre de lait. Desséché dans le vide sulfurique, et chauffé lentement à 40°, puis à 80°, puis à 90° et enfin à 110°, il perd encore 13,63 pour 100 de son poids ([2]). Chauffé dans un tube, il s'agglomère vers 78°, se boursoufle vers 88°, se ramollit à 147°,5 (corr.) et fond nettement à 180° (corr.).

([1]) *Synthèse biochimique d'un galactobiose* (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 60), et *Cristallisation et propriétés complémentaires du galactobiose obtenu antérieurement par synthèse biochimique* (*Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 443).

([2]) Le gentiobiose, qui est un glucobiose, donne dans l'alcool méthylique des cristaux qui perdent, par dessiccation complète à 110°, 15,04 pour 100 de leur poids, correspondant à 2^{mol} d'alcool méthylique de cristallisation. Il est probable que la perte en poids de notre deuxième galactobiose correspond aussi à 2^{mol} d'alcool méthylique de cristallisation.

Pouvoir rotatoire. — Il est dextrogyre et possède la multirotation. Ainsi, une solution aqueuse renfermant $0^g,4381$ de sucre desséché dans le vide sulfurique pour 15^{cm^3}, accusait au tube de 2^{dm}, à 17°, et 6 à 7 minutes après la dissolution, une rotation de $+1^o35'$. 17 heures plus tard, la rotation s'était élevée à $+1^o44'$ et, au bout de 48 heures, elle était de $+1^o46'$, ayant atteint l'équilibre.

Le pouvoir rotatoire stable du produit desséché à 110° est ainsi de $+35^o,01$.

On remarquera que ses changements de rotation à partir du moment où il vient d'être dissous se manifestent en sens inverse de ceux du galactobiose déjà étudié, la rotation de celui-ci allant en diminuant.

Pouvoir réducteur. — Le nouveau galactobiose est, comme le premier, réducteur par lui-même. On a trouvé que $0^g,1009$ de produit sec réduisent comme $0^g,05075$ de galactose. Son pouvoir réducteur est donc les $\frac{50,3}{100}$ de celui de ce dernier sucre.

Osazone. — Pour préparer son osazone, on a fait la solution suivante :

Acétate de phénylhydrazine	1^g
Eau	10^{cm^3}
Galactobiose cristallisé, pur, desséché dans le vide sulfurique.	$0^g,50$

On a chauffé cette solution, pendant 1 heure, au bain-marie ; aucun précipité ne s'est formé, ce qui exclut la possibilité de la présence d'un hexose ; mais par refroidissement, ce qui démontre que le sucre est un hexobiose, il s'est fait un dépôt abondant d'une osazone cristallisée. Cette osazone est en longues aiguilles jaunes, flexibles. Desséchée dans le vide sulfurique, puis à 100°, elle fond au bloc à 194°.

Hydrolyse sulfurique. — A 5^{cm^3} d'une solution aqueuse renfermant $0^g,1261$ de galactobiose sec, on a ajouté 5^{cm^3} d'acide sulfurique dilué à 6 pour 100, puis on a chauffé le mélange, en tube scellé, dans l'autoclave à 108°-110° pendant 2 heures. La rotation avait passé de $53'$ à $2^o4'$ (théorie pour un galactobiose : $2^o7'$). La réduction du liquide correspondait à $0^g,1234$ de galactose (théorie : $0^g,1327$).

Hydrolyse par l'émulsine. — Hydrolyse extrêmement lente, comme l'avait été la synthèse. A 5^{cm^3} d'une solution aqueuse renfermant $0^g,1261$ de galac-

tobiose sec, on a ajouté 10^{cm^3} d'une solution filtrée d'émulsine à 1^g pour 200, laquelle accusait une rotation de $-9'$.

Le mélange a été abandonné à la température du laboratoire. Sa rotation, qui était à l'origine de $+29'$, s'est élevée en 10 jours à $34'$ et en 29 jours à $48'$, ce qui fait une augmentation de $19'$ correspondant à l'hydrolyse d'environ 38 pour 100 du galactobiose.

Remarque. — On connaît actuellement deux glucobioses qui sont dédoublables par l'émulsine : le gentiobiose et le cellobiose; il est vraisemblable que les deux galactobioses que nous venons d'obtenir doivent en être rapprochés :

Le galactobiose A ($\alpha_D = +35°,05$), du gentiobiose ($\alpha_D = +10°$);
Le galactobiose B ($\alpha_D = +53°,05$), du cellobiose ($\alpha_D = +33°,3$).

PHYSIOLOGIE. — *L'incontinence d'urine, panne nerveuse.* Note de M. **Pierre Bonnier**, présentée par M. Perrier.

J'ai montré ici même, il y a huit ans [1], comment on pouvait, parfois instantanément, guérir l'incontinence d'urine en sollicitant les centres bulbaires préposés à l'activité sphinctérielle vésicale, au moyen de cautérisations légères de filets nasaux du nerf trijumeau qui prennent naissance, dans le bulbe, au niveau de ces centres. L'enfant qui tarde à être propre est la victime d'une panne nerveuse, panne qui peut et doit rapidement cesser dans la majorité des cas.

Chez certains de nos soldats, qui souvent ont été lents à se régler dans leurs premières années, la tension nerveuse et l'anxiété continue du front ont fait réapparaître cette panne bulbaire (comme celle de l'entérite) et avec elle l'incontinence nocturne du premier âge, facilitée par la polyurie émotive si observée dans les tranchées.

Pour montrer combien il est facile de supprimer de nouveau cette infir-

[1] *Traitement de l'incontinence d'urine par action directe sur les centres nerveux* (*Bull. Académie de Médecine*, 20 mars 1909). — *Traitement des troubles génitaux et urinaires par action directe sur les centres nerveux* (*Comptes rendus*, t. 148, 1909, p. 998). — *Éveil tardif des centres bulbaires* (*Ibid.*, t. 155, 1912, p. 1033). — *La sollicitation bulbaire et l'incontinence d'urine* (*C. R. Société de Biologie*, 1er mars 1913). — *L'action directe sur les centres nerveux*; Alcan, éditeur, 1913. — *Défense organique et centres nerveux*; Flammarion, 1914.

mité, j'ai récemment traité, dans une consultation populaire, dans un orphelinat et dans un asile d'incurables, 62 cas d'incontinence nocturne, et dans certains cas diurne, que j'ai pu suivre au jour le jour, chaque accident étant noté. Les résultats obtenus ont été les suivants :

Consultation populaire, garçons et filles de 5 à 15 ans :

Sur 25 cas traités : 8 ont été guéris d'emblée, à la première cautérisation; 9 l'ont été après 2, 3, 4 cautérisations; 6 n'ont été qu'améliorés, de plus de moitié; 2 n'ont pas varié, après 15 essais.

Orphelinat de jeunes filles, de 7 à 18 ans :

Sur 17 cas : 7 guéris d'emblée; 5 après plusieurs interventions; 1 seulement amélioré; 4 n'ont pas varié après 4 cautérisations.

Asile d'incurables, filles de 7 à 26 ans, placées pour cette infirmité rebelle à tous autres traitements :

Sur 20 cas traités : 6 guéris d'emblée; 3 après plusieurs cautérisations; 2 nettement améliorés; 9 rebelles après 11 cautérisations.

L'examen des pointages montre que les cas qui tardent à se régler ne l'ont fait que parce que, chez ces sujets, le point à toucher s'écartait de son siège habituel, et que l'anatomie particulière du malade différait de la moyenne et a nécessité plusieurs tâtonnements; mais, le point touché, la guérison s'est montrée le soir même.

Soit, en somme, sur 62 cas traités, 21 guéris d'emblée, 17 en quelques séances, 9 seulement améliorés, mais de plus de moitié; 15 seulement ont résisté, et dans des cas plutôt difficiles (impotentes, arriérées, etc.).

Quant aux personnes qui ont à soigner ces enfants, elles ont vu les accidents, et les embarras qu'ils occasionnent, tomber, dans la consultation de ville, de 165 par semaine à 29 le premier mois, à 11 le second; dans l'orphelinat, de 78 à 27; chez les incurables, de 112 à 68.

Toutes ces incontinences, sauf une, dataient de la naissance, et les centres bulbaires visés n'avaient jamais fonctionné. Les incontinences diurnes disparaissent aussi facilement que les nocturnes. Sur des adultes, comme nos soldats, chez qui la panne nerveuse est récente et accidentelle, le traitement doit donner des résultats beaucoup plus rapides dès qu'on l'appliquera.

MICROBIOLOGIE. — *Microbes nouveaux parasites des chenilles de* Lymantria dispar. Note de M. **A. Paillot**, présentée par M. P. Marchal.

Dans une précédente Note (1), nous avons indiqué que la proportion des Hannetons morts de maladies infectieuses naturelles n'avait pas dépassé 3 pour 100, en 1916, dans la région lyonnaise; en ce qui concerne les chenilles de *Lymantria dispar*, le taux de mortalité est encore plus faible : pendant la période la plus critique, c'est-à-dire à la fin de l'invasion, il n'a jamais dépassé 0,5 pour 100; dans les premiers mois de l'invasion, les chenilles malades constituaient de très rares exceptions. En réalité, il n'y a pas eu d'épidémie naturelle, mais quelques cas sporadiques de maladies microbiennes, principalement de *maladie à polyèdres*.

Trois parasites microbiens ont été isolés : un Coccobacille, que j'identifie provisoirement avec celui décrit en 1913 par Picard et Blanc, sous le nom de *Bacillus lymantriæ;* un Diplocoque et un Bacille, ces deux derniers colorables par la méthode de Gram.

Le Diplocoque se différencie de celui du Hanneton par la forme plus arrondie de ses éléments; il ne pousse jamais en chaînettes allongées; par contre, la forme coccus est aussi abondante, dans les cultures, que la forme Diplocoque; le diamètre moyen des éléments mesure 1$^{\mu}$ environ.

Le microbe pousse bien à 37°; il trouble légèrement le bouillon ordinaire dès la cinquième ou sixième heure; il se fait assez rapidement un dépôt blanc au fond du tube et le milieu s'éclaircit peu à peu.

Sur gélose ordinaire, il forme de petites colonies aplaties, rondes et translucides; sur gélose au sang de lapin (mélange de gélose ordinaire et de sang complet), la culture est plus riche et les colonies paraissent plus blanches.

Il ne liquéfie pas la gélatine et ne coagule pas le lait.

En bouillon T, comme en bouillon-bile, le développement est abondant et rapide.

Tous les sucres, à l'exception de la dulcite (glucose, lévulose, lactose, saccharose, galactose, maltose, mannite), sont fermentés très énergiquement : en moins de 24 heures, le milieu vire au rouge. En bouillon lactosé tournesolé, il y a d'abord virage, puis décoloration à partir de la vingtième heure, puis recoloration après 36 heures d'étuve à 37°; en replaçant le milieu décoloré, à la température ordinaire, on voit, au bout de quelques minutes, la coloration rouge réapparaître progressivement. En milieu glycériné, il y a d'abord décoloration incomplète après 20 heures à 37°, puis virage et recoloration.

(1) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 772.

En somme, le Diplocoque de *Lymantria* se différencie très nettement de celui du Hanneton et constitue une espèce bien distincte que nous désignerons sous le nom de *Diplococcus lymantriæ*.

Il est assez peu pathogène pour les chenilles et l'inoculation de culture pure n'est pas toujours mortelle; les cellules du sang le phagocytent très énergiquement.

Le Bacille isolé des chenilles de *Lymantria dispar* est remarquable par sa forme en bâtonnet plus ou moins incurvé; il ressemble, à s'y méprendre, au Bacille de la diphtérie; cependant, les formes en massue ou en *os de grenouille*, qui caractérisent le genre *Corynebacterium*, sont absentes dans les cultures ou n'apparaissent pas très nettement. Les bâtonnets mesurent 2^{μ} à 3^{μ} de long sur $0^{\mu},6$ à $0^{\mu},7$ d'épaisseur; ils sont immobiles.

Le Bacille pousse bien en bouillon ordinaire, mais ne commence à le troubler qu'après un séjour d'au moins 24 heures à l'étuve à 37°. A la température ordinaire, la culture est encore plus lente. Il se fait très rapidement (en 2 à 3 jours) un dépôt blanc au fond du tube et le milieu s'éclaircit peu à peu.

Sur gélose ordinaire la culture est lente, mais abondante; les colonies sont rondes, larges et d'aspect blanc brillant.

Sur gélose maltosée, l'aspect de la culture est le même au moins pendant quelques jours; après un séjour plus ou moins prolongé à la température ordinaire, le microbe produit un pigment jaune qui diffuse peu à peu dans la masse.

La gélatine n'est pas liquéfiée, ni le lait coagulé.

Sur sérum coagulé, milieu de choix pour la culture du Bacille diphtérique, le Bacille pousse très mal; il forme à la surface du milieu un enduit mince à peine visible, même après 48 heures. Si l'on examine au microscope un frottis coloré de culture de 24 heures ou de 8 à 10 heures, on observe des formes géantes analogues aux formes d'involution du Bacille diphtérique dans les vieilles cultures sur sérum; ce sont principalement des massues et des haltères dont la longueur peut atteindre 10^{μ} et même 20^{μ}, et qui disparaissent assez rapidement de la culture en donnant naissance, comme les formes normales, à de courts bâtonnets non incurvés dont la longueur ne dépasse pas 1^{μ}. Cette transformation morphologique se produit dans les cultures sur gélose comme d'ailleurs dans les cultures sur les différents milieux ordinaires. Les formes géantes obtenues sur sérum sont de véritables *formes de croissance* analogues à celles qui ont été signalées pour le Bacille tuberculeux et les Bacilles de la lèpre, de la morve, du tétanos; elles ne doivent pas être confondues avec les *formes d'involution* qu'on observe dans les vieilles cultures et qui résultent d'une diminution de vitalité de la cellule bactérienne.

Ces mêmes formes de croissance s'observent aussi en milieux sucrés liquides ou solides. Par exemple, sur gélose ascite tournesolée, glucosée ou lévulosée, on les rencontre généralement après 24 heures, mais en moins grande abondance que sur sérum; assez souvent, on n'observe, dans la culture, que des formes normales. Le Bacille forme sur ces milieux une couche blanche assez épaisse; le milieu lévulosé vire au rouge à partir du quatrième ou cinquième jour; l'autre reste bleu.

En eau peptonée tournesolée sucrée (glucosée, lactosée saccharosée, maltosée, mannitée, galactosée, dulcitée ou glycérinée), la culture est très pauvre et ne se manifeste par aucun trouble apparent, mais seulement, au bout de quelques jours, par un léger dépôt au fond du tube. Si l'on examine à l'état frais une goutte du milieu de culture après 24 heures, on observe quelques petits amas de microbes; ces amas sont trop petits pour être vus à l'œil nu; mais comme ils sont, d'autre part, peu abondants dans le milieu, on comprend que ce dernier conserve l'apparence claire. Dans le dépôt, les formes de croissance sont généralement assez nombreuses; elles ont le même aspect que sur sérum.

Sur gélose-bile et gélose au sang de lapin, le développement est abondant; on n'observe jamais, sur ces milieux, de formes géantes.

Bien que le bacille de *Lymantria dispar* se rapproche morphologiquement du bacille de Krœbs-Lœffler et affecte même, sur quelques frottis, la disposition en *dents de peigne*, nous ne ferons pas, de ce microbe, une espèce du genre *Corynebacterium*, car la forme en *os de grenouille* n'est pas suffisamment caractérisée; nous l'appellerons provisoirement, *Bacillus liparis*.

Ce Bacille est plus pathogène pour les chenilles de *Lymantria* que *Diplococcus lymantriæ;* les cellules du sang le phagocytent très énergiquement.

MÉDECINE. — *Traitement de quelques dermatoses par la bactériothérapie.* Note de M. J. Danysz, présentée par M. Laveran.

Guidés par les considérations exposées dans une Note précédente [1] sur la formation et la nature des anticorps ainsi que sur le mécanisme des réactions provoquées par la présence simultanée des anticorps et des antigènes dans l'organisme, nous avons eu l'idée que les lésions constatées dans les dermatoses sont causées par des intoxications localisées ou, en d'autres termes, par la fixation sur certains points de la peau de sécrétions microbiennes dont la transformation ou digestion sur place provoquait les lésions qui caractérisent le psoriasis, les eczémas, les urticaires, etc.

Nous inspirant entre autres des travaux de Sabouraud sur les dermatoses [2], il nous a semblé évident que l'appel des leucocytes, la formation des exsudats, la multiplication exagérée des cellules conjonctives, épithéliales, etc. ne pouvaient être provoqués que par les transformations que

(1) J. Danysz, *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 985.

(2) Sabouraud, *La défense de la peau contre les microbes* (*Annales de Dermatologie*, 3e série, t. 10, p. 748).

doit subir un antigène à l'endroit où il est fixé, et comme, d'une part, on ne pouvait accuser aucun microbe spécifique de produire ces antigènes sur place, comme, d'autre part, les changements de régime semblaient exercer une certaine action temporaire sur l'évolution des dermatoses, il était tout naturel de rechercher l'origine de ces intoxications, tout d'abord, dans la flore intestinale.

Un premier cas fut traité d'après ces données et les résultats obtenus nous ont pleinement confirmés dans ces idées.

Le malade était couvert sur tout le corps, mais surtout sur les bras et les jambes, de plaques rouges plus ou moins grandes, suintantes ou recouvertes de croûtes, qui lui causaient des démangeaisons intolérables et que les spécialistes consultés ont appelées *eczéma* ou *dermite eczémateuse suintante*. Les traitements externes et internes, appliqués avec beaucoup de soins et de persévérance, n'ont jamais procuré au malade de soulagement durable.

Un ensemencement de son contenu intestinal sur bouillon ordinaire a donné au bout de 15 à 16 heures une culture presque pure d'un entérocoque à longues chaînettes. Il n'y avait pas de microbes mobiles, mais quelques bacilles immobiles que nous n'avons pas cherché à identifier.

Cette culture, réensemencée sur gélose ordinaire, a servi à la préparation d'un vaccin très dilué (50 à 100 millions de microbes par centimètre cube dans l'eau salée à 8g pour 1000, chauffés en ampoules à 60° pendant 1 heure), et le malade a reçu, tout d'abord, une première série de huit injections, à raison d'une injection par jour.

Dès la première injection, le malade a constaté une atténuation de ses démangeaisons, atténuation qui s'accentuait progressivement de sorte que, vers le quinzième jour après la première injection, il pouvait dormir tranquillement sans se gratter.

Les plaques persistaient toujours, mais elles étaient moins rouges et ne suintaient plus.

Un nouvel examen de la flore intestinale a montré une diminution notable des entérocoques et une augmentation proportionnelle des bacilles immobiles et une nouvelle série de huit injections a été faite avec un vaccin préparé de la même façon. Un mois plus tard le malade était complètement guéri.

Les injections de vaccin n'ont donné lieu à aucune complication appréciable et il n'y a pas eu de rechute depuis trois ans. Il y a toujours des entérocoques dans l'intestin.

Deux autres dermatoses que M. Sabouraud a bien voulu examiner avant et au cours du traitement, et dont une était d'après lui un psoriasis franc,

nummulaire, en petites taches, l'autre un psoriasis en grands placards dont quelques-uns s'accompagnaient d'une légère eczématisation, le tout datant de plusieurs années, ont été traitées dans les mêmes conditions et les malades sont actuellement débarrassés de leur éruption, sans qu'il en ait été pratiqué de traitement externe par quelque médicament que ce soit.

Dans le cas de psoriasis franc, le malade a ressenti pendant la deuxième série de piqûres des douleurs fugaces dans différentes parties du corps. Il n'est pas certain que ces douleurs étaient provoquées par les injections de vaccin, mais s'il en était ainsi on devrait en conclure que les doses de vaccin avaient été trop fortes.

Ces trois cas guéris ou très améliorés par les autovaccins ne nous autorisent pas à conclure que toutes les dermatoses sont d'origine intestinale et que toutes peuvent être guéries par la même méthode; mais la guérison, ou l'atténuation rapide de maladies rebelles à tout traitement pendant des années, indique d'une façon très nette que des recherches dirigées de ce côté peuvent donner des résultats intéressants.

CHIRURGIE. — *Sur les procédés opératoires applicables aux blessures des nerfs par les projectiles.* Note de M. **Ed. Delorme**, présentée par M. A. Laveran.

Parmi les études que les neurologistes, les histologistes et les chirurgiens ont, au cours de cette guerre, consacrées aux blessures des nerfs, beaucoup ont contrôlé la valeur des procédés opératoires que j'ai exposés à l'Académie, dans la séance du 18 janvier 1915 (t. 160, p. 120); les résultats de ces études me paraissent répondre aux objections qui m'ont été faites.

1° *Utilité de l'excision complète du tissu fibreux des extrémités terminales des nerfs sectionnés.*

Pour M. le professeur agrégé Sicard, médecin des hôpitaux de Paris, chef de l'un des centres neurologiques militaires les plus importants (XVe région) : « Toute récupération motrice est impossible lorsque la suture a été faite bout à bout dans un tissu cicatriciel [1] ».

M. Chiray, chef du centre neurologique de la Xe région, dans un Rapport officiel adressé à M. le Sous-Secrétaire d'État du Service de Santé et communiqué à tous les centres neurologiques de France, exprime en

[1] J.-A. Sicard, *Étude sur les sutures nerveuses* (*Paris médical*, 19 février 1916).

août 1916 le revirement complet opéré dans les esprits et les pratiques : « *Le but du chirurgien est la résection de tout le tissu fibreux* sans laquelle la reconstitution du nerf restera désastreuse physiologiquement (1) ».

En fait, la suture, sans avivement suffisant, avait donné tant d'insuccès qu'on avait affirmé qu'elle n'avait fourni aucune guérison. M. le professeur agrégé Gosset, chirurgien de la Salpêtrière, a rattaché « les presque 100 pour 100 d'échecs de la suture à ce que les résections nerveuses ont été trop limitées et que la suture a porté sur des portions sclérosées du nerf (2) ». Et M. le professeur Dejerine a réclamé une nouvelle intervention pour tout opéré qui, au bout d'une année, n'a pas été guéri de sa paralysie.

2° *C'est l'excision, couche par couche, qui révèle le siège et les limites du tissu nerveux sain*. L'affirmation de M. Chiray est ici formelle :

Lorsqu'au début de la guerre, dit-il dans son Rapport, le médecin inspecteur général Delorme indiqua que, à son avis, la seule méthode consiste à réséquer, de 2^{mm} en 2^{mm}, des tranches successives du nerf malade jusqu'à ce que les tubes apparaissent nettement, essaimant de points saillants la totalité de la surface avivée, il souleva des protestations unanimes et violentes. Il faut reconnaître qu'on n'a rien trouvé de mieux et que les chirurgiens quels qu'ils soient n'usent pas d'un autre procédé. (*Op. cit.*)

Cependant trois méthodes ingénieuses ont été successivement proposées : 1° la *biopsie externe* de MM. les professeurs Sicard et Jourdan de Marseille, 2° l'*insufflation d'air ou l'injection de liquides colorés dans le nerf*, air et liquides colorés qui dilatent le nerf sain et s'arrêtent à la barrière du tissu fibreux (Sicard); 3° enfin l'*électrisation directe du nerf mis à nu* (P. Marie).

M. Sicard, inventeur de deux des trois méthodes nouvelles, n'hésite pas à reconnaître que « la décision chirurgicale sera surtout prise d'après l'aspect macroscopique de la lésion (Delorme), des tissus avoisinants, et d'après les renseignements fournies par la palpation directe du nerf » (*Op. cit.*), palpation que j'avais recommandée.

En résumé, dit M. Chiray, *on voit qu'il faut en revenir au procédé de Delorme des sections successives du nerf malade et de l'appréciation macroscopique entre le tissu sain et le tissu lésé* ». (*Op. cit.*)

(1) Chiray et Roger, *Valeur et indications des sutures nerveuses* (*Archives des centres de neurologie*. Rapport d'août 1916. Musée historique du Val-de-Grâce).

(2) Sicard et Dambrin, *Sutures nerveuses* (*Bull. et Mém. Société de Chirurgie*, séance du 12 avril 1916. Rapport de M. Gosset, t. 42, p. 965).

Il est des cas dans lesquels la continuité du nerf ne semble pas interrompue. Dans la trame conjonctive qui réunit les deux bouts, la dissection décèle parfois des fascicules nerveux et le microscope des travées isolées, aberrantes, considérées comme éléments d'une réparation ultérieure. J'ai toujours conservé religieusement les fascicules; quant au tissu cicatriciel à travées isolées, je l'ai considéré comme inférieur à l'agglomérat de travées réparatrices qu'on peut attendre des tranches du nerf avivé.

M. Leri, chef d'un centre neurologique, électrise la nappe du tissu intermédiaire aux deux bouts de nerfs sectionnés sans discontinuité apparente. 11 fois dans 11 cas d'une série continue, il ne peut provoquer de contraction dans les muscles innervés par le nerf. « Cette membrane, dit-il, n'est aucunement conductrice et de semblables lésions équivalent à une section, elles réclament le même traitement [1]. »

M. le professeur Nageotte, du Collège de France, estime, d'après ses pièces histologiques, « que les faisceaux qui s'écartent du gros de la cicatrice en traversant le tissu fibreux et qui de plus s'étant égarés ne peuvent redevenir fonctionnels, semblent être destinés à disparaître [2] ».

M. Chiray résume l'opinion et la conduite actuellement suivies : « Quel que soit l'état anatomique des lésions d'interruption, le chirurgien doit sacrifier tout ce qui est fibreux et s'arrêter où le tissu est normal. »

3° *La dénudation des nerfs, dans les pertes de substances étendues, faites en vue de faciliter le rapprochement des deux bouts*, s'est montrée sans conséquence fâcheuse sur les opérés.

La nutrition des nerfs est assurée par de gros vaisseaux qui les pénètrent en des points très distants et précis. Un nerf largement dénudé et avivé saigne et l'hémorragie ou le suintement sanguin gênent souvent l'opérateur.

4° Quant *à la position fléchie* imposée au membre dans les pertes de substance étendues, elle ne dure que quelques semaines et se réduit aisément. Elle est conseillée [3] et, en fait, utilisée partout. Le cas suivant montre que le retour à l'extension ne compromet pas la solidité de la cicatrice.

---

(1) A. Leri, *Quelques considérations sur le traitement des nerfs périphériques, d'après 400 cas et 75 opérations* (*Société de Neurologie*, séance du 18 mars 1915).

(2) J. Nageotte, *Les moyens de réunion du nerf sectionné, tractus fibreux, bourgeons nerveux* (*Société de Biologie*, séance du 3 juin 1916).

(3) Tinel, *Blessures des nerfs*, 1 vol., 1916 : Une telle suture comporte presque toujours un raccourcissement considérable du nerf auquel on pourra subvenir par la flexion des articulations voisines, comme l'a indiqué Delorme (p. 303).

MM. les professeurs agrégés Sicard [1] et Dambrin résèquent un sciatique dans l'étendue de 7^{cm} et suturent bout à bout. La jambe fortement fléchie est étendue complètement au bout de 20 jours. Au cours d'une nouvelle opération faite pour l'ablation d'un corps étranger, on examine le nerf. « Il n'existait aucune distension, aucune élongation cicatricielle. »

5° *L'ablation des fibrômes centraux durs*, isolables ou non, terminaison des perforations de part en part, est conseillée (professeurs Dejerine, P. Marie), pratiquée (professeurs agrégés Mauclaire, Auvray, Gosset); *l'excision des névrômes périphériques adhérents*, terminaison des perforations latérales; *l'avivement des surfaces scléreuses des sillons; l'ablation large des portions contuses des nerfs écrasés* sont faites pas les chirurgiens et, dans ce dernier cas, l'avivement en tissu sain est considéré comme une condition fondamentale de la reprise d'une auto-greffe quand la suture directe est impossible (Sicard).

Ces opérations diverses sont répétées à l'étranger d'après le même mode.

M. Ch. Duprat écrit de Bône (Algérie) qu'il a réussi, le 10 mars 1917, à $18^h 41^m$, à voir à l'œil nu l'étoile Canopus (α Navire), grandeur $-0,86$, au voisinage du méridien, à environ 1° au-dessus de l'horizon.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

Rapport sur une proposition de M. A. Rendu, Conseiller municipal de la Ville de Paris, *relative à la recherche d'une boisson hygiénique, fait au nom de la Commission de Santé de la Défense nationale*, par M. **A. Laveran**.

M. Ambroise Rendu, Conseiller municipal, a adressé, à notre éminent confrère M. Appell, la lettre suivante :

---

(1) J.-A. Sicard, *Marseille médical*, 1er septembre 1916.

Mon cher Président,

Il faut aussi penser à l'avenir de nos orphelins et les préserver des dangers auxquels ils seront exposés. Un de ces dangers c'est l'alcool, c'est peut-être le plus grand de tous. Or on veut lutter contre le fléau, mais, vous le savez, on ne supprime que ce qu'on remplace.

A mon avis, l'Académie des Sciences s'honorerait grandement si elle fondait un beau prix et mettait au concours le remplacement de l'alcool par une boisson tonique et excitante.

On doit trouver cela et quel service on rendrait à l'humanité. La science trouve des engins de mort, elle doit trouver les remèdes.

Je me permets de vous soumettre mon idée et de vous prier de la communiquer.

Votre bien dévoué,

Signé : AMBROISE RENDU.

Cette lettre a été communiquée à l'Académie des Sciences qui a renvoyé la proposition de M. Rendu à l'examen de sa Commission de Santé.

La Commission s'est réunie le 5 mars dernier, a examiné la proposition faite à l'Académie, et m'a chargé de rédiger un Rapport.

Il paraît évident que si M. le conseiller municipal A. Rendu propose de mettre au concours la recherche d'une boisson tonique et excitante, c'est qu'il considère les boissons dites *hygiéniques*, en usage dans notre pays, comme susceptibles de favoriser les progrès de l'alcoolisme; il paraît évident aussi que, si l'Académie des Sciences adoptait la proposition qui lui est faite, elle s'associerait à cette manière de voir.

Les boissons alcooliques dites *hygiéniques*, vin, bière, cidre, en usage dans notre pays, sont-elles donc si dangereuses, au point de vue de l'alcoolisme, qu'il faille s'efforcer de leur substituer une boisson tonique et excitante, non alcoolique, dont la découverte présenterait d'ailleurs quelques difficultés?

Le vin, qui est la boisson la plus répandue dans une grande partie de la France, joue-t-il un rôle important dans les méfaits de l'alcoolisme? Votre Commission ne le croit pas.

L'alcoolisme est moins commun dans beaucoup de régions viticoles que dans d'autres régions où l'usage du vin est très peu répandu et, dans les régions viticoles, la plupart des cas d'alcoolisme qu'on observe relèvent non de l'usage du vin, mais de celui de l'eau-de-vie, et en particulier de l'eau-de-vie de marc, véritable poison, dont la fabrication et la consommation ont été en augmentant rapidement grâce au privilège des bouilleurs de cru.

Il y a assurément des personnes qui font abus du vin et qui finissent par s'alcooliser, mais ces personnes constituent une infime minorité à côté du grand nombre de consommateurs qui usent du vin et n'en abusent pas. Le vin constitue une boisson saine, tonique, légèrement excitante, qui facilite la digestion et corrige la mauvaise qualité des eaux de boisson; il serait vraiment excessif de le proscrire sous prétexte que des abus peuvent se produire. Pendant l'abominable guerre qui dure depuis trois ans bientôt, et notamment pendant le rude hiver que nous venons de subir, le vin a été pour nos admirables soldats un précieux réconfort; ne l'oublions pas. Jeter le discrédit sur le vin, sans motif hygiénique valable, serait d'autant plus regrettable que la France est un pays viticole et que nos vins, célèbres dans le monde entier, représentent une des sources les plus abondantes de notre richesse.

Le cidre et la bière méritent, comme le vin, le titre de boissons hygiéniques qui leur est, en général, accordé. Si, en Normandie et en Bretagne, l'alcoolisme a pris des proportions très inquiétantes, le cidre n'y est pour rien; ici encore ce sont les bouilleurs de cru qui ont fait tout le mal, en répandant l'usage de l'eau-de-vie connue sous le nom de *calvados*.

La bière est une excellente boisson; on lui a reproché d'être la boisson des populations germaniques; en réalité l'usage de la bière est très répandu; on fait depuis des siècles d'excellentes bières en Angleterre, dans les pays scandinaves, en Belgique, en Hollande, en Alsace (la bière de Strasbourg est justement renommée) et depuis 50 ans l'industrie de la brasserie a fait d'immenses progrès en France, grâce aux travaux de notre grand Pasteur.

En terminant je citerai les lignes suivantes du Livre remarquable que notre regretté confrère, Émile Duclaux, a publié sur l'Hygiène sociale [1] :

« Bu à doses modérées et dans une boisson comme le vin, la bière ou même le cidre, l'alcool amène une petite excitation du système nerveux qui peut retentir agréablement sur l'esprit et sur le fonctionnement des organes, accélérer une digestion paresseuse ou donner temporairement de l'activité ou de la puissance aux muscles. C'est un excitant, comme le café, le thé, les épices. On peut s'en passer, mais on peut l'aimer et en tirer bénéfice et, tant qu'on reste dans les limites physiologiques, il n'y a aucun argument sérieux à opposer à son emploi. »

Il serait *fou*, dit plus loin Duclaux, de vouloir éliminer de la consommation le vin et la bière qui ne présentent aucun danger, quand l'usage en est modéré, et qui repré-

[1] E. DUCLAUX, *L'hygiène sociale*, p. 193 et 211. Paris, 1902.

sentent une notable partie de la richesse publique. « Laissons les buveurs d'eau se contenter de ce liquide, mais ne troublons pas la quiétude des buveurs modérés de vin ou de bière; nous n'en avons pas le droit, au point de vue des principes, et en plus il serait mauvais que nous y réussissions. »

En résumé, votre Commission, considérant que, s'il est urgent de poursuivre la lutte contre l'alcoolisme, notamment par la suppression complète et définitive des bouilleurs de cru, il serait regrettable de discréditer des boissons hygiéniques dont l'usage est sans danger et qui constituent une des richesses de notre pays, estime qu'il n'y a pas lieu de donner suite à la proposition de M. Ambroise Rendu.

La séance est levée à 17 heures trois quarts.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de janvier 1917 (*suite et fin*).

Archives russes d'anatomie, d'histologie et d'embryologie, t. I, fasc. I, rédacteur en chef : A.-S. Dogiel. Petrograd, Evdokimov, juin 1916; 1 vol. in-8°.

Ville de Paris. Services généraux d'éclairage. *Instruction pratique pour la détermination du pouvoir calorifique du gaz*, par P. Lauriol et L. Girard. Paris, Gauthier-Villars, 1914; 1 fasc.

Appendice à l'étude photographique des diamètres polaire et équatorial du Soleil; étude de l'influence de la dispersion atmosphérique; quelques mesures photographiques des diamètres de Saturne, par le R. P. S. Chevalier. Extrait des *Annales de l'Observatoire de Zô-Sè*, t. IX, 1913. Imprimerie de T'ou-sè-wè, Zi-ka-wei, Chang-hai; 1 fasc. in-4°.

Sixteenth report of the Michigan Academy of Science, by Richard Dezeeuw. Lansing, Michigan, Crawford, 1914; 1 vol. in-8°.

Report of the agricultural research Institute and College, Pusa (1915-1116). Calcutta, superintendent government printing, India, 1916; 1 fasc. in-8°.

Anuario del Observatorio de Madrid para 1917. Madrid, Bailly-Baillière, 1916; 1 vol. in-16.

Determinación de la latitud por alturas absolutas, circunmeridianas, meridia-

nas é iguales de dos estrellas, por CARLOS PUENTE. Madrid, Bailly-Baillière, 1917; 1 vol. in-16.

Anuario estadistico de la república oriental del Uruguay, libro XXIV, *años* 1913 *y* 1914; director general de estadistica : JULIO M. LLAMAS. Montevideo, Francisco Arduino, 1916; 1 vol. in-8°.

Onderzoekingen gedaan in het physiologisch laboratorium der utrechtsche hoogeschool, uitgegeven door C.-A. PEKELHARING en H. ZWAARDEMAKER; vijfde reeks, XVII. Utrecht, Oosthoek, 1916; 1 vol. in-8°.

Kungl. Svenska Vetenskapsakademiens Årsbok för år 1916. Stockholm, Almquist et Wiksells, 1916; 1 vol. in-8°.

Appendice aux observations météorologiques suédoises, publiées par l'Institut central de météorologie, vol. 56, 1914 : *Calcul de la température moyenne mensuelle de l'air aux stations météorologiques suédoises.* Stockholm, Almquist et Wiksells, 1916; 1 vol. in-4°.

The danish Ingolf-Expedition, vol. III, part 5; contents : H. J. HANSEN : *Crustacea malacostraca* (III), published at the cost of the government by the direction of the zoological Museum of the University. Copenhagen, H. Hagerup, 1916; 1 vol. in-4°.

ERRATA.

(Séance du 19 mars 1917.)

Note de M. *Yves Delage*, Équivalents pharmacologiques et unités thérapeutiques : une réforme dans la manière de formuler :

Page 472, ligne 3, *au lieu de* cinquièmes, *lire* dixièmes.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 AVRIL 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'en raison des fêtes de Pâques la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 10 avril, au lieu du lundi 9.

ASTRONOMIE. — *Sur l'emplacement et les coordonnées de l'Observatoire de la porte Montmartre.* Note (1) de M. G. **Bigourdan**.

L'horizon n'étant pas assez dégagé dans le jardin de la rue Vivienne, on chercha dans le voisinage un meilleur emplacement et on le trouva un peu plus au Nord, près de la porte Montmartre.

Au point choisi on jouissait alors d'un horizon assez libre, car d'après les mesures de diamètres qui y furent faites, on voyait le Soleil levant dans les mois d'avril et de novembre, ainsi que le Soleil couchant dans ceux de décembre, janvier, avril, mai et juin.

Ici les quarts de cercle n'étaient plus en plein air, comme au jardin de la rue Vivienne, du moins à partir de novembre 1668, car à cette date on lit dans le registre autographe de Picard (*Obs.* D, 1, 14, p. 36), cette Note incomplètement reproduite par Le Monnier (*Hist. cél.*, p. 35) :

Les observations jusques au 16 décembre 1669 ont este faites avec le Quart de cercle de 27 poulces de Rayon dont il a esté parlé aux observations du soleil, et l'Inconstance qui se trouve aux hauteurs merid. d'une mesme estoile peut venir de ce qu'elles

(1) Séance du 12 mars 1917.

ont esté souvent prises dans un cabinet dont le plancher n'estoit pas bien ferme, bien que lon y eust egard autant qu'il estoit possible comme il sera dit cy aprez.

Mais ensuite je ne vois rien à ce sujet. D'ailleurs si le quart de cercle n'avait pas été bien abrité, il aurait été illusoire de le laisser fixe dans le méridien pendant plusieurs heures, ainsi que Picard commença de le faire en novembre 1668, pour observer la digression de Vénus (*Hist. cél.*, p. 31).

Il est constant que, des premiers astronomes de l'Académie, Picard est le seul qui ait observé là, et il est probable qu'il y habitait; mais il subsiste assez d'obscurité sur diverses circonstances touchant cet observatoire, malgré son rôle capital dans l'histoire de l'Astronomie française. Ainsi l'*Histoire de l'Académie* n'en parle pas une seule fois; et il plane quelque doute sur l'époque où les observations de hauteurs y furent commencées.

D'après l'*Histoire céleste* de Le Monnier (p. 18), c'est là que Picard aurait pris les hauteurs méridiennes du Soleil du 2 janvier au 22 octobre 1668. Mais on a vu pour quelles raisons il y a lieu d'en douter. Il est probable que les grands instruments de la rue Vivienne (quart de cercle de 9 pieds 7 pouces et sextant de 6 pieds de rayon) ne furent pas apportés à la porte Montmartre et furent utilisés par Picard seulement au jardin de la bibliothèque jusqu'à la fin d'octobre 1668.

Mais bien antérieurement, à partir du 27 mars 1666, Picard avait continué, près de la porte Montmartre, ses mesures de diamètres commencées à Passy, et qui n'exigeaient pas d'installation spéciale.

En résumé, Picard commença ses observations à la porte Montmartre le 27 mars 1666, avant la fondation de l'Académie en même temps que parfois il observait aussi à Passy, mais n'y exécuta que des mesures de diamètres pendant 2 ans et demi, les observations de hauteurs étant faites à la rue Vivienne; puis, à partir du 2 novembre 1668, il fit toutes ses observations de Paris près de la porte Montmartre, jusqu'au 23 juin 1673, époque où il vint habiter l'Observatoire, terminé depuis peu.

Dans la suite La Hire fit près de la porte Montmartre quelques rares observations qui se prolongèrent jusqu'à 1681 (*Hist. cél.*, p. 253), mais on ne dit pas explicitement que ses instruments étaient installés exactement au même endroit que ceux de Picard.

Emplacement de l'Observatoire. — La porte Montmartre de l'époque se trouvait sur la rue de ce nom, vers le point où elle est rencontrée aujourd'hui par la rue des Jeûneurs. Pour la position de l'Observatoire

lui-même, nous n'avons que cette donnée de Picard, qu'il était 2′ au nord de l'Observatoire de l'Académie. D'après une remarque de J.-N. Delisle (B, 2, 7, n° 75), ce nombre doit être très exact; en l'adoptant, le point correspondant se trouve à 3706ᵐ N, ce qui le placerait à quelques mètres de la porte Montmartre, à l'intérieur de la ville. Une seconde donnée, fort vague aussi, est que La Hire habitait dans la même région quand il observait là; car son premier ouvrage sur les sections coniques, publié en 1673, donne son adresse *rüe neuve de Montmartre, entre St Joseph et la rue de Cléry*.

Travaux. — Les observations de Picard sont principalement des mesures de diamètres prises avec le micromètre, des déterminations de hauteurs méridiennes, des différences méridiennes de passages, et aussi quelques déterminations de lieux de planètes et d'étoiles par la méthode des distances à deux étoiles supposées connues de position; mais les découvertes mêmes de Picard allaient faire abandonner ce vieux procédé.

C'est à la porte Montmartre que, le 13 avril 1673, Picard s'aperçut que le disque de Jupiter est aplati, le grand diamètre étant parallèle aux bandes : découverte importante si l'on songe que l'on ne connaissait pas encore l'accourcissement du pendule à secondes à l'équateur; et elle aurait dû empêcher de soutenir l'*allongement* de la Terre vers les pôles.

Il est à remarquer aussi que, dès le moment où Picard commence d'observer là, il donne la préférence à des instruments relativement petits sur ceux de dimensions considérables que l'on avait employés jusque-là.

Mais l'observation capitale qu'il fit à la porte Montmartre, c'est celle de hauteurs méridiennes d'étoiles en plein jour. Elle n'est pas mentionnée dans son registre autographe (D, 1, 14), mais est rapportée en ces termes dans les registres de l'Académie, écrits par un copiste (Reg. V, fol. 239_2, 245_2), au 3 mai et au 23 juillet 1669 :

Nottez que cette hauteur méridienne fut prise en plein jour environ les 7 heures 5′ du soir pres de 13 minutes de temps avant le coucher du Soleil, ce qui ne s'estoit encore jamais faict....

Le 23. Arcturus encores veu au meridien .... 62.5′

Notez que le Soleil estoit alors encores hault de 16°59′35″.

Cette observation est remarquable estant inoüy qu'on eust jamais pris la hauteur meridienne des fixes non seulement en plein Soleil, mais pas mesmes encores dans la force du Crépuscule, de sorte qu'il est maintenant facile de trouver immediatement les ascensions droites des fixes non seulement par les horloges mais encore par l'observation du vertical du Soleil en mesme temps qu'on observera la hauteur meridienne d'une estoile fixe.

Ces observations remarquables, qui allaient faciliter à un haut degré la détermination des ascensions droites, et sur lesquelles on a tant écrit, demandent encore quelques considérations :

Picard, a-t-on dit, oubliant les remarques de J.-B. Morin, etc., crut être le premier à *voir* les étoiles en plein jour; mais ce qu'il dit être « inoüy », au sens de ce mot à l'époque, c'est non d'avoir vu les étoiles, mais d'avoir pris leurs hauteurs méridiennes dans ces conditions; et il semble exact que cela n'avait pas encore été fait.

D'ailleurs, tandis qu'avant lui on suivait les astres à la lunette le matin d'abord dans l'obscurité, puis dans le crépuscule et enfin dans le jour, Picard observe le soir, et par suite avait dû *chercher* les étoiles en calant exactement son instrument.

Enfin il n'est pas exact qu'on eût *oublié* les observations antérieures sur la visibilité des astres dans la lumière du jour; on en trouvera la preuve un peu plus loin. Mais nous devons d'abord remonter plus haut pour voir s'établir graduellement la nouvelle méthode d'observations méridiennes.

Les astronomes antérieurs rapportaient les étoiles à la Lune et à Vénus dans le crépuscule, puis ces derniers astres au Soleil; et finalement ils obtenaient ainsi les ascensions droites absolues ou rapportées au point équinoxal.

Dès sa fondation l'Académie des Sciences s'occupa de cette détermination des lieux absolus des étoiles avec une ardeur que l'*Histoire de l'Académie* laisse presque complètement dans l'ombre, mais que mettent en évidence les extraits suivants des procès-verbaux manuscrits de la première moitié de 1667 (*Reg.* I, p. 156-159).

Le 9 febvrier [1667] on a arresté que Mercredy prochain on parleroit de la manière de restituer les lieux des étoiles fixes.

Le 16 febvrier on a proposé plusieurs manières de restituer les estoiles fixes. La première est de prendre avec un sextant ou octant la distance entre deux estoilles; puis la distance d'une autre estoille avec une des deux premières, etc. La 2 est de prendre la hauteur meridienne des étoilles et leur difference d'ascension droite, par le moyen du Pendule. La 3 suppose la hauteur du pôle, et l'on prend la hauteur et les azymuths des estoilles. Messrs Auzout et Buot ont donné [1] des Memoires qui expliquent plus particulièrement ces méthodes.....

Le 23 fevrier on a continué la mesme matière. Mrs Hugens et Roberval ont proposé

---

[1] *Le Reg.* I, p. 58-71, renferme de Buot un Mémoire qui a pour titre : *Methode pour trouver la position des Etoilles fixes, leurs ascensions droites, leurs déclinaisons, leurs longitudes et leurs latitudes.*

leur méthode qui est de prendre devant et après l'équinoxe la hauteur meridienne du Soleil et sa declinaison; par ce moyen et par les parties proportionnelles on aura le temps de l'équinoxe, puis on prendra la nuict la hauteur meridienne d'une estoille; et ainsi on aura la distance de l'étoille du point de l'équinoxe.

Monsieur Buot a donné un ecrit pour trouver la position des étoiles fixes sans avoir esgard à l'équinoxe.

Monsieur Hugens donnera la manière de trouver le lieu des étoiles fixes sans avoir égard à l'équinoxe [1].

Le 2 jour de Mars Mons[r] Auzout a promis d'apporter Mercredy prochain une méthode pour régler les étoiles fixes. Il en a proposé plusieurs manières : 1. par une éclipse totale de Soleil qui arrive fort rarement. 2. par le moyen de Jupiter que l'on peut conduire avec les lunettes jusques a dix heures du matin. 3. par le moyen du Syrius ou grand Chien que l'on peut conduire jusques a ce que le Soleil soit levé et quelque temps après.

Monsieur Hugens a proposé une autre méthode par le moyen de la pendule en prenant le temps qui est entre le méridien du Soleil et celuy de l'étoille, ou la difference du temps qui est depuis que le Soleil a passé par le méridien jusques à ce que l'estoille y passe.

Le 9 Mars, Mons[r] de Roberval a proposé deux manières pour trouver le lieu du Soleil, l'une par la voye que les anciens ont suivie, l'autre par le moyen des lunettes en prenant le diamètre du Soleil. M. Frenicle a donné un écrit où il explique plusieurs manières de trouver le diamètre du Soleil et le lieu de son apogée.

Le 16 mars on a parlé de la précession des équinoxes. On a arresté que l'on observera au plus tost de combien la première estoille d'Aries est esloignée du vray equinoxe, et que de temps en temps on renouvellera cette observation. Mons[r] Hugens a donné une méthode pour trouver les ascensions droites des estoilles fixes....

Mons[r] Picard a aussi proposé que comme dans le commencement d'avril prochain Vénus sera dans son plus grand esloignement du Soleil, on prenne la distance de Vénus à quelque étoile fixe, puis la distance de Vénus au Soleil.

La méthode méridienne d'observation avait été proposée depuis longtemps, et l'on pourrait même en retrouver des traces jusque dans Hipparque. Au XVI[e] siècle Hagecius en avait parlé; mais, bonne en théorie, elle ne pouvait encore être mise en pratique faute de moyens divers qui se

---

(1) Huyghens est revenu trois fois sur cette question : le 23 février, le 2 et le 16 mars. Ses Mémoires sur ce sujet se trouvent p. 7-8 et 8-10 du *Reg.* I. Le second de ces Mémoires (*Manière de trouver le lieu des estoilles fixes par le moyen d'une horloge à pendule et de filets, comme aussi leur réfraction*) s'occupe de la réfraction, ainsi qu'un troisième (*Pour trouver la réfraction de l'atmosphère à l'esgard du Soleil*), p. 18-19 : les procès-verbaux correspondants (1667 janvier 2 — 1667 août 24) ne mentionnent pas qu'on se soit spécialement occupé de la réfraction.

trouvèrent réalisés par ces trois circonstances : la substitution des lunettes aux pinnules ordinaires et l'observation de Picard et la perfection inespérée que l'application du pendule venait de donner aux horloges.

Un des grands mérites de Picard fut de voir immédiatement l'immense portée de ces nouveaux moyens qui allaient renouveler toute l'Astronomie, et d'entreprendre aussitôt d'en tirer parti; de là sortirent deux grandes œuvres : la *Mesure de la Terre* et la méthode actuelle d'observations méridiennes, ce qui contribua puissamment à mettre hors de pair l'astronomie française de l'époque (¹). Même en Angleterre, l'ancienne méthode des distances respectives des étoiles resta encore en usage pendant plus de 10 ans.

Si à cela on ajoute les autres travaux importants de Picard (²), on con-

---

(¹) C'est ce qui a permis à S. Newcomb d'écrire :

« With the foundation of the Paris Observatory, a yet farther improvement was made in the art of determining the time, and one so great that the observations of occultations made there betwen 1680 and 1720 are frequently comparable in accuracy with those of the present time.... » [*Researches on the motion of the Moon*, p. 23, (*Astronomical and Meteorological Observations*, ... 1875, Washington.)]

(²) *Travaux de l'abbé* JEAN PICARD (1620 juillet 21—1682 juillet 12) :

1666 (avant). Invention du micromètre à fil mobile, avec Auzout.
1666, 1673. Emploi des hauteurs correspondantes pour la détermination de l'heure.
1667. Substitution des lunettes aux pinnules pour la mesure des angles (avec Auzout).
1667 (env.). Découverte de variations dans la déclinaison de la polaire, ce qui devait conduire à la connaissance de la *nutation* et de l'*aberration*.
1668-1670. Mesure de la Terre. Premier secteur zénithal.
1668, 1681. Projet de Carte de la France, appuyée sur une triangulation générale.
1668. Projet de mesure linéaire universelle, basée sur la longueur du pendule à seconde.
1669. Observations de hauteurs méridiennes d'étoiles en plein jour; et nouveau plan d'observations méridiennes.
1669. Projet de quart de cercle mural méridien.
1671-1672. Voyage d'Uranibourg. Premier emploi des signaux de feu pour les longitudes terrestres.
1672-1680. Voyages géographiques en Anjou (1672), dans le Bas-Languedoc (1674), en Bretagne (1679), en Saintonge (1680), en Bretagne et Normandie (1680).
1673. Découverte de l'aplatissement de Jupiter.
1676. Observation, pour la première fois, de la conjonction inférieure de Vénus très près du Soleil.
1677. Nivellements divers.
1678. Publication du premier volume de la *Connaissance des Temps*.

viendra que la postérité ne lui a pas témoigné toute la reconnaissance qui lui est due.

On a souvent mis en opposition le genre de travaux, les idées, les tendances, même les habitudes sociales de Picard et de Cassini, pour regretter l'influence prépondérante dont jouit celui-ci et la préférence accordée au genre de recherches qui firent sa réputation. Delambre surtout a vivement attaqué Cassini; mais M. Wolf lui a répondu (*Hist. Obs.*, p. 194...); et au lieu de prendre parti dans cette discussion il nous paraît préférable de mettre chacun à même de juger, en indiquant les travaux de Cassini [1] parallèlement avec ceux de Picard. L'un et l'autre, suivant ses goûts et ses moyens, a puissamment travaillé à l'avancement de l'Astronomie, et tous deux méritent notre admiration; mais on ne peut douter que, si le genre de travaux de Picard s'était bien implanté à l'Observatoire de Paris, l'Astronomie française aurait pris une direction plus féconde.

---

(1) *Travaux de* J.-D. Cassini (1625 juin 8 — 1712 septembre 14):

1655. Méridienne de Sainte-Pétrone à Bologne.

1662. Tables de réfraction (Ephém. de Malvasia).

1664 juillet 30. Découverte des ombres des satellites de Jupiter sur la planète et de celle de l'anneau de Saturne également sur la planète. Ces découvertes sont aussi réclamées par Campani.

1665 juillet. Rotation de Jupiter, revendiquée aussi par le P. Gottignies.

1666 février 6. Rotation de Mars.

1667. Rotation de Vénus??

1668. Premières éphémérides des éclipses des satellites de Jupiter.

1669. Méthode géométrique pour trouver les apogées, les excentricités, ... des orbites planétaires.

1671. Découverte de Japet.

1672. Découverte de Rhéa.

1677. Théorie de la libration de la Lune.

1680. Machine parallactique, déjà connue, mais à laquelle il ajoute un mouvement d'horlogerie. — Réticules divers.

1683. Lumière zodiacale, vue déjà en 1668 par lui et d'autres. Signalée aussi auparavant.

1683, 1700, 1701, 1702. Prolongation de l'arc terrestre de Picard.

1684. Découverte de Thétys et de Dioné.

1684. Les éléments de l'Astronomie vérifiés. Parallaxe du Soleil.

1692. Carte de la Lune.

1705. Calcul des longitudes terrestres par les éclipses sujettes aux parallaxes: l'idée pourrait en remonter à 1661 et se trouve d'ailleurs dans Képler.

Il faudrait aussi compter en quelque sorte *négativement* sa prétendue découverte d'un satellite de Vénus et sa lutte contre l'idée de Rœmer sur la propagation graduelle de la lumière.

NAVIGATION. — *L'heure à bord des navires.* Note de M. **Ch. Lallemand.**

J'ai eu, il y a deux mois, l'honneur de présenter à l'Académie [1], de la part de M. J. Renaud, directeur du Service hydrographique de la Marine, une Note où étaient mis en évidence les graves inconvénients du système, dit de l'*heure vraie*, jusqu'alors universellement employé pour marquer le temps à bord des navires. On aboutissait à ce résultat paradoxal que deux bateaux venus de directions opposées, voulant tous deux noter, au moment de la rencontre, l'heure d'un même phénomène, enregistraient nécessairement deux heures distinctes, dont l'écart, variable avec les routes suivies, pouvait dépasser une centaine de minutes et dont aucune ne représentait l'heure vraie du phénomène, ni ne permettait de la déduire.

C'est ainsi que, pour les historiens de l'avenir, il sera presque impossible de fixer l'heure exacte de la bataille du Jutland.

Ému de cette situation, le Bureau des Longitudes, dans sa séance du 14 février dernier, émettait, à l'unanimité, sur la proposition de M. J. Renaud et la mienne, le vœu ci-après :

« *Exposé des motifs.* — Il y a, pour la science et pour la navigation, un grand intérêt à ce que l'heure soit notée d'après un système uniforme sur toute la surface du globe, aussi bien sur mer que sur terre, et à ce qu'il n'existe aucune ambiguïté, ni sur l'instant où se produit un fait ou un phénomène, ni sur l'heure indiquée dans un ordre ou un message.

» Or ces conditions ne sont pas remplies par l'heure dont se servent les marins, puisque, avec la méthode actuellement en usage : tantôt, dans la navigation au long cours, on règle la montre une fois par jour sur l'heure vraie du lieu au moment du point de midi, ou bien, lorsque le déplacement journalier en longitude est important, on fait à la montre, en 24 heures, plusieurs corrections, à des intervalles qui varient au gré du capitaine; tantôt, dans la navigation au cabotage, on garde, pendant toute la traversée, l'heure légale du port de départ. Ces pratiques offrent des inconvénients d'autant plus graves que le plus souvent un navire n'est plus, comme autrefois, isolé en mer, mais que, par la radiotélégraphie, il reste en relations fréquentes avec la terre, où règne en général l'heure des fuseaux, et avec les bâtiments voisins.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 221.

« *Vœu.* — Pour ces motifs, le Bureau des Longitudes émet le vœu que, pour remédier à cet état de choses, la Marine française prenne, dès que les circonstances le permettront, l'initiative de substituer à l'heure vraie, actuellement réglementaire à bord des navires en mer, l'heure du système universel des fuseaux horaires, en usage sur le territoire de la plupart des pays civilisés. »

J'ai la satisfaction d'annoncer à l'Académie que, par une circulaire en date du 22 mars dernier, le Ministre de la Marine, prenant en considération le vœu ci-dessus, a décidé qu'à partir du 25 mars de cette année, sur tous les bâtiments de la marine nationale et sur les navires mobilisés, on emploiera exclusivement, en mer, l'heure des fuseaux et, dans les rades ou ports, l'heure en usage dans le pays auquel ils appartiennent.

Pour diminuer les inconvénients du saut brusque d'une heure, saut obligé quand on change de fuseau, la modification se fera dans la nuit qui précède ou qui suit l'instant de la traversée du méridien limite.

Cette pratique, à n'en pas douter, sera suivie par la marine de commerce, par celle de nos alliés d'Angleterre et d'Italie et ultérieurement par toutes les autres marines du globe.

On peut donc entrevoir, pour une date pas trop éloignée, le moment où deux bâtiments, de nationalités quelconques, venant à se croiser en un point des océans, leurs montres marqueront une seule et même heure, celle du fuseau où aura lieu la rencontre.

La France aura eu le mérite d'inaugurer cette importante réforme.

M. **Ch. Lallemand** fait, à l'Académie, hommage d'une Notice rédigée par lui, en collaboration avec M. **E. Prévot**, ingénieur des Ponts et Chaussées, sur les travaux effectués, de 1912 à 1916, par le Service du Nivellement général de la France, en vue d'obtenir le *nivellement des vallées des Alpes et le relevé des profils en long de leurs cours d'eau.*

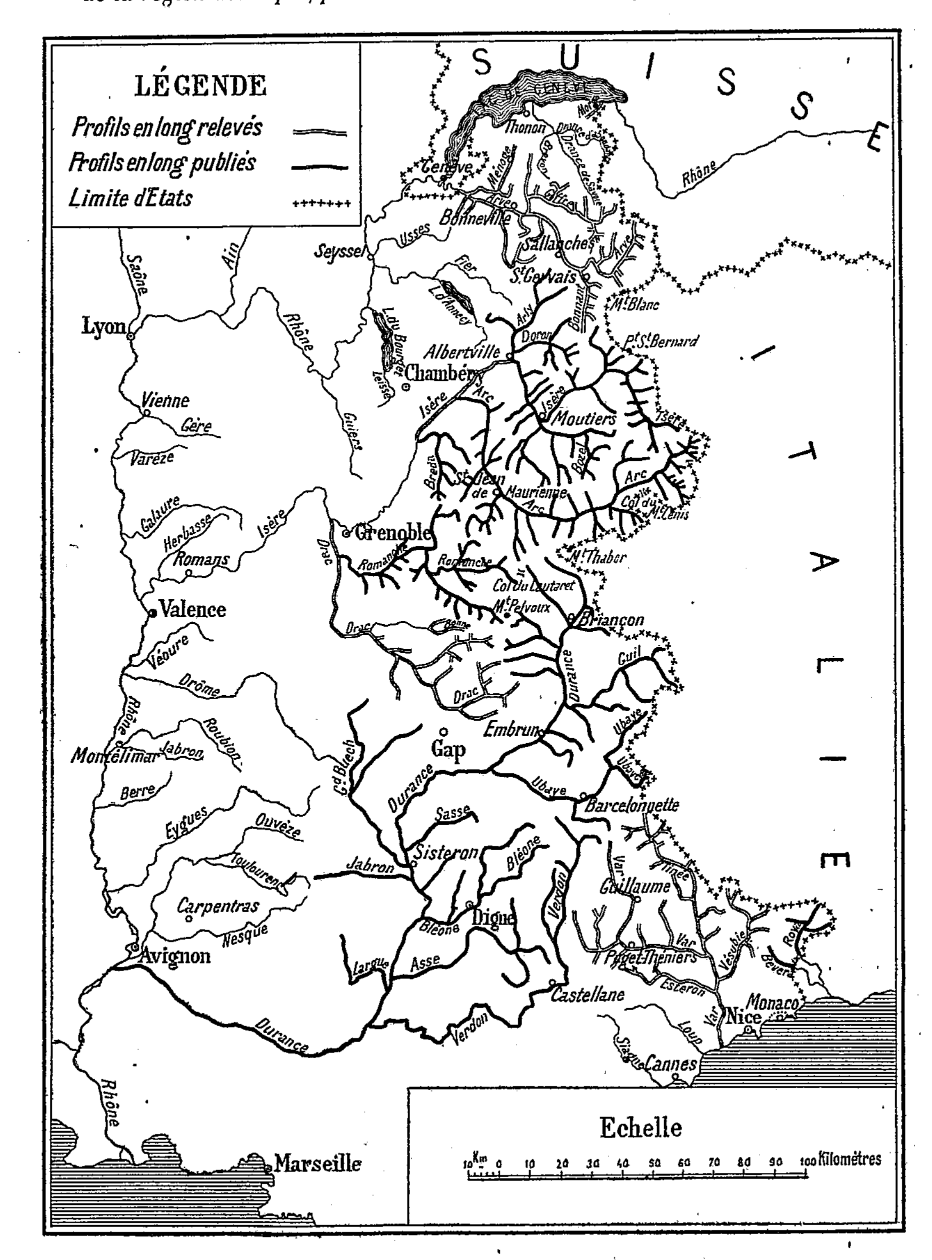
La guerre actuelle, ajoute-t-il, a fait ressortir la grande importance que présente, pour un pays, la possession de puissantes sources d'énergie, constituées soit par des gisements de houille, soit par des chutes d'eau fournissant ce que l'on appelle parfois de la « houille blanche ».

Au point de vue du charbon, la France est assez mal partagée; par contre, elle est très riche en forces hydrauliques.

Mais les mines s'épuisent à la longue, tandis que les chutes d'eau gardent à peu près indéfiniment le même débit.

D'autre part, l'énergie emmagasinée dans le charbon n'est pratiquement

État d'avancement, au 31 décembre 1916, du relevé des profils en long des cours d'eau de la région des Alpes, par le Service du Nivellement général de la France.



utilisable que dans la proportion d'un dixième environ, alors que les

turbines modernes recueillent et utilisent en moyenne les huit dixièmes de l'énergie latente des chutes d'eau.

Les principales de nos sources de houille blanche se trouvent dans les torrents des Alpes. D'après M. l'ingénieur R. de la Brosse [1], on en pourrait tirer, chaque année, au moins *quatorze milliards de kilowatts-heures*. Pour obtenir la même quantité d'énergie avec de la houille, il en faudrait brûler *vingt millions de tonnes*, soit la moitié de la production annuelle de la France, en temps normal.

Le rapprochement de ces deux chiffres suffit à montrer l'importance, pour notre pays, de l'utilisation de ses chutes d'eau. En fait, à cette heure, le dixième seulement de celles existant dans les Alpes françaises est aménagé. Il y a donc là de grands progrès à réaliser.

En vue de guider les industriels et de leur indiquer, avec exactitude, les points où leurs efforts gagneraient à se porter, le Service des grandes forces hydrauliques, dépendant du Ministère de l'Agriculture et actuellement dirigé par M. l'ingénieur de la Brosse, a entrepris, depuis 1904, un relevé complet des débits et des profils des principaux torrents des Alpes.

Le relevé des profils a été confié au Service du Nivellement général de la France. La guerre en a ralenti, mais non suspendu l'exécution.

La Carte ci-contre montre le degré actuel d'avancement de ce relevé. A la date du 31 décembre 1916, il était achevé sur 3400^{km} de cours d'eau et 2500^{km} de profils étaient déjà publiés.

Un recensement analogue est en cours d'exécution dans les Pyrénées; mais les travaux sont beaucoup moins avancés.

On abordera ensuite le Plateau Central.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Secrétaire perpétuel pour les Sciences mathématiques, en remplacement de M. *G. Darboux*, décédé.

---

(1) *Compte rendu des travaux du Service des grandes forces hydrauliques*, t. 7, p. 7 (Ministère de l'Agriculture, 1916).

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 40,

M. Émile Picard obtient. . . . . 39 suffrages.

Il y a un bulletin blanc.

M. **Émile Picard**, ayant réuni l'unanimité des suffrages exprimés, est proclamé élu. Son élection sera soumise à l'approbation du Président de la République.

RAPPORTS.

1° La Section de Médecine et Chirurgie a pris connaissance des Notes contenues dans les plis cachetés nos 8362, 8364 et 8366, ouverts, en la séance du 19 mars 1917 (¹), conformément à la demande de leur auteur, M. **Jean Bouchon**.

Ces documents, dont la nomenclature suit, seront classés dans les archives :

Le pli n° 8362, *du* 12 *février* 1917, contenait quatre Notes intitulées :

I. La sidération chloroformique;
II. De l'anesthésie topographique post-traumatique;
III. Traitement conservateur para-chirurgical des pieds gelés;
IV. Traitement para-chirurgical de la gangrène massive des membres par la carbonisation circulaire.

Le pli n° 8364, *du* 12 *février* 1917, contenait six Notes intitulées :

I. Évidement cylindrique du canal endo-cervical de l'utérus;
II. Nouvelle instrumentation chirurgicale;
III. Les laparoscopes;
IV. Le rendement maximum en chirurgie d'armée;
V. Fixo-décapage;
VI. Instrumentation cranienne.

Le pli n° 8366, *du* 26 *février* 1917, contenait quatre Notes intitulées :

I. Les lymphogènes;

(¹) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 480.

II. Fixo-décapage d'une plaie gangréneuse d'un membre, après libération sanglante;

III. Chirurgie conservatrice et reconstructive;

IV. Embaumement déliquescent des plaies par le savon noir stérilisé et oléocamphré et par le savon blanc stérilisé et oléocamphré.

2° *Rapport sommaire présenté, au nom de la Commission de Balistique,* par M. **P. Appell.**

L'Académie a reçu, en sa séance du 14 février 1916, une Note de M. **Ernest Esclangon**, sur l'Enregistrement pulsométrique des coups de canon.

En raison des circonstances, la publication de cette Note doit être différée.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Localisation et extraction des projectiles,* par L. Ombredanne et R. Ledoux-Lebard. (Présenté par M. d'Arsonval.)

2° *Annuaire et mémoires du Comité d'études historiques et scientifiques de l'Afrique occidentale française,* 1916.

M. **Pozzi** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Médecine et Chirurgie, par le décès de M. *Ch. Bouchard.*

HYDROGRAPHIE. — *De l'influence des Hermelles sur le régime de la baie du Mont Saint-Michel.* Note de M. **J. Renaud**, présentée par M. Ch. Lallemand.

Dans une Communication adressée à l'Académie des Sciences le 30 octobre dernier et relative à la formation de récifs par les Hermelles [1],

[1] *Comptes rendus,* t. 163, 1916, p. 613.

MM. Galaine et Houlbert ont soulevé la question du régime de la baie du Mont Saint-Michel. Aux conclusions qu'ils ont présentées à ce sujet on peut faire, à notre avis, de sérieuses objections.

Au début et à la fin de cette Note, il est dit que *la digue du Mont Saint-Michel ne joue aucun rôle dans le phénomène d'exhaussement du fond de la baie et que sa transformation ou sa suppression ne ramèneraient pas les eaux autour du célèbre rocher*. Cette affirmation est répétée deux fois sans que la démonstration en soit donnée.

D'après les études de MM. Galaine et Houlbert, les Hermelles ont formé, à l'entrée de la baie, de nombreux récifs qui s'étendent sur un espace d'environ 10^{km} de longueur, sur 3^{km} de largeur et dont les sommets sont en général de 5^{m} à 6^{m} au-dessus du niveau des basses mers. Le sable se déposant à l'abri de ces récifs, il s'est constitué ainsi une sorte de digue transversale qui barre en partie la baie.

Il ne nous paraît pas exact de conclure de ces faits, comme le font les auteurs de la Note, qu'il doive en résulter *un assèchement complet du fond de la baie*, que *la mer rencontre des difficultés de plus en plus grandes pour atteindre le Mont Saint-Michel* et que *la suppression ou la transformation de la digue ne peuvent apporter aucune amélioration à cet état de choses*.

Les saillies formées sur la plage par les récifs d'Hermelles et par le sable accumulé à leur abri n'empêchent pas les eaux du large de pénétrer dans la baie. Il ne résulte de cet obstacle qu'un courant plus fort en certains points de la section transversale.

Une digue, alors même qu'elle est continue et qu'elle dépasse le niveau des pleines mers, n'empêche pas la marée de pénétrer dans la partie de mer qu'elle abrite. La digue de Cherbourg, par exemple, permet dans la rade le libre jeu de la montée et de la baissée de l'eau. Une partie du continent australien et de nombreuses îles des mers tropicales sont entourées d'une ceinture de récifs madréporiques; les rades et les chenaux intérieurs, qui se trouvent entre la côte et le récif, reçoivent par les passes d'accès, grâce à la marée, la masse d'eau nécessaire à l'entretien de leurs profondeurs. Le régime de ces lagunes est spécial et les atterrissements y sont en général peu importants. On peut même dire que ces récifs constituent pour la navigation un avantage précieux, et qu'en créant des ports à grands frais, l'homme n'a fait que chercher à obtenir les mêmes résultats que la nature a réalisés bien souvent avec les formations madréporiques.

En ce qui concerne la baie du Mont Saint-Michel, le régime de la masse d'alluvions qui en occupe le fond dépend de multiples conditions. Mais on peut affirmer que, par les ouvrages qu'il a exécutés, l'homme a systémati-

quement favorisé le colmatage, et qu'il a produit en quelques années une œuvre que la nature n'aurait accomplie qu'au cours d'une période de plusieurs siècles. Il suffit de citer d'abord la digue limitant au Nord les terrains de la Compagnie des Polders de l'Ouest, ouvrage établi pour transformer en pâturages une partie de la plage, puis la digue de la Roche Torin, construite dans le même but du côté de l'Est, enfin la chaussée qui, de Pontorson, donne accès à l'abbaye et qui, non seulement arrête le mouvement des sables, mais encore endigue le cours du Couesnon et empêche ses divagations. Tous ces ouvrages sont des causes de colmatage rapide.

Il est donc, à notre avis, inexact de dire que la suppression ou la transformation de ces digues n'apportera pas d'amélioration à l'état de choses actuel.

Les récifs formés par les Hermelles constituent sans doute pour l'insularité du Mont Saint-Michel un nouveau danger, que MM. Galaine et Houlbert ont eu le grand mérite de signaler et dont il convient de s'occuper pour y porter remède; mais les ouvrages construits par l'homme sont des causes d'atterrissement plus directes et beaucoup plus importantes. Aussi y a-t-il grand intérêt à ne pas laisser répandre l'opinion que, dans la question si grave du colmatage des abords du Mont Saint-Michel, les Hermelles sont seules en cause.

CHIMIE. — *Nouveaux colorants pour microscopie dérivés du bleu de méthylène.* Note de MM. **L. Tribondeau** et **J. Dubreuil**, présentée par M. Laveran.

Il existe des procédés multiples pour provoquer l'apparition, dans une solution de bleu de méthylène, de deux dérivés extrêmement utiles aux colorations microscopiques : le violet de méthylène et l'azur de méthylène. Tous ces procédés sont basés sur l'intervention d'un réactif alcalin : oxyde d'argent pour le bleu Borrel, carbonate de potassium pour le bleu polychrome de Unna, borate de sodium pour le bleu de Manson, etc.

Mais on n'a, jusqu'ici, publié aucune méthode permettant d'obtenir isolément l'azur et le violet de méthylène. Si bien que nous restons tributaires, pour ces produits et les solutions colorantes qui en dérivent, des maisons allemandes auxquelles Giemsa a livré sa technique secrète de fabrication de l'azur. Nous nous sommes proposé d'affranchir les laboratoires français de cette sujétion.

Nous sommes arrivés à réaliser la fabrication de l'azur et du violet de méthylène d'une manière très simple.

Nous partons d'une solution à 1 pour 100 de bleu de méthylène médicinal pur français dans l'eau distillée. Nous lui ajoutons 5 à 10 pour 100 d'ammoniaque liquide. Après mélange en ballon de verre, nous chauffons au bain-marie jusqu'à ébullition du bain. Il se forme un abondant précipité. Nous filtrons, à chaud, sur papier plissé.

Le filtrat est mis à évaporer en large cuvette photographique, à l'étuve, vers 37°-40°. Le résidu de la dessiccation, recueilli par grattage puis mis en poudre, est du violet de méthylène pratiquement pur.

Pour ce qui est du précipité, on en retrouve un peu sur le filtre, mais la plus grande partie est restée adhérente aux parois du ballon. Nous l'y laissons, et nous abandonnons à l'air filtre et ballon débouché pendant au moins 24 heures, de préférence à la glacière de façon à éviter l'évaporation du liquide d'imprégnation. Dans ces conditions, on voit le précipité se colorer de plus en plus intensément en bleu noir. Sa transformation achevée, nous le reprenons avec de l'eau distillée dans laquelle il se dissout alors facilement. Nous filtrons et traitons ce nouveau filtrat comme il a été dit pour le précédent. Nous obtenons ainsi une deuxième poudre qui est de l'azur de méthylène.

Une manipulation bien faite doit, en fin de compte, donner des quantités à peu près égales de *poudre de violet* et de *poudre d'azur à l'ammoniaque.*

Ces poudres nous ont servi à la préparation de trois solutions colorantes: 1° une solution aqueuse d'azur; 2° une solution aqueuse d'azur et de violet que nous appelons *bleu polychrome* à l'ammoniaque; 3° une solution alcoolo-glycérinée d'azur et d'éosine, analogue au mélange de Giemsa, pour laquelle nous proposons la dénomination abrégée d'*azéo.*

La *solution aqueuse d'azur* est faite avec 1^g d'azur à l'ammoniaque dans 100^{cm^3} d'eau distillée. Nous l'utilisons pour les colorations de liquides ou produits organiques à l'état frais, entre lame et lamelle. Il suffit de mélanger une goutte de colorant à une goutte du produit à examiner; couvrir d'une lamelle; luter; examiner à la lumière artificielle. La coloration est progressive, puis régressive. Nous obtenons ainsi de bonnes préparations des cellules contenues dans les liquides d'épanchements pathologiques, et des amibes des mucosités dysentériques. Toutefois, les résultats varient avec la réaction chimique des produits étudiés.

Le *bleu polychrome à l'ammoniaque* est un mélange de solutions aqueuses d'azur et de violet à l'ammoniaque, chacune au titre de 1 pour 100. La proportion optima des deux composants est, ordinairement, de 1 partie de solution de bleu pour 3 parties de solution de violet; elle est fixée par

tâtonnement, en prenant pour critérium des colorations de crachats. Nous avons substitué, dans notre pratique journalière, ce bleu mixte à la thionine phéniquée et au bleu de Unna. Il a l'avantage de ne pas s'altérer comme eux. Il convient à toutes les colorations simples des microbes, mais est surtout précieux, en raison de sa métachromasie remarquable et spécifique, pour les examens de crachats et de liquides organiques pathologiques (pus; sécrétions uréthrales et des ulcérations buccales; culot de centrifugation de liquide pleural, céphalo-rachidien, etc.). Le mode d'emploi est très simple. Pour les crachats, la technique de Bezançon et Jong (avec le bleu de Unna) convient très bien, à la condition de fixer par l'alcool et non par l'acide chromique. Pour les autres frottis on fixe par l'alcool, on colore pendant 30 secondes à 1 minute, on lave et l'on sèche; il est parfois utile de différencier rapidement à l'alcool absolu. L'examen à la lumière artificielle est indispensable.

L'*azéo* se fabrique à l'aide de deux solutions, l'une d'azur à l'ammoniaque, l'autre d'éosine française, à 1 pour 100 dans l'alcool éthylique absolu glycériné au quart (alcool, 75; glycérine, 25). Nous versons peu à peu de la solution de bleu dans la solution d'éosine jusqu'à neutralisation de l'une par l'autre, ce qui demande un mélange environ à parties égales des deux solutions. Nous laissons ce mélange tranquille pendant quelques jours, de façon que la combinaison de l'azur et de l'éosine ait tout le temps de s'effectuer. Nous ajoutons alors un excès de solution alcoolo-glycérinée d'azur (environ 2 parties pour 8 parties dudit mélange). L'azéo s'emploie en bains comme le Giemsa, ce qui permet de colorer à la fois plusieurs préparations dans une même cuvette. Les dilutions (en moyenne une goutte par centimètre cube d'eau distillée), temps de coloration, modes d'emploi et utilisations diverses du célèbre colorant allemand lui sont applicables avec des résultats égaux, sinon supérieurs. La fixation des préparations à colorer peut se faire, ainsi que pour le Giemsa, soit à l'aide d'alcool absolu, soit à l'aide du colorant lui-même étendu de son volume d'alcool absolu. Mais le mieux est de fixer avec du biéosinate [1]; on réalise ainsi la méthode panoptique de Pappenheim, mais avec du biéosinate à la place de mélange de May-Grünwald, et de l'azéo à la place de Giemsa, par conséquent avec deux colorants français.

---

[1] L. TRIBONDEAU, M. FICHET et J. DUBREUIL, *Procédé de coloration des liquides organiques et de leurs parasites* (*C. R. Soc. Biol.*, 1er avril 1916).

GÉOLOGIE. — *Les tourbières, les lacs et les anciens lacs glaciaires du massif volcanique des Monts-Dores.* Note [1] de M. **Ph. Glangeaud**, présentée par M. Pierre Termier.

La région volcanique des Monts-Dores présente de *nombreuses tourbières* (particulièrement sur les versants sud et sud-ouest), dont l'importance économique actuelle pourrait être notablement augmentée, car leur exploitation fournirait un certain nombre de produits utiles à la défense nationale.

Une partie de ces formations du versant sud avait fait l'objet, en 1914, d'un travail très documenté [2], au point de vue biologique, du regretté Ch. Bruyant, tué devant Verdun. M. Boule avait aussi attiré l'attention sur l'origine glaciaire des tourbières précitées.

La question des tourbières dans les Monts-Dores est liée étroitement à celle des lacs actuels et anciens, et des glaciers.

Les 15 lacs de ce massif ne sont, en effet, que le reliquat de plus de 200 lacs de dimensions variables, disséminés sur ses divers versants.

Certains de ces lacs (Pavin, Montcineyre, Chauvet, Chambon, Servières), qui sont les plus profonds, sont des *lacs volcaniques quaternaires;* les autres (Guéry, Bourdouze, la Landie, les Esclauzes, les Bordes, Chambedaze, Laspialades, la Cregut) sont *antérieurs* aux précédents et ont une *origine glaciaire,* soit qu'ils remplissent des dépressions creusées par les glaciers dans le substratum volcanique ou archéo-granitique des vallées, soit qu'ils résultent de la coalescence de plusieurs moraines ou du barrage de vallées par un dépôt morainique.

Le lac de Guéry, considéré comme un lac de barrage volcanique, est un lac glaciaire, remarquable par la profondeur de sa cavité glaciaire, ses méplats emboîtés à son émissaire et sa bordure de moraines et de buttes moutonnées.

Le lac Chambedaze, qui avait une superficie de 90^{ha}, est envahi sur les $\frac{9}{10}$ de son étendue par les formations tourbeuses. Le lac de Bourdouze se trouve dans des conditions analogues.

---

(1) Séance du 26 mars 1917.

(2) Ch. Bruyant, *Les tourbières du massif Mont-Dorien* (*Annales de Biologie lacustre*, t. 6, 1914).

Le lac des Esclauzes, réduit des $\frac{3}{4}$ par la tourbe, est un lac de barrage, limité par une moraine frontale sur laquelle est bâti le village d'Esclauze, et au Sud par une moraine latérale se prolongeant vers Égliseneuve, sur 4^{km}.

Le lac de la Landie occupe une vallée glaciaire, avec aussi une moraine latérale et frontale et des tourbières supérieures au niveau de la nappe liquide. Il présente, à l'aval, deux autres séries de moraines indiquant deux stades antérieurs de fusion du glacier, moraines bordant deux tourbières dont l'évolution est achevée, de sorte que l'on note quatre séries de tourbières échelonnées en retrait.

Pendant les périodes glaciaires il se forma dans la même région, et par un processus analogue, près de 200 lacs, dont plusieurs étaient, en outre, installés dans des *cirques glaciaires* (cirques du Sancy, de Bozat, du Jorand, de Fourme, etc.).

La région des tourbières est surtout développée entre Besse, Compains, La Godivelle, Égliseneuve d'Entraigues, Cros, Bagnols, Chastreix et Latour-d'Auvergne, dans le territoire où les phénomènes glaciaires sont le mieux marqués.

En dehors de celles signalées par Bruyant, je citerai les suivantes et les plus importantes : les tourbières suspendues à l'est de Picherande, de Dressondeix, du Mont, des environs de Chastreix, de Latour, du plateau de Durbise; à l'est du Mont-Dore, de Chambourguet, de la haute vallée du Fredet, et enfin des Mortes-de-Guéry, entre le Puy-Gros et le lac de Guéry.

Sauf quelques tourbières installées à moins de 1000^m d'altitude (environs de Latour et de Bagnols), la majeure partie se trouve entre 1000^m et 1300^m, et dans quelques cas isolés, entre 1300^m et 1700^m (Sancy et Perdrix).

Plusieurs sont *suspendues*, comme les alluvions, au-dessus de certaines vallées (Picherande, environs de Chambedaze, du Pouget) et témoignent de *plusieurs âges des formations tourbeuses* des Monts-Dores (Quaternaire inférieur, moyen, supérieur et époque actuelle), formations surtout en relation avec les périodes glaciaires, sur lesquelles je reviendrai incessamment.

Les plus grandes tourbières (celles de la Barthe et de Clamouze) ont une superficie de 150^{ha} et 80^{ha}; celles de l'est de Picherande, celles de Chambedaze, de 65^{ha} et 90^{ha}; celles de Durbise, des Mortes-de-Guéry, 30^{ha}. Les autres mesurent quelques hectares et les plus petites seulement quelques mètres carrés.

Leur ensemble couvre dans le massif des Monts-Dores une surface d'environ 800^{ha}, dont la moitié (les plus grandes) pourrait être exploitée, malgré leur altitude et l'éloignement des voies ferrées de certaines d'entre

elles. Si l'on ajoute qu'il existe également, dans les massifs du Cézallier et du Cantal, de nombreuses tourbières se présentant dans des conditions analogues aux points de vue origine et gisement, on peut dire que les trois grandes régions volcaniques de l'Auvergne pourraient fournir un tonnage important de tourbe d'assez bonne qualité.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 26 mars 1917.)

Présentation, par M. le Secrétaire perpétuel, d'une publication de M. *J. Deniker* :

Page 507, ligne 17, *au lieu de* Les Sociétés sont passées, *lire* Les Sociétés sont passées en revue.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 10 AVRIL 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** adresse ampliation du décret qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Émile Picard** pour remplir la place de Secrétaire perpétuel pour les Sciences mathématiques, devenue vacante par le décès de M. *Gaston Darboux*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. Émile Picard prend place au bureau de l'Académie.

M. **Émile Picard** remercie l'Académie en ces termes :

Monsieur le Président,
Mes chers Confrères,

Permettez-moi de vous adresser du fond du cœur mes remercîments pour le très grand honneur que vous venez de me faire en m'appelant d'un vote unanime aux fonctions de Secrétaire perpétuel. Ce n'est pas sans une grande appréhension que votre nouvel élu, en voyant la liste des Secrétaires perpétuels pour les Sciences mathématiques depuis un siècle, y trouve les noms de Delambre, de Fourier, d'Arago, d'Élie de Beaumont, de Joseph Bertrand et de Gaston Darboux ; un tel héritage est bien lourd. En ce moment, ma pensée se reporte surtout sur mes deux derniers prédécesseurs que j'ai beaucoup connus et dont je m'honore d'avoir été l'élève. Il me semble les voir encore assis à la place d'où je parle. Je ne vous apporte malheureusement ni l'esprit étincelant et les brillantes qualités de Bertrand ni l'habileté administrative et le sens des réalisations que Darboux possé-

dait à un si haut degré. Je puis seulement vous promettre ma bonne volonté et toute l'application dont je suis capable, avec le souci constant de ce qui pourra accroître encore l'influence et le prestige de l'Académie. Je compte, pour me soutenir dans le poste où votre confiance vient de me placer, sur votre bienveillante sympathie et sur l'amitié qui m'unit à tant d'entre vous. Je compte aussi sur l'aide de mon collègue M. A. Lacroix, qui, en peu de temps, a su se rendre maître des tâches diverses incombant au Secrétaire perpétuel, et qui possède tout à la fois la fermeté et la prudence nécessaires à ces fonctions.

Après l'heureuse issue de la lutte dont nous suivons depuis trois ans bientôt le tragique développement, il ne sera plus permis à personne, individualités isolées ou institutions, de laisser la chose publique en dehors de ses préoccupations. L'Académie, en outre des contributions qu'elle apporte sous des formes diverses aux progrès de la science dans ce qu'elle a de plus élevé et de plus désintéressé et qui restent le principal objet de sa mission, devra indiquer les mesures qui lui paraissent le plus propres à relever tant de ruines et à préparer pour notre pays un avenir digne de l'héroïsme de ses enfants. Les origines si diverses des membres de notre Compagnie, leurs spécialités et leurs compétences variées lui donnent pour cet objet une autorité particulière. C'est d'ailleurs une voie dans laquelle vous êtes déjà entrés, en vous préoccupant de l'action extérieure de l'Académie. Vous avez récemment proposé la création avec un but précis d'un Laboratoire national de Physique et de Mécanique, et vous avez émis des vœux très étudiés relatifs à la réorganisation des stations agronomiques. D'autres questions solliciteront encore notre attention. Ainsi, pour prendre un exemple, la réforme des programmes scientifiques dans notre enseignement secondaire paraît s'imposer; elle n'est pas indifférente aux relations futures de la science et de l'industrie. Sur cette question d'ordre général, un corps comme l'Académie, dégagé de tout souci particulier, peut donner utilement son avis. Au reste, dans d'autres pays, nous voyons les plus illustres Sociétés savantes provoquer d'utiles réformes et travailler à des créations reconnues urgentes; qu'il suffise de citer la Société royale de Londres et l'Académie nationale des Sciences aux États-Unis.

Il y a des problèmes d'une autre nature, pour lesquels nous ne devrons pas être pris au dépourvu et auxquels il faut penser dès maintenant : je veux parler des relations scientifiques internationales après la guerre. D'anciens liens seront sans doute brisés et de nouvelles organisations devront être édifiées. Il sera nécessaire de nous concerter avec certaines

Académies et Sociétés savantes des nations alliées, et il se peut que les Gouvernements aient à intervenir dans quelques-unes de ces négociations.

Mes chers Confrères, je me suis laissé entraîner à quelques remarques d'ordre général, à propos du remercîment que je vous devais. Vous me le pardonnerez. C'est qu'à cette heure si grave, les satisfactions, comme les tristesses personnelles, sont débordées par le souci des destinées futures de notre pays. On devra tirer le meilleur parti d'une victoire obtenue au prix de tant de sacrifices. Il est bien, mais il ne suffit pas que chacun de nous y travaille isolément dans sa sphère. Les collectivités, ayant un glorieux passé comme la nôtre, possèdent une autorité que ne peut avoir aucun de ses membres. Elles ne doivent pas craindre d'en user. Aussi notre Académie poursuivra-t-elle la tâche, déjà commencée, que lui tracent des circonstances nouvelles.

M. le **Secrétaire perpétuel** donne lecture de la dépêche suivante de M. *George Hale*, Correspondant de l'Académie :

Washington.

The entrance of the United States into the war unites our men of science with yours in a common cause. The National Academy of Science, acting through the National Research Council which has been designated by president Wilson and the Council of National Defense to mobilize the research facilities of the country, would gladly cooperate in any scientific researches still underlying the solution of military or industrial problems.

Hale, *Foreign Secretary*.

MM. les Secrétaires perpétuels ont adressé immédiatement une réponse à M. George Hale.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Le Conseil national de recherches aux États-Unis.* Note de M. **Henry Le Chatelier.**

Notre confrère M. Lippmann nous signalait récemment la création aux États-Unis d'un Conseil national de recherches scientifiques, organisé à la demande du président Wilson par l'Académie des Sciences de Washington. Je viens de recevoir les documents officiels relatifs à cette fondation et je les dépose sur le bureau de l'Académie.

La création de ce Conseil fut décidée par un vote unanime de l'Académie de Washington, le 19 avril 1916, c'est-à-dire il y a exactement un an. Ce

Conseil comprend des membres des grandes administrations de l'État, désignés par le président Wilson; des représentants de la Science et de l'Industrie, nommés par le président de l'Académie des Sciences, M. William Welch, après consultation des sociétés scientifiques ou techniques compétentes. Aussitôt nommé, ce Conseil obtint le concours efficace des institutions et groupements les plus importants des États-Unis.

La réunion des grandes sociétés d'ingénieurs, comprenant 30000 membres, mit à la disposition du Conseil les locaux pour ses réunions, le personnel administratif utile et une somme de 100000^{fr} pour les dépenses de la première année. M. Hutchinson, secrétaire de ces sociétés, fut nommé secrétaire actif du Conseil.

Comme exemple d'un autre concours analogue, M. Scherer, président de l'École technique Throop, à Pasadena, Californie, mit les laboratoires de recherches de cet établissement à la disposition du Conseil, en y joignant un somme de 500000^{fr} recueillie par ses soins en trois jours.

Il y a donc eu là, de la part des États-Unis, un effort national considérable. Et cependant, à en juger par les publications officielles, l'objet de cet effort semble bien vague et indécis. La Notice mise en circulation pour faire connaître au public l'origine, le but et l'organisation de ce Conseil, dit simplement que l'Académie s'est mise à la disposition du Président *dans l'intérêt de la préparation nationale* et le Président, dans sa réponse, se félicite de voir les mesures prises si bien répondre au *but poursuivi*. Comment expliquer d'ailleurs cet accord spontané en vue de la création d'un nouvel organisme consacré à la recherche scientifique, quand il en existe déjà aux États-Unis un si grand nombre répondant parfaitement à leur but : l'institution Carnegie, la fondation Rockfeller; les grands laboratoires de l'État, stations agronomiques, bureau des Mines, service des Forêts; les laboratoires industriels, comme ceux de l'Electric general Cy ou de la société Kodack, et tous les centres de recherches créés dans les Universités par de riches donateurs.

En réalité, le but de cette nouvelle fondation, qui n'est indiqué nulle part, était la préparation de la guerre, mais une préparation discrète, obtenue sans mettre en mouvement aucun organe officiel de l'État. Cela résulte très nettement de différents détails d'organisation. Le premier et le plus important Comité de travail nommé par le Conseil a été le Comité militaire, chargé de toutes les études qui pourraient lui être demandées par le Président des États-Unis ou par le Conseil de la défense nationale. Ce Comité, dirigé par le président de la Smithsonian Institution, M. Charles

Walcott, comprend trois officiers de l'armée de terre, trois de la marine et trois savants.

Un second Comité, et l'un des plus actifs, a été celui des nitrates. Il était chargé d'étudier l'installation aux États-Unis de la fabrication de l'acide nitrique synthétique, de façon à rendre le pays indépendant de toute importation étrangère pour la fabrication de ses explosifs. Ce Comité présidé par un chimiste bien connu, M. Noyes, a recherché, sur la demande du Ministre de la Guerre, la meilleure utilisation à proposer pour les 100 millions de francs votés par le Congrès en vue de la création de cette nouvelle industrie aux États-Unis.

Au Comité de l'aéronautique, le colonel Squier, Directeur des services de l'aviation militaire, a dressé le programme des recherches dont la réalisation est demandée aux laboratoires particuliers.

Dans le même ordre d'idées, le secrétaire du Conseil, M. Hutchinson, a fait une enquête dans les pays de l'Entente sur la meilleure façon d'appliquer les ressources de la Science au développement de la puissance militaire. Ce fut là l'occasion de nos premières relations avec lui.

De son côté, le président du Conseil, M. George Hale, directeur de l'Observatoire de Mont-Wilson et correspondant de notre Académie, est venu en Europe pour étudier sur place la participation des savants à la défense nationale. A Londres, il a été mis en rapport avec le bureau de la Société royale et avec plusieurs membres de cette Société, choisis parmi ceux qui apportent au gouvernement leur concours le plus actif. A Paris, il semble avoir été moins exactement renseigné sur les services rendus par l'Académie des Sciences et n'avoir pas eu connaissance du rôle important joué par plusieurs de ses membres dans les questions de défense nationale. Peut-être aurions-nous pu donner à notre éminent correspondant des renseignements plus complets.

Aux États-Unis, il y a un an, la guerre était-elle donc déjà considérée comme inévitable? Il est difficile de répondre à cette question, en raison de l'existence possible de certains facteurs inconnus du public. Le président G. Hale donne quelque part l'indication suivante : Aucun homme sensé ne se promènerait sans défenses dans les territoires de l'Afrique orientale, domaine des lions. De même, une nation sensée ne peut se dispenser de prendre des mesures défensives, surtout si elle est la plus riche de toutes et s'est en outre irrévocablement engagée sur cette formule combative de Monroé : « Pas un pouce de territoire dans notre hémisphère à aucune nation européenne. »

En tous cas cette préparation de la guerre en pleine paix, au moment où nous la jugions tout à fait improbable, est un exemple de prévoyance et d'organisation digne d'être admiré et médité.

ASTRONOMIE. — *Étude sur la forme générale du globe lunaire.* Note de MM. **P. Puiseux** et **B. Jekhowsky**.

En vue d'une recherche sur la libration de la Lune il a été fait, dans la collection des photographies obtenues au grand équatorial coudé de l'Observatoire de Paris, un choix de 40 clichés présentant, avec une bonne définition, des situations très diverses du centre apparent. Ces images, reproduites par contact, avec un réseau imprimé photographiquement, ont été l'objet de mesures qui ont permis de conclure, pour chaque image, les coordonnées rectangulaires du centre apparent et celles des points d'intersection du bord éclairé avec les traits du réseau. Des calculs un peu longs, mais faciles, ont ensuite donné pour chaque image un rayon moyen, pour chaque point mesuré sur le bord des coordonnées polaires (distance au centre apparent et angle de position par rapport à la direction du pôle boréal de la Lune). Ces dernières quantités ont été corrigées de la réfraction différentielle.

Comme, d'autre part, on avait déterminé pour chaque cliché les librations en longitude et latitude (assez différentes souvent de celles que fournissent les éphémérides), on a pu évaluer pour les points mesurés sur le bord, au nombre de 2500 à peu près, les angles de position χ relatifs non plus au centre apparent du disque, mais au centre conventionnel, origine des coordonnées sélénographiques en usage.

Pour un cliché isolé la série des rayons apparents, pris dans l'ordre où ils se présentent, est, comme on le sait, irrégulière. La Lune est, toutes proportions gardées, plus hérissée de montagnes que la Terre. C'est par exception et pour des intervalles assez courts que le contour apparent est formé par une région de plaine. Les auteurs qui, avant nous, ont tenté d'utiliser les mesures faites sur le bord les ont considérées comme propres seulement à déterminer les irrégularités accidentelles, en vue de corrections à faire subir aux occultations d'étoiles, aux contacts des éclipses, aux positions conclues du centre de la Lune.

Ce but n'a jamais été atteint que d'une manière imparfaite parce que les clichés intervenant dans chaque recherche, au nombre de un, deux, trois

au maximum, sont trop loin de correspondre à la variété possible des librations. D'autre part, en présence de la marche capricieuse des rayons vecteurs, on n'apercevait aucun espoir de les représenter comme une fonction simple de la latitude, de manière à mettre en évidence un aplatissement ou un allongement polaire. C'est encore à cette conclusion que le P. S. Chevalier a dû s'arrêter dans une étude récente (*Bulletin astronomique*, t. 34, p. 5 à 27).

Il nous a semblé que la mise en œuvre simultanée de documents plus nombreux devait permettre d'entrer plus avant dans l'étude de la question. Nous disposions, en effet, de deux manières d'atténuer l'irrégularité des bords. En premier lieu il a paru légitime de rassembler pour chaque cliché les valeurs du rayon apparent qui sont comprises, avec χ pour argument, entre des limites espacées de 15°. Rien n'empêche d'adopter pour ces limites des valeurs fixes, de façon que les deux pôles, répondant à $\chi = 0°$ et $\chi = 180°$, soient au milieu des intervalles où ils se présentent. Au milieu de chaque intervalle on fait correspondre la moyenne arithmétique des rayons apparents qui se terminent entre les mêmes limites.

Quand le Tableau ainsi défini a été dressé pour chacun des 40 clichés, on remarque que 16 d'entre eux représentent le bord oriental et 24 le bord occidental de la Lune. Les angles de position 0° et 180°, le dernier surtout, figurent plus rarement que les autres. Il est facile d'en apercevoir la raison. Le bord éclairé se termine toujours dans le voisinage des pôles, et ceux-ci tombent dans les régions très montagneuses. Il est souvent arrivé que, dans les intervalles correspondants, les intersections du bord avec le réseau se présentaient en trop petit nombre ou avec un caractère irrégulier trop marqué, en sorte qu'on était amené à les tenir pour suspectes et à les exclure de la détermination du centre et du rayon moyen.

Chacune des autres valeurs de χ, répondant au milieu d'un intervalle de 15°, se trouve ainsi associée à une valeur du rayon. Nous avons réduit toutes ces valeurs du rayon à une même échelle en formant le rapport $\frac{\rho}{\rho_m}$ du rayon local au rayon moyen de l'image, l'un et l'autre étant corrigés de la réfraction.

La différence $\alpha = \frac{\rho}{\rho_m} - 1$ est une altitude relative, exprimée avec le rayon linéaire de la Lune comme unité. Les nombres α qui se rapportent, pour différents clichés, à une même valeur de χ correspondent à des points de la Lune qui sont situés avec le centre sélénographique sur un même grand cercle, en avant ou en arrière du contour apparent moyen suivant le

sens de la libration. Les diverses librations sont assez impartialement représentées, le choix des clichés à mesurer ayant été dicté principalement par cette considération. Par suite on s'est cru en droit d'associer, à chacune des valeurs équidistantes de χ, la moyenne des valeurs de α qui lui correspondent. On a ainsi réalisé l'atténuation des écarts successivement dans le sens du contour apparent et dans le sens perpendiculaire, l'étendue embrassée dans chaque cas étant à peu près équivalente à un arc de 15° sur un méridien lunaire.

Le Tableau qui suit donne, pour chacune des valeurs retenues de χ, l'altitude relative qui lui est associée. Le chiffre qui répond à l'angle de position 180° résulte de trois clichés seulement et doit être tenu pour suspect.

Angle de position χ.	Altitude relative $\alpha \times 10^5$.	Angle de position χ.	Altitude relative $\alpha \times 10^5$.
0°	+16	180°	(−82)
15	+36	195	+44
30	+ 9	210	+ 3
45	+ 1	225	−13
60	−46	240	−28
75	−11	255	+61
90	+27	270	−54
105	−40	285	−30
120	+15	300	+35
135	+17	315	+56
150	+25	330	−69
165	−41	345	+16

Cette série de valeurs de α, comparée à celle que fournit un cliché isolé quelconque, s'écarte moins de zéro et varie plus régulièrement. Toutefois les oscillations y sont encore trop rapides pour laisser croire qu'on a déterminé par là un profil de la figure d'équilibre relatif de la Lune, assimilable au géoïde terrestre. Les angles $\chi = 90°$ et $\chi = 255°$ donnent l'un et l'autre des altitudes en excès, comprises entre deux altitudes en défaut. L'angle $\chi = 330°$ donne, d'une façon plus marquée encore, une altitude en défaut, comprise entre deux altitudes en excès. Mais on peut tenir pour certain que ces écarts ne résultent pas d'erreurs de calcul ou de mesure, car la marche indiquée par le Tableau précédent est, en somme, reconnaissable dans presque tous les cas particuliers qui s'y résument. Il y a unanimité de 24 clichés pour accuser une dépression à 330°, une intumescence à 315°. Il y a unanimité de 16 clichés pour accuser une dépression à 60°.

Le travail déjà cité du P. Chevalier nous a fourni l'occasion d'un autre rapprochement instructif. On y trouve (p. 24) le Tableau des inégalités du bord de 5° en 5° pour deux clichés de libration opposée. Nous avons, afin de rendre les résultats plus comparables, réuni les nombres du P. Chevalier pour chaque intervalle de 15° et multiplié la moyenne de chaque groupe par $\frac{15}{14}$, ce qui met d'accord les deux échelles. On est ainsi conduit à former le Tableau suivant, qui est à rapprocher du premier :

Angle de position χ.	Altitude relative $\alpha \times 10^5$.	Angle de position χ.	Altitude relative $\alpha \times 10^5$.
0°	+18	180°	+13
15	+33	195	+68
30	+ 1	210	+ 1
45	−40	225	−41
60	−66	240	−57
75	−23	255	+62
90	+ 9	270	−53
105	−35	285	−49
120	+16	300	+46
135	+ 1	315	+48
150	+58	330	−26
165	−12	345	+ 9

Les angles de position de ce second Tableau n'ont pas exactement la signification de ceux du premier, la réduction au centre sélénographique ne leur ayant pas été appliquée. Cependant la similitude de marche est évidente, et toutes les remarques faites sur le premier Tableau s'appliquent au second. L'emploi de clichés plus nombreux et de libration plus variée a diminué quelque peu, dans notre cas, l'amplitude des écarts, mais il n'a pas fait disparaître les irrégularités et n'a pas suffi pour dégager le contour apparent moyen des massifs montagneux qu'il traverse ou dont il s'approche.

Sans se dissimuler que les écarts du premier Tableau ont un caractère irrégulier, on peut se demander s'ils motivent une préférence entre les modes de déformation les plus vraisemblables et les plus simples que l'on puisse attribuer au méridien lunaire, en prenant un cercle comme terme de comparaison.

Si l'on rapproche les valeurs de α qui répondent à deux valeurs de χ espacées de 180°, on obtient six combinaisons où il y a concordance des

signes, et six également où il y a désaccord. Les premières indiqueraient une certaine symétrie autour d'un centre, compatible avec une déformation elliptique, aplatissement ou allongement polaire. Les dernières combinaisons indiqueraient une tendance à l'opposition diamétrale des saillies et des dépressions, par conséquent un axe de symétrie unique ou une déformation tétraédrique.

On sait que, sur le globe terrestre, les deux tendances sont reconnaissables, mais que l'aplatissement polaire se traduit par des différences trois à quatre fois plus fortes que la déformation tétraédrique. Sur notre satellite, dont la rotation est lente, les deux effets peuvent être du même ordre de grandeur.

Nous avons essayé, en conséquence, les deux modes de représentation suivants :

$$(1)\qquad \left(\frac{\rho}{\rho_m}-1\right)10^5 = h_0 + a_0 \sin\chi + b_0 \cos\chi + c_0 \sin 2\chi + d_0 \cos 2\chi,$$

$$(2)\qquad \left(\frac{\rho}{\rho_m}-1\right)10^5 = h_1 + a_1 \sin 2\chi + b_1 \cos 2\chi + c_1 \sin 3\chi + d_1 \cos 3\chi.$$

Les termes d'argument χ conviennent dans l'hypothèse d'un décentrement partiel, avec symétrie par rapport à un axe; les termes d'argument 2χ correspondent à une déformation elliptique, les termes d'argument 3χ à une déformation tétraédrique.

Une application facile de la méthode des moindres carrés fournit les valeurs des coefficients qui conduisent, dans chaque cas, à la meilleure représentation des écarts du premier Tableau. On trouve ainsi :

$$(1\ bis)\qquad \left(\frac{\rho}{\rho_m}-1\right)10^5 = +1,68 - 1,30\sin\chi - 0,16\cos\chi - 2,62\sin 2\chi + 9,61\cos 2\chi,$$

$$(2\ bis)\qquad \left(\frac{\rho}{\rho_m}-1\right)10^5 = +1,66 - 2,50\sin 2\chi + 9,15\cos 2\chi + 1,08\sin 3\chi + 5,00\cos 3\chi.$$

On remarquera que les termes en $\sin 2\chi$ et $\cos 2\chi$ se présentent avec des coefficients sensiblement égaux, qu'on les associe avec des termes d'argument χ ou avec des termes d'argument 3χ. Il en résulte une certaine présomption en faveur de la réalité d'une déformation elliptique du contour.

Le coefficient de $\cos 2\chi$ étant nettement prédominant et positif, les plus grands rayons aboutiraient dans le voisinage des pôles. La Lune serait donc quelque peu allongée suivant son axe de rotation. On sait que la plupart

des recherches faites sur le contour apparent du Soleil ont donné un résultat analogue. Les vitesses angulaires sont d'ailleurs assez faibles, dans les deux cas, pour qu'un petit allongement polaire se concilie avec une loi admissible pour la distribution de la densité à l'intérieur.

La réalité d'une déformation tétraédrique est évidemment plus douteuse. Il est à noter cependant que la formule (2), comparée à la formule (1) ou à l'hypothèse d'un contour circulaire, amène une réduction sensible dans la somme des carrés des écarts. De plus, elle attribue un caractère d'intumescence au Pôle Nord, alors qu'on se serait plutôt attendu à le trouver au Pôle Sud, comme conséquence d'une erreur systématique due à la présence de montagnes élevées.

Il s'agit au total de déformations très petites, établissant entre les divers rayons des inégalités allant tout au plus à 0,003 ou 500^{m}. Fallût-il tripler ce chiffre pour avoir égard aux causes d'erreurs possibles, nous croyons être autorisés à conclure que le contour étudié ne présente pas d'inégalité systématique supérieure à 1500^{m}.

On sait que, pour le globe terrestre, l'aplatissement polaire et même la déformation tétraédrique donnent lieu à des différences bien plus grandes. Les clichés lunaires dont nous avons fait usage, étudiés au point de vue de la libration en longitude, ont aussi indiqué, pour l'équateur de notre satellite, une ellipticité plus forte que celle du contour apparent moyen.

Quelques autres résultats, fournis par l'étude individuelle de chaque cliché, pourront faire l'objet d'une publication ultérieure.

MÉMOIRES LUS.

De la supériorité du travail agricole médicalement prescrit et surveillé sur la thérapeutique physique des hôpitaux dans le traitement des séquelles de blessures de guerre; par M. J. Bergonié (1).

Une pratique comparée pendant trente mois de ces deux méthodes m'engage à dire ici le résultat très net de cette comparaison.

La première peut être définie : l'emploi combiné et souvent simultané de tous les agents et moyens physiques constituant la *physicothérapie* pro-

(1) Séance du 2 avril 1917.

prement dite, tels que : électrothérapie, mécanothérapie, kinésithérapie, massage mécanique et manuel, hydrothérapie, thermothérapie, etc. La seconde comprend les combinaisons, en nombre infini, d'attitudes, d'efforts, de mouvements, de puissance musculaire développée, de travail physiologique (Chauveau) ou mécanique produit, dont la somme constitue la culture de la terre par le travailleur agricole. La première s'effectue dans les hôpitaux, salles closes, avec tout un arsenal d'appareils et de machines compliqués et coûteux; la seconde a lieu en plein champ, à l'aide d'outils antiques et simples, qui transmettent au sol les combinaisons d'attitudes et d'efforts de l'homme pour les transformer en travail.

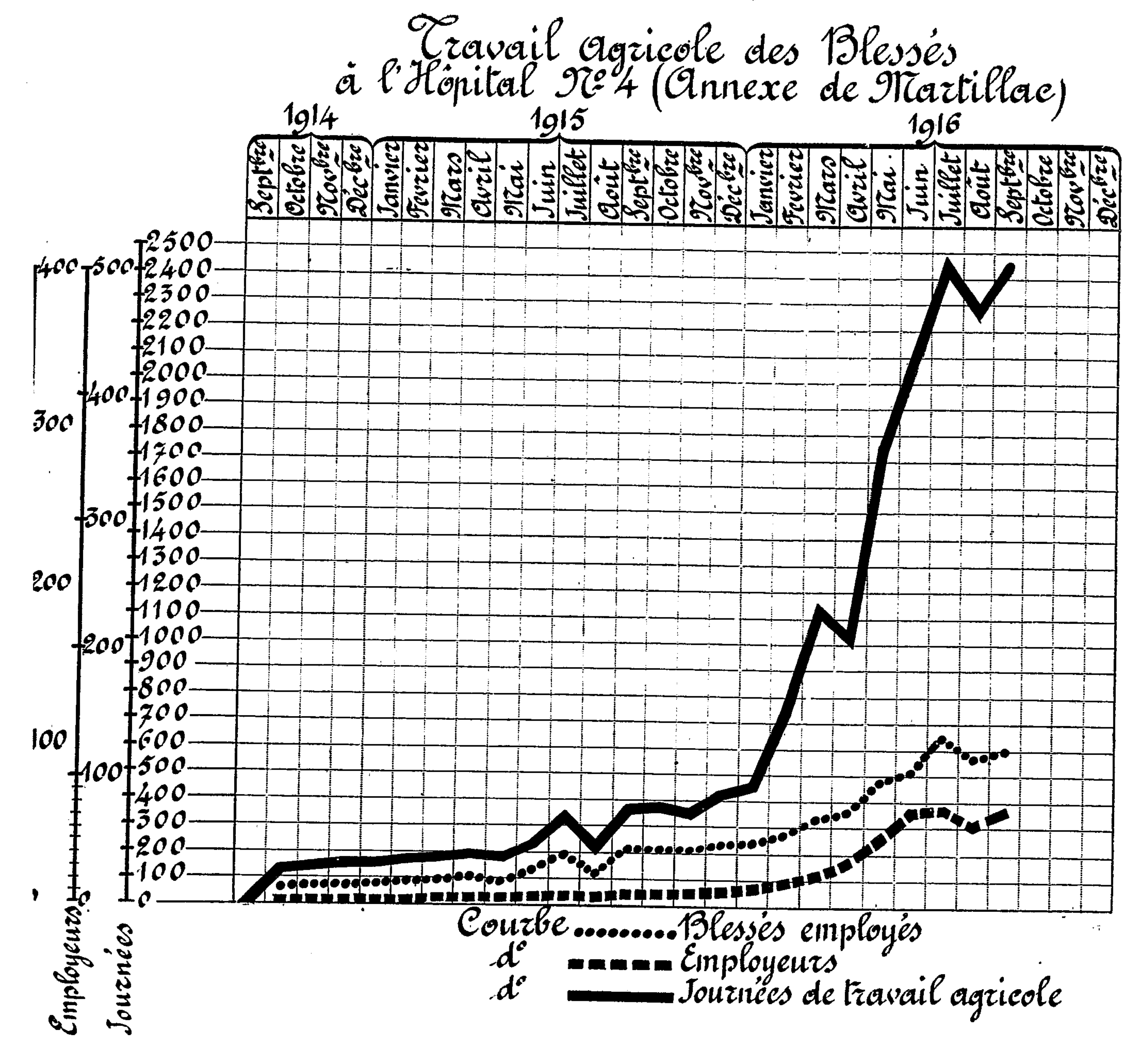
Parmi les divers agents et les méthodes de la thérapeutique physique, une division peut être faite : d'un côté, ceux et celles qui, par des excitations extérieures, provoquent des réactions utiles à la guérison; de ce nombre sont : l'électrothérapie, le massage, l'hydrothérapie, la thermothérapie, etc.; de l'autre, celles ou ceux qui, utilisant les excitations motrices corticales des muscles, dirigent le mouvement produit dans un but thérapeutique, soit comme une came guide les oscillations d'un levier, en vue de tel ou tel résultat, soit suivant des règles ou des rites variables, souvent ennemis; dans ce groupe sont comprises : la kinésithérapie ou mécanothérapie active, reconnue seule efficace et toutes les gymnastiques avec ou sans appareils ou agrès.

La thérapeutique physique des blessés a utilisé toutes ces méthodes, parmi lesquelles celles du premier groupe, entre autres l'électrothérapie et l'hydrothérapie, particulièrement riches en réactions locales ou générales bienfaisantes, sont difficiles à remplacer.

Pour les autres, peu à peu l'expérience a eu raison de l'engouement mal orienté du début; on a reconnu, pour ces hommes habitués à l'action en vue d'un résultat connu, l'inefficacité de ces mouvements sans but et sans effort, de ces mécanismes compliqués d'usine dont, pour la plupart, la fabrication n'est française, ni quant à l'origine, ni quant à l'idée créatrice, et l'on s'est aperçu que ce qu'ils engendraient surtout, c'était l'ennui, la lassitude, l'incompréhension.

Nous savons d'ailleurs, par l'expérience, que ce ne sont pas quelques mouvements répétés péniblement, une ou même deux heures par jour, sans force et sans volonté, qui sont susceptibles de refaire des muscles, de résorber des œdèmes, d'assouplir des cicatrices, de refaire des surfaces articulaires, d'innerver à nouveau un territoire, etc.; il y faut un travail et un exercice continus pendant tout le jour et tous les jours, si possible. Ici la

guérison est la somme d'efforts inefficaces d'abord, puis d'efficacité croissante ensuite. Or nos blessés, agriculteurs aux champs, retrouvent dans



leur milieu les mouvements accoutumés, presque involontaires, à peine conscients, auxquels ils ont été entraînés depuis leur enfance. Ils n'éprou-

vent que difficilement la fatigue, précisément parce que leur attention n'est pas sans cesse en jeu; c'est l'axe réflexe, physiologiquement presque inaccessible à la fatigue, qui entre en jeu.

Dès octobre 1914, dans le domaine « La Solitude », à Martillac, canton de La Brède, hôpital-annexe de 125 lits, j'ai substitué le travail agricole d'abord à la mécanothérapie, puis ensuite à toutes les méthodes de la thérapeutique physique. Celui-ci, par la gamme si riche des efforts et des puissances à développer, des amplitudes dans les mouvements, des attitudes à prendre, etc., se prête au traitement de toutes les variétés, presque innombrables, d'impotences. Il suffit qu'une prescription médicale, avertie de cette nouvelle posologie, contienne le mouvement utile, proportionne l'effort au muscle et fixe le temps du travail. Il faut encore que la direction d'un médecin fasse éviter, autant que possible, les suppléances ou les solutions mécaniques irrégulières qu'imagine à tout instant le blessé et qui sont nuisibles au retour intégral de la fonction, sauf lorsqu'il s'agit d'un mutilé.

Les résultats de cette thérapeutique vraiment physiologique, de cette rééducation fonctionnelle, ont été des plus satisfaisants : pour les blessés, au moral et au physique; pour le pays, militairement et économiquement. Au point de vue moral, toute l'idéation d'un hospitalisé est changée par le travail aux champs; pour le physique, sa santé générale, son entraînement cardiaque et pulmonaire marchent de pair avec la diminution rapide de l'impotence locale; au point de vue militaire, 80 à 90 pour 100 sont récupérés; au point de vue économique, un supplément considérable de main-d'œuvre est offerte à l'agriculture.

Ci-joint la courbe inscrivant ce dernier résultat pour Martillac. Plus de 30000 journées, soit à la Brède, soit à Cérons, ont été fournies aux agriculteurs de ces deux cantons.

La conclusion est qu'il faut traiter la plupart des séquelles de blessures, chez les blessés agriculteurs, non par la physiothérapie dans les hôpitaux, mais par le travail agricole, prescrit et surveillé par le médecin; chez les non-agriculteurs, la supériorité du travail agricole, bien que moins marquée, est encore considérable; il y a un rendement plus grand de la méthode pendant les beaux jours qu'en automne et en hiver (¹).

(¹) J'ai été beaucoup aidé, pendant cette longue étude de la cure agricole, d'abord par M. Vayssière, administrateur de l'hôpital-annexe de Martillac, ensuite et successivement, par les médecins aides-majors Morisot et Jacquetty.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Les *Nouvelles Tables destinées à abréger les calculs nautiques*, de M. Edmond Perrin, et plusieurs brochures du même auteur.

M. **Félix Arago**, M. **Doyère** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section de *Géographie et Navigation*.

M. **Bazy** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de *Médecine et Chirurgie*, par le décès de M. *Ch. Bouchard*.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la réduction des formes à indéterminées conjuguées non quadratiques*. Note (¹) de M. **Gaston Julia**, transmise par M. Émile Picard.

Le but de la présente Note est de montrer comment on peut appliquer les principes exposés antérieurement (²) à la réduction d'une catégorie de formes intéressantes sur lesquelles je n'ai nulle part jusqu'ici trouvé d'étude.

On s'est en effet, depuis Hermite, beaucoup occupé des formes quadratiques à indéterminées conjuguées (³). Hermite les a, le premier, considérées et a indiqué la réduction des formes *définies*. Dans son beau Mémoire sur l'*équivalence des formes*, M. Jordan est revenu sur cette réduction. En 1884, M. Picard réussit à étendre les idées d'Hermite aux *formes qua-*

(¹) Séance du 2 avril 1917.

(²) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 32, 352 et 484.

(³) Pour abréger, on les appelle *formes d'Hermite*.

dratiques à indéterminées conjuguées indéfinies, en s'aidant de considérations géométriques d'une simplicité et d'une élégance extrêmes. Après lui, M. Bianchi a donné une interprétation nouvelle de sa méthode de réduction analogue à celle que Stephen Smith avait donnée de la méthode d'Hermite pour les formes quadratiques binaires indéfinies à coefficients réels. Depuis, on s'est occupé d'étudier les formes d'Hermite à n variables dans divers travaux.

Il est facile de concevoir ce qu'est une *forme à indéterminées conjuguées de degré* $2n$, pour n quelconque (je me bornerai ici aux formes binaires, x, y étant les variables, x' et y' les variables conjuguées). Ce sera un polynome entier par rapport aux variables x, y, x', y', qui, par rapport à l'ensemble de ces variables, sera homogène et de degré $2n$; qui, par rapport à chaque groupe de variables (x, y) ou (x', y') sera homogène et de degré n. C'est une somme de monomes du type

$$A x^{\lambda} y^{\mu} x'^{\lambda'} y'^{\mu'} \quad \text{avec} \quad \lambda + \mu = n, \qquad \lambda' + \mu' = n.$$

De plus nous conviendrons, pour que la forme prenne des *valeurs réelles* quelles que soient les valeurs complexes de (x, y) (x' et y' recevant les valeurs conjuguées) : 1° que deux monomes tels que

$$A x^{\lambda} y^{\mu} x'^{\lambda'} y'^{\mu'} \quad \text{et} \quad A' x^{\lambda'} y^{\mu'} x'^{\lambda} y'^{\mu}$$

doivent avoir des coefficients A et A' *conjugués*, et 2° que tout monome $A x^{\lambda} y^{\mu} x'^{\lambda} y'^{\mu}$ a un coefficient *réel*. On désignera par $f(x, y)$ une telle forme et l'on considérera en même temps qu'elle la courbe du plan $O\xi\eta$ obtenue en égalant à zéro le quotient $\frac{f(x, y)}{y^n y'^n}$ où l'on aura fait $z = \frac{x}{y}$, $z' = \frac{x'}{y'}$. Cette courbe sera définie par une équation

$$\varphi(z, z') = f(z, 1) = 0$$

en coordonnées isotropes

$$z = \xi + i\eta, \qquad z' = \xi - i\eta.$$

C'est ainsi qu'à une forme d'Hermite

$$f(x, y) = axx' - bxy' - b'x'y + cyy'$$

correspond le *cercle*

$$f(z, 1) = azz' - bz - b'z' + c = 0.$$

A une forme biquadratique

$$f(x, y) = ax^2x'^2 + bx^2x'y' + b'x'^2xy + cx^2y'^2 + c'x'^2y^2 + d\,xyx'y' + exyy'^2 + e'x'y'y^2 + fy^2y'^2$$

correspond

$$f(z, 1) = az^2z'^2 + zz'(bz + b'z') + cz^2 + c'z'^2 + dzz' + ez + e'z' + f = 0,$$

qui est une *quartique bicirculaire*, dont l'équation en $\xi\eta$ a ses coefficients réels.

J'examinerai seulement le cas où *la forme* $f(x, y)$ *donnée du degré* $2n$ *se décompose en un produit de* n *formes d'Hermite*. Alors la courbe $f(z, 1) = 0$ se décompose en n cercles dont les centres sont réels, et dont les rayons sont : réel si la forme d'Hermite correspondante est indéfinie, purement imaginaire si elle est définie.

En supposant d'abord que *toutes les* f_i *sont définies* positives, on peut écrire

$$f = a_0 f_1 f_2 \ldots f_n \qquad (a_0 > 0),$$

les f_i étant du type

$$f_i = xx' - b_i xy' - b'_i x'y + c_i yy' \qquad (c_i \text{ réel, } b_i,\ b'_i \text{ conjugués}).$$

On est alors conduit à associer à la forme f la forme d'Hermite définie suivante :

$$\varphi = t_1^2 f_1 + \ldots + t_n^2 f_n = pxx' - qxy' - q'x'y + ryy'.$$

Représentant, dans le demi-espace $O\xi\eta\tau$ $(\tau > 0)$, les formes f_i par un point ζ_i comme on l'a fait dans les précédentes Notes, et la forme φ par un point ζ, il ressort, du calcul des coordonnées de ζ, que, lorsque $t_1^2, \ldots, t_n^2$ varient de toutes les façons possibles, ζ *décrit l'intérieur et la surface du plus petit polyèdre convexe non euclidien* D *contenant à son intérieur ou sur sa surface tous les* ζ_i.

Tous les ζ_i sont *au-dessus* du plan $O\xi\eta$. Ce polyèdre n'atteint pas le plan $O\xi\pi$. Il n'empiète que sur un nombre fini de pentaèdres π de la division classique du demi-espace. Si donc, pour chaque système de valeurs des t_i on réduit φ par une substitution S et si l'on fait sur f la même substitution, on obtient un ensemble de formes (f) qui ne comptera qu'un

nombre *fini* d'éléments. Cela pourrait suffire à définir la réduction de f, mais on peut aller plus loin.

Envisageant la fonction

$$\theta = \frac{a_0^2}{t_1^4 \dots t_n^4} \delta^n,$$

où $\delta = pr - qq'$ = déterminant de φ, on établit qu'elle est *minimum absolu* pour un système au moins de valeurs des t_i^2. Cette valeur minima est le *déterminant de* f par définition. Les valeurs des t_i^2 qui le fournissent, substituées dans φ, donnent la *correspondante de* f. f *se réduit par la même substitution que* φ. Deux f équivalentes ont les mêmes réduites, le même déterminant. Les coefficients d'une réduite F de f sont tous limités supérieurement en fonction du déterminant de f. Si, en particulier, on suppose tous les $b_i = b'_i$ réels et les x, y, x', y' réels, on retombe exactement sur les résultats donnés pour les formes binaires réelles positives. Appliquant la méthode précédente aux formes biquadratiques définies $f = f_1 f_2$, on trouve que D est le *segment non euclidien qui joint* $\zeta_1 \zeta_2$, et le point représentatif ζ de la correspondante de f n'est autre que le *milieu non euclidien de ce segment*. C'est là une extension de résultats que j'ai signalés pour les formes biquadratiques réelles positives.

BOTANIQUE. — *Sur la famille des Microthyriacées*. Note [1] de M. G. Arnaud, présentée par M. L. Mangin.

Le groupe des Microthyriacées a reçu depuis sa création des éléments très divers dont certains ont été éliminés avec raison par les auteurs modernes et placés dans les Sphériacées, les Hémisphériacées, etc. Certaines exclusions sont moins justifiées; dans un important travail sur les Dothidéales [2], Theissen et Sydow ont créé récemment dans ce groupe une famille des Polystomellacées dont une partie des éléments sont extraits des Microthyriacées; d'après ces auteurs les deux groupes se distingueraient par le fait que les Polystomellacées, parfois entièrement incluses, ont toujours au moins un « hypostroma » enfoncé dans l'hôte; tandis que les Microthy-

(1) Séance du 2 avril 1917.

(2) Theissen et Sydow, *Die Dothideales* (*Ann. myc.*, t. 13, 1915, p. 149-746).

riacées (*s. strict.*) seraient entièrement superficielles; cependant il est probable que ce caractère n'est indiqué que parce qu'il traduit nettement, en apparence, une conception systématique des auteurs basée sur l'allure générale de ces champignons; en examinant leur classification détaillée on voit que les Polystomellacées Th. et Syd. sont de grosses Microthyriacées à stroma pluriloculaire; le sens du mot de Microthyriacées (Th. et Syd.) étant limité aux petites espèces à stroma souvent mince et uniloculaire. Les deux caractères différentiels indiqués ci-dessus sont sans valeur : 1° on trouve des intermédiaires qui établissent une transition insensible entre les deux types de stroma, par exemple *Rhipidocarpon javanicum* (*Lembosia* ou *Parmularia javanica*); 2° la croyance dans l'absence d'un appareil intramatrical chez les petites Microthyriacées est le résultat de recherches incomplètes; ces espèces à petits stroma ont un appareil absorbant plus réduit et c'est pourquoi il est resté longtemps inconnu. Cependant Maire a signalé, il y a quelques années, des suçoirs chez deux espèces d'*Asterina;* nous avons publié des observations plus nombreuses ([1]) qui ont été poursuivies chez de nombreux types et qui permettent, croyons-nous, d'affirmer que dans toutes les Microthyriacées (Th. et Syd.) il y a un appareil inclus dans l'hôte comme chez les Polystomellacées. Chez les espèces à petits stroma le mycélium inclus est, il est vrai, plus réduit en général et plus perfectionné (présence de suçoirs); mais ce n'est pas une règle et il y a des Polystomellacées qui ont des suçoirs (*Dielsiella Alyxiae*, *Cycloschizon Brachylaenae*, etc.).

En résumé, l'*ensemble* des Polystomellacées Th. et Syd. doit être réuni aux Microthyriacées qui, ainsi comprises, constituent un groupe remarquablement naturel par enchaînement; les types extrêmes, très différents, étant reliés par des transitions si ménagées que les coupes génériques sont très difficiles à établir.

D'après l'étude des types actuels, on peut exposer de la manière suivante la constitution du groupe des Microthyriacées (où ne seront examinées que les formes à stroma externe).

I. *Protothyriées* (asques non réunis en loges). — Le type le plus simple des Microthyriacées actuellement connues paraît être un champignon dont nous ferons le genre *Protothyrium* n. gen. caractérisé par : stroma externe

([1]) *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 807, et t. 160, 1915, p. 80.

crustacé aplati, à surface radiaire, à intérieur formé d'un tissu homogène dans lequel les asques allongés se dressent parallèlement séparés les uns des autres et uniformément répartis (pas de loges); sans mycélium externe, des rhizoïdes sur toute face inférieure; spores bicellulaires. Le type du genre est le *Pr. Salvadorae* (Ck.) *nob.* (Syn. *Phyllachora Salv.*, *Asterella confluens* Pat.). Il présente à la fois des analogies avec les Myriangiacées et les Dothidéacées inférieures.

Dans ce type le stroma centralise les fonctions de reproduction (asques), d'absorption (filaments rhizoïdes) et d'extension en surface (assez faible). En admettant une localisation plus étroite de ces diverses fonctions, d'où il résulte finalement une dissociation du stroma, on peut expliquer la formation des principaux types morphologiques de Microthyriacées.

II. *Eu-Microthyriacées.* — A l'exception du genre *Protothyrium* toutes les autres espèces ont les asques localisés dans certaines parties du stroma qu'on appelle des *loges*. La forme et la disposition des loges permettent de caractériser de nombreux genres: loges à base circulaire (*Polystomella*); loges allongées rayonnantes (*Parmularia*), etc. (Cf. Theissen et Sydow, *loc. cit.*)

Une séparation plus complète entre la partie fertile et la partie stérile (dont la fonction d'extension en surface augmente) amène une dissociation du stroma en de nombreux stroma élémentaires réunis par un mycélium commun. Ce mycélium commun peut être inclus dans l'hôte : Microthyriacées rhizomateuses (*Dielsiella*, *Cycloschizon*, etc.); ou externe et fumagoïde : Microthyriacées stolonifères (*Asterina*, *Lembosia*, etc.).

Les Microthyriacées stolonifères (fumagoïdes) sont celles qui ont pris le plus grand développement, elles comprennent plusieurs centaines d'espèces. La présence d'un mycélium aérien est en rapport avec l'humidité du climat; on la constate presque exclusivement dans les régions pluvieuses tropicales avec quelques rares espèces disjointes dans les régions humides (surtout montagneuses) de la région tempérée. Pour simplifier on peut dire que les Microthyriacées fumagoïdes (comme aussi les *Meliola*) ne se rencontrent que dans les régions où il tombe plus de 1^{m} de pluie par an.

Les autres types de Microthyriacées superficielles sont aussi, semble-t-il, plus fréquents dans les mêmes régions, mais ils y ont un développement plus restreint que les précédents. Il n'en serait probablement pas de même des Microthyriacées à stroma inclus, mais ce groupe est incomplètement connu, car aux Polystomellacées Munkiellées Th. et Syd. il faudra proba-

blement ajouter la plus grande partie des Phacidiacées (*Rhytisma acerinum*, etc.). De plus d'autres groupes richement représentés dans les régions plus sèches présentent aussi dans les régions pluvieuses une différenciation d'un mycélium externe chez les espèces parasites; les Sphériacées par exemple ont donné dans les régions tropicales des *Dimeriella;* dans nos montagnes quelques rares types *Herpotrichia nigra*, *Antennularia Straussii*, etc.). Il est probable que les *Meliola* sont, parmi les Eu-Dothidéacées, les homologues des Microthyriacées du type *Asterina*.

Presque toutes les Microthyriacées sont reconnaissables à la structure radiaire de la face supérieure qui représente le disque primitif, première ébauche du stroma; ce dernier reste en général aplati; souvent cette disposition s'est conservée en même temps que persistait la fonction d'absorption par la face inférieure du stroma (absorption effectuée aussi par le mycélium libre). Dans quelques types les stroma, spécialisés dans leur fonction reproductrice, ont perdu tout rôle végétatif, leurs éléments stériles sont si réduits qu'ils n'arriveraient pas à envelopper les asques si leur paroi ne se gélifiait énormément et ne transformait les stroma en un globule de gelée dans lequel sont plongés les asques; certaines de ces formes ont encore au début une structure radiaire (*Englerulaster*, *Clypeolella*); mais chez les *Balladyna* le stroma, décidément détaché de la feuille-hôte, se forme au sommet d'un filament dressé et affecte la forme d'un gland avant de se gélifier; ce genre, qui ne diffère pas autrement des *Englerulaster*, a été placé à tort par v. Höhnel dans les Capnodiacées.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure du massif sino-thibétain.* Note (¹) de M. **A.-F. Legendre.**

Le massif sino-thibétain paraît avoir une structure différente de celle du Yunnan. En effet, le dépouillement de mes observations n'a pas permis de mettre en évidence des phénomènes de charriage analogues à ceux décrits par M. Deprat, dans le Yunnan, au sud du Fleuve Bleu. On pourrait en tirer des conclusions importantes au point de vue tectonique, en précisant les limites du môle ancien résistant contre lequel, d'après M. Deprat, les nappes de charriage seraient venues s'écraser.

(¹) Séance du 2 avril 1917.

Il convient, d'ailleurs, d'être réservé sur cette question car mes observations dans le nord du Yunnan ne concordent pas avec celles de M. Deprat dans cette même région. Il suffira de comparer les deux cartes géologiques, la mienne et la sienne, pour en saisir la différence. Ainsi, j'ai découvert un noyau cristallin dans la vallée du So Ling Ho, dans les districts de Pé Cha Tan, Ta Ki Pao, To Ké, Lou Tché Tou, où M. Deprat marque sur sa carte son complexe ouralo-permien. Ce massif cristallin n'a aucun rapport avec celui entrevu beaucoup plus au Nord par von Loczy sur le 30e parallèle.

De plus, dans cette région, le Rhétien prend un certain développement (district de Lan Pa Pou).

Le fait saillant de la structure du massif sino-thibétain est l'existence d'énormes sillons rectilignes orientés presque nord-sud, d'où s'échappent souvent les rivières par des cluses ou plutôt des failles, sillons déjà signalés dans le nord du Setchouen par Loczy et reconnus par moi, au sud. J'avais été aussi frappé, dès 1907, de la fréquence et de l'amplitude des dénivellations des thalwegs sur le parcours des principales vallées, par la fréquence des bassins et cuvettes lacustres disposés en chapelets suivant l'axe de ces thalwegs (bassins de Houei Li Tcheou, de Ning Yuan Fou, Mienning, Ta Kiao, Yué Si, dans la province du Setchouen). A la suite d'un autre voyage dans les mêmes régions, en 1908-1909, nous avons, M. Lemoine et moi, en février 1910 (¹), attiré l'attention (tout en nous gardant de conclusions hâtives) sur cette question, antérieurement au voyage de M. Deprat dans le nord du Yunnan.

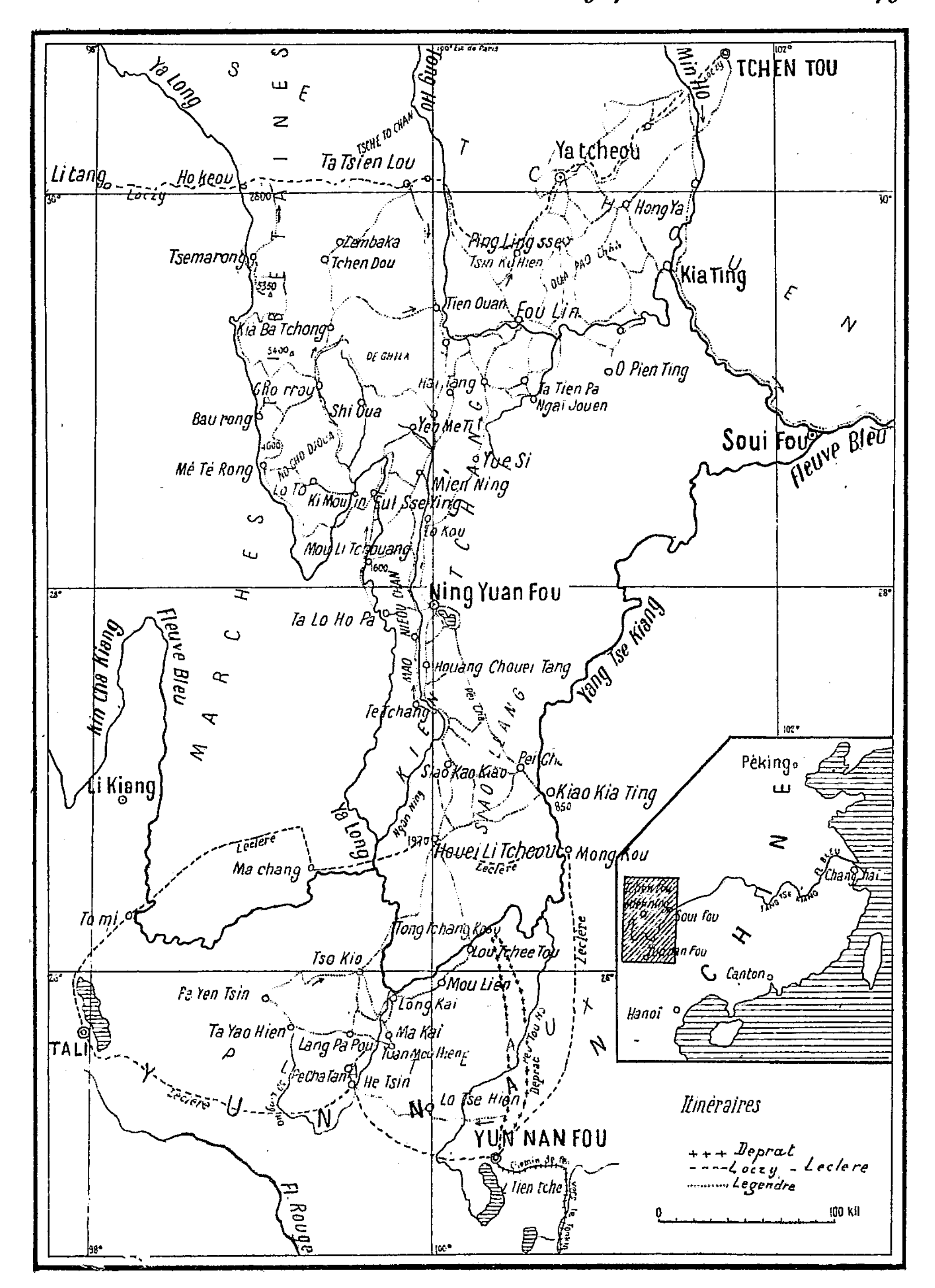
Cette pénéplaine ancienne a subi des phénomènes de rajeunissement que j'ai indiqués en 1915 (²), phénomènes dus à des mouvements épéirogéniques récents, phénomènes particulièrement frappants, dans la vallée du Yalong et du Tong Ho surtout, par la profondeur des gorges et l'énorme élévation des chaînes. Ce caractère est d'ailleurs assez général en Chine, ainsi que le montrent M. de Martonne (³), M. Bailey Willis (⁴). Je n'ai pas eu la prétention de le découvrir pour la Chine, mais seulement d'en

(¹) A. Legendre et Paul Lemoine, *Principaux résultats géologiques de la Mission Legendre en pays Lolo* (*Bull. Soc. Géologie de France*, 1910, p. 307, et dans *Bull. Muséum*, 1910, p. 59).

(²) A.-F. Legendre, *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 737.

(³) De Martonne, *Évolution du relief de l'Asie centrale* (*La Géographie*, t. 23, janvier 1911, p. 39-58).

(⁴) Bailey Willis, *Research in China*, t. 1.


TCHEN TOU
Min Ho
Ya Long
Yong Ho
Ta Tsien Lou
Li tang
Ho keou
Loczy
Ya tcheou
Hong Ya
Kia Ting
Tsemarong
Zembaka
Tchen Dou
Ping Ling sseu
Tien Ouan
Fou Lin
Kia Ba Tchong
O Pien Ting
Ro rrou
Shi Oua
Bau rong
Ta Tien Pa
Ngai Jouen
Yen Me Ti
Soui Fou
Fleuve Bleu
Yue Si
Mien Ning
Mé Té Rong
Lo To
Ki Moulin
Mou Li Tchouang
To Kou
Ning Yuan Fou
Ta Lo Ho Pa
Houang Chouei Tang
Yang Tse Kiang
Kin Cha Kiang
Fleuve Bleu
Te tchang
Li Kiang
Pei Ch
Kiao Kia Ting
Ya Long
Houei Li Tcheou
Mong Kou
Leclère
Ma chang
To mi
Tong Tchang Kouy
Lou Tchee Tou
Tso Kio
Mou Lien
Pa Yen Tsin
Long Kai
Ta Yao Hien
Lang Pa Pou
Ma Kai
TALI
He Tsin
Lo Tse Hien
Deprat
YUN NAN FOU
Fl. Rouge
Pèking
Chang hai
Soui Fou
Canton
Hanoï
Itinéraires
+++ Deprat
---- Loczy - Leclere
.... Legendre
0 100 kil

constater l'existence dans un pays nouvellement exploré où il était *particulièrement net*. Mes observations ont, d'ailleurs, été éclairées, confirmées par des spécialistes autorisés.

Mon champ d'opération, pendant une série d'années, a été une région *tout à fait différente* de celle que M. Deprat a abordée. Toutes mes reconnaissances géographiques, si l'on en excepte un court itinéraire récent dans le nord du Yunnan, itinéraire s'écartant généralement d'une centaine de kilomètres dans l'Ouest de celui de M. Deprat, se sont effectuées au nord du Fleuve Bleu, dans la province du Setchouen et le Thibet oriental ([1]). Cette vaste région est située entre le 26e et le 30e degré de latitude, le 99e et le 102e degré de longitude : elle comprend les grands bassins du Yalong, du Nganning et du Tong Ho. Il est fort intéressant d'ailleurs de voir les mêmes phénomènes de rajeunissement et les mêmes mouvements épéirogéniques s'observer dans des pays aussi différents que l'est et le centre de la Chine, étudiés par Bailey Willis, le Yunnan exploré par M. Deprat et le massif sino-thibétain étudié par moi.

Le phénomène est donc général pour toute la Chine de l'Ouest et pour une grande partie de l'Indo-Chine.

La séance est levée à 16 heures.

E. P.

([1]) Voir carte ci-contre.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 AVRIL 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MINÉRALOGIE. — *Les laves à haüyne d'Auvergne et leurs enclaves homœogènes : importance théorique de ces dernières.* Note de M. **A. Lacroix**.

Les trachytes phonolitiques à plagioclases sont accompagnés dans le Cantal et surtout au Mont-Dore par des coulées de laves que Michel-Lévy a désignées sous le nom d'andésites, puis de téphrites à haüyne. Dans leurs tufs, et surtout dans les conglomérats boueux formés aux dépens de toutes les roches du Mont-Dore, j'ai rencontré une quantité prodigieuse de roches grenues renfermant ou non de la haüyne. Leur étude minéralogique m'a conduit, en 1901, à des conclusions théoriques ([1]) que j'ai depuis lors vérifiées et complétées par des approximations successives.

L'ensemble des enclaves homœogènes d'un massif volcanique donné forme une série pétrographique parallèle à celle des roches épanchées; ces deux séries de roches, de structure et parfois de composition minéralogique différentes, ont des termes communs ou comparables; l'une d'elles peut aussi présenter des termes spéciaux, mais ceux-ci correspondent à des types manquant l'autre pour assurer sa continuité; en définitive, ces deux séries de roches ne forment qu'un seul bloc qui représente les étapes successives de la différentiation d'un même magma.

Dès 1893, j'ai émis l'opinion ([2]) que les enclaves homœogènes des roches volcaniques, en général, ont pris naissance grâce à l'un des deux mécanismes suivants : concentration des phénocristaux du magma à une certaine

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 133, 1901, p. 1033.
([2]) *Les enclaves des roches volcaniques*, Mâcon, 1893.

période de son évolution conduisant à la production de sortes de glaçons ou bien consolidation totale d'une certaine portion de ce magma produisant de véritables roches en place. La découverte dans les profonds ravins du volcan ancien de la Réunion de sills et d'autres intrusions de roches grenues, identiques à celles constituant les enclaves homœogènes des laves épanchées les plus récentes, m'a permis de donner [1] une démonstration directe de la réalité de ce dernier mode de formation.

Je me propose aujourd'hui d'apporter une démonstration d'une autre de mes conclusions en établissant et en comparant la composition chimique d'une série de roches épanchées et de leurs enclaves homœogènes. Une démonstration de ce genre est d'autant plus topique que le magma à l'aide duquel elle est effectuée présente des particularités plus spéciales et tel est bien le cas des roches à haüyne. Les résultats ainsi obtenus trouvent une application immédiate au Mont-Dore même pour l'interprétation de laves qui, jusqu'ici, avaient été confondues avec les basaltes du même massif. Les résultats de leur étude chimique m'ont conduit à les examiner de plus près au point de vue minéralogique, surtout quand j'eus rencontré au milieu de certaines d'entre elles des enclaves homœogènes identiques à celles des roches à haüyne. Ce sont en réalité, elles aussi, des roches téphritiques et elles appartiennent à la même série pétrographique que ces dernières; elles sont les termes les plus basiques de cette série.

I. L'étude qui va être résumée conduit à considérer comme un type pétrographique spécial les andésites (téphrites) à haüyne de Michel-Lévy. Je les appellerai *ordanchites*, du nom d'une localité caractéristique, la Banne d'Ordanche. Ce sont des laves d'un gris foncé, laissant voir à l'œil nu du plagioclase, de la haüyne bleue, de la hornblende [plus ou moins résorbée et manquant parfois (Laqueuille)] et de l'augite; le microscope permet d'y adjoindre de la titanomagnétite, du sphène, de l'apatite et plus rarement de l'olivine (Banne d'Ordanche, Laqueuille). Le feldspath moyen calculé est une andésine de basicité variable; les phénocristaux oscillent entre le labrador et l'andésine, ils sont accompagnés d'augite, de titanomagnétite et quelquefois d'un peu de verre.

En général, les ordanchites du Cantal ont l'aspect extérieur d'un basalte; la hornblende y manque souvent; cependant, une variété de couleur claire, riche en haüyne et amphibolique, a été trouvée à l'état de blocs dans

---

[1] *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 630.

la brèche andésitique du Falgoux; c'est le type le plus siliceux de la série.

J'ai rencontré une ordanchite, un peu plus basique et de couleur noire, à Madagascar, dans le massif de l'Itasy; elle constitue en particulier le cône de scories du Kasige et la coulée qui en descend vers le lac Efisto. Cette roche est dépourvue de phénocristaux de feldspath; la hornblende, très abondante et intacte dans les blocs de projection, est plus ou moins complètement résorbée dans les coulées.

Le Tableau suivant donne la composition minéralogique des ordanchites. La fréquente altération de la haüyne entraîne, comme pour les trachytes étudiés antérieurement, une diminution de la teneur en soude, mais ici le calcul ne fait plus ressortir la mise en liberté de silice et d'alumine; la roche étant riche en chaux et renfermant des orthosilicates virtuels, cette libération de la silice abaisse seulement dans le calcul la teneur de ceux-ci à l'avantage des métasilicates; en même temps, l'alumine libre intervient en forçant la teneur en anorthite. Les analyses 6 et 7 sont dans ce cas et l'on voit que cette altération influe sur la valeur du troisième paramètre de la formule magmatique.

D'une façon générale le terme d'ordanchite devra spécifier tous les équivalents andésitiques des téphrites; la particularité des ordanchites d'Auvergne et de Madagascar réside dans ce que le feldspathoïde au lieu d'être de la néphéline est exclusivement de la haüyne. Elles représentent la forme microlitique des essexites, alors que les téphrites, telles que je les comprends aujourd'hui, sont caractérisées par un feldspath moyen appartenant au moins au labrador et constituent la forme microlitique des théralites. Il est remarquable que les ordanchites, bien que riches en potasse et ayant une teneur moyenne en orthose virtuel d'environ 18 pour 100, ne renferment pas ce feldspath sous une forme réelle, comme cela a lieu dans les roches grenues de même composition chimique, et notamment dans beaucoup de leurs enclaves homœogènes dont il va être question plus loin.

J'ai rencontré parmi les roches volcaniques de Tahiti une lave voisine des ordanchites, mais elle est plus riche en alcalis; je la considère comme la forme microlitique des types sodiques de monzonites néphéliniques. Cette roche, que je désigne sous le nom de *tahitite*, renferme des phénocristaux de haüyne, pouvant atteindre plusieurs centimètres, distribués dans une pâte vitreuse ne montrant souvent au microscope que des microlites d'augite, de titanomagnétite, de petits cristaux d'haüyne, avec parfois un peu d'orthose et de leucite.

ANALYSES [1]. — 1. *Trachyte phonolitique à plagioclases*. La Tuilière,

---

[1] Analyses par M. Pisani (P) et par M. Raoult (R).

I (II).5.'2.(3).4[R], *Ordanchites*: 2. Falgoux (Cantal), I (II).5(6).2.'4 [P]; 3. Mareuges, II.(5)6.2(3).4 [R]; 4. Laqueuille, II.6.2.4 [R]; 5. Kasige (Madagascar), II (III).6.2.4 [Boiteau]; *Ordanchites à haüyne altérée*; 6. Sous Banne d'Ordanche, II.5.'3.4 [P]; 7. Malvialle, II.5.3.3(4) [R]; *Tahitite*, Papenoo (Tahiti), II.6.'2.4 (P., analyse rectifiée).

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
SiO^2......	59,24	54,51	51,60	52,55	47,31	52,70	51,82	49,52
Al^2O^3......	18,20	20,40	20,20	17,35	16,27	18,10	18,67	17,19
Fe^2O^3......	1,40	1,63	2,92	1,05	5,82	3,21	4,48	2,08
FeO.......	1,46	3,17	4,27	5,20	4.89	3,51	2,18	5.15
MgO......	0,38	1,95	2,23	3,75	3,51	3,98	1,80	2,12
CaO.......	4,90	4,55	7,20	7,45	9,58	7,45	6,60	8,40
Na^2O......	5,84	5,85	5,85	6,65	4,89	4,52	3,53	7,15
K^2O.......	5,15	4,30	3,15	2,86	3,34	2,89	3,51	3,85
TiO^2.......	0,24	1,17	2,20	1,93	2,83	1,95	3,00	3,30
P^2O^5.......	0,13	0,04	0,28	0,24	1,01	0,19	0,37	0,28
Cl.........	0,13	0,10	0,16	0,26	0,43	0,18	0,13	0,43
SO^3........	0,08	0,27	0,17	0,10	0,10	0,19	0,09	0,13
H^2O à 105°.	0,32	2,25	0,31	0,75	0,12	1,70	1,26	0,50
» au rouge.	2,40				0,20		2,82	
	100,07(¹)	100,19	100,54	100,14	100,30	100,27	100,26	100,10

II. Les roches à faciès basaltique du Mont-Dore auxquelles j'ai fait allusion plus haut peuvent être divisées en deux groupes; le premier (sill dans le tuf trachytique non loin du funiculaire du Mont-Dore; coulées du sommet du roc de Courlande et de l'entrée de Chastres, etc.) est dépourvu de péridot; il existe parfois des phénocristaux d'anorthose, plus souvent d'augite et de hornblende : les microlites appartiennent à l'augite, à la titanomagnétite et au labrador; ils peuvent être accompagnés (Courlande) d'un produit isotrope incolore (verre ou analcime) et d'un peu de biotite.

Le second groupe est caractérisé par l'abondance de l'olivine. Un type assez feldspathique est le basalte demi-deuil de la Banne d'Ordanche, du Puy Loup, à grands phénocristaux de labrador et d'augite groupés ophitiquement; un autre est mélanocrate et ne renferme, en fait de phénocristaux (très abondants), que de l'olivine et de l'augite. Dans les deux cas, les microlites sont les mêmes que dans le groupe précédent (Fougères, β_0), mais en outre ils sont accompagnés parfois (Chambourguet; nord-ouest du Meynial, près la Morangie, etc., β^1) de néphéline.

(¹) MnO = 0,20.

Labradorites téphritiques : 1. Près Funiculaire du Mont-Dore, II(III).5(6).'3.4 (P); 2. Sommet de Courlande (II) III.'6.3.4 [P]; 3. Extrémité de la même coulée près de Baffaud; 4. Chastres [R]. — *Basaltes téphritiques :* 5. Puy-Loup (II) III.5(6).3.4 [P]; 6. Banne d'Ordanche, type vitreux (II) III.5'.3'.4 [R]; 7. Banne d'Ordanche, type doléritique (II) III.5'.3(4).4 [P]; 8. Fougères, III.6.3.(3) 4 [P]. — *Basanites :* 9. Chambourguet, III'.6.3.4 (R); 10. Nord-ouest du Meynial, III(IV).'7.3.4 [R].

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
SiO^2.........	48,95	46,10	45,38	44,90	48,75	45,60	46,84	43,95	42,51	42,42
Al^2O^3........	16,65	17,29	17,06	17,37	16,30	16,99	17,08	14,70	13,85	13,07
Fe^2O^3........	1,20	4,02	3,35	5,20	1,35	3,13	2,49	1,60	3,81	3,82
FeO.........	9,27	6,80	7,87	5,85	8,37	7,09	7,36	9,80	7,74	7,94
MgO.........	4,15	4,51	4,50	4,26	5,11	4,31	5,78	8,87	10,41	10,94
CaO.........	8,45	10,25	11,06	11,36	10,55	11,74	10,75	10,08	12,80	13,10
Na^2O........	4,38	4,07	4,07	3,80	3,65	3,16	2,98	2,82	2,74	2,96
K^2O.........	2,05	2,47	2,58	2,36	2,24	1,85	1,66	2,41	1,57	1,32
TiO^2.........	2,45	3,30	3,80	4,00	3,18	3,80	2,53	2,70	3,62	4,20
P^2O^5.........	1,15	0,57	0,47	0,72	0,29	0,41	0,15	0,44	0,45	0,17
H^2O à 105°... / » au rouge.	1,00	0,16	0,50	0,20	0,75	0,25 / 1,38	1,95	2,50	0,24	0,18 / 0,19
	99,70	99,54	100,64	100,02	100,54	100,01 (1)	99,57	100,17	99,74	100,31

Au point de vue chimico-minéralogique, toutes ces laves sont caractérisées par la présence d'une quantité très notable de néphéline virtuelle; celle-ci, on vient de le voir, n'est minéralogiquement exprimée que dans les roches du Chambourguet et du Meynial qui par suite sont des *basanites* (téphrites à olivine mélanocrates), alors que les autres roches sont des labradorites et des basaltes téphritiques.

III. Les gisements du Mont-Dore les plus riches en blocs d'enclaves homœogènes des andésites à haüyne sont : le ravin de Mareuges, le col du Train, la route de Clermont au voisinage de la Sanadoire, les flancs du Puy Gros (notamment au-dessus de Lusclade). Il y a lieu d'y distinguer les roches suivantes :

1° Monzonites à biotite. Ce sont les équivalents grenus des trachytes phonolitiques à plagioclases; l'augite, la biotite et le sphène sont englobés par de grandes plages d'andésine que moule de l'orthose.

2° Essexites leucocrates à haüyne; elles possèdent la composition et la structure des roches précédentes, avec, en plus, de la haüyne. Elles constituent les formes grenues des ordanchites.

(1) Cl = 0,30.

3° Gabbros essexitiques; des cristaux nets d'augite, de hornblende, de biotite, de titanomagnétite sont englobés pœcilitiquement par du labrador. La composition chimique est très voisine de celle des labradorites téphritiques qui en renferment aussi des enclaves (Courlande). Ces roches représentent une forme hétéromorphe de théralites pauvres en néphéline.

4° Tous les trachytes phonolitiques à plagioclases du Cantal et du Mont-Dore sont riches en petites enclaves noires, renfermant des phénocristaux et des microlites de hornblende brune et d'augite qu'englobent des plages ou des microlites d'orthose, avec parfois de l'andésine; des vacuoles sont tapissées de trapézoèdres d'analcime. Cette composition offre une grande ressemblance avec celle de certaines roches filoniennes, à facies lamprophyrique, accompagnant les syénites néphéliniques du nord-ouest de Madagascar. La composition chimique est encore celle des labradorites téphritiques à olivine.

5° Essexites; sur les pentes de la Banne d'Ordanche, j'ai rencontré des blocs d'une essexite grenue formée d'augite titanifère, d'olivine, de labrador basique, de titanomagnétite, avec un peu d'orthose et de néphéline. Ces enclaves, identiques aux essexites de Crawfordjohn (Écosse) et de Tallagueira (Portugal), ainsi qu'aux enclaves du cratère de Zani (Ile Pamanzi, aux Comores) que j'ai décrites antérieurement, constituent la forme grenue du basalte demi-deuil.

1. *Monzonite*, sous Lusclade ; I (II).5.'2.'4 [P]; 2. *Essexite à haüyne* (altérée), près le lac Guéry, I (II).5.'3.4 [P]; 3. Enclave lamprophyrique du trachyte phonolitique, Puy Cordé, II (III).6'.(2)3.4 [R]; 4. *Gabbro essexitique micacé* au-dessus de Lusclade, 'III.5(6).3.4[P]; 5. *Essexite à olivine*, sous Banne d'Ordanche, III.(5)(6).3.'4.[P] (analyse rectifiée).

	1.	2.	3.	4.	5.
SiO^2	58,75	55,21	47,54	47,31	44,95
Al^2O^3	18,20	21,70	16,35	15,40	15,09
Fe^2O^3	3,84	2,98	4,65	5,70	2,30
FeO	0,77	1,82	4,62	4,05	9,61
MgO	1,58	1,80	6,08	7,33	9,25
CaO	3,83	5,25	9,64	10,40	10,47
Na^2O	6,08	5,11	4,25	3,82	2,82
K^2O	4,50	3,12	2,62	1,58	2,02
TiO^2	1,18	1,09	2,80	3,40	3,02
P^2O^5	0,16	0,38	0,34	0,09	0,51
H^2O	1,10	2,25	{ 0,42 / 1,00 }	0,95	0,37
	99,99	100,71	100,34 (1)	100,03	100,41

(1) Cl = 0,07.

Enfin, il me reste à m'occuper de roches à grain moyen, plus pauvres encore en silice et qui n'ont pas d'équivalent parmi les laves épanchées du Mont-Dore; leur extrême abondance (col du Train, Mareuges) et la constance de leur composition rendent vraisemblable leur existence sous forme de gisements en place dans le substratum du volcan. Elles oscillent entre un type à aspect de gabbro renfermant jusqu'à 60 pour 100 d'éléments blancs (bytownite et haüyne) et un autre, dépourvu de feldspath, uniquement constitué par de la hornblende, de l'augite et de la titanomagnétite, associés à un peu de haüyne d'un bleu foncé. La structure est toujours franchement grenue; la cristallisation des éléments a été simultanée, sauf pour une partie de la haüyne qui moule le plagioclase. La variété feldspathique constitue un nouveau type pétrographique que sa composition chimique (pauvreté en alcalis) ne permet pas d'assimiler à la théralite. Je le désigne sous le nom de *mareugite;* on trouvera plus loin l'analyse de deux laves [limburgite d'Ambato dans le nord-ouest de Madagascar et heptorite constituant un filon dans le Siebengebirge (I, hornblende, titanaugite, olivine, biotite, haüyne, titanomagnétite; II, verre avec quelques microlites de labrador)] qui peuvent être regardées comme représentant sa forme d'épanchement.

Quant au type holomélanocrate, il offre une grande analogie chimique avec la hornblendite (*yamaskite*) accompagnant l'essexite du Mont Yamaska (Québec); une différence minéralogique avec cette roche réside dans la présence de la haüyne qui manque dans la hornblendite canadienne, mais il existe aussi à Mareuges des blocs qui sont également dépourvus de ce minéral.

Mareugites. 1. Col du Train. II(III).5'.4.4-5 [P], (haüyne altérée en partie); 2. Mareuges .'III.5(6).4.4-5 [R]; 3. Mareuges. Variété très amphibolique, III (IV).6.4.4-5 [R]; 4. *Hornblendite à haüyne*, Mareuges [*(III) IV.6.4.4-5*] III(IV).(2).3.2'.2(3).2. 5. *Limburgite* d'Ambato (Madagascar) [IV.'6.4.4] IV.2'.2.2.2; 6. *Heptorite*, vallée de Rhönsdorf (Siebengebirge) III.6.'4.4 (in Rosenbusch); 7. *Yamaskites* du M[t] Yamaska. IV.2'.(1)2.2'.2 et 8. IV.'3.1.(2).3.3 (Young).

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
SiO^2	40,51	38,20	36,34	35,36	41,34	42,92	39,97	36,24
Al^2O^3	20,40	18,75	12,69	12,06	12,87	17,62	8,68	9,05
Fe^2O^3	5,24	9,44	12,86	10,36	4,28	4,05	8,63	10,64
FeO........	6,90	4,37	4,89	4,57	8,80	3,94	7,99	9,58
MgO.......	5,38	5,17	8,47	10,58	11,16	8,16	10,32	7,75
CaO	12,40	14,14	15,26	15,60	13,75	13,07	15,18	14,97
Na^2O.......	2,95	1,83	1,42	1,41	1,42	2,84	1,19	1,05
K^2O^4.......	0,70	0,77	0,82	0,65	0,71	1,33	0,74	0,43
TiO^2	3,07	4,00	5,30	6,40	3,00	1,78	4,05	7,12
P^2O^5.......	0,29	0,40	0,18	0,45	0,84	0,15	0,10	0,01
Cl..........	0,13	0,11	0,26	0,10	»	0,22	»	»
SO^3	0,15	0,21	0,36	0,18	»	0,47	»	»
H^2O à 105°..	2,50	0,49	0,26	1,09	0,22	2,82	0,57	0,65
» au rouge .		2,18	1,38	1,48	1,39			
	100,62	100,06	100,49	100,29	99,78	100,37	99,77 (1)	99,75 (2)

Mareugite, puis yamaskite constituent le pôle d'extrême basicité de la série si caractéristique des roches à feldspathoïdes du massif volcanique du Mont-Dore.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *La synthèse de l'ammoniaque.* Note de M. **Henry Le Chatelier.**

Au moment où de toutes parts on se préoccupe de la production synthétique de l'ammoniaque par le procédé Haber, en vue de la fabrication des explosifs, il ne sera peut-être pas hors de propos de rappeler l'origine française de cette découverte. J'ai breveté en 1901 un procédé de synthèse identique à celui qui a été repris sept ans plus tard en Allemagne et mis définitivement au point par Haber. Si je n'ai pas rappelé plus tôt mon initiative à ce sujet, c'est que je n'étais pas très fier du manque de persévérance dont j'avais fait preuve. J'ai abandonné ces recherches à la suite d'une explosion qui faillit tuer mon préparateur. Je lui avais fait comprimer à 200^{atm}, dans une bombe Berthelot, le mélange d'azote et d'hydrogène pour étudier l'action des étincelles électriques. La bombe se brisa en deux morceaux qui allèrent crever, l'un le plancher et l'autre le plafond de mon

(1) $CO^2 = 1,15$; $FeS^2 = 1,01$; $MnO = 0,19$.
(2) $FeS^2 = 0,97$; $MnO = 0,29$.

laboratoire. Le robinet de l'un des graisseurs de la pompe de compression était resté ouvert et avait laissé rentrer de l'air qui était venu se mêler à l'hydrogène.

Le brevet fut pris par les soins de mon frère, au nom de la Société française de Constructions mécaniques (anciens établissements Cail), dont il est président. Voici les passages les plus importants de ce brevet : n° 313 950, en date de 2 septembre 1901 :

La présente invention a pour objet un procédé d'obtention de l'ammoniaque par combinaison directe de l'azote à l'hydrogène.

. . . .

Il résulte aujourd'hui des recherches faites sur la stabilité des systèmes gazeux que cette stabilité change avec la pression, qu'un accroissement de pression augmente la stabilité du système de corps qui occupe le moindre volume. Or, le volume occupé par l'ammoniaque représente la moitié de celui des gaz azote et hydrogène qui entrent dans sa composition. En augmentant suffisamment la pression, on pourra donc augmenter sans limite les températures auxquelles ce corps reste stable.

D'autre part, l'aptitude des corps à entrer en réaction et la vitesse avec laquelle ils se combinent croissent avec la température suivant une loi très rapide. On est donc certain, en théorie, qu'il existe une pression sous laquelle la température de stabilité est assez élevée pour que la combinaison de l'azote et de l'hydrogène puisse s'effectuer avec facilité. Mais cette pression pouvait être de quelques atmosphères seulement, par suite pratiquement réalisable, ou au contraire de millions d'atmosphères et par suite irréalisable.

La loi de variation de la vitesse des réactions chimiques croît suivant une loi exponentielle. Il en résulte que, pour un intervalle considérable de température, elle reste infiniment petite et échappe à tous nos moyens d'observations, puis, dans un intervalle assez restreint de température, elle prend des valeurs finies qui deviennent bientôt tellement grandes, qu'elles doivent pratiquement être considérées comme infinies, et elles le restent pour toutes les températures supérieures.

Pour réaliser la combinaison de l'ammoniaque il s'agissait donc de déterminer cet intervalle de température et par suite de pression, puisque les températures de stabilité sont fonction des pressions, dans lequel la vitesse de combinaison passe d'une valeur pratiquement nulle à une valeur pratiquement infinie.

Nous avons trouvé que cet intervalle de pression est compris entre 1^{atm} et 100^{atm}.

. . . .

On peut employer avec avantage l'action de présence de certains corps pour accélérer la combinaison : la mousse de platine par exemple, mais surtout le fer divisé qui exerce une action particulièrement efficace sur les mélanges d'azote et d'hydrogène.

. . . .

En résumé nous revendiquons comme notre propriété exclusive :

Le procédé d'obtention synthétique de l'ammoniaque, consistant à provoquer la combinaison directe des éléments hydrogène et azote, en chauffant à une température

convenable, supérieure au rouge sombre, un mélange d'azote et d'hydrogène pur ou additionné d'hydrocarbures, avec ou sans l'aide de corps facilitant la réaction, tels que la mousse de platine, le mélange étant simplement comprimé à une pression appropriée toujours supérieure à celle de l'atmosphère, ainsi qu'il a été expliqué en substance au présent Mémoire.

J'avais entrepris ces recherches sans aucune arrière-pensée industrielle. Je cherchais à cette époque à convaincre les chimistes, rebelles au raisonnement de la thermodynamique, de l'exactitude et de l'intérêt des lois de la mécanique chimique au moyen de quelques exemples expérimentaux capables de frapper l'attention par leur caractère imprévu ou paradoxal, l'application de ces lois permettait de résoudre des problèmes jugés jusque-là difficiles et mêmes insolubles. J'avais ainsi réussi à oxyder directement l'argent, donné comme inoxydable : j'avais obtenu à la température ordinaire l'iodure d'argent cubique, stable jusque-là seulement aux températures supérieures à 135°; j'avais dissocié le carbonate de chaux à 100° en présence d'eau de chaux. La synthèse de l'ammoniaque, réputée irréalisable, eût été un argument de même nature.

Ayant cru, au moment de l'explosion relatée plus haut, avoir obtenu la synthèse explosive de l'ammoniaque, je pensai qu'une réaction aussi facile à réaliser devait être industriellement utilisable et je pris un brevet. Mais une fois la cause de l'explosion reconnue, j'abandonnai ces expériences, estimant que l'étude systématique des catalyseurs nécessiterait un travail hors de proportion avec la valeur scientifique du résultat escompté. J'estime en effet que les savants, comme les industriels, doivent se préoccuper du rendement de leurs efforts. Au point de vue industriel, cette conclusion n'eût pas été exacte, mais mes préoccupations n'étaient pas alors orientées dans cette direction. Les annuités du brevet ne furent même jamais payées.

MÉDECINE. — *Sur l'activation, par les composés organométalliques de l'arsenic, des propriétés curatives de la quinine et du mercure.* Note de M. **Armand Gautier.**

J'ai fait connaître à l'Académie, il y a plus de dix ans, les remarquables effets dont jouissent les composés arsenicaux organométalliques et spécialement le diméthylarsinate sodique dans la cure des fièvres palustres invétérées. Il est bien remarquable de voir des fièvres intermittentes ayant longtemps résisté à l'action curative de fortes doses de sels de quinine, se

guérir souvent, et définitivement, à la suite de 2 ou 3 injections sous-cutanées de 5 centigrammes à 10^{cg} d'arrhénal. J'ai publié soit ici, soit au *Bulletin de l'Académie de Médecine*, un certain nombre d'observations qui l'établissent et auxquelles je me réfère, et je ne serais pas revenu sur ce sujet si le danger que fait courir à nos soldats de l'armée d'Orient l'intoxication maremmatique n'avait de nouveau appelé mes préoccupations sur ce sujet, et si je n'avais à proposer, ou plutôt à rappeler, une méthode de traitement des malariques autrement sûre que l'ingestion ou l'injection sous-cutanée des fortes doses de sels de quinine. On sait, en effet, que ces sels, même injectés sous la peau à la dose élevée et prolongée durant des semaines de 1^g et 2^g par jour, ne suffisent pas toujours à couper les fièvres intermittentes graves (¹).

Or j'ai montré il y a quelques années que l'association des composés organométalliques d'arsenic aux sels de quinine, non seulement est à peu près souveraine pour couper ces fièvres, mais que, grâce à cette association, on peut diminuer jusqu'à des doses très faibles les sels quiniques sans diminuer leur efficacité spécifique, et guérir le plus souvent ainsi les fièvres paludéennes les plus rebelles à l'action de la quinine ou de l'arrhénal employés séparément.

Cette observation bien précieuse, à mon sens, de l'efficacité très puissante du traitement de la malaria par l'association de l'arsenic organométallique à la quinine a été confirmée depuis par bien des médecins coloniaux, surtout d'Algérie, qui avaient connu mes travaux, et elle vient d'être reproduite par MM. Paul Ravaut et de Kerdrel (²) qui ont remarqué à leur tour l'efficacité puissante de l'association de ces deux agents médicamenteux, association bien plus active que si l'un ou l'autre de ces médicaments était isolément utilisé.

Partant de considérations relatives à l'analogie d'état et de fonctionnement des hématozoaires de la syphilis et de la malaria, MM. Ravaut et de Kerdrel ont institué une cure de la malaria consistant en injections intraveineuses d'arsénobenzol avec association des doses habituelles de quinine par la bouche ou par la voie veineuse. Leurs succès ont été remarquables, mais non autres que ceux que j'obtiens plus simplement non avec la quinine et le novarsénobenzol, médicament d'origine germanique, mais avec la

---

(¹) Voir à ce sujet le Mémoire récent de M. P. Abrami, médecin en chef à Zeitenlik: *Le paludisme primaire en Macédoine* (*Presse médicale*, 22 mars 1917, p. 161).
(²) *Société médicale des Hôpitaux* (Communication du 2 mars 1917).

quinine et le diméthylarsinate sodique employés l'un et l'autre à doses minimes. Je rappellerai, comme type de ces observations et seulement pour fixer les idées sur ce traitement, le cas de M. de S... qui, à la suite de ses voyages d'exploration au Maroc, avant notre conquête, avait contracté une fièvre intermittente tierce qui résistait depuis des mois à des injections, de deux en deux jours, de $1^g,5$ et 2^g de chlorhydrate de quinine et que je pus guérir après une seule injection sous-cutanée de 50 centigrammes de chlorhydrate de quinine accompagnés de 10 centigrammes d'arrhénal.

Dans les cas d'accès pernicieux il sera prudent de doubler au moins ces doses de quinine, sans augmenter d'ailleurs l'arsenic, et même, suivant la méthode du Dr F. Barbary (1), d'injecter directement dans la veine le sel de quinine préalablement dilué dans le sérum physiologique de Hayem.

Ce traitement mixte de la malaria par les composés organométalliques d'arsenic et la quinine, quand on l'applique comme je le fais, c'est-à-dire en injectant, 8 à 10 heures avant l'accès probable, des doses très faibles de quinine et 5 centigrammes à 10^{cg}, *pas plus*, de diméthylarsinate sodique, outre la garantie de sa puissante efficacité spécifique, a bien d'autres avantages : injectée ainsi à doses minimes par la voie sous-cutanée, la quinine, aussi bien que l'arrhénal, n'entraîne jamais ni douleur, ni escharres, ni complication locale ou générale (2).

En renonçant aux fortes doses de quinine, on évite aussi les accidents qui suivent presque toujours l'usage prolongé des sels de quinine à fortes doses : anorexie, diarrhées et autres troubles digestifs, anémie avec méthémoglobinurie, tendance aux œdèmes et rechutes. Bien plus, les hématozoaires de la malaria paraissent s'habituer peu à peu aux sels de quinine employés à doses élevées; bientôt ils semblent ne plus avoir d'action sur eux.

Cette singulière aptitude de l'arsenic organique à assurer et multiplier les effets curatifs spécifiques de la quinine se retrouve aussi, comme je l'ai déjà bien souvent fait remarquer, dans son association avec les sels de mercure dont les effets spécifiques curateurs dans les maladies à tripanosomes sont considérablement activés sous l'influence simultanée des arsenicaux organométalliques.

---

(1) Communication particulière.

(2) M. le Dr L. Moreau, médecin de 1re classe de la Marine, vient d'appeler l'attention sur les complications, abcès, escharres graves et étendues consécutifs aux injections sous-cutanées de sels de quinine (voir *Presse médicale*, 22 mai 1917, p. 164).

Grâce à cette association de l'arsenic et des sels de mercure on peut diminuer très notablement la dose curative de ces sels et les inconvénients que provoque leur administration prolongée. Grâce à ce traitement mixte on voit chez les syphilitiques disparaître très rapidement la réaction de Wassermann et même certaines altérations anatomiques réputées à peu près incurables, telles que les troubles de circulation de la rétine et de la vision.

Cette remarque de l'activation des effets curateurs du mercure aussi bien que de la quinine, sous l'influence des composés arsenicaux inermes que j'ai introduits il y a plus de quinze ans en thérapeutique, et cette observation que ces arsenicaux jouissent d'une efficacité curative incontestable, dans un assez grand nombre de maladies spécifiques à microzoaires ou microbes, m'ont amené à penser que ce n'est pas en stérilisant directement le sang ou l'économie qu'agissent ces arsenicaux, mais bien plutôt par invigoration de l'action phagocytaire, ce qui explique la généralisation de leur activité. On peut s'assurer directement de cette activation, au moins pour l'empoisonnement malarique, en examinant les préparations du sang des fiévreux soumis uniquement au traitement par l'arrhénal. Dans les préparations que m'a communiquées autrefois M. le médecin en chef de l'hôpital de Constantine, Billet, dont on connaît la haute compétence à cet égard, on voit les parasites malariques sous leurs diverses formes (rosaces ou croissants) pénétrer dans le corps des lymphocytes et s'y digérer rapidement sous l'œil de l'observateur.

THERMODYNAMIQUE. — *Les coefficients de la thermo-élasticité aux basses températures et l'hypothèse de M. Nernst.* Note [1] de M. E. **Ariès**.

L'équation différentielle de l'énergie libre I,

$$dI = d(U - ST) = -S\,dT - p\,dv,$$

donne les relations

$$(1)\qquad \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_v = -S, \qquad \left(\frac{\partial I}{\partial v}\right)_T = -p, \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T = \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v,$$

$$(2)\qquad \frac{I - U}{T} = -S = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_v.$$

[1] Séance du 10 avril 1917.

Si l'on prend un corps condensé, à l'état initial que nous avons déjà défini ($p = 0$, $T = 0$), et à partir duquel sont comptées les valeurs de l'entropie et des fonctions de Massieu [1], on aura $S = 0$, $U = 0$, $I = 0$.

En comprimant ce corps à température constante, son volume va diminuer conformément à l'une des lois du déplacement de l'équilibre thermo-élastique, tandis que la pression qu'il supporte, d'abord nulle, deviendra p_0. Son énergie, au contraire, va augmenter et prendre une valeur positive U_0, puisque cette énergie reste soumise, pour chaque accroissement élémentaire de la pression, à l'équation différentielle

$$dU = T\,dS - p\,dv = -p\,dv.$$

A partir de l'état ainsi obtenu, on peut faire subir au corps, par une variation infinitésimale de la pression p_0, une nouvelle transformation, non plus isothermique mais adiabatique, en lui interdisant tout échange de chaleur avec l'extérieur. Sa température, jusqu'alors constante, sera libre de varier, mais seulement pour s'accroître, puisqu'elle partira de la valeur la plus basse qu'elle puisse avoir, et cela quel que soit le sens de la variation de pression imposée au corps. Or, suivant qu'il y aura augmentation ou diminution de la pression dans cette transformation réversible, les variations de la température, si elles se produisaient, devraient être de signes contraires, ce qui est impossible. La température restera donc invariable, d'où la conclusion capitale qui suit :

Au zéro de la température absolue, toute transformation isothermique est, en même temps, adiabatique.

On tire très simplement de cette proposition des conséquences remarquables concernant les huit coefficients indépendants de la thermo-élasticité ε_T, ε_S, h, l, α_v, C_v, α_p, C_p.

Il résulte de l'énoncé même qui précède que le coefficient de compressibilité isothermique est, en même temps, coefficient de compressibilité adiabatique au zéro absolu. ε_T et ε_S tendent vers une même valeur à mesure que la température s'abaisse et au zéro absolu $\varepsilon_T = \varepsilon_S$.

A cette température limite, le coefficient de Thomson $h = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_S$ s'annule évidemment. La chaleur de dilatation $l = T\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T$, non seulement s'annule, mais encore le rapport $\frac{l}{T}$ tend vers zéro avec T.

(1) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 343.

$\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T$ étant nul, la troisième des relations (1), qui n'est que la formule de Clapeyron, montre que le coefficient de dilatation à volume constant α_v s'annule au zéro absolu.

Le corps étant pris à l'état que nous venons de considérer, son énergie libre I_0 sera égale à U_0, puisque les deux énergies ne diffèrent que par le produit ST dont chaque facteur est nul. Faisons subir à ce corps une nouvelle transformation, cette fois-ci à volume constant, en soumettant sa température, d'abord nulle, à une augmentation ΔT. Désignons par ΔU et ΔI les variations subies par U_0 et I_0, en posant $U = U_0 + \Delta U$, $I = I_0 + \Delta I$.

L'application de la formule générale (2) à l'état dans lequel se trouvera le corps au bout de cette deuxième transformation, donne

$$\frac{I_0 + \Delta I - (U_0 + \Delta U)}{\Delta T} = \frac{\Delta I - \Delta U}{\Delta T} = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_v = -S.$$

Si l'on fait tendre ΔT vers zéro, S aussi tend vers zéro, et cette équation devient

$$\left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_v - \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_v = 0.$$

Elle se réduit à

$$(3) \qquad \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v = C_v = 0 \qquad \text{pour } T = 0.$$

La capacité calorifique à volume constant est nulle au zéro absolu, quelle que soit la pression supportée par le corps.

L'équation différentielle du potentiel H,

$$dH = d(U - ST + pv) = d(J - ST) = -S\,dT + v\,dp,$$

donne les relations

$$(4) \qquad \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = -S, \qquad \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T = v, \qquad -\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p,$$

$$(5) \qquad \frac{H - J}{T} = -S = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p.$$

De même que $\left(\frac{\partial S}{\partial v}\right)_T$, $\left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T$ s'annule avec T; il en est de même pour $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$ d'après la troisième équation (4), d'où résulte que le coefficient de dilatation à pression constante α_p est nul au zéro absolu, comme le coefficient de dilatation à volume constant α_v.

H_0 et J_0 représentant les valeurs que prennent les fonctions H et J quand le corps est soumis à la pression p_0 et à la température du zéro absolu, on aura $H_0 = J_0$, puisque ces deux quantités ne pourraient différer que par le produit ST qui est nul. A partir de cet état et à pression constante, faisons croître de ΔT la température du corps, et désignons par ΔH et ΔJ les variations subies par H_0 et J_0, en posant $H = H_0 + \Delta H$, $J = J_0 + \Delta J$.

Par application de la formule générale (5), on aura

$$\frac{H_0 + \Delta H - (J_0 + \Delta J)}{\Delta T} = \frac{\Delta H - \Delta J}{\Delta T} = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = -S.$$

Si l'on fait tendre la température ΔT vers zéro, S s'annulera et l'équation précédente deviendra

$$\left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p - \left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = 0.$$

Elle se réduit à

$$(6) \qquad \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p = \left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)_p = C_p = 0 \quad \text{pour} \quad T = 0.$$

La capacité calorifique à pression constante est nulle au zéro absolu, quelle que soit la pression supportée par le corps.

On arrive plus simplement encore au même résultat par l'une des deux relations connues

$$\frac{\varepsilon_T}{\varepsilon_S} = \frac{C_p}{C_v}, \qquad C_p - C_v = \alpha_p \alpha_v p v T.$$

La première montre que ε_T étant égal à ε_S, C_p doit être égal à C_v et, par suite, nul au zéro absolu. La seconde peut être mise sous la forme

$$(7) \qquad \frac{C_p - C_v}{T} = \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v;$$

elle montre, en outre, que la différence des deux capacités calorifiques divisée par la température, produit de deux quantités qui tendent vers zéro, est un infiniment petit du second ordre aux très basses températures.

Enfin nous ferons remarquer qu'aux équations (3) et (6) on peut joindre les suivantes :

$$\left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)_v = \frac{\partial}{\partial T}(U + pv) = \left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_v + v\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v, \qquad \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_v = \frac{\partial}{\partial T}(I + pv) = \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_v + v\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v,$$
$$\left(\frac{\partial U}{\partial T}\right)_p = \frac{\partial}{\partial T}(J - pv) = \left(\frac{\partial J}{\partial T}\right)_p - p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p, \qquad \left(\frac{\partial I}{\partial T}\right)_p = \frac{\partial}{\partial T}(H - pv) = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p - p\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p;$$

et comme, au zéro absolu, $\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$ et $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p$ s'annulent, les équations (3) et (6) complétées peuvent être réunies dans la formule générale

$$\frac{\partial U}{\partial T} = \frac{\partial I}{\partial T} = \frac{\partial J}{\partial T} = \frac{\partial H}{\partial T} = 0 \qquad \text{pour } T = 0, \tag{8}$$

les dérivées des quatre fonctions de Massieu étant prises en considérant comme invariable soit le volume, soit la pression.

Tous les résultats qui précèdent et ceux consignés dans nos deux précédentes Communications découlent des principes fondamentaux de la Thermodynamique. On leur trouvera certains points de contact avec les conséquences tirées de l'hypothèse de M. Nernst à laquelle nous avons déjà fait allusion, notamment en ce qui concerne les valeurs de la capacité calorifique et du coefficient de dilatation à pression constante, indiquées comme nulles au zéro absolu par les deux théories. Ces conclusions auraient été d'ailleurs confirmées dans les limites permises par les mesures effectuées jusqu'à présent, mais qui n'ont pas été poussées, il faut bien le reconnaître, à des températures assez basses pour être décisives.

Ce n'est pas ici le lieu d'insister sur les différences profondes de ces deux théories, différences qui vont parfois jusqu'à la contradiction. Le lecteur qui désirerait en juger pourra se reporter, d'une part, à nos deux précédentes Communications [1], d'autre part, aux *Leçons de Thermodynamique* (p. 270 à 278 et 289 à 300) de M. Max Planck que nous avons déjà rappelées et dans lesquelles ce savant met au point la théorie assez incomplète de M. Nernst, destinée cependant, suivant son auteur [2] et ses commentateurs allemands qui en ont fait grand bruit, à combler les *lacunes de la Thermodynamique*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un membre de la Commission administrative, en remplacement de M. *Émile Picard*, élu Secrétaire perpétuel.

(1) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 343 et 477.

(2) *Bulletin de la Société française de Physique*, 1910, 1er fascicule. Conférence faite le 1er avril 1910, par M. W. Nernst, *Sur les chaleurs spécifiques aux basses températures et développement de la Thermodynamique*, p. 19 et suiv., notamment p. 32.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 39,

M. Appell	obtient	....	34 suffrages
M. Bigourdan	»	....	3 »
M. Lecornu	»	....	1 suffrage

Il y a un bulletin blanc.

M. **P. Appell**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu membre de la Commission administrative.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à établir, pour être transmise au Ministre des Finances, une liste de trois candidats à un poste d'Essayeur nouvellement créé à l'*Administration des Monnaies*.

(Renvoi à la Section de Chimie.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *L'œuvre scientifique de Pierre Duhem*, par E. Jouguet.

2° *Études sur les plaies du pied et du cou-de-pied par projectiles de guerre*, par E. Quénu. (Présenté par M. A. Laveran.)

M. **G. Chauveaud** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Botanique, par le décès de M. *R. Zeiller*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété des fonctions analytiques d'un nombre quelconque de variables imaginaires.* Note de M. **Riquier**, présentée par M. Appell.

Nous rappellerons que la formule $z = \zeta(t)$, où z désigne une variable imaginaire et $\zeta(t)$ une fonction imaginaire de la variable réelle t, est dite

définir un *contour analytique régulier sans nœuds*, lorsque la fonction $\zeta(t)$ satisfait à la triple condition suivante :

1° Elle est analytique et régulière dans toute l'étendue de l'espace (réel) $[[t]]$.

2° La relation numérique $t_1 - t_2 = 2h\pi$, où h désigne un entier arbitraire, entraîne comme conséquence nécessaire $\zeta(t_1) = \zeta(t_2)$; en d'autres termes, la fonction $\zeta(t)$ admet la période 2π. Inversement, la relation numérique $\zeta(t_1) = \zeta(t_2)$ entraîne comme conséquence nécessaire $t_1 - t_2 = 2h\pi$, où h désigne quelque entier.

3° La dérivée première, $\zeta'(t)$, de la fonction reste différente de zéro dans toute l'étendue de l'espace (réel) $[[t]]$.

Désignons maintenant par x, y, ... des variables imaginaires en nombre quelconque n, et considérons, dans les plans de notation graphique de ces n variables respectives, n régions continues, S_x, S_y, ..., dont chacune est supposée telle que tout point de la région soit le centre de quelque cercle entièrement situé dans cette région; considérons enfin, dans S_x, S_y, ..., n contours analytiques réguliers sans nœuds, respectivement définis par les formules

$$x = \xi(t_x), \qquad y = \eta(t_y), \qquad \ldots,$$

où t_x, t_y, ... désignent n variables indépendantes réelles.

Cela étant, *si une fonction*, $f(x, y, \ldots)$, *analytique et régulière dans la région composée* $(S_x, S_y, \ldots)$, *satisfait, pour toutes valeurs réelles de* t, *à la relation*

$$f[\xi(t), \eta(t), \ldots] = 0,$$

elle est identiquement nulle dans toute l'étendue de la région $(S_x, S_y, \ldots)$; en sorte que la nullité de la fonction pour les systèmes de valeurs

$$x = \xi(t), \qquad y = \eta(t), \qquad \ldots,$$

dont l'ensemble se définit à l'aide de la seule variable réelle t, entraîne sa nullité identique, quel que soit le nombre des variables x, y, ...

ÉLASTICITÉ. — *Sur la représentation des charges concentrées par des séries trigonométriques*. Note de M. **Mesnager**, transmise par M. A. Blondel.

Par le procédé de la moyenne arithmétique, on obtient

$$\sum_{m=1}^{m=\infty} \cos\frac{2m\pi x}{a} = -\frac{1}{2} \quad (^1),$$

sauf pour $x = \mathrm{K}a$, K étant un entier quelconque positif ou négatif, valeurs pour lesquelles la série est divergente et atteint une valeur positive infiniment grande, car tous les termes sont alors positifs.

D'autre part, si l'on considère un *nombre fini* de termes de la série, leur intégrale étendue de $\mathrm{K}a$ à $(\mathrm{K}+1)a$ est nulle. Quand le nombre des termes considérés augmente indéfiniment, dans une étendue ayant pour limite la période considérée, la valeur de $\Sigma \cos mz$ tend vers $-0,5$; mais elle reste positive sur une bande infiniment étroite de surface égale comprise entre la limite de la période et le domaine des ordonnées négatives. Si les ordonnées de la série représentent une pression entre $\mathrm{K}a$ et $(\mathrm{K}+1)a$, la série représente une pression uniforme et deux forces lui faisant équilibre aux extrémités du segment.

Par conséquent, l'expression

$$f = \frac{\mathrm{F}}{a}\left(1 + 2\,\Sigma \cos\frac{2m\pi x}{a}\right)$$

représentera uniquement des forces égales à F, appliquées aux points d'abscisse $\mathrm{K}a$.

On peut utiliser des expressions analogues pour représenter des charges appliquées sur une poutre indéfinie reposant sur des appuis régulièrement espacés.

Une application plus simple, qui a l'avantage de se prêter à une vérification facile, consiste à rechercher les composantes parallèles à Ox et Oy des pressions moyennes, dans l'épaisseur constante $z = c$ d'un solide mince, sur des sections parallèles à Oz. Nous supposons ce solide : 1° limité

(1) Lebesgue, *Séries trigonométriques*, p. 93. Gauthier-Villars, 1906.

au plan $y = 0$ et existant du côté des y positifs; 2° libre sur les faces $z = \pm 0{,}5c$ et sur les faces $x = \pm a$; 3° supportant une tension normale uniforme sur la face $y = b$ et sollicité suivant les droites $y = 0$, $x = \mathrm{K}a$ par des forces égales à F, réparties chacune uniformément dans l'épaisseur c; 4° ayant les dimensions a et b infinies. On trouve pour solution

$$\mathrm{N}_1 = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2\mathrm{F}}{a}\left(1 - \frac{2n\pi y}{a}\right) e^{-\frac{2n\pi y}{a}} \cos\frac{2n\pi x}{a},$$

$$\mathrm{N}_2 = \frac{\mathrm{F}}{a} + \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2\mathrm{F}}{a}\left(1 + \frac{2n\pi y}{a}\right) e^{-\frac{2n\pi y}{a}} \cos\frac{2n\pi x}{a},$$

$$\mathrm{T}_3 = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{2\mathrm{F}}{a} \frac{2n\pi y}{a} e^{-\frac{2n\pi y}{a}} \sin\frac{2n\pi x}{a}.$$

Posons $na^{-1} = z$, $a^{-1} = \delta z$, accroissement de la variable z en passant d'un terme de la série au suivant. Quand a croîtra indéfiniment, les séries tendront vers des intégrales, s'étendant de zéro à $+\infty$, qu'on calcule facilement. On trouve

$$\mathrm{N}_1 = 2\frac{\mathrm{F}}{\pi}\frac{x^2 y^2}{(x^2+y^2)^2}, \qquad \mathrm{N}_2 = 2\frac{\mathrm{F}}{\pi}\frac{y^3}{(x^2+y^2)^2}, \qquad \mathrm{T}_3 = \frac{2\mathrm{F}}{\pi}\frac{xy^2}{(x^2+y^2)^2},$$

valeurs connues, depuis les travaux de MM. Boussinesq et Flamant (¹), des tensions produites par une force isolée F appliquée sur la droite $x = 0$, $z = 0$.

Remarque I. — La solution ci-dessus est une solution rigoureuse et complète du problème; tandis que les formules que j'ai présentées pour la plaque encastrée et celles qui s'en déduisent (²) ne constituent qu'une approximation, par suite de l'omission de termes secondaires. Si l'on rétablit ces termes, les coefficients de

$$w = \sum_{m=1}^{m=\infty} \sum_{n=1}^{n=\infty} \mathrm{A}_{mn}\left[1 + (-1)^{m+1}\cos\frac{2m\pi x}{a}\right]\left[1 + (-1)^{n+1}\cos\frac{2n\pi x}{b}\right]$$

(¹) *Comptes rendus*, t. **114**, 1892, p. 1465.
(²) *Comptes rendus*, t. **163**, 1916, p. 661, 748; t. **164**, 1717, p. 169 et 302.

deviennent pour la plaque uniformément chargée

$$A_{mn} = \frac{\varpi \frac{1-\eta^2}{4\pi^4 EI} - 2\left(\frac{m^4}{a^4}\sum_{q \neq n} A_{mq} + \frac{n^4}{b^4}\sum_{p \neq m} A_{pn}\right)}{3\left(\frac{m}{a}\right)^4 + 3\left(\frac{n}{b}\right)^4 + 2\frac{m^2}{a^2}\frac{n^2}{b^2}}.$$

Pour la plaque chargée au centre, on a une expression analogue. La suppression des termes entre parenthèses au numérateur donne des coefficients positifs approchés par excès, car en substituant dans la formule de Ritz, on a pour expression de la résistance opposée par la plaque une expression plus grande que la force extérieure : l'équilibre a donc lieu pour une valeur moindre du coefficient. En y remplaçant A_{mq} et A_{pn} par les valeurs précédentes dans la parenthèse, on a une approximation par défaut, car ces valeurs sont trop grandes. On réalise ainsi des approximations successives.

Remarque II. — Les considérations sur la valeur de l'intégrale de $\Sigma \cos(2m\pi x : a)$ exposées au commencement de cette Note sont confirmées par l'étude de l'intégrale de cette fonction. En posant pour simplifier, $2\pi x : a = z$, on obtient

$$\int \sum \cos mz . dz = \sum \frac{\sin mz}{m}.$$

Or

$$\sum \frac{\sin mz}{m} = \frac{\pi}{2} - \frac{z}{2} + K\pi \quad \text{avec} \quad 2K\pi < z < 2(K+1)\pi.$$

A l'extrémité de chaque intervalle de continuité, on trouve un point de discontinuité de première espèce, régulier. Aux extrémités de chaque intervalle défini par l'inégalité, la fonction subit un accroissement brusque de $0,5\pi$. La somme de ces accroissements ajoutée à l'accroissement $-\pi$ de la fonction dans l'intervalle donne bien zéro.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur le potentiel explosif dans l'anhydride carbonique aux pressions élevées.* Note de MM. C.-E. GUYE et C. STANCESCU, transmise par M. G. Lippmann.

On sait que le potentiel explosif dans un gaz qui suit la loi de Mariotte-Gay-Lussac peut être représenté par une fonction de l'argument $\frac{pd}{T}$, p étant la pression du gaz, T sa température absolue, d la distance des

plateaux entre lesquels jaillit la décharge, soit

$$\text{(I)} \qquad V = f\left(\frac{pd}{T}\right).$$

Mais, d'une façon plus générale, on peut considérer le potentiel explosif comme une fonction du produit *md*; *m* étant le nombre de molécules contenues dans l'unité de volume du gaz, pour un même gaz à diverses pressions, *m* est donc proportionnel à la densité du gaz (¹).

On a dans ce cas

$$\text{(II)} \qquad V = F\,(md).$$

Cette dernière expression repose plus directement sur la théorie de la décharge disruptive basée sur l'ionisation par chocs (Townsend).

Rappelons en effet que la condition de la décharge disruptive est donnée par la relation

$$(1) \qquad d = \frac{1}{\alpha - \beta}\, L\, \frac{\alpha}{\beta},$$

dans laquelle α représente le nombre de chocs ionisants produits par un électron, lorsqu'il parcourt 1^{cm}; β le nombre des chocs ionisants dus à l'ion positif dans les mêmes conditions.

D'autre part, les quantités α et β sont données par les expressions

$$(2) \qquad \alpha = \frac{1}{\lambda_0}\, \varphi_0(\varepsilon\lambda_0 X),$$

$$(3) \qquad \beta = \frac{1}{\lambda_1}\, \varphi_1(\varepsilon\lambda_1 X),$$

dans lesquelles λ_0 et λ_1 sont les chemins moyens des électrons et des ions positifs entraînés par le champ X; ε la charge de l'électron; $\varepsilon\lambda_0 X$ et $\varepsilon\lambda_1 X$ les énergies moyennes de choc pour l'électron et pour l'ion positif.

En remplaçant dans l'équation (1) α et β par leurs valeurs (2) et (3), on obtient une relation qui peut être mise sous la forme $V = F\,(md)$. Il suffit de poser $X = \frac{V}{d}$ et de tenir compte du fait que λ_0 et λ_1 sont tous deux inversement proportionnels à *m*.

Des expériences effectuées à la température ordinaire sur l'anhydride carbonique nous ont permis de vérifier la formule (II). Ces expériences ont été faites à des pressions variant entre 5^{atm} et 45^{atm} et pour des distances comprises entre $0^{mm},34$ et $2^{mm},24$.

(¹) Paschen, *Wiedem. Ann.*, t. 37, 1889, p. 69; Bouty, *Journal de Physique*, 4e série, 1903, p. 403; Langevin, *Bull. de la Société franç.*, 17 février 1905.

Fig. 1.

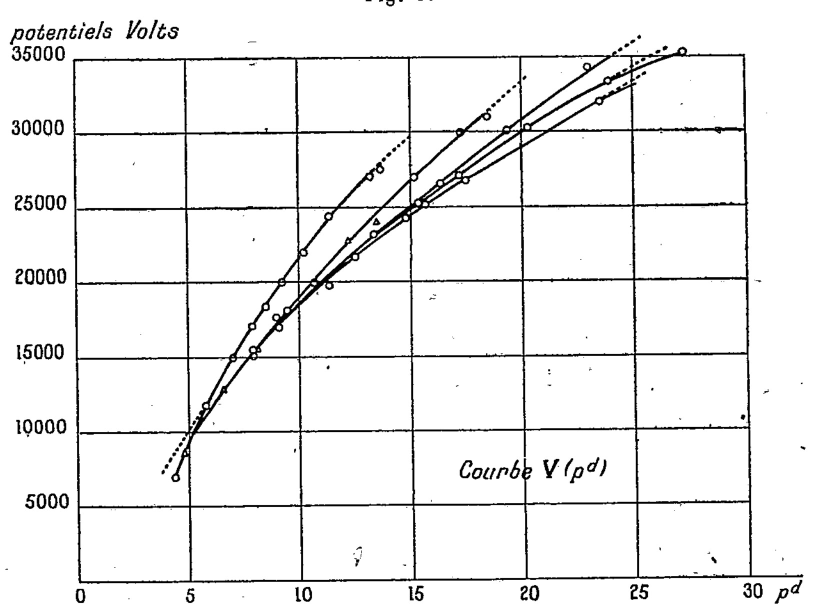
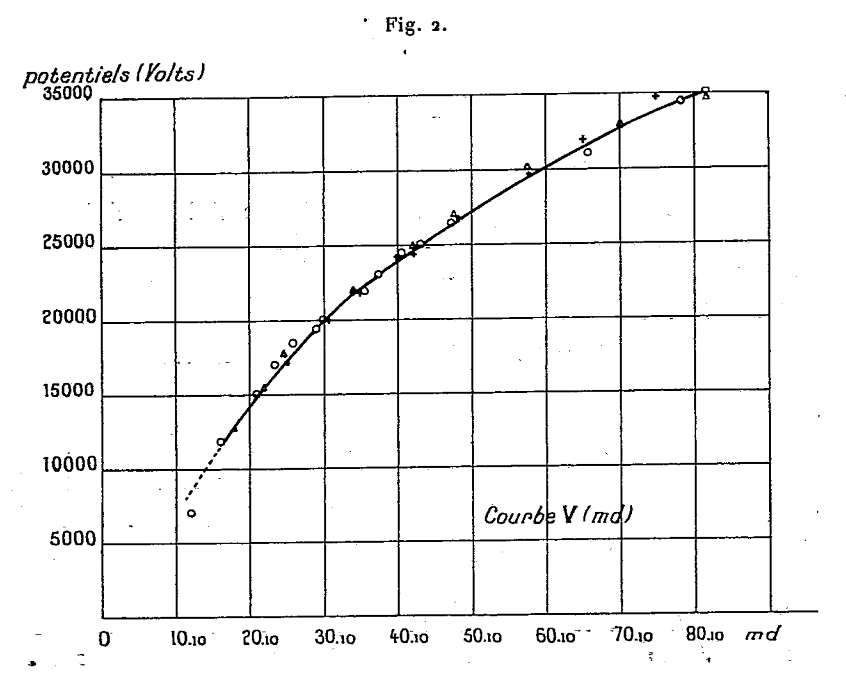

potentiels Volts
35000
30000
25000
20000
15000
10000
5000
0
5
10
15
20
25
30
pd
Courbe V (pd)

Fig. 2.


potentiels (Volts)
35000
30000
25000
20000
15000
10000
5000
0
10.10
20.10
30.10
40.10
50.10
60.10
70.10
80.10
md
Courbe V (md)

Les courbes des figures 1 et 2 résument ces expériences. La première représente le potentiel explosif V en fonction du produit *pd*, la température étant constante. On voit que, dans ces conditions, il n'est pas possible de représenter les expériences par une courbe unique. Au contraire, en exprimant le potentiel explosif V en fonction du produit *md*, ainsi que le veut la théorie, les valeurs expérimentales du potentiel explosif peuvent être groupées autour d'une courbe unique, quelle que soit la distance des électrodes.

L'expression $V = F(md)$ *s'applique donc au gaz comprimé dans des limites beaucoup plus larges que la loi de Mariotte-Gay-Lussac.*

C'est là une nouvelle preuve de la justesse des conceptions cinétiques sur lesquelles repose la théorie de la décharge disruptive.

Nous devons ajouter que les expériences faites aux plus petites distances et celles effectuées avec des potentiels très élevés ne présentent pas les mêmes garanties d'exactitude que celles qui correspondent à des conditions moyennes pour lesquelles les difficultés expérimentales étaient moindres. En particulier, au voisinage de 45^{atm}, on est déjà près du point de liquéfaction et les moindres variations de pression donnent lieu à des variations considérables de la densité du fluide.

PHYSIQUE. — *Sur une méthode d'observation et de mesure de phénomènes magnétiques périodiques rapides.* Note de MM. **Paul Woog** et **J. Sarriau**, présentée par M. Yves Delage.

La recherche des projectiles magnétiques par l'électro-vibreur, préconisée par M. le professeur Bergonié, est employée par de nombreuses formations sanitaires.

Au début, le vibreur fonctionnait exclusivement sur courant alternatif et absorbait une intensité très notable. Bien que donnant toujours de bons résultats, cet appareil a été modifié pour ne consommer qu'une puissance moindre; son emploi est alors devenu possible dans de petites installations, ainsi que son branchement sur deux fils des distributions triphasées, sans perturbation appréciable des réseaux.

Enfin, de nouveaux montages ont été réalisés, permettant l'alimentation du vibreur par du courant continu simplement coupé par un interrupteur à jet de mercure; dans ce cas, les variations du champ magnétique ont été amplifiées soit par la forme même de l'appareil, soit par court-circuitage d'une bobine auxiliaire convenablement disposée, soit par résonance entre la self-induction de l'enroulement magnétisant et d'un condensateur de capacité appropriée. L'intensité nécessaire a pu être réduite ainsi à quelques ampères.

Aussi a-t-il semblé intéressant de comparer l'effet utile de ces divers types d'appareils.

La méthode qui consiste à explorer le « champ vibratoire » au moyen d'une bobine, reliée à un milliampèremètre sensible, donne bien des indications, par suite des courants induits que l'on recueille; mais ce mode d'essai ne fait pas connaître l'intensité des impressions tactiles qui seraient perçues par le chirurgien localisant un projectile à l'aide du vibreur.

Le procédé que nous avons employé est, au contraire, en relation directe avec la pulsation ressentie par l'opérateur : il consiste à faire vibrer, par l'appareil à étudier, une petite pièce de métal solidaire de la membrane d'une capsule manométrique de Kœnig. L'examen des déformations de la flamme, dues aux vibrations transmises par la capsule, permet l'étude du champ magnétique du vibreur, en grandeur et en variations.

Pour ne pas introduire de perturbations, nous avons employé une capsule en verre : ses dimensions étaient de :

Diamètre extérieur..	38mm
Hauteur..	13mm
Diamètre de la partie recevant la membrane........	35mm

La pièce métallique vibrante, collée au centre de la membrane élastique, en caoutchouc mince, et extérieurement à la capsule, était constituée par un disque en fer de 18mm de diamètre et de 2mm d'épaisseur, percé en son centre d'un trou de 6mm de diamètre.

La capsule était traversée par un courant de gaz d'éclairage maintenu à la pression constante de 13mm d'eau mesurée à l'aide d'un manomètre à tube incliné. Dans ces conditions, la flamme brûlant à l'extrémité d'une tubulure effilée, au voisinage immédiat de la capsule, avait une longueur de 60mm, l'appareil étant au repos.

L'électro-vibreur à essayer était placé perpendiculairement à la membrane, à une distance de 62mm de celle-ci. L'axe du noyau coïncidait avec le centre du disque de fer dont l'attraction allongeait la flamme, tandis que la répulsion en diminuait la longueur.

Pour observer les variations de la flamme, on étalait celle-ci au miroir tournant, ou mieux, on enregistrait ses divers aspects au moyen d'un appareil photographique mobile autour d'un axe vertical, procédé analogue au dispositif employé par M. Benoist pour la mesure de la vitesse des obturateurs.

Les diagrammes sont parfaitement lisibles et nous avons vérifié que, dans

les mêmes conditions d'expérience, les résultats sont toujours comparables.

Cette méthode est très sensible et peut trouver son application lorsqu'on a à étudier des phénomènes magnétiques périodiques rapides.

BOTANIQUE. — *Origine hybride de la Luzerne cultivée.* Note (¹) de M. **Trabut**, présentée par M. Guignard.

Les botanistes ont envisagé de différentes manières la valeur comme espèce du *Medicago sativa* de Linné. Certains, frappés du grand nombre de formes intermédiaires entre la Luzerne et le *Medicago falcata*, ont réuni en une seule espèce les *Medicago sativa* et *M. falcata* de Linné : ce qui conduit à considérer le *M. falcata* comme la forme spontanée de la Luzerne.

Les floristes de nos jours admettent que les deux espèces linnéennes sont distinctes, mais réunies par une série d'hybrides fertiles et capables de se reproduire avec une certaine fixité.

L'étude des *Medicago* de ce groupe spontanés dans le nord de l'Afrique et aussi de nombreuses formes de culture, réunies à la Station botanique du Gouvernement, m'a conduit à une conception différente qui peut s'énoncer ainsi :

Toutes les Luzernes cultivées sont d'origine hybride. Le *Medicago sativa* L. proprement dit n'existe pas à l'état spontané; mais on trouve, dans le nord de l'Afrique, en Asie mineure, dans le sud de la Russie, le Caucase, la Perse, l'Afghanistan et une partie de l'Inde, des *Medicago* considérés comme la forme spontanée du *Medicago sativa* et qui sont, en réalité, seulement un de ses parents.

En Algérie, ces *Medicago* sont représentés par le *M. getula* Urban et le *M. tunetana* Murbeck.

La culture de ces Luzernes spontanées ne donne que des plantes très médiocres comme fourrage; elles présentent des variations dans la couleur des fleurs, qui peuvent être jaunes, bleues, roses ou blanches. Vivant généralement dans des stations très différentes de celles où l'on cultive la Luzerne, dans des sols peu profonds, sur des tufs, les racines sont peu pivotantes et la plante émet des rhizomes parfois très longs, ce qui ne s'observe jamais dans les Luzernes cultivées.

(¹) Séance du 10 avril 1917.

Dans le nord de l'Afrique, le *Medicago falcata* n'existe pas, il ne s'est donc pas produit d'hybridation et les *M. getula* et *tunetana* ont pu se conserver purs.

Cependant, le *M. getula*, dans la plaine de Sétif, est en contact, depuis la colonisation, avec des luzernes cultivées et les fécondations réciproques sont inévitables : il en est résulté une Luzerne locale dite *Luzerne de Sétif*. Ceci explique comment M. W. Oliver, du Bureau of Plant Industry du Département de l'Agriculture de Washington, a pu isoler des graines de *Medicago sativa* récoltées dans la région de Sétif une cinquantaine de formes de Luzerne.

Les semis que j'ai faits avec des graines récoltées loin des cultures, parfois à une altitude de 2000^{m}, dans l'Aurès, ne m'ont donné que des plantes identiques aux parents, d'une faible végétation et peu susceptibles d'être employées comme fourrage.

Le *Medicago falcata*, avec des formes secondaires, *M. ruthenica*, *M. glutinosa*, *M. platycarpa*, est une espèce plus septentrionale, mais qui peut, sur bien des points de son aire très étendue, se rencontrer avec les *Medicago* spontanés regardés comme forme sauvage du *M. sativa*. Il est probable que ce sont les hybrides produits au contact de ces deux espèces, hybrides d'une végétation parfois luxuriante, qui ont été mis en culture et sont devenus par la suite le *Medicago sativa* de Linné; les formes plus voisines du *M. falcata* ont été distinguées par Persoon sous le nom de *Medicago media*.

Des formes non cultivées du *Medicago media* abondent dans la vallée de la Loire, où n'existe pas le vrai *M. falcata;* certaines se distinguent difficilement de la Luzerne cultivée, et il est probable qu'elles dérivent toutes du *Medicago sativa* des cultures.

En étudiant avec soin les individus des cultures de Luzerne, on peut noter, à première vue, une grande diversité et retrouver sur presque tous les pieds des traces de l'influence du *M. falcata*.

Cette origine hybride de la Luzerne cultivée explique la grande facilité avec laquelle la Luzerne varie sous les différents climats et y constitue rapidement des races locales ayant des aptitudes très différentes.

A la Station botanique, la Luzerne d'Arabie entre beaucoup plus tôt en végétation, ce qui permet une coupe de plus; la Luzerne du Pérou est aussi très précoce. La Luzerne du Turkestan est composée d'individus très disparates qu'il faudrait isoler; sa production est très médiocre. En Australie, la Luzerne a déjà constitué une race locale dont le rendement est bien

supérieur à celui obtenu avec des Luzernes de graines importées récemment et de même provenance.

Pour produire des graines d'une race sélectionnée de Luzerne, il faut opérer dans une région où n'existent, à l'état spontané, ni *Medicago falcata* ni *M. media*. Pour constituer un champ de porte-graines on peut bouturer les individus sélectionnés; par ce procédé de multiplication, on obtient rapidement les graines nécessaires à des ensemencements plus étendus.

De grands progrès sont à réaliser dans cette voie. Par l'isolement des formes du *Medicago sativa*, on arriverait à étendre beaucoup la culture de cette précieuse plante fourragère.

Pour les régions froides ou arides, on pourrait faire entrer dans les croisements le *Medicago getula*, qui transmettrait à une partie de la descendance son caractère très particulier d'émettre des rhizomes.

Le *Medicago falcata* et les hybrides qui s'en rapprochent le plus mériteraient aussi une étude attentive et prolongée en vue d'obtenir des formes nouvelles, utilisables surtout dans les contrées septentrionales.

En résumé, l'étude expérimentale des formes spontanées et des formes de culture de la Luzerne démontre qu'il existe, à l'état spontané, deux espèces primitives de Luzerne, le *Medicago falcata* et le *Medicago getula*, ce dernier ayant reçu d'autres noms qui peuvent être considérés comme synonymes (*M. cœrulea* Less. et Ledeb., *M. contorta* Gilib., *M. tunetana* Murbeck). De ces deux types spontanés est issu, par hybridation, le *Medicago sativa* L. Ce dernier, comprenant toutes les innombrables formes intermédiaires entre les deux espèces spontanées, doit, par les soins des botanistes chargés des stations d'expériences, fournir de très nombreuses races de Luzernes susceptibles de donner des rendements avantageux dans des conditions très diverses de sols et de climats.

BOTANIQUE. — *Sur les altérations et les caractères du chondriome dans les cellules épidermiques de la fleur de Tulipe.* Note ([1]) de M. A. GUILLIERMOND, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans une Note précédente, nous avons montré que les cellules épidermiques des pétales de Tulipe sont certainement, au point de vue de l'étude vitale du chondriome, l'objet d'observations et d'expériences le plus précieux que nous connaissions.

([1]) Séance du 12 mars 1917.

Il nous a semblé intéressant de profiter de cet objet d'étude tout à fait unique pour suivre les phénomènes d'altération du chondriome pendant la dégénérescence cellulaire et sous certaines influences physico-chimiques.

Nous nous sommes adressé aux deux variétés de *Tulipa suaveolens* que nous avons décrites dans notre Note précédente : l'une blanche, l'autre renfermant dans les cellules épidermiques de ses pétales un pigment xanthophyllien associé à un pigment anthocyanique rouge. Les cellules épidermiques ont un nombre considérable de chondriocontes chargés de pigment jaune. Grâce à ce pigment, ces éléments se détachent avec une netteté parfaite. On peut cependant objecter que les chrondriocontes, du fait qu'ils sont chargés de xanthophylle, ont acquis une constitution chimique spéciale et qu'ils peuvent se comporter différemment des mitochondries ordinaires, non spécialisées en vue d'une fonction physiologique déterminée. Aussi pour éviter cette objection, nous avons toujours contrôlé les résultats obtenus dans cette variété par l'observation de fleurs très jeunes, avant la pigmentation, et par celle de la variété blanche.

A. Si l'on examine un fragment de l'épiderme d'un pétale de la variété pigmentée dans une goutte d'eau, on constate que le chondriome subit très rapidement des phénomènes d'altération qui peuvent être d'autant plus facilement suivis sous le microscope que les chondriocontes colorés en jaune se détachent très distinctement du cytoplasme. Ces altérations débutent par l'apparition, sur le trajet des chondriocontes, d'une série de renflements vésiculeux; chacun de ces renflements est constitué par une substance liquide incolore entourée d'une écorce dense et pigmentée. Dans la substance liquide, on observe parfois un ou plusieurs granules graisseux animés de mouvements browniens. Dans la suite, ces renflements finissent par se séparer les uns des autres sous forme de vésicules sphériques; celles-ci se gonflent jusqu'à devenir énormes, tandis que leur paroi teinte en jaune s'amincit de plus en plus; elles présentent alors tout à fait l'aspect de vacuoles. En grossissant, elles arrivent au contact les unes des autres, tandis que leur paroi se réduit en petites granulations et finit par cesser d'être visible; elles donnent ainsi au cytoplasme une belle structure alvéolaire.

Ces altérations, déjà observées par Fauré-Frémiet dans les Protozoaires, se retrouvent dans les chondriocontes et les mitochondries granuleuses des stades qui précèdent l'élaboration des pigments et dans le chondriome de la variété incolore, ainsi que dans celui de toutes les fleurs que nous avons examinées. Elles ont donc un caractère absolument général.

Les mêmes altérations se constatent à l'état naturel dans la fleur épanouie au moment où les cellules épidermiques commencent à se désorganiser. Les premiers symptômes de la dégénérescence cellulaire correspondent précisément à cette altération du cytoplasme.

Dans une préparation montée dans l'eau, on peut admettre que l'altération du chondriome est due à l'action du milieu hypotonique par rapport au suc cellulaire. Pour

éviter cette altération qui gêne l'observation vitale, nous avons cherché à constituer un milieu isotonique en montant les préparations dans des solutions à doses croissantes de NaCl. Il ne nous a pas été possible de réaliser un milieu dans lequel les altérations soient complètement évitées.

Les solutions de NaCl paraissant nocives, nous les avons remplacées par des solutions de saccharose et nous sommes ainsi parvenus à réaliser un milieu isotonique favorable permettant une bonne conservation du chondriome. L'isotonie semble réalisée, suivant la variété et l'état du développement, entre 10,50 et 18,50 pour 100 de saccharose. Le pouvoir isotonique des cellules semble s'élever quand la concentration du pigment anthocyanique dissous dans la vacuole augmente, et il est curieux de remarquer que dans la fleur épanouie, un peu avant que n'ait commencé la dégénérescence cellulaire, les cellules se trouvent plasmolysées par celles qui renferment ce pigment.

A 3 pour 100 de NaCl et à 22,50 pour 100 de saccharose, les cellules montrent une plasmolyse tout à fait caractérisée. Pendant ce phénomène le chondriome subit une altération profonde : les chondriocontes se transforment en grosses vacuoles analogues à celles que l'on constate dans les solutions hypotoniques, mais à contenu moins hyalin, puis les vésicules se fusionnent les unes aux autres en énormes masses à contours irréguliers, lobés. Il semble se produire à ce moment une sorte de coagulation du chondriome. Ces altérations sont beaucoup plus rapides dans les solutions hypertoniques de NaCl que dans celles de saccharose.

B. Les essais que nous avons tenté, en vue de colorer vitalement le chondriome de la variété blanche, à l'aide des colorants préconisés pour les mitochondries des cellules animales, nous ont rarement réussi. On obtient d'abord une coloration diffuse de la vacuole; au bout d'un certain temps les cellules meurent et cette mort s'accompagne d'une altération du chondriome. Le noyau et le cytoplasme se colorent et les éléments du chondriome transformés en vésicules fixent le colorant sur leur paroi d'une manière plus intense que le cytoplasme. Dans quelques cas, il nous a été possible d'obtenir d'assez bonnes colorations du chondriome avant son altération par le violet de Dahlia et le vert Janus.

C. Le réactif iodo-ioduré semble fixer le chondriome. En montant une préparation vivante dans ce réactif, on constate que les mitochondries conservent leur forme sans subir d'altération et se colorent en jaune pâle. Si elles sont chargées de pigment, elles prennent une belle coloration verte due à la xantophylle.

Dans une solution d'acide osmique à 3 pour 100, le chondriome est également fixé. Les chondriocontes restent incolores, mais montrent souvent de petites inclusions graisseuses qui brunissent par l'acide osmique; celles-ci sont surtout nombreuses dans les chondriocontes pigmentés.

Ces recherches montrent que les mitochondries sont les éléments les plus fragiles de la cellule; c'est par elles que se manifestent les premiers signes de la dégénérescence cellulaire et les premiers symptômes d'un trouble survenu dans les échanges osmotiques. L'altération consiste en la

transformation des mitochondries en grosses vésicules qui prennent bientôt l'aspect de vacuoles et donnent au cytoplasme une structure alvéolaire. Il est probable qu'une grande partie des structures alvéolaires décrites par Butschli est attribuable à cette altération.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Médecine et Chirurgie, par l'organe de M. *A. d'Arsonval*, remplaçant le Doyen empêché, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Ch. Bouchard* :

En première ligne. . . . . M. **Pozzi**
En deuxième ligne. . . . . M. **Quénu**
En troisième ligne, ex æquo,
et par ordre alphabétique. . . . . MM. **Bazy**, **Delorme**

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures et quart.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 AVRIL 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉTÉOROLOGIE. — *Influence des canonnades intenses et prolongées sur la chute de la pluie.* Note de M. **H. Deslandres**.

Les premiers artilleurs ont signalé que les longues canonnades des grandes batailles provoquaient souvent la chute de la pluie; et cette dépendance était généralement admise ou présentée comme probable après les guerres de la Révolution et de l'Empire. A l'appui on cite la pluie très forte qui a suivi la bataille de Ligny (16 juin 1815), et qui, en retardant le surlendemain la bataille de Waterloo, a permis l'entrée en ligne des troupes prussiennes. De même à la bataille de Solférino, un orage violent a éclaté à la fin du combat et a favorisé la retraite des Autrichiens. La guerre actuelle offre aussi plusieurs faits du même ordre.

Mais la relation supposée de cause à effet a été niée par plusieurs auteurs, ou ramenée à de simples coïncidences, et la question est en fait toujours pendante. Il faudrait en effet, pour conclure avec certitude, bien connaître, dans chaque cas particulier, les conditions locales et générales de l'atmosphère et ensuite pouvoir rapporter la chute aqueuse à la seule canonnade. Or, le plus souvent, les documents manquent absolument ou ne sont pas réunis aussi complets qu'il est désirable. Cependant l'étude est intéressante et vaut la peine qu'on s'y arrête; et, si je ne l'ai pas entreprise, c'est que le temps et les documents nécessaires m'ont manqué.

Je montrerai seulement dans la Note actuelle que la propriété annoncée par les artilleurs, examinée à la lumière de la Physique moderne, apparaît possible ou même probable, étant appuyée par des découvertes récentes sur la condensation des vapeurs.

Les décharges d'artillerie doivent en effet électriser ou ioniser fortement l'atmosphère; et l'on sait que la vapeur d'eau sursaturée se condense avec une facilité et une rapidité plus grandes, ou, pour préciser, sous une détente plus faible, lorsque l'air est ionisé, et surtout ionisé négativement ([1]).

Dans le tir des armes à feu, canons et aussi fusils, l'air ambiant est ionisé pour des causes multiples, à savoir :

1° L'air est brassé et déplacé fortement; les molécules gazeuses frottées les unes contre les autres s'électrisent.

2° Le frottement intense des projectiles et de leurs nombreux éclats lancés avec une grande vitesse développe aussi une ionisation sensible de l'air.

3° La terre projetée et émiettée par les explosions dégage dans l'atmosphère l'air occlus entre ses pores, air qui est fortement ionisé.

4° Les gaz incandescents, issus d'une réaction chimique, qui, au départ du coup, sortent du canon et ceux qui, à l'arrivée, sont projetés par l'explosion sont aussi ionisés et fortement, étant en outre souvent riches en petites particules et en vapeur d'eau ([2]). Ces gaz brûlants et l'air ordinaire échauffé par eux s'élèvent et se détendent dans les couches supérieures.

Le champ électrique de l'atmosphère agit aussi sur tous ces ions; il attire vers le bas les ions positifs et vers le haut les ions négatifs qui sont les plus efficaces.

Cette ascension des gaz chauds ionisés, qui se détendent et se refroidissent, et aussi l'ascension des ions seuls, peuvent assurément provoquer dans un air déjà humide la condensation de la vapeur d'eau; elle peut également modifier l'état électrique et l'équilibre général des nuages supérieurs déjà formés, et déterminer la transformation de leurs fines particules en gouttes de pluie.

L'action exercée apparaît notable, lorsque, ainsi que dans les combats actuels, les fusils se comptent par centaines de mille, et lorsque les canons se comptent par milliers et tirent sans arrêt pendant plusieurs jours.

([1]) C.-T.-R. Wilson, *Philosophical Transactions*, t. 193, A, 1899, p. 289.

([2]) La poudre noire dégage en brûlant de fines particules solides qui sont projetées avec les gaz chauds. Ces particules ont, comme les ions, la propriété de déterminer la condensation rapide de la vapeur sursaturée.

D'autre part les poudres sans fumée et les explosifs ont en général de la vapeur d'eau parmi les produits de la combustion; cette vapeur s'ajoute à celle qui est déjà contenue dans l'atmosphère.

L'influence des décharges d'artillerie sur la chute de la pluie est donc admissible; mais, d'une manière générale, ces décharges doivent avoir une action moindre que les causes qui, dans le cours ordinaire des choses, produisent les changements de temps. Les grands courants atmosphériques qui nous amènent l'air humide des océans, et les grandes dépressions, productrices de pluies et d'orages, qui se déplacent à la surface du globe, ont toujours le rôle principal. On peut remarquer que la canonnade ne produit aucun effet lorsque l'air est sec; il faut que cet air soit humide et voisin de la saturation. Le canon intervient seulement pour accélérer, pour provoquer immédiatement la chute de la pluie, qui déjà était presque prête à tomber. Sans l'orage d'artillerie survenu à la surface du sol, cette eau aurait pu tomber beaucoup plus tard, ou beaucoup plus loin, ou se diffuser plus encore à l'état de vapeur dans l'atmosphère.

En résumé les considérations qui précèdent ont pour but de montrer l'intérêt de la question et l'utilité d'une recherche expérimentale complète. Une conclusion ferme sera possible seulement lorsqu'on aura mesuré et rapproché avec soin, dans chaque cas particulier, tous les éléments qui interviennent dans le phénomène. En particulier, il sera bon d'enregistrer le degré d'ionisation de l'air, l'intensité et le signe du champ électrique.

MÉTÉOROLOGIE. — *Observations sur la Communication de M. Deslandres*, par M. G. Lemoine.

Je crois que, si les décharges d'artillerie fréquentes et prolongées ont une influence sur les chutes de pluie, ce ne peut être que pour de petites pluies : les pluies très fortes et très prolongées qui causent les inondations ne paraissent pouvoir s'expliquer que par l'action des grands courants atmosphériques.

Cette question se lie à celle de l'artillerie paragrêle dont on a beaucoup parlé avant la guerre. Il est utile de rappeler que des expériences très prolongées et très bien organisées avaient eu lieu à ce sujet dans la haute Italie : le gouvernement italien ne les avait interrompues que parce qu'on n'avait rien pu en conclure en faveur d'une influence positive des tirs d'artillerie.

ENSEIGNEMENT. — *L'Enseignement agricole en France. Améliorations dont il paraît susceptible.* Note de M. **Tisserand**.

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie d'une Note que j'ai faite sur l'enseignement agricole en France, sur les réformes qu'il appelle et les améliorations dont il paraît susceptible.

Ce travail est en quelque sorte le complément du Rapport approuvé par l'Académie des Sciences sur l'organisation des laboratoires de recherches en agriculture et des stations agronomiques.

Il procède du même ordre d'idées, des mêmes conceptions, du besoin d'intensifier notre production agricole en coordonnant pour l'effort commun à accomplir toutes les activités qui, éparses, sans lien et sans impulsion, ne peuvent donner les résultats possibles et désirables.

Nos institutions d'enseignement doivent concourir au développement du rôle que la Science peut et doit jouer pour accroître la puissance productive de notre sol, de nos plantes et du travail humain.

Un vaste champ est ouvert aux investigations à faire dans les laboratoires, aussi bien dans la culture que dans les fermes, et une tâche énorme est à remplir par le corps enseignant de l'Agriculture pour faire connaître et vulgariser dans le monde agricole les découvertes des savants et des praticiens et montrer les applications fécondes à en faire.

Nous ne tirons pas de nos terres tout ce quelles peuvent donner et à beaucoup près; si en effet nous comparons notre production agricole à celle des contrées voisines où l'instruction scientifique générale et l'instruction professionnelle des cultivateurs se sont le plus développées, on constate par exemple que le rendement de notre culture en blé en temps normal avant la guerre était de $13^q,5$ par hectare, tandis qu'il était de $25^q,70$ en Belgique, de $29^q,60$ en Danemark, et si nous nous reportons en Allemagne, nous y trouvons un rendement de $23^q,6$ par hectare.

La culture des autres céréales, seigle, orge et avoine, accusent sensiblement les mêmes différences :

Pour la production des pommes de terre, nous constatons que les rendements par hectare, en 1913, ont été : en France, de $87^q,64$; en Belgique, de 216^q; en Danemark, de 175^q, et en Allemagne, de 158^q.

En ce qui concerne les effectifs d'animaux entretenus dans les fermes, on trouvait, en 1913, dans les fermes par 100^{ha} cultivés :

En France, 9 chevaux; en Belgique, 13; en Danemark, 21; en Allemagne, presque 13 (12,9).

41 têtes de gros bétail en France, 57 en Allemagne, 95 en Belgique, 96 en Danemark, soit plus du double.

Pour les porcs, les différences sont encore plus élevées; il y en avait, pour 100^{ha} cultivés pendant l'année qui a précédé la guerre, 19 en France, 62 en Allemagne, 70 en Belgique, 76 en Danemark.

Si nos rendements se rapprochaient, même sans les atteindre, des plus faibles de ceux de nos voisins, la production agricole de la France s'accroîtrait, rien que pour les céréales, de plus de deux milliards de francs par an (dont 1200 millions pour le blé seul) que nous payons à l'étranger.

Pour la vigne, par contre, notre production est incomparablement supérieure à celle de n'importe quel autre pays producteur de vin, parce que la viticulture française a toujours eu à sa tête des propriétaires exploitants instruits, toujours attentifs aux progrès, toujours prêts à appliquer les découvertes de la Science et de la pratique, sans en laisser échapper aucune, parce qu'elle a eu une école placée dans un centre scientifique actif, et que son personnel s'est consacré avec une ardeur inlassable à l'étude et à la recherche des problèmes si nombreux de la reconstitution de notre vignoble détruit par le phylloxéra, de la création et de l'adaptation des cépages aux différents sols, des moyens de combattre les fléaux toujours renaissants et nouveaux qui attaquent nos vignes, et des procédés propres à accroître la quantité et la qualité des produits du vignoble national.

Ce qui a été réalisé pour la vigne peut l'être pour les autres cultures, mais il faut le vouloir; il faut que savants et praticiens y consacrent toute leur science, leur savoir, leur expérience et du dévouement.

Nous possédons un cadre complet d'écoles à tous les degrés pour donner l'enseignement scientifique et professionnel agricole. On s'en est contenté jusqu'à présent; mais tout marche, et tout change avec le temps; c'est le propre de toutes les institutions humaines et les meilleures de subir la loi commune; voilà pourquoi passant en revue toutes nos institutions d'enseignement, j'ai relevé les améliorations et les réformes qui ont paru nécessaires.

J'ai insisté sur le point que si l'on veut avoir dans nos écoles de Haut enseignement des hommes de science et dans le pays des professeurs vulgarisateurs de haute valeur, il faut les payer comme on le fait aux États-Unis, en Angleterre et partout, car ce n'est pas avec de la demi-science, de la science au rabais qu'on peut espérer voir nos institutions depuis la plus

haute jusqu'à la plus modeste donner un rendement élevé de bons services.

Il faut d'un autre côté que le personnel enseignant, qui compte plusieurs milliers de professeurs disséminés sur tous les points du territoire, se sente soutenu, appuyé, guidé, tenu en haleine par une haute autorité; de là l'idée de placer, à la tête de tout l'organisme, un Conseil supérieur de l'Enseignement agricole avec une constitution et des attributions analogues à celles que l'Académie a proposées pour la formation d'un Conseil des stations agronomiques.

Ce Conseil serait peu nombreux, 24 membres par exemple, choisis par leurs pairs et élus par les plus grandes autorités scientifiques et agricoles.

J'ai pris la liberté de faire appel à l'Académie des Sciences en demandant que le Conseil supérieur de l'Enseignement agricole comprenne 6 de ses membres désignés par elle.

Le Comité d'agriculture de la Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale a bien voulu approuver les conclusions de ma Note.

J'ai pensé que cette Note serait de nature à intéresser l'Académie à raison du but poursuivi, à savoir : le développement de l'enseignement scientifique de l'Agriculture en vue de l'intensification de notre production agricole pour l'accroissement des ressources industrielles et alimentaires de la France.

M. de Sparre fait hommage à l'Académie d'une *Note sur les conditions à remplir au point de vue des coups de bélier par les régulateurs des moteurs hydrauliques*.

M. W. Kilian fait hommage à l'Académie de deux Mémoires qu'il a publiés en collaboration avec M. P. Reboul, sous le titre : *La faune de l'Aptien inférieur des environs de Montélimar* (*Drôme*) (*Carrière de l'Homme d'armes*) et *Sur quelques ammonites de l'Hauterivien de la Bégude* (*Basses-Alpes*).

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Médecine et Chirurgie, en remplacement de M. *Ch. Bouchard*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 51,

M. Quénu	obtient.	22 suffrages
M. Pozzi	»	12 »
M. Bazy	»	11 »
M. Delorme	»	6 »

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 50,

M. Quénu	obtient.	31 suffrages
M. Pozzi	»	14 »
M. Bazy	»	5 »

M. **Quénu**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu par M. le Président.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** invite l'Académie à désigner un de ses Membres pour occuper, dans le *Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique*, la place vacante par le décès de M. *H. Léauté*.

M. **Serge d'Oldenburg**, Secrétaire perpétuel, adresse les condoléances de l'Académie des Sciences de Petrograd à l'occasion du décès de M. *G. Darboux*.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la réduction des formes à indéterminées conjuguées non quadratiques*. Note de M. **Gaston Julia**.

J'envisagerai ici, comme dans une précédente Note [1], des formes binaires à indéterminées conjuguées qui se décomposent en un produit de formes d'Hermite, mais parmi les formes de décomposition seront supposées exister une ou plusieurs formes *indéfinies*. On va voir que les circonstances, moins simples que celles qui caractérisent le cas où toutes les formes de décomposition sont définies, ne sont pas moins dignes d'intérêt.

[1] *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 571.

Soit la forme [1] $f = f_1 f_2 \ldots f_\mu f_{\mu+1} \ldots f_n$ $(0 < \mu \leqq n)$; $f_1, \ldots, f_\mu$ sont des formes d'Hermite indéfinies, de déterminants respectifs $-\delta_1$, $-\delta_2$, ..., $-\delta_\mu$; $f_{\mu+1}$, ..., f_n sont des formes définies de déterminants $\delta_{\mu+1}$, ..., δ_n (tous les δ_i sont positifs).

Une des formes indéfinies f_i $(i = 1, 2, \ldots, \mu)$ est représentée dans le demi-espace $O\xi\eta\tau (\tau > 0)$ par une demi-sphère σ_i dont le grand cercle γ_i du plan $O\xi\eta$ a pour équation $f_i(z, 1) = 0$ [2]. M. Picard a introduit pour la réduction continuelle d'une telle forme f_i, une forme d'Hermite définie φ_i, dont le point représentatif ζ_i est un point variable de σ_i, dont le déterminant est δ_i; une pareille forme est déterminée par la connaissance de ζ_i et dépend par suite du paramètre complexe qui fixe ζ_i.

On associera alors à la forme proposée f, la forme d'Hermite définie

$$\varphi = t_1^2 \varphi_1 + \ldots + t_\mu^2 \varphi_\mu + t_{\mu+1}^2 f_{\mu+1} + \ldots + t_n^2 f_n,$$

les φ_i étant associés aux f_i par le procédé qu'on vient d'indiquer; φ dépend :

1° Des n paramètres réels positifs quelconques $t_1^2, \ldots, t_n^2$;

2° Des μ paramètres complexes qui fixent $\zeta_1, \ldots, \zeta_\mu$, représentatifs de $\varphi_1, \ldots, \varphi_\mu$.

On fera la réduction continuelle de f en faisant varier tous ces paramètres dans leur domaine de variabilité; l'ensemble (S) des substitutions modulaires qui réduisent φ dans ces conditions, donnera, si on l'applique à f, un ensemble de formes (f) équivalentes à f, parmi lesquelles sont à choisir les réduites.

On aura une image tangible de (S) par l'étude du domaine D que décrit ζ, point représentatif de φ, lorsque les paramètres varient. Ce domaine D est d'une nature assez compliquée, quoique définissable parfaitement à l'aide des demi-sphères $\sigma_1, \ldots, \sigma_\mu$, et des points $\zeta_{\mu+1}, \ldots, \zeta_n$, qui répresentent les f_i.

Pour le définir [3], laissant $\zeta_1, \ldots, \zeta_\mu$ fixes, on fera varier seulement $t_i^2, \ldots, t_n^2$; ζ décrira l'intérieur et la surface du plus petit polyèdre convexe non eucli-

---

[1] Dans cette décomposition les f_i sont déterminées respectivement à des facteurs constants près dont le produit est 1 : ceci n'a pas d'importance par la suite.

[2] Voir, par exemple, *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 599.

[3] Dans la rédaction détaillée qui suivra ces Notes, je donnerai une représentation du domaine D à l'aide de la représentation projective des formes f_i, qui conduit à des résultats plus intuitifs que la représentation dans le demi-espace $O\xi\eta\tau$.

dien contenant $\zeta_1, \ldots, \zeta_n$. Puis on fera varier $\zeta_1, \ldots, \zeta_\mu$ sur leurs demi-sphères respectives, et D sera le volume balayé par le polyèdre précédent. D est limité par des éléments des trois catégories suivantes :

1° Les demi-sphères $\sigma_1, \ldots, \sigma_\mu$;

2° Des portions de cyclides engendrées par des cercles orthogonaux au plan $O\xi\eta$ qui, ou bien rencontrent deux cercles γ_i, γ_j $(i, j \leqq \mu)$ en des points antihomologues, ou passent par un des $\zeta_i (i = \mu + 1, \ldots, n)$ et rencontrent un des cercles γ;

3° Des portions de sphères orthogonales au plan $O\xi\eta$, tangentes à trois de ces cyclides, déterminées par trois des cercles γ_i.

D est d'ailleurs un volume *convexe* au point de vue non euclidien; on en verra plus loin des exemples simples.

On considérera la fonction $\theta = \frac{\delta^n}{t_1^4 \ldots t_n^4}$, δ étant le déterminant de φ, et l'on cherchera les valeurs des paramètres qui la rendent minima; ces valeurs fourniront la ou les correspondantes φ de f et, en *réduisant une correspondante*, on aura par la même substitution *une réduite de f*. L'équivalence des formes est ramenée à l'identité entre les réduites. Le minimum de θ est par définition *le déterminant de f* et de toutes les formes équivalentes à f. Tous les coefficients d'une réduite sont limités supérieurement en fonction du déterminant, mais pour les derniers coefficients de la réduite, la limite supérieure trouvée comporte en dénominateur le premier coefficient de la réduite.

Si donc on ne considère, parmi les formes du type étudié, *d'un déterminant donné*, *dont les coefficients sont entiers*, que celles qui *ne peuvent représenter zéro*, elles ne forment certainement qu'un *nombre limité de classes*, car elles *ne peuvent être équivalentes qu'à un nombre limité de réduites*.

Les *formes biquadratiques* donnent un exemple intéressant des circonstances nouvelles qui se présentent : on peut avoir $f = f_1 f_2$, avec f_1 indéfinie et f_2 définie, ou bien f_1 et f_2 indéfinies.

I. Si f_2 est définie, D est une espèce de volume conique non euclidien limité : 1° par σ_1 qui représente f_1; 2° par les demi-droites non euclidiennes qui, joignant ζ_2 à tous les points de γ_1, engendrent une portion de surface cyclide ayant ζ_2 pour point conique. La correspondante de f est représentée par un point ζ qui est le *milieu non euclidien* de la *hauteur non euclidienne* du cône précédent, c'est-à-dire *du segment non euclidien* $\zeta_2\zeta_1$ *mené par* ζ_2 *orthogonalement au plan non euclidien* σ_1.

II. Si f_1 et f_2 sont indéfinies et représentées par les demi-sphères σ_1 et σ_2 (plan non euclidien), on a plusieurs cas :

1° Si σ_1 et σ_2 ne se coupent pas, par exemple sont extérieurs l'un à l'autre, D est limité par σ_1, σ_2 et la demi-cyclide engendrée par un cercle orthogonal au plan $O\xi\eta$, rencontrant ce plan en un point de γ_1 et un point de γ_2 qui soient inverses par rapport au centre de similitude directe. La correspondante s'obtient en considérant la *droite non euclidienne bien déterminée orthogonale à σ_1 et σ_2 en ζ_1 et ζ_2, ζ est le milieu non euclidien du segment non euclidien $\zeta_1\zeta_2$.*

2° Si σ_1 et σ_2 se coupent suivant un demi-cercle Γ, D est limité par deux portions de cyclide définies comme la précédente (1°) à l'aide de γ_1, γ_2 et *des deux centres de similitude* de γ_1 et γ_2; on a un volume qui, en géométrie non euclidienne, est le *solide commun à deux cônes* passant tous deux par γ_1 et γ_2; on peut le construire très simplement dans l'espace $O\xi\eta\tau$. Ce volume contient Γ à son intérieur. Il y a ici une *infinité de correspondantes*, représentées par tous les points de Γ. Donc il y a *en général une infinité de réduites*. Ce cas est l'analogue du cas des formes *quadratiques binaires indéfinies réelles.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la dérivation des fonctions à variation bornée.* Note de M. **W.-H. Young.**

1. Dans cette Note je me propose d'exposer quelques résultats sur la dérivation des fonctions à variation bornée dont j'ai eu l'occasion de faire usage. Ainsi qu'on le verra, je n'emploie que la dérivation ordinaire, en évitant la notion de dérivation sur un ensemble, et dans les énoncés des théorèmes, et dans les démonstrations. Inutile de souligner l'avantage que donne notre méthode sur celle empruntée à M. Volterra dans les opérations ordinaires de l'analyse.

Je me borne au cas de deux variables; le raisonnement n'en est pas moins général.

2. *Si* $F(x, y)$ *est une fonction à variation bornée de* (x, y), $\frac{\partial F}{\partial x}$ *existe, sauf dans un ensemble de mesure (plane) nulle. Les points exceptionnels* (x, y) *sont dénombrables pour chaque* x, *sauf pour les* x *d'un ensemble* S *de mesure (linéaire) nulle, indépendant de* y.

Il suffit de supposer $F(x, y)$ non décroissante par rapport à x, à y et à (x, y). Pour une ordonnée fixe y quelconque, l'existence de $\frac{\partial F}{\partial x}$ presque partout est connue, d'après la théorie des fonctions non décroissantes d'une seule variable. Soit S_y l'ensemble exceptionnel de valeurs de x.

Désignons par S l'ensemble de tous les x de tous les ensembles S_y correspondant aux valeurs *rationnelles* de y. La mesure de S est nulle. Nous allons démontrer qu'il suffit de faire abstraction de cet ensemble S pour que $\frac{\partial F}{\partial x}$ existe, sauf pour un ensemble dénombrable de y correspondant à chaque valeur de x.

Soient $f_1(x, y)$ et $f_2(x, y)$ les nombres dérivés partiels extrêmes de $F(x, y)$ par rapport à x; ce sont les limites supérieures et inférieures d'indétermination de la suite de fonctions

$$\frac{F(x+h, y) - F(x, y)}{h},$$

fonctions non décroissantes de y; $f_1(x, y)$ et $f_2(x, y)$ sont donc aussi des fonctions non décroissantes de y. Par suite, elles ont des limites uniques à chaque point (x, y) quand, x étant constant, le point variable s'approche de (x, y) par en haut ou par en bas. La valeur du nombre dérivé en question est comprise entre les deux limites correspondantes. Le calcul de ces limites peut évidemment être fait en approchant (x, y) par valeurs *rationnelles* de y.

Or, supposons que x n'appartienne pas à l'ensemble S. Pour chaque valeur *rationnelle* de y, $f_1(x,y) = f_2(x,y)$. Par conséquent, les limites dont nous venons de parler sont identiques, et $f_1(x, y) = f_2(x, y)$, sauf aux points de discontinuité de f_1 et f_2, qui sont dénombrables. Notre théorème est démontré.

3. *Tous les nombres dérivés par rapport à y de tous les nombres dérivés de $F(x,y)$ par rapport à x coïncident, sauf aux points (x, y) d'un ensemble de mesure nulle. C'est-à-dire $\frac{\partial^2 F}{\partial y \partial x}$ existe presque partout.*

Supposons d'abord $F(x, y)$ non décroissante par rapport à x, à y et à (x, y) et prenons un x n'appartenant pas à l'ensemble S (§ 2). Les nombres dérivés extrêmes par rapport à x, $f_1(x, y)$ et $f_2(x, y)$ sont alors non décroissants par rapport à y et auront par suite des dérivées, sauf dans un ensemble de mesure nulle de valeurs de y, déterminé par x. Ajoutons

les points de discontinuité de $f_1(x, y)$ et $f_2(x, y)$, et nous aurons un ensemble E_x de valeurs de y de mesure nulle.

Si y n'appartient pas à E_x, $f_1(x, y)$ et $f_2(x, y)$ seront égaux (n° 2) et chacune de ces fonctions de y possédera une dérivée. Pour calculer ces dérivées, nous pouvons faire tendre le point $(x, y+k)$ vers (x, y), en évitant l'ensemble E_x. De cette façon les expressions dont les dérivées cherchées sont les limites seront identiques; ces dérivées sont donc égales.

Faisons varier x; en tenant compte de l'ensemble S, nous aurons un ensemble exceptionnel E dont la mesure plane est zéro. C'est le résultat voulu, pour le cas des nombres dérivés extrêmes.

Or si $g(x, y)$ est un nombre dérivé quelconque de $F(x, y)$ par rapport à x, il est compris entre $f_1(x,y)$ et $f_2(x, y)$ et leur sera donc égal si le point (x, y) n'appartient pas à l'ensemble E. On aura pour un tel point

$$\frac{f_2(x, y+k)-f_2(x, y)}{k} \leqq \frac{g(x, y+k)-g(x, y)}{k} \leqq \frac{f_1(x, y+k)-f_1(x, y)}{k}.$$

Faisons tendre k vers zéro; il est évident que $g(x, y)$ possède la même dérivée par rapport à y que $f_1(x, y)$ et $f_2(x,y)$, ce qui prouve notre proposition.

Nous avons, jusqu'à présent, supposé $F(x, y)$ non décroissante. Dans le cas général, $F(x, y)$ sera la différence de deux fonctions $F_1(x, y)$ et $F_2(x, y)$ non décroissantes. L'équation

$$\frac{F(x+h, y)-F(x, y)}{h} = \frac{F_1(x+h, y)-F_1(x, y)}{h} - \frac{F_2(x+h, y)-F_2(x, y)}{h}$$

nous permet de définir des nombres dérivés $g_1(x,y)$ et $g_2(x,y)$ de $F_1(x, y)$ et de $F_2(x, y)$ déterminés, comme limites, par des suites de valeurs de h, qui varient avec (x, y), et donnent un nombre dérivé $g(x, y)$ de $F(x, y)$, préalablement choisi. Nous aurons donc

$$g(x, y) = g_1(x, y) - g_2(x, y).$$

En supposant que le point (x, y) n'appartient pas à l'un ou à l'autre des deux ensembles E_1 et E_2 de mesure nulle, nous pouvons dériver le second membre de cette équation par rapport à y, et notre théorème est démontré.

4. Lorsque $F(x, y)$ est une intégrale de Lebesgue, on voit immédiatement que les théorèmes des n°s 2 et 3 prennent la forme suivante :

Si

$$F(x, y) = \int_0^x \int_0^y f(x, y)\, dx\, dy,$$

nous aurons

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \int_0^y f(x, y)\, dy,$$

sauf aux points x d'un ensemble de mesure (linéaire) nulle, indépendant de y, et

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x\, \partial y} = \frac{\partial^2 F}{\partial y\, \partial x} = f(x, y),$$

sauf aux points (x, y) d'un ensemble de mesure (plane) nulle (¹).

5. *Tous les nombres dérivés partiels du second ordre d'une fonction* $F(x,y)$ *à variation bornée sont sommables par rapport à (x, y).*

D'après le n° 3, il suffit de prendre $F(x, y)$ non décroissante, et de démontrer le théorème pour un nombre dérivé $\varphi(x, y)$ par rapport à y de $f_1(x, y)$. Or $f_1(x, y)$ est sommable par rapport à x et non décroissante par rapport à y. Par suite, $\varphi(x, y)$ est sommable par rapport à y et $\int \varphi(x, y)\, dy \leqq f_1(x, y)$; $\int \varphi(x, y)\, dy$ est donc sommable par rapport à x. Par conséquent, $\varphi(x, y)$, étant $\geqq 0$, est sommable par rapport à (x, y). C'est ce qu'il fallait démontrer.

6. *Pour une fonction* $F(x, y)$ *non décroissante par rapport à x, à y et à (x, y), on démontre de même que*

$$F(x, y) = \int_0^x \int_0^y \frac{\partial^2 F}{\partial x\, \partial y}\, dx\, dy + \int_0^x S_2(x, y)\, dx + S_1(x, y),$$

où S_1 est une fonction non décroissante par rapport à x, à y et à (x, y), ayant une dérivée nulle par rapport à x presque partout, et S_2 est une fonction non décroissante par rapport à y, ayant une dérivée nulle par rapport à y presque partout.

(¹) M. Lebesgue m'a signalé que ce résultat a déjà été publié par MM. Fubini et Tonelli dans les *Rend. di Pal.*, t. 40, février 1916, p. 295. Il est intéressant de constater que les méthodes, employées indépendamment par ces auteurs et par moi-même, se ressemblent beaucoup, sans être tout à fait identiques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la sommation des séries ultrasphériques.* Note de M. **Erwand Kogbetliantz**, présentée par M. Appell.

La recherche de la sommabilité (C) de la série ultrasphérique

$$(\mathrm{I})\quad f(x) \sim \frac{2^{2\lambda}\Gamma^2(\lambda)}{2\pi}\sum_0^\infty (n+\lambda)\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+2\lambda)}\mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(x)\int_{-1}^{+1}\frac{f(t)\,\mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(t)}{(1-t^2)^{\frac{1}{2}-\lambda}}dt \qquad (\lambda > 0)$$

se ramène à l'étude des constantes de Lebesgue $\rho_n^{(\delta,\lambda)}$ d'ordre $\delta > 0$ de la série

$$(\mathrm{II})\quad \left\{\begin{array}{l} \mathrm{F}(\theta,\varphi) \sim \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\sum_0^\infty (n+\lambda)\iint_{\mathrm{S}}\frac{\mathrm{F}(\theta',\varphi')\,\mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(\cos\omega)\,d\sigma'}{[\sin^2\theta'\sin^2(\varphi-\varphi')]^{\frac{1}{2}-\lambda}} \\ [\cos\omega = \cos\theta\cos\theta' + \sin\theta\sin\theta'\cos(\varphi-\varphi')] \quad (\lambda > 0) \end{array}\right.$$

qui généralise la série de Laplace $\left(\lambda = \frac{1}{2}\right)$ et se réduit à la série (I) pour

$$\mathrm{F}(\theta,\varphi) = f(\cos\theta) \qquad (x = \cos\theta).$$

Or,

$$\rho_n^{(\delta,\lambda)} = \frac{1}{2\pi}\iint_{\mathrm{S}}\frac{|s_n^{(\delta,\lambda)}(\cos\omega)|\,d\sigma'}{[\sin^2\theta'\sin^2(\varphi-\varphi')]^{\frac{1}{2}-\lambda}} = \frac{\Gamma(\lambda)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}+\lambda\right)}\int_{-1}^{+1}\frac{|s_n^{(\delta,\lambda)}(x)|\,dx}{(1-x^2)^{\frac{1}{2}-\lambda}},$$

où $s_n^{(\delta,\lambda)}(x)$ est la $n^{\text{ième}}$ moyenne arithmétique d'ordre δ de la série

$$\sum_0^\infty (n+\lambda)\,\mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(x).$$

La méthode connue, de Darboux, fournit pour $s_n^{(\delta,\lambda)}(x)$ la formule approximative, d'où résulte l'inégalité fondamentale

$$(1)\quad |s_n^{(\delta,\lambda)}(x)| < \frac{\mathrm{C}_0}{(n+1)(1-x)^{1+\lambda}} + \frac{\mathrm{C}_1(n+1)^{\lambda-\delta}}{(\sqrt{1-x^2})^\lambda(\sqrt{1-x})^{1+\delta}} \qquad (\lambda > 0,\ \delta > 0).$$

La même méthode nous donne aussi

$$(2)\quad (2\sin\theta)^\lambda\left(2\sin\frac{\theta}{2}\right)^{1+\lambda}s_n^{(\lambda,\lambda)}(\cos\theta) = 2\lambda\sin\left[\left(n+\frac{1+3\lambda}{2}\right)\theta+\lambda\pi\right] + \eta_n^{(\lambda)}(\theta),$$

où

$$|\eta_n^{(\lambda)}(\theta)| < \frac{\mathrm{C}_2}{(n+1)\sin\theta};$$

mais il faut recourir à la méthode de Stieltjes pour démontrer l'inégalité

suivante :

(3) $$| s_n^{(2\lambda,\lambda)}(x) | < \frac{C_3}{(1-x)^{\frac{1}{2}+\lambda}}.$$

On a ensuite

(4) $$| s_n^{(\delta,\lambda)}(x) | = \left| \sum_{m=0}^{n} \frac{A_{n-m}^{(\delta)}}{A_n^{(\delta)}} (m+\lambda) \mathfrak{P}_m^{(\lambda)}(x) \right| < C_5 (n+1)^{1+2\lambda},$$

puisque

$$(n+\lambda) | \mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(x) | < C_4 (n+1)^{2\lambda}.$$

Maintenant, à l'aide de (1) et (4), on établit que, pour $\delta > \lambda$,

$$\frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}+\lambda\right)}{\Gamma(\lambda)} \rho_n^{(\delta,\lambda)} = \int_{-1}^{\frac{1}{(n+1)^2}-1} + \int_{\frac{1}{(n+1)^2}-1}^{0} + \int_{0}^{1-\frac{1}{(n+1)^2}} + \int_{1-\frac{1}{(n+1)^2}}^{1};$$

donc

(5) $$\rho_n^{(\delta,\lambda)} < R^{(\lambda)} \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots, \infty;\ \delta > \lambda).$$

Au contraire, pour $\delta = \lambda$, on trouve à l'aide de (2)

(6) $$\lim_{n=\infty} \rho_n^{(\delta,\lambda)} = \infty \qquad (\delta \leqq \lambda);$$

(6) a lieu aussi pour $\delta < \lambda$ puisque l'on a, pour $k > 0$,

$$\rho_n^{(k,\lambda)} \leqq \max_{(0 \leqq m \leqq n)} \rho_m^{(\delta,\lambda)}.$$

On prouve, en se servant de (2), que le développement (I) de la fonction continue

$$f(\cos\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin\left[\left(2^{n^3} + \frac{1+3\lambda}{2}\right)\theta + \lambda\pi\right]$$

n'est pas sommable (C, $\delta = \lambda$) au point $\theta = 0$, mais en s'appuyant sur le résultat (5) et sur les inégalités (1) et (3), on démontre le théorème suivant :

Théorème B [1]. — *La série* (II) *d'une fonction* $F(\theta, \varphi)$, *telle que*

$$[\sin^2\theta \sin^2(\varphi - \varphi_0)]^{\lambda-\frac{1}{2}} | F(\theta, \varphi) |$$

---

[1] Dans notre premier théorème A (*Comptes rendus*, séance du 20 novembre 1916), nous avons démontré que la série (I) est sommable [C, 2 + E(2λ)].

est intégrable sur la sphère S *quelle que soit la constante* φ_0, *est sommable* $(C, \delta = 2\lambda)$ *avec la somme* $F(\theta, \varphi)$ *en tout point de continuité de la fonction développée et même sommable* $(C, \lambda < \delta < 2\lambda)$ *en tout point pour lequel est en outre satisfaite la condition supplémentaire suivante :*

$$(c) \qquad \lim_{n=\infty} \iint_{(\pi-\varepsilon \leqq \omega)} \frac{F(\theta', \varphi')\, s_n^{(\delta,\lambda)}(\cos\omega)\, d\sigma'}{[\sin^2\theta' \sin^2(\varphi - \varphi')]^{\frac{1}{2}-\lambda}} = 0;$$

la sommabilité est uniforme dans un domaine qui se trouve à l'intérieur du domaine de continuité de $F(\theta, \varphi)$ *et dans lequel, pour* $\delta < 2\lambda$, *la condition* (c) *est remplie uniformément.*

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sulfates neutres et acides de sodium.* Note (¹) de M. **Paul Pascal**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Les documents que nous possédons sur les sulfates neutres et acides de sodium présentent encore certaines obscurités; en particulier, la nature des sels qui peuvent cristalliser des solutions aqueuses de bisulfate de sodium a donné lieu à des controverses prolongées.

Le travail, dont nous donnons ici un résumé très succinct, a été entrepris dans l'espoir d'accorder et de compléter les résultats expérimentaux antérieurs.

Nous avons étudié dans ce but l'équilibre du système ternaire

$$SO^4H^2 - SO^4Na^2 - H^2O$$

dans de larges limites de température (— 45° à + 210°), en cherchant sans cesse à éviter les retards d'équilibre qu'il présente très fréquemment; les résultats sont exprimés dans la figure 1, où l'on a tracé en projection trilinéaire les isothermes de la surface d'équilibre des phases solides et liquides.

Nous avons fait l'étude de neuf nappes de cette surface, correspondant à la coexistence avec un liquide des cristaux suivants (*fig.* 2) :

O....	Glace	IV....	SO^4NaH, H^2O (H)
I.....	SO^4Na^2	V.....	SO^4NaH (B)
II....	$SO^4Na^2, 10H^2O$ (D)	VI....	$SO^4NaH, SO^4H^2, 1{,}5H^2O$
III...	SO^4Na^2, SO^4NaH (I)	VII...	SO^4NaH, SO^4H^2 (S)

(¹) Séance du 10 avril 1917.

Une dernière nappe incomplètement étudiée et correspondant au sulfate neutre à 7 molécules d'eau se placerait un peu au-dessus de la nappe I; quelques points isolés correspondaient à l'équilibre du liquide avec les deux sels

$$2SO^4NaH, SO^4Na^2 \quad \text{et} \quad 2SO^4NaH, SO^4H^2.$$

A l'exception du bisulfate qui fond à 184° et du sel acide $SO^4NaHSO^4H^2$ qui fond vers 105°, tous ces composés se détruisent par échauffement; du

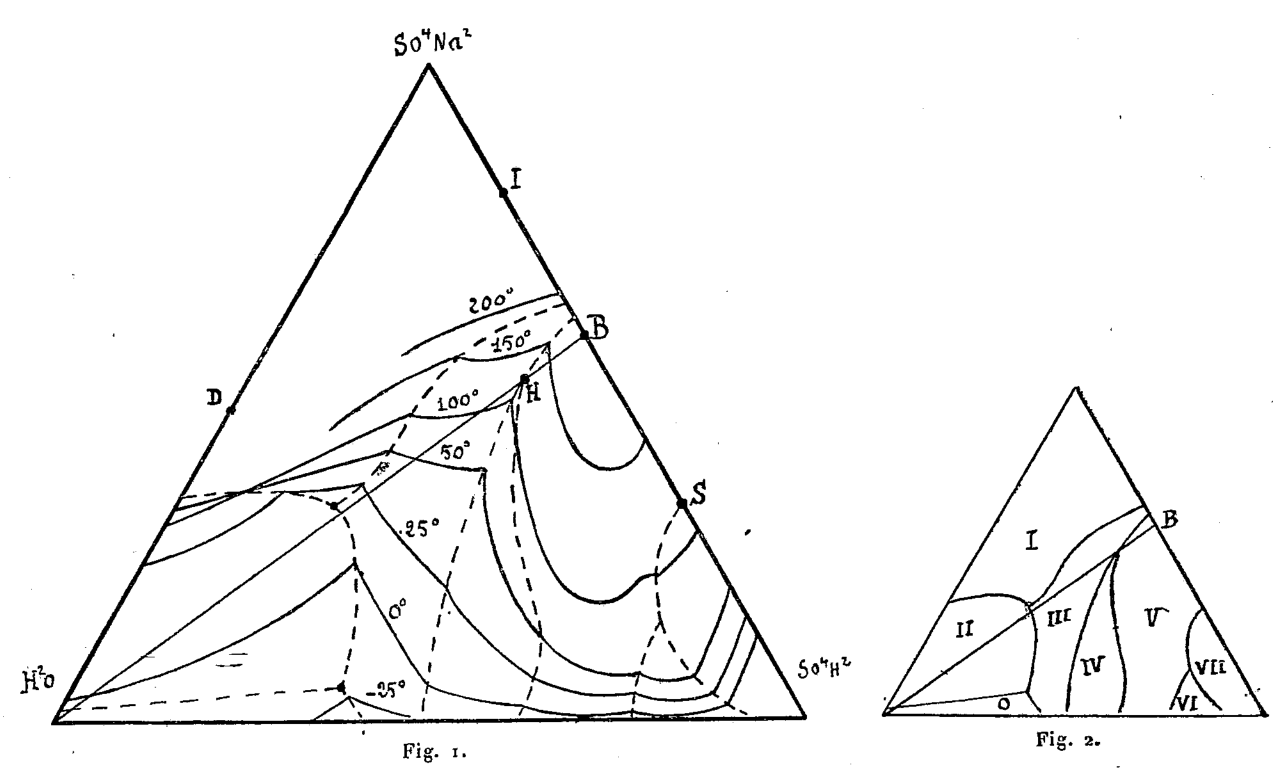


Fig. 1. Fig. 2.

sulfate intermédiaire SO^4NaH, SO^4Na^2, en particulier, il se sépare du sulfate neutre à 179°. Il faut noter enfin qu'aux températures élevées, les sels déposés des solutions concentrées ne sont plus rigoureusement purs; ils contiennent toujours à l'état de solution solide un peu (0 à 4 pour 100) du constituant dont le liquide est plus riche qu'eux.

Notre diagramme, complété par l'étude du refroidissement des mélanges ternaires, fournit de nombreuses indications dont nous retiendrons seulement les deux suivantes :

1° Les bisulfates des fours à acide nitrique, dont l'acidité est supérieure

à 40,81 pour 100, se solidifient au-dessous de 184°, et donnent d'abord des cristaux de bisulfate; quand on atteint 105° le liquide restant se prend en cristaux du sel SO^4NaH, SO^4H^2.

Ceux dont l'acidité est comprise entre 40,81 pour 100 et 38 pour 100 déposent entre 184° et 174° des cristaux mixtes contenant au plus 4,4 pour 100 de sulfate neutre; à 174° a lieu une prise en masse eutectique formée de ces cristaux mixtes limites et du sel intermédiaire SO^4NaH, SO^4Na^2. Enfin, l'acidité restant comprise entre 36 et 38 pour 100, la cristallisation donne entre 179° et 174° le sulfate intermédiaire et la prise en masse eutectique suit à 174°. Pour un bisulfate de cuisson plus avancée la cristallisation suit la même marche que précédemment, mais dès avant la coulée le produit est rendu boueux par une suspension de sulfate neutre.

2° Les solutions de bisulfate, représentées par les points de la droite joignant B au point figuratif de l'eau, donnent en général par refroidissement un dépôt du sel intermédiaire SO^4NaH, SO^4Na^2; on pourra par exemple, d'une solution à 75 pour 100, saturée aux environs de 100°, retirer après cristallisation un liquide résiduel titrant à peu près 45 pour 100 d'acide sulfurique et ne contenant plus que 10 pour 100 de sulfate neutre. C'est seulement aux basses températures que se déposeront les sulfates neutres hepta ou décahydratés.

On peut donc fonder sur cette remarque un procédé de fabrication d'acide faible assez pur, récupérant près de la moitié de l'acidité du bisulfate; il suffirait de couler ce corps dans l'eau et de laisser cristalliser par refroidissement. Malheureusement, il se produit souvent au début une cristallisation irrégulière de bisulfate hydraté dont la transformation en sel intermédiaire est lente dans un liquide acide. On est donc exposé assez souvent à ne pouvoir dépasser une teneur de 35 pour 100 en acide sulfurique et à laisser en solution jusqu'à 20 ou 25 pour 100 de sulfate neutre comme impureté.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le radical zirconyle* [ZrO].
Note de M. Éd. Chauvenet, présentée par M. A. Haller.

Par l'emploi de différentes méthodes chimiques et physico-chimiques, j'ai tenté de donner de nouvelles preuves de l'existence du radical zirconyle [ZrO] dans les combinaisons du zirconium. Voici les résultats que j'ai obtenus.

Je rappelle d'abord qu'en ajoutant de l'éther à une dissolution alcoolique de $ZrOCl^2.8H^2O$ de titre quelconque, on précipite un produit, lequel, desséché à l'air, répond à la composition $Zr^4O^6Cl^4.6H^2O$. Endemann attribuait au composé anhydre correspondant la constitution $[ZrCl^4.3ZrO^2]$; l'hydrate précédent serait donc $[ZrCl^4.3ZrO^2.6H^2O]$. Or $ZrCl^4$ s'hydrolysant très rapidement, j'ai pensé qu'il est inadmissible de concevoir une combinaison du chlorure de zirconium associé avec de l'eau. L'expérience suivante confirme en effet l'exactitude de cette hypothèse : d'une part, l'eau bouillante en excès dissocie $Zr^4O^6Cl^4.6H^2O$ en une partie soluble ($ZrOCl^2$ ou $ZrCl^4$) et en ZrO^2 insoluble; d'autre part, $[ZrCl^4.3ZrO^2.6H^2O]$ contient 51,92 pour 100 de zircone, tandis que $2[ZrOCl^2.ZrO^2.3H^2O]$ n'en renferment que 34,65 pour 100. Or, ayant trouvé expérimentalement un résidu de zircone égal à 33,63 pour 100 du poids de substance projetée dans l'eau (1), il est logique de conclure que la combinaison d'Endemann renferme bien le radical $[ZrO]$.

Je vais montrer que le résultat précédent est en complet accord avec des mesures sur l'hydrolyse du chlorure et du sulfate de zirconium. L'action de l'eau sur $ZrCl^4$ peut donner naissance aux quatre réactions suivantes (si la dissolution est étendue) (2) :

$$ZrCl^4 + H^2O = Zr\begin{cases}OH\\Cl^3\end{cases} + HCl,$$

$$ZrCl^4 + 2H^2O = Zr\begin{cases}(OH)^2\\Cl^2\end{cases} + 2HCl,$$

$$ZrCl^4 + 3H^2O = Zr\begin{cases}(OH^3)\\Cl\end{cases} + 3HCl,$$

$$ZrCl^4 + 4H^2O = Zr-(OH)^4 + 4HCl.$$

Chacune des quatre réactions possibles est limitée par un phénomène d'équilibre; cependant, elles se déplacent dans le sens $\rightarrow$ si l'on neutralise progressivement l'acide chlorhydrique par une dissolution de soude. En apparence, l'addition de soude ne révèle aucune des réactions prévues; on constate seulement que la liqueur reste limpide tant qu'on n'a pas ajouté 4^{mol} de NaOH (quantité nécessaire pour précipiter Zr) et que tout le zirconium est précipité à l'état d'hydroxyde dès qu'on a introduit la quatrième molécule. Dans l'intervalle, les changements de l'une des propriétés du

(1) La quantité d'eau était telle que la combinaison était totalement décomposée; les eaux de lavage du résidu insoluble ne contenaient plus traces de zirconium.

(2) D'autres réactions sont possibles; je les mentionnerai un peu plus bas.

système révéleront les réactions qui se seront effectuées. J'ai donc suivi la neutralisation par des mesures de conductivité; voici les résultats obtenus à 30°,9 :

$ZrCl^4 \frac{N}{100}$.	$NaOH \frac{N}{100}$.	λ.
cm³ 5	0	1445
5	1	1387
5	2	1325
5	4	1197
5	6	1082
5	8	968
5	12	773
5	16	619
5	18	545
5	20	475
5	22	550

Sur le graphique construit avec ces données (les ordonnées étant les conductivités et les proportions de soude) on observe deux points anguleux : l'un correspondant à la réaction n° 2, l'autre à la précipitation totale du zirconium; or la réaction n° 2 donne précisément naissance au dérivé $ZrOCl^2$.

J'ai observé un phénomène semblable avec le sulfate acide de zirconyle $\left[Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix}. SO^3\right]$: présence sur la courbe d'un point anguleux correspondant à la neutralisation de SO^3. Des expériences en cours sur $ZrOCl^2$ et sur $ZrOBr^2$ m'autorisent déjà à faire connaître qu'une hydrolyse plus profonde succède à la première; très lentement en effet les deux réactions suivantes ont lieu :

$$2\,ZrOCl^2 + H^2O = ZrOCl^2, ZrO^2 + 2\,HCl,$$
$$2\,ZrOBr^2 + H^2O = ZrOBr^2, ZrO^2 + 2\,HBr.$$

J'indiquerai prochainement les résultats de cette étude.

J'ajouterai en outre que le point de congélation de la dissolution possédant la composition suivante :

$$ZrCl^4 + 2\,NaOH = ZrOCl^2 + 2\,NaCl + H^2O$$

est sensiblement le même que celui d'une dissolution de même concentration d'un mélange de $ZrOCl^2 + 2\,NaCl$, soit $-$ 2°,35 pour la première et $-$ 2°,33 pour la deuxième.

Enfin des mesures thermochimiques ont permis de vérifier l'exactitude

des conclusions tirées des expériences précédentes; j'ai évalué les quantités de chaleur dégagées quand on mélange les deux dissolutions de $ZrCl^4$ et de NaOH dans des proportions variables :

$ZrCl^4 \frac{N}{40}$.	$NaOH \frac{N}{40}$.	Q.
5^p	2,25^p	50^cal
5	4,5	100
5	8	160
5	10	200
5	12,25	235
5	15	270
5	18	310

L'examen de la courbe construite avec ces données signale un point anguleux correspondant à la réaction

$$ZrCl^4 + 2NaOH = ZrOCl^2 + 2NaCl + H^2O.$$

La concordance parfaite des résultats précédents permet donc de conclure à l'existence du radical [ZrO] dans les combinaisons du zirconium.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Isomérisation, par migration de la double liaison, dans les acides éthyléniques. Acide phénylcrotonique* $\alpha\beta$: $C^6H^5.CH^2.CH = CH.CO^2H$. Note [1] de M. **J. Bougault**, présentée par M. Charles Moureu.

J'ai appelé l'attention des chimistes [2] sur la façon incomplète dont sont traduits généralement les résultats obtenus par Fittig [3] dans l'étude de l'isomérisation des acides éthyléniques, par déplacement de la double liaison, sous l'action des alcalis à l'ébullition. Cette réaction est présentée comme produisant la transformation des acides éthyléniques $\beta\gamma$ en acides éthyléniques $\alpha\beta$, alors qu'en réalité *la réaction est réversible*. Il est vrai que le point d'équilibre est placé, dans la plupart des cas, très près de la transformation totale en acides $\alpha\beta$, ce qui tend à masquer son caractère de

(1) Séance du 16 avril 1917.

(2) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 196, et *Journ. de Pharm. et Chim.*, 7e série, t. 8, 1913, p. 405.

(3) *Liebig's Annalen*, t. 283, 1894, p. 60.

réversibilité. Mais les exemples donnés, dans le Mémoire cité, ne peuvent laisser aucun doute à cet égard.

I. En dehors des cas de réversibilité bien démontrés, les essais d'isomérisation tentés sur l'acide phénylisocrotonique βγ :

$$C^6H^5.CH = CH.CH^2.CO^2H,$$

appelaient particulièrement l'attention. A l'inverse des autres acides éthyléniques βγ, celui-ci ne donne, même après une très longue ébullition avec la soude, que quelques centièmes de l'isomère αβ :

$$C^6H^5.CH^2.CH = CH.CO^2H.$$

Un pareil résultat, dans le cas où l'on admet la réversibilité, devait conduire à la conclusion que cet isomère αβ se transformerait aisément en isomère βγ; la résistance de ce dernier à l'isomérisation signifiant simplement que le point d'équilibre était très près de la transformation totale en isomère βγ.

La vérification de cette hypothèse ne fut pas tentée par Fittig, sans doute à cause de la trop petite quantité d'acide αβ qu'il eut en mains, et aussi parce qu'il manquait de procédé précis pour la séparation des isomères.

J'ai indiqué [1] une méthode qui répond à ce but, méthode basée sur la transformation des acides éthyléniques βγ en lactones iodées insolubles; et j'aurais pu dès lors exécuter cette recherche si j'avais pu me procurer l'acide phénylcrotonique αβ. Mais en raison même de la facile transformation de cet acide en isomère βγ, que nous démontrerons plus loin, la préparation de l'acide αβ par les procédés classiques ne réussit pas; on obtient toujours l'isomère βγ.

Ayant préparé récemment [2] les acides phénylcrotoniques α-iodés

$$C^6H^5.CH^2.CH = CI.CO^2H$$

dans l'action de l'iode et de la soude sur la semicarbazone de l'acide benzylpyruvique, j'ai pensé que je pourrais à partir de ces dérivés iodés obtenir aisément l'acide cherché.

II. La réduction par le zinc et l'acide acétique des acides phénylcroto-

---

(1) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 8e série, t. 14, 1908, p. 145.

(2) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 481.

niques α-iodés se fait très facilement, mais ne conduit pas directement à l'acide attendu. On obtient un acide liquide, alors que l'acide phénylcrotonique αβ est cristallisé et fond à 65°.

Par analogie avec ce que j'ai constaté dans des cas semblables, j'ai pensé que cet acide liquide n'était pas autre chose que le dérivé *allo* correspondant à l'acide cherché. En effet, en le chauffant avec l'acide chlorhydrique dilué, je l'ai converti en acide stable, fondant à 65°.

J'ai alors étudié, avec cet acide, la migration de la liaison éthylénique sous l'action d'alcalis d'énergie différente : lessive de soude, carbonate de soude, pyridine.

Il résulte de mes expériences que l'isomérisation en acide βγ se fait dans tous les cas, et les proportions obtenues justifient ce qu'on pouvait attendre de la résistance à l'isomérisation de l'acide βγ : la réversibilité exigeait en effet que l'isomérisation inverse, de l'acide αβ en acide βγ, fût presque totale; et c'est ce que j'ai constaté.

Pour n'en donner qu'un exemple, je dirai que $0^g,50$ d'acide phénylcrotonique αβ, chauffés 3 heures au bain-marie bouillant, avec 10^{cm^3} d'eau et 1^{cm^3} de lessive de soude, ont fourni $0^g,46$ d'acide phénylcrotonique βγ, isolé à l'état de lactone iodée ($0^g,75$)

$$\begin{array}{l} C^6H^5.CH.CHI.CH^2.CO \\ \quad\;\, | \qquad\qquad\qquad\quad | \\ \quad\;\, O\text{———————} \end{array}$$

et il restait seulement $0^g,04$ d'acide initial non transformé.

Cet exemple typique, joint à ceux du Mémoire rappelé plus haut, montre bien le caractère réversible de l'isomérisation des acides éthyléniques βγ en isomères αβ.

III. Mais la règle très simple que traduit l'expression

$$\text{acides éthyléniques } \beta\gamma \rightleftarrows \text{acides éthyléniques } \alpha\beta$$

ne comprend pas cependant tous les faits connus, se rattachant à l'isomérisation de ces acides.

Riiber (¹) a montré que l'acide phénylpenténique βγ

$$C^6H^5.CH^2.CH{=}CH.CH^2.CO^2H$$

se transforme par la soude en isomère γδ. Moi-même (²), j'ai montré que le

(¹) *Ber. d. d. chem. Gesell.*, t. 38, 1905, p. 2745.

(²) *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 196.

même isomère $\gamma\delta$ pouvait résulter aussi de la transformation isomérique de l'acide $\alpha\beta$.

En présence de ces faits, on peut penser que les positions $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$ n'ont par elles-mêmes rien de privilégié et qu'elles tirent leur importance du caractère électronégatif du groupe CO^2H voisin. Et dès lors l'introduction, dans la molécule, de tout groupement à caractère électronégatif, modifiera le régime des déplacements de la double liaison. C'est ce qui se produit dans les exemples des acides phénylpenténiques que je viens de citer, par l'existence du groupe électronégatif C^6H^5; et, d'autre part, l'allure si particulière des acides phénylcrotoniques $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$ doit être attribuée, en partie, à la même cause.

Dans un article très intéressant, auquel je me borne à renvoyer le lecteur [1], M. Charon a développé l'importance du rôle des radicaux électronégatifs dans les réactions d'isomérisation et dans les réactions chimiques en général. Je me range volontiers sur ce point à l'opinion de ce savant, tout en constatant que les modalités de leur action restent encore assez obscures.

CRISTALLOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Essai d'orientation des sels de cholestérine et des oléates liquides anisotropes sur les cristaux.* Note de M. F. **Grandjean**, présentée par M. de Launay.

J'ai essayé deux sels de cholestérine, le caprinate et le benzoate, et deux oléates, ceux d'ammonium et de triméthylammonium, sur des lames de clivage de divers cristaux ou dans des fentes de clivage. Dans presque tous les cas l'axe du liquide s'est disposé normalement au support, comme sur du verre; et si, par endroits, il se plaçait parallèlement à la surface, sa direction était quelconque, sans relation avec le support cristallin. Cependant j'ai rencontré des orientations très nettes, parallèles à la surface, avec la phase liquide positive du caprinate de cholestérine.

Les plus belles plages s'obtiennent entre clivages quand le premier contact a lieu avec le liquide positif. Il faut donc faire fondre le corps, ce qui donne la phase négative, puis refroidir au-dessous de la température τ à laquelle le liquide devient positif, et enfin faire pénétrer le liquide dans la fente de clivage. J'appellerai *orientation* la direction que prend l'axe optique

(1) *Revue générale des Sciences*, t. 15, 1904, p. 447.

du liquide. Avec le sel gemme, sur le clivage $p(001)$, on a deux orientations suivant les diagonales de la face du cube. La blende, sur le clivage $b^1(011)$, ne donne qu'une orientation suivant la macrodiagonale de la face rhombique du dodécaèdre. Le talc, sur le clivage $p(001)$, paraît donner six orientations faisant un angle assez variable, généralement petit, de part et d'autre des stries hexagonales du clivage. Dans mes essais, cet angle a varié de 6° à 14°. Les plages sont striées parallèlement à leur axe optique, comme celles des azoxybenzoate et cinnamate d'éthyle, probablement pour les mêmes raisons (¹). Les stries sont d'autant plus apparentes que l'épaisseur de la fente est plus grande; on ne les voit pas dans les parties les plus minces, au fond des fissures. Même avec le sel gemme, qui donne les meilleures orientations, il est difficile d'avoir des plages qui dépassent le blanc du premier ordre, c'est-à-dire qui dépassent une épaisseur de $1^{\mu},5$ environ.

Les mêmes plages s'obtiennent avec un seul contact, mais l'épaisseur maximum est bien plus réduite. Le meilleur procédé pour les former est de laisser le liquide positif s'étendre par capillarité sur la surface du clivage, autour d'une goutte.

L'observation des plages orientées du caprinate liquide positif montre avec la plus grande netteté que le champ de contact cristallin ne laisse pas subsister la transformation en liquide négatif, à la température τ. Quand on traverse cette température il ne se produit aucune modification dans les plages dont l'épaisseur est suffisamment faible. Pour une épaisseur un peu plus grande, le liquide positif éloigné du contact devient négatif à la température τ et la plage subit une modification brusque qui a presque toujours pour effet de l'orienter normalement aux parois, c'est-à-dire de la rendre noire entre nicols croisés; mais il subsiste des pellicules ayant exactement les contours et les orientations des plages positives disparues. Ces pellicules de contact sont semblables à celles décrites dans une précédente Communication (²). Dans leur épaisseur le liquide reste positif au delà de τ. Quand la température s'élève de τ à T, température de fusion isotrope du liquide négatif, on voit les pellicules s'affaiblir progressivement et dis-

(¹) F. GRANDJEAN, *L'orientation des liquides anisotropes sur les cristaux* (*Bull. de la Soc. fr. de Minéralogie*, t. 39, p. 201). On peut affirmer qu'il existe, dans la phase positive du caprinate de cholestérine, des lignes de discontinuité optique qui ont souvent l'apparence des groupes focaux de l'azoxybenzoate ou de l'azoxycinnamate d'éthyle; mais la faible biréfringence rend difficile l'étude de ces lignes et leur identité avec les groupes focaux n'est pas certaine.

(²) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 431.

paraître. Dans les conditions les plus favorables on les voit encore au-dessus de T sans qu'aucun phénomène brusque ne marque cette dernière température. Les pellicules se reproduisent par refroidissement sans modification de leurs contours et de leurs orientations et les plages positives se reforment sur les pellicules, au-dessous de τ, comme d'ordinaire. L'effet du champ de contact cristallin sur le point τ est donc très analogue à celui qu'il exerce sur le point de fusion isotrope d'un grand nombre de liquides positifs.

Le liquide négatif ne m'a jamais donné d'orientation directe sur les cristaux, et ceci ne peut surprendre puisque c'est le liquide positif qui est stable au contact du cristal, au moins lorsqu'il s'agit de plages parallèles à la surface du support. Les plages négatives sont normales au support ou quelconques; mais on peut constater une orientation indirecte, par l'intermédiaire de la phase positive. Les phénomènes observés sont d'ailleurs très complexes et il est difficile de leur donner une explication simple. Néanmoins, on reconnaît très fréquemment que le liquide négatif s'oriente perpendiculairement à sa phase positive (¹). Par exemple, les plages positives normales au support donnent des plages négatives enchevêtrées dont l'ensemble est parallèle au support. Inversement, les plages positives enchevêtrées parallèles à la surface donnent le plus souvent des plages négatives normales aux parois. Dans un cas, avec le phlogopite, pour des plages très minces entre clivage, j'ai observé des pellicules au-dessus de τ, bien que les plages positives dont elles provenaient aient été orientées dans tous les sens parallèlement aux parois. Enfin, avec le sel gemme, on observe très souvent, dans les gouttes très aplaties, des plages qui paraissent mixtes, pour des épaisseurs de 1^{μ} à 2^{μ}. Ces plages, au-dessous de τ et près de cette température, sont formées de liquide positif; elles sont très nettes, à belle extinction. Chauffées, on les voit changer à τ; leur contour devient plus flou, leur biréfringence diminue brusquement; mais elles gardent leur orientation. Elles sont alors formées principalement par le liquide négatif; car, si l'on continue de chauffer, elles disparaissent complètement à T, ou ne laissent subsister qu'une trace à la limite de visibilité. Ces propriétés s'expliquent assez bien si l'on admet une constitution mixte entre τ et T.

(¹) Cette relation ne définit pas la position qu'aura le nouvel axe optique; mais il est clair que, si l'on admet la symétrie de révolution pour les deux phases, une indétermination de ce genre doit exister à moins que les deux axes optiques ne soient parallèles, et l'expérience montre que cette dernière relation ne peut être admise.

Dans la région capillaire le liquide formerait les pellicules positives habituelles. Plus loin du contact le liquide serait négatif. Il faut alors que l'axe du liquide négatif soit orienté perpendiculairement à celui du liquide positif puisque les sections principales n'ont pas changé. Les plages mixtes ne se reforment pas par refroidissement dans l'intervalle $T\tau$; elles se reforment seulement à τ. Le cycle n'est donc pas réversible.

On trouve tous les intermédiaires entre ces plages relativement épaisses dans lesquelles le liquide négatif joue le principal rôle et les plages positives extrêmement minces qui se forment par capillarité à la surface du minéral.

BOTANIQUE. — *Germination des graines dans les solutions salines.* Note (1) de M. **Pierre Lesage**, présentée par M. Gaston Bonnier.

En étudiant la germination des graines après séjour dans les solutions de divers corps, alcool ou sels, j'ai été amené à constater que les limites de germination peuvent être traduites par une courbe construite avec les durées de séjour pour ordonnées, les concentrations pour abscisses, et dans laquelle il y a trois points qui doivent retenir particulièrement l'attention, trois points critiques :

Un point A correspondant à la solution de dilution zéro ou au corps considéré pur;

Un point B correspondant à la limite de séjour dans les solutions de toutes les concentrations, limite au-dessous de laquelle le pouvoir germinatif est conservé quelle que soit la concentration, et au-dessus de laquelle la germination ne se fait plus, au moins pour une solution;

Un point C correspondant à une concentration telle que, au-dessous, la germination commence dans les solutions elles-mêmes et ne se fait plus au-dessus de cette concentration limite.

Je me suis arrêté au point A pour envisager les avantages qu'il y aurait à le connaître (2).

Jusqu'à présent, le point B n'a pas sollicité particulièrement mon attention; mais le point C s'est dégagé par l'importance que me paraît prendre sa caractéristique. J'ai remarqué d'abord que ce point correspond à une

(1) Séance du 16 avril 1917.

(2) Pierre Lesage, *Sur les limites de la germination des graines soumises à l'action de solutions diverses* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 826).

concentration qui oscille autour de $0^{mol},40$ pour neuf sels, chlorures, nitrates, sulfates de K, Na, AzH^4 (¹).

Ensuite en comparant la germination dans les solutions de glycérine et de chlorure de sodium (²), puis dans des solutions de chlorure de potassium, de chlorure de sodium et de ferrocyanure de potassium en tenant compte de la dissociation, j'ai été amené à penser que la germination des graines de *Lepidium sativum*, au moins à ses débuts, est sous la dépendance immédiate de la force osmotique des solutions quel que soit le corps dissous (³).

Voici les résultats d'autres essais qui ramènent encore à la même notion. Ces essais ont été faits avec des graines appartenant à cinq espèces nouvelles : *Silene gallica*, *Clarkia pulchella*, *Gilia capitata*, *Linum usitatissimum*, *Amarantus caudatus*.

J'ai fait un essai général avec les graines de ces cinq espèces et avec des solutions de chlorure de sodium et de ferrocyanure de potassium, en série assez large et calculée d'après les données acquises dans des essais préalables. Quatre espèces ont accusé leur limite de germination ; les graines d'*Amarantus caudatus* n'ayant rien donné, j'en ai fait une série à part. Voici un Tableau qui donne les limites de germination dans les solutions exprimées en fraction de molécule-gramme au litre :

	Concentration limites de	
Espèces.	NaCl.	K^4FeCy^6.
Silene gallica............	9/48 à 12/48	4/48 à 6/48
Clarkia pulchella........	6/48 à 9/48	4/48 ?
Gilia capitata...........	6/48	4/48 ?
Linum usitatissimum.....	9/48	4/48 ?

Dans la série particulière aux graines d'*Amarantus caudatus*, j'ai employé des solutions des mêmes sels, mais plus diluées et, en outre, des solutions de glycérine et de sucre ordinaire. Le Tableau suivant indique les concentrations limites comme précédemment :

(¹) Pierre Lesage, *Essais des graines de* Lepidium sativum *dans des conditions très diverses* (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 486).

(²) Pierre Lesage, *Germination des graines de* Lepidium sativum *dans les solutions de glycérine et de* NaCl (*Bull. Soc. sc. et méd. de l'Ouest*, 8 décembre 1916).

(³) Pierre Lesage, *Germination des graines de* Lepidium sativum *dans les solutions d'électrolytes* (*Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 119).

Pour la glycérine...............	vers 9/48
Pour le sucre..................	vers 9/48
Pour le chlorure de sodium......	entre 3/48 et 6/48
Pour le ferrocyanure de potassium.	entre 2/48 et 4/48

Bien que ces résultats ne soient pas rigoureux, l'approximation me paraît suffisante, si l'on tient compte de la dissociation du NaCl en 2 ions, du K^4FeCy^6 en 5 ions, de la non-dissociation de la glycérine et du sucre, pour ramener à cette notion que, là encore, les débuts de la germination sont sous la dépendance immédiate de la force osmotique des solutions, notion qui peut paraître vraisemblable *a priori*, d'ailleurs, mais qu'il est peut-être utile de mettre en relief expérimentalement.

Je pense pouvoir réunir des observations nouvelles assez nombreuses pour discuter l'ensemble et en tirer quelques conséquences intéressantes à plusieurs égards.

BOTANIQUE. — *Influence des sels de calcium sur les poils absorbants des racines.* Note de M. **Henri Coupin**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Les poils absorbants des racines sont tellement intriqués dans le sol et collés à ses particules qu'il est très difficile de les isoler et, pratiquement, presque impossible de comparer leur plus ou moins grand développement suivant les conditions du milieu. Si, comme on pense de suite à le faire, on cherche à obtenir des cultures en milieux liquides, on s'aperçoit bien vite que, chez les plantes normalement terrestres (¹), mises dans ces conditions, les poils absorbants ne se forment pas et que, par suite, on ne peut étudier leurs modifications, en raison, par exemple, de la composition chimique.

Quelques espèces, cependant, échappent à cette règle et parmi elles se signale particulièrement le *Lepidium sativum*, bien connu sous le nom de Cresson alénois. C'est ce qui m'a engagé à prendre cette plante pour sujet

(¹) Les plantes terrestres donnent des poils absorbants, non seulement dans la terre, mais aussi dans l'air humide; ces derniers, malheureusement, plongés dans un liquide, arrêtent presque toujours leur croissance et, bien souvent, éclatent à l'extrémité. Quant aux plantes normalement aquatiques, elles donnent bien des poils en milieu liquide, mais, au point de vue qui nous occupe ici (influence du sol), elles ne peuvent guère être utilisées; il semble, cependant, qu'il y aurait à en faire l'étude, par exemple chez l'*Elodea canadensis*, qu'il est facile d'élever en aquarium et où ils atteignent de grandes dimensions.

d'études et à chercher, en particulier, quelle influence les sels de calcium, si importants en géographie botanique, peuvent avoir sur la luxuriance de la toison absorbante de ses racines.

Les germinations faites dans l'eau de source distribuée à Paris, eau qui, au point de vue des végétaux, est une solution nutritive extrêmement diluée, donnent des racines abondamment couvertes de poils absorbants, lesquels atteignent de $2^{mm},5$ à 3^{mm} de longueur. Or, en ajoutant divers sels de calcium à cette eau, voici ce qu'on observe :

1° *Sulfate de calcium* à saturation : germinations semblables à celles obtenues dans l'eau de source seule, avec des poils de $2^{mm},5$ à 3^{mm}.

2° *Carbonate de calcium* en grand excès, de manière à permettre à l'eau de s'en saturer au fur et à mesure que les racines, émettant du gaz carbonique, lui permettent de se dissoudre : germinations normales, quant à l'axe hypocotylé et aux cotylédons, mais où les racines sont beaucoup plus longues (10^{cm} à 12^{cm}) que dans l'eau de source pure (4^{cm} à 5^{cm}) et portant des poils d'au plus $\frac{1}{3}$ de millimètre, c'est-à-dire présentant exactement le même aspect que dans l'eau redistillée [1], par conséquent dépourvue de tout composé nutritif ou toxique.

3° *Nitrate de calcium :* à 2 pour 100, germinations tuées dès leur sortie de la graine;

A 1,5 pour 100, germinations montrant seulement la gemmule, la racine ne présentant aucun développement;

A 1 pour 100, germinations d'apparence normale, mais avec des poils absorbants de $\frac{1}{3}$ à $\frac{1}{2}$ millimètre de longueur environ;

A $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, ..., pour 100, germinations identiques à celles de l'eau de source pure, avec poils de $2^{mm},5$ à 3^{mm}.

4° *Chlorure de calcium :* à 4 pour 100, graines tuées immédiatement;

A 2 pour 100, pas de racines, gemmules d'un développement médiocre;

A 1 pour 100, gemmules bien développées; racines avec poils absorbants de 80^{μ} (en majorité) à 200^{μ} (en minorité).

A $\frac{1}{2}$ pour 100, gemmules normales; racines avec poils absorbants de 300^{μ} à 600^{μ}.

A $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{32}$, ..., pour 100, germinations identiques à celles de l'eau de source pure, avec poils de 2^{mm} à 3^{mm}.

De cet ensemble de constatations il résulte que le *calcium sous certaines formes* (carbonate, nitrate, chlorure) *et dans des proportions déterminées, peut entraver le libre développement des poils radicaux;* ce n'est qu'excep-

---

(1) Il s'agit de l'eau distillée du commerce, laquelle est plus ou moins toxique par les traces de cuivre qu'elle contient, ainsi que je l'ai montré autrefois (*Ass. fr. pour l'av. des Sc.*, 1900), et redistillée dans un appareil entièrement en verre.

tionnellement qu'il s'est montré indifférent (sulfate) à l'égard de ces derniers.

Si l'on suppose, ce qui est assez légitime, que les choses se passent de la même façon dans le sol, on comprend comment le calcium, quoique très peu toxique par lui-même, peut, néanmoins, être jusqu'à un certain point nuisible aux plantes, ou du moins à certaines plantes, en diminuant très sensiblement la longueur des poils absorbants et en ne leur permettant pas, en particulier, de s'insinuer aussi facilement et aussi loin entre les particules du sol et, par suite, nuire à la bonne absorption (1) des sucs nutritifs de la terre.

Il est également permis de se demander, bien que dans l'état actuel on ne puisse le vérifier, si cette influence modérément nocive du calcium sur les poils radicaux ne varie pas avec les espèces, suivant qu'elles sont *calcifuges, calcicoles* ou *indifférentes* au calcaire, et si ce n'est pas peut-être là une des raisons pour lesquelles les premières ne poussent pas, ou poussent mal, ou ne végètent que dans certaines conditions, dans un sol calcaire; que les secondes, au contraire, y prospèrent bien et que les troisièmes, enfin, ne sont pas influencées par la présence ou l'absence (toujours relative) du carbonate de calcium. En tout cas, si l'influence du calcium sur les poils absorbants n'est pas un facteur décisif dans la question que je viens de rappeler, il n'est pas cependant, semble-t-il, à laisser de côté.

BOTANIQUE. — *Contribution à l'étude de la fixation du cytoplasme.* Note de M. A. **Guilliermond**, présentée par M. Gaston Bonnier.

On sait que les cellules épidermiques des pétales de la fleur de Tulipe sont un des objets les plus favorables pour l'étude vitale du chondriome. Nous nous proposons aujourd'hui d'entreprendre dans ces cellules un examen comparatif des aspects du cytoplasme à l'état vivant et après fixation afin d'y déterminer d'une manière précise l'action des fixateurs sur le cytoplasme.

A la vérité des études analogues ont déjà été faites par divers auteurs (Flemming, Henneguy, A. Fischer, Mayer et Schæffer, Fauré-Frémiet). Regaud a déterminé l'action des fixateurs sur le chondriome de la cellule

(1) Voir, à ce propos : M[lle] Th. Robert, *Recherches sur le rôle physiologique du calcium chez les végétaux* (Thèse Fac. sc.); Paris, 1915.

animale, mais sans prendre comme critérium la cellule vivante. La cellule animale se prête mal à des observations de ce genre. Lewitsky et Rudolph, utilisant des cellules végétales (méristèmes de la tige d'*Elodea canadensis* et d'*Asparagus officinalis*), ont pu établir une comparaison assez précise entre le cytoplasme vivant et le cytoplasme fixé, mais les cellules qui leur ont servi pour cette étude étaient infiniment moins favorables que les cellules épidermiques de la fleur de Tulipe; les résultats de ces deux auteurs sont d'ailleurs sur plus d'un point en contradiction.

Pour nos recherches, nous avons d'abord observé les premières phases de l'action des fixateurs sous le microscope, en montant des fragments d'épiderme dans une goutte de fixateur. En même temps des pièces, après avoir été fixées par le même fixateur, étaient colorées sur coupes à la paraffine. Comme les coupes à la paraffine ont l'inconvénient de contracter assez fortement ces cellules épidermiques très délicates, ce qui gêne l'observation surtout lorsque la fixation est défectueuse, nous avons, dans une troisième série d'expériences, fixé des fragments d'épiderme étalés sur des bouchons de liège au moyen d'épingles. Une portion de cet épiderme était ensuite examinée au microscope dans une goutte d'eau après la fixation, l'autre était colorée directement par l'hématoxyline ou par la fuchsine acide.

Les résultats de cette étude montrent que, au point de vue de leur action sur le cytoplasme et le chondriome, il y a lieu de grouper les fixateurs en trois catégories :

1° Les uns (alcool, liquides de Bouin, Lenhosiek; Pereniy, Zenker, Mann, Carnoy) bouleversent entièrement la structure du cytoplasme en détruisant les mitochondries. En général, l'action des fixateurs se fait sentir très rapidement et peut être observée sous le microscope. Elle consiste le plus souvent en l'anastomose des chondriocontes qui se relient les uns aux autres en une sorte de réseau, puis en la formation, sur la trame de ce réseau, de vésicules analogues à celles que nous avons signalées dans les altérations du chondriome sous l'influence d'un trouble dans l'équilibre osmotique. Ces vésicules finissent souvent par prendre un contour irrégulier et un aspect granuleux.

Plus rarement (liquide de Bouin) les chondriocontes se résolvent en une infinité de petites granulations. En même temps que ces altérations se produisent, le cytoplasme est le siège de phénomènes de contractions et de coagulations plus difficiles à préciser. Après coloration, les résidus du chondriome (réticules, fines granulations) correspondent aux parties les plus colorées du cytoplasme.

2° Les seconds (solutions aqueuses concentrées d'acide picrique, de bichlorure de mercure, formol, liquide de Flemming fort) respectent davantage le chondriome tout en l'altérant d'une manière sensible; l'altération consiste généralement en un ratatinement des chondriocontes; elle s'accompagne le plus souvent aussi d'une diminution de chromaticité de ces éléments. Parmi ces fixateurs, les solutions aqueuses concentrées d'acide picrique sont celles qui conservent le mieux le chondriome.

3° Les troisièmes (liquides de Altmann et surtout de Benda et Regaud), c'est-à-dire les méthodes mitochondriales mises en pratique dans ces dernières années fixent aussi

fidèlement que possible le cytoplasme dans la forme qu'il possédait sur le vivant. Avec ces méthodes le cytoplasme conserve généralement son aspect homogène, parfois cependant il offre une tendance à s'alvéoliser. Il prend avec l'hématoxyline ferrique une teinte gris pâle homogène au milieu de laquelle se distingue nettement les chondriocontes colorés en noir foncé; les chondriocontes imprégnés de pigment sont moins chromophiles que ceux qui en sont dépourvus. Le chondriome apparaît toujours sous la forme qu'il montrait sur le vivant; quelques chondriocontes cependant forment des vésicules artificielles. La meilleure fixation a été obtenue par le liquide de Benda, qui cependant pour l'*Iris germanica* s'était montré inférieur au liquide de Regaud (bichromate de potassium, formol).

Avec cette méthode on obtient une fixation aussi parfaite que possible du cytoplasme.

Ces résultats, qui sur plus d'un point sont en désaccord avec ceux de Rudolph, semblent confirmer ceux de Regaud et de Lewisky, qui attribuent à l'alcool et à l'acide acétique une action particulièrement nocive sur le chondriome. Ce sont en effet d'une manière générale les fixateurs renfermant de l'alcool ou de l'acide acétique qui altèrent le plus le chondriome. Nous avons pu nous en assurer d'ailleurs, en montant un fragment d'épiderme dans une goutte d'acide acétique à 3 pour 100, que toutes les mitochondries sont immédiatement transformées en vésicules au contact de la solution. Dans une solution à 5 pour 100, le chondriome est presque entièrement dissous.

Ces résultats nous paraissent susceptibles d'une assez large généralisation; nous ferons toutefois remarquer, que toutes les mitochondries n'ont pas absolument les mêmes caractères histo-chimiques et qu'il en est qui diffèrent dans une certaine mesure des autres par leur caractère de fixation, comme l'ont déjà montré Regaud et Champy. C'est ainsi que, au cours de nos recherches, il nous est arrivé d'observer des mitochondries qui résistent plus que les autres au liquide de Bouin.

Nos recherches sur les cellules épidermiques des pétales de Tulipe confirment donc en leur donnant une très grande précision les données antérieures que l'on possédait sur les caractères des mitochondries vis-à-vis des fixateurs.

Elles démontrent que la plupart des fixateurs employés jusqu'ici bouleversent complètement la structure du cytoplasme en dissolvant le chondriome. Les résidus de cette dissolution (réticules, fines granulations), plus colorables que le cytoplasme fondamental, déterminent, après la coloration, la différenciation de structures artificielles. Seules les méthodes mitochondriales permettent de réaliser une fixation aussi fidèle que possible

du cytoplasme. On conçoit que les mitochondries qui sont les éléments les plus fragiles de la cellule et sont particulièrement sensibles à tout trouble survenu dans l'équilibre osmotique soient aussi les éléments cellulaires les plus difficiles à fixer.

ÉNERGÉTIQUE BIOLOGIQUE. — *Le prix du mouvement chez les invalides et les nouveaux gauchers.* Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. Edmond Perrier.

Les impotences articulaires de l'appareil locomoteur produisent des suppléances onéreuses dans les articulations voisines; et le mouvement a lieu grâce à l'exercice de groupes musculaires jusque-là au repos. Les moignons d'amputés fatiguent davantage. De même, quoique à un moindre degré, l'activité du *bras gauche* est pénible chez les droitiers, pendant les trois premiers mois en moyenne. Ici, une puissance diminuée, un entraînement insuffisant laisseront subsister de la maladresse et de la lenteur au travail. Là, pour les blessés, ce sont les atrophies, raideurs, et souvent la dégénération nerveuse.

Ayant préconisé, tout au début de la guerre [1], la *réadaptation* des blessés à leurs métiers, et posé comme principe absolu que *tout amputé du bras droit veut une éducation de son bras gauche*, j'ai cherché à connaître le prix du mouvement, le coût de leur travail, chez un grand nombre de ces invalides.

Les expériences ont porté sur une vingtaine de sujets, à mutilations bien définies, dix amputés de bras, et deux personnes normales dont on compare l'activité des membres supérieurs au point de vue de la fatigue, mesurée expérimentalement. Nous nous bornerons aux données générales.

Méthode d'observation. — La technique a été décrite ailleurs (*loc. cit.*, Chap. X); elle consiste à faire agir le bras sur la *manivelle* du cycle ergométrique, sur une résistance de $2^{kg},500$ et à l'allure de 100 tours par minute. Pour les amputés, le moignon actionne la *gouttière brachiale* du même cycle, le sujet étant, ici ou là, assis sur un tabouret à vis, le bras horizontal au niveau de la manivelle.

Comme dans ces circonstances l'effort est *imposé*, qu'il doit être, de toutes façons, surmonté par le patient, vitesse et temps réglés par l'observateur, je diversifie la

---

[1] *Journal de Physiologie et Pathologie* de septembre 1915. Voir les développements dans *Organisation physiologique du travail*, p. 318 et suiv. (Paris, Dunod et Pinat, 1917).

technique : les sujets sont donc, ensuite, mis à travailler à la *lime dynamographique*. On relève ainsi les défauts et la grandeur de leur travail, *volontairement* exécuté.

Quant à la mesure de la fatigue, elle est fournie :

D'une part en déterminant les *échanges respiratoires*, taux de la ventilation en 3 minutes, et consommation d'oxygène correspondante.

D'autre part, en enregistrant les courbes de la pression respiratoire ou *tonogrammes*, au moyen de la soupape à double valve, et les courbes des pulsations cardiaques.

On compare avec *l'état de repos initial*, et l'on compare entre elles les conditions différentes d'activité, soit d'un bras à l'autre, soit du moignon, soit du membre impotent, par exemple une *double ankylose du coude et du poignet droits* (cas de S. C., 22 ans, jeuné soldat blessé à l'avant-bras par balle, réadapté depuis au métier de mécanicien).

Conclusions. — En règle générale, les ankyloses totales ou partielles, limitées au poignet ou au coude, entraînent un surcroît de fatigue d'environ 26 à 60 pour 100. Dans un travail volontaire, elles diminuent l'effort de 20 à 40 pour 100, et la cadence des mouvements est réduite de 30 pour 100 en moyenne.

La double ankylose du coude et du poignet abaisse la quantité de travail de 40 pour 100; et si l'on impose l'effort et la cadence, la fatigue augmente de 54 pour 100; les courbes tonographiques et cardiaques sont plus rapides et plus amples; on est frappé d'une véritable tendance à l'essoufflement chez tous les blessés de cette catégorie. Voici, à titre d'indication, quelques chiffres :

	Ventilation pulmonaire par minute.	Oxygène consommé.	Différence.
État de repos....................	9,50 (l)	0,285 (l)	
Action sur manivelle :			
Bras droit ankylosé au poignet et au coude (angle de 150°).....	13,95	0,641	0,356 (l)
Bras gauche valide.....	12,30	0,516	0,231

Le rappor

$$\frac{0,356 - 0,231}{0,231} = 54 \text{ pour } 100$$

exprime le gaspillage.

Et quand ce n'est pas un excès de fatigue, c'est un gaspillage de temps, une limitation de la production. On peut estimer que, dans les actes de la vie professionnelle, le prix du mouvement est élevé de 20 à 40 pour 100

au-dessus de sa valeur normale, mais seulement de 5 à 8 pour 100 dans le travail du bras gauche remplaçant le droit. L'objet d'une rééducation ou d'une réadaptation des blessés, conduites scientifiquement, est de compenser ce *déficit inévitable* par l'instruction technique et une organisation rationnelle de l'outillage.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *État colloïdal du camphre dans l'eau en présence de l'huile camphrée. Conséquences biologiques et thérapeutiques.* Note de MM. **H. Bordier** et **G. Roy**, transmise par M. Armand Gautier.

Continuant l'étude des corps qui, émettant des vapeurs à la température ordinaire, passent à l'état colloïdal en présence de l'eau (¹) nous avons été conduits à examiner le camphre et l'huile camphrée.

L'un de nous avait déjà reconnu (²) que ce corps mis en présence de l'eau abandonne des particules ultra-microscopiques et que par conséquent l'eau camphrée n'est pas une vraie solution, puisque le camphre s'y trouve à l'état colloïdal : nos recherches actuelles ont confirmé cette conclusion; c'est ce qui explique le grand désaccord des différents auteurs sur la valeur qu'ils indiquent pour le coefficient de solubilité du camphre dans l'eau.

Nous nous sommes demandé ce que devient le camphre dissous dans l'huile quand on agite celle-ci avec de l'eau ou du sérum artificiel : cette question présente un certain intérêt, car l'huile camphrée est employée depuis quelques années très fréquemment en thérapeutique sous forme d'injections hypodermiques.

Nous nous sommes assurés d'abord que l'huile camphrée examinée à l'ultra-microscope ne donne aucune particule mobile, pas plus d'ailleurs que l'huile d'olive pure en présence de l'eau, si l'on attend que l'émulsion ait complètement disparu.

Mise en présence de l'eau et agitée dans un tube à brome, l'huile camphrée abandonne du camphre, et l'examen du liquide soutiré montre de nombreuses particules ultra-microscopiques; ces particules sont constituées par du camphre et non par de l'huile émulsionnée, car elles ne présentent pas l'aspect de bulles nettement sphériques avec un point obscur au centre que l'on constate sur les plus petites gouttelettes d'huile en émulsion; les

(¹) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 567.

(²) *Société nationale de Médecine de Lyon*, 1er mai 1911, et *Lyon médical*, 1911, p. 174.

particules fines brillantes ont absolument le même aspect que celles qu'on observe dans la pseudo-solution obtenue directement par contact du camphre avec l'eau. D'ailleurs, en traitant par la potasse l'eau agitée avec l'huile camphrée, celle-ci se saponifiant, les gouttelettes disparaissent, mais les grains mobiles persistent : après 4 ou 5 heures ils sont coagulés et réunis en grappes.

Si l'on fait une préparation en mettant une goutte d'huile camphrée sur une lame, puis une goutte d'eau pure et recouvrant d'une lamelle lutée à la paraffine, on constate d'autant plus rapidement que la température est plus élevée l'apparition de particules mobiles qui vont en augmentant à la surface de séparation de l'huile et de l'eau.

Donc l'huile camphrée en présence de l'eau donne une pseudo-solution colloïdale de camphre.

Lorsqu'on emploie au lieu d'eau pure du sérum artificiel à $7^g,5$ de sel pour 1000, on observe les mêmes phénomènes, avec cette particularité que quelques granules de camphre ont une tendance à se grouper par deux ou trois.

Le nombre de particules fournies par l'agitation est beaucoup plus considérable à 37° qu'à la température ordinaire, surtout avec le sérum artificiel; on obtient alors une préparation colloïdale type et, dans ce dernier cas, un groupement des particules après 4 ou 5 heures.

Nous avons cherché la quantité de camphre qu'abandonne l'huile camphrée à l'état colloïdal dans le cas le plus important du sérum artificiel à 37° : on a mis dans un ballon à tubulure inférieure 500^{cm^3} de sérum artificiel à 7,5 pour 1000 et l'on a ajouté 50^{cm^3} d'huile camphrée officinale (1^g de camphre pour 9^g d'huile d'olive) ayant une densité de 0,921 à 15°; il y avait donc $46^g,05$ d'huile camphrée contenant $4^g,605$ de camphre. Ce ballon a été maintenu à 37° pendant 48 heures en agitant de temps en temps; après un repos de 24 heures on a soutiré 336^{cm^3} du liquide inférieur dans un ballon semblable, on a ajouté 25^{cm^3} de benzol et agité le tout de temps en temps pendant 24 heures. Après repos, on a soutiré le liquide qui a perdu l'odeur de camphre, et le benzol observé au polarimètre dans un tube de 20^{cm} a montré une rotation à droite de 43 minutes. Si l'on admet comme pouvoir rotatoire spécifique du camphre en solution peu concentrée dans le benzol la valeur 39°,2 donné par Winther, on trouve que la solution de benzol contenait $0^g,902$ de camphre pour 100^{cm^3}; il y avait donc dans les 25^{cm^3} de benzol $0^g,225$ de camphre. C'est cette quantité qui existait au moins dans les 336^{cm^3} de liquide traités; il y en avait donc

$0^g,335$ dans les 500^{cm^3} de sérum artificiel mis en contact avec l'huile camphrée.

Toutes ces expériences permettent de se faire une idée juste du sort réservé au camphre de l'huile camphrée administrée par voie hypodermique; à mesure que l'huile est entraînée dans le plasma sanguin et agitée sous l'influence de la circulation, le camphre se sépare, d'autant plus facilement que la température est en moyenne de 37° (et plus chez les fébricitants) et il passe dans le sang à l'état colloïdal. C'est donc sous cet état que le camphre se trouve, quelque temps après l'injection, dans le plasma sanguin auquel l'huile camphrée avant d'être absorbée a abandonné tout le camphre qu'elle contenait.

Enfin nous pensons que l'action thérapeutique tout à fait remarquable de l'huile camphrée injectée sous la peau tient en grande partie à l'état physique sous lequel le sang amène le camphre au contact des tissus et organes qu'il excite et en particulier le système nerveux et le cœur.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la casse blanche des vins.*
Note (¹) de M. **Fonzes-Diacon**, présentée par M. Charles Moureu.

Dans une étude sur les tannoïdes du vin, titre qui n'avait pas frappé mon attention, M. Laborde avait signalé, avant moi, que la casse blanche des vins est due à la formation, au contact de l'air, d'un phosphate de fer insoluble qui se précipite en entraînant des tannins, des matières protéiques, de la chaux, etc.

Les vins blancs que j'ai examinés étaient fortement atteints de ce défaut; leur vinification avait été effectuée à l'aide d'une solution sulfureuse de phosphate ammonique, laquelle, par son action réductrice et sa forte acidité, facilite l'attaque des parties rouillées de la machinerie et apporte, en outre, un excès de phosphate.

Dans ce milieu réducteur, le fer dissous est à l'état ferreux, mais, l'acide sulfureux s'oxydant à la longue, le phosphate ferrique se forme alors par l'action de l'air, la casse blanche apparaît.

J'ai pu déterminer, dans le dépôt ainsi formé, que le rapport du fer à l'acide phosphorique est celui qui caractérise le phosphate ferrique basique $(P^2O^5)^2(Fe^2O^3)^3$.

Le dépôt, dont la formation est hâtée par l'eau oxygénée, ne renferme

(¹) Séance du 16 avril 1917.

que des traces de chaux, et pourtant, à première vue, celle-ci paraît jouer un rôle important dans le mécanisme de la casse blanche.

C'est ainsi que si l'on précipite, dans l'un de ces vins, des quantités croissantes de chaux, sans toutefois atteindre la précipitation totale, à l'aide de l'acide oxalique ou des oxalates, on constate que le trouble provoqué par l'addition d'eau oxygénée va en diminuant d'intensité; il ne se produit même plus lorsqu'une certaine proportion de chaux, en relation avec l'intensité de la maladie, a été éliminée à l'état d'oxalate.

Il semble donc que la chaux est nécessaire à la formation de la casse blanche.

Mais, en étudiant de plus près ce phénomène, j'ai constaté que si la casse blanche ne se manifestait pas dans les vins ainsi traités, c'est parce que la précipitation de la chaux à l'état d'oxalate est gênée par l'acidité naturelle du vin et par l'acide sulfureux que renferment les vins blancs.

Avec l'acide oxalique et l'oxalate de potassium, ce n'est guère que la moitié de la chaux correspondante à la dose employée qui est précipitée; avec l'oxalate d'ammonium, la proportion en est un peu plus élevée.

Or, la présence de ces petites quantités d'acide oxalique libre ou combiné est suffisante pour qu'un nouvel état d'équilibre s'établisse, lequel s'oppose à la précipitation du phosphate ferrique basique, c'est-à-dire qui retarde ou empêche l'apparition de la casse blanche.

Cette casse étant très fréquente dans les vins blancs de qualité inférieure fortement sulfités et traités au noir animal, qui, mal lavé, apporte des phosphates en excès, certains négociants n'ont pas hésité à traiter ces vins par de petites doses d'acide oxalique ou d'oxalate de potassium, le léger trouble qu'ils présentaient à l'air étant attribué à un excès de sel de chaux; à mon avis, dans bien des cas, ces vins n'étaient atteints que d'une légère casse blanche, dont la manifestation était empêchée par la faible quantité d'acide oxalique restant en dissolution. D'autre part, on leur avait affirmé que ces produits toxiques s'éliminaient en totalité du vin ainsi traité sous la forme d'oxalate insoluble de calcium, fait dont j'ai démontré ailleurs l'inexactitude.

Cette pratique dangereuse, aujourd'hui abandonnée, était complétée par une addition d'acide citrique, spécifique de la casse blanche, mais qui, à lui seul, n'était pas toujours capable de guérir des vins fortement atteints de ce défaut. J'ai constaté, en effet, qu'une dose de 2^g d'acide citrique n'était pas suffisante pour empêcher la casse blanche de se manifester dans

un vin vinifié à l'aide d'une solution sulfureuse de phosphate ammonique, alors que la loi en limite l'emploi à 0,50 par litre.

En résumé, la vinification moderne par les solutions sulfureuses de phosphate d'ammoniaque prédispose les vins, et notamment les vins blancs qui en exigent de plus fortes proportions, à la casse blanche ou phosphatée ferrique.

La manifestation de ce défaut peut être atténuée ou empêchée par l'acide citrique, dont la dose légale sera parfois insuffisante, et par l'acide oxalique ou les oxalates, produits toxiques ne s'éliminant pas en totalité et dont l'emploi est d'ailleurs interdit par la loi.

BACTÉRIOLOGIE. — *Un microbe nouveau,* Mycobacillus synovialis, *causant chez l'Homme une maladie évoluant comme le rhumatisme articulaire.* Note de MM. **A. Chantemesse**, **L. Matruchot** et **A. Grimberg**, présentée par M. J. Costantin.

Le rhumatisme articulaire aigu comprend dans sa pathogénie tant de formes et de causes diverses, qu'il nous a paru intéressant de signaler le fait suivant, que nous avons observé, où l'évolution de la maladie s'est déroulée comme une attaque de rhumatisme articulaire aigu avec endocardite, terminée par une poussée d'encéphalopathie, et qui a été provoquée par une infection sanguine, due à un microbe non encore décrit pouvant être classé entre le groupe des Bactériacées proprement dites et les Champignons.

Examen histologique. — A l'examen histologique, le foie, les surrénales, les reins, la thyroïde, ne montrent rien d'anormal; mais au niveau des plaques d'endocardite on observe, par la double coloration à la thionine-éosine, de nombreux bâtonnets courts, isolés ou en chaînes, entre les couches de fibrine. Dans l'encéphale, la pie-mère se présente épaissie par endroits. Au niveau des épaississements on retrouve des micro-organismes en bâtonnets. La substance corticale présente quelques points de ramollissement microscopique, où l'on voit de nombreux bâtonnets.

Cultures. — L'ensemencement du liquide du ventricule cérébral a permis l'isolement d'un micro-organisme, présentant les mêmes formes que celui trouvé dans les coupes. Il se laisse cultiver facilement dans les milieux usuels.

Caractères des cultures. — *Bouillon.* — 6 à 8 heures après l'ensemencement, trouble léger du bouillon; après 24 heures, le bouillon à peine trouble présente à sa surface

un voile consistant se dissociant très difficilement, d'abord mince et plat, mais s'épaississant constamment et à surface de plus en plus ridée; son bord n'adhère pas au vase.

Bouillon glucosé. — Ne fermente pas.

Lait. — Coagule après une dizaine de jours et digère le caillot. En surface, apparaît un pigment rose saumon caractéristique.

Pomme de terre. — Colonies abondantes, avec pigment rose saumon.

Carotte. — Pousse bien. Colonies visqueuses, globuleuses.

Gélose. — Pousse bien. Colonies en « montagnes de glace », rondes, très plissées, sèches et incrustées dans la gélose, de laquelle on ne les détache qu'avec difficulté.

Gélose Sabouraud-glucose. — Pousse très bien. Colonies abondantes en « montagnes de glace ». Exsudat de gouttelettes visqueuses formées d'une bouillie de micro-organismes.

Étude microscopique. — Ce micro-organisme pousse le mieux à l'air, mais il peut vivre aussi à l'état d'anaérobie.

Dans les cultures très jeunes, c'est un bâtonnet mince, court, parfois légèrement incurvé, très mobile, progressant par des oscillations, prenant le Gram.

Dans les cultures de 6 à 8 heures, il est un peu plus gros et surtout plus long. Il arrive à avoir plusieurs fois sa longueur initiale; les mouvements deviennent plus lourds, la progression se fait par un mouvement spirillaire. On observe à ce stade des formes en accent circonflexe, progressant par rotation autour de la pointe de l'angle. A aucun stade nous n'avons réussi à colorer d'une manière évidente des prolongements ciliaires.

Dans les cultures âgées et surtout au contact de l'air, le microbe prend l'aspect filamenteux et présente des formes ramifiées. Ce sont de longs articles cloisonnés, çà et là ramifiés, enchevêtrés en tous sens, non mobiles, d'un diamètre légèrement variable, mais toujours grêle. Certaines parties du filament prennent le Gram, d'autres non. Ces dernières ne prennent pas les colorants acides et ne prennent que faiblement les colorants basiques.

Dans les cultures âgées, il se forme des spores par enkystement partiel. Le filament qui va sporuler se fragmente en bâtonnets qui restent bout à bout ou se désarticulent. Dans la partie moyenne de chaque bâtonnet il apparaît une zone plus réfringente qui ne prend pas les colorants basiques. La partie centrale du bâtonnet se renfle, le protoplasme médian s'y condense et, quand la spore est formée, elle se présente sur le vivant comme un espace clair, fortement réfringent, au centre d'un élément en *navette* dont les pôles

n'ont pris aucune part à l'enkystement. La spore est facile à colorer par le Ziehl à chaud après l'action de l'acide chromique. Elle est résistante à la chaleur et peut germer même après avoir subi une température de 90° pendant une demi-heure.

On voit que, si le micro-organisme que nous étudions ici peut présenter un véritable mycélium, comme on l'observe dans les *Actinomyces* et formes voisines, il diffère profondément des Actinomycètes (ou Micromycètes) par le mode de formation des spores. Au lieu d'être, comme dans un *Actinomyces* ou un *Nocardia*, disposées en chapelet terminal, les spores, qui sont ici de véritables kystes comme chez les Bactériacées, naissent solitaires, à raison d'une par article.

Le micro-organisme dont nous faisons ici l'étude présente donc des affinités, d'une part avec les bacilles vrais, d'autre part avec les champignons micromycètes. Nous proposons d'en faire le type d'un genre nouveau, sous le nom de *Mycobacillus*, qui rappelle cette double affinité. Nous le dénommons *Mycobacillus synovialis*, pour rappeler son origine et ses réactions cliniques et expérimentales.

Depuis quelques années on cherche à distraire du groupe des Bactériacées vraies, pour en faire un groupe à part, les formes qui ont une tendance plus ou moins marquée à la ramification : ainsi le *Corynebacterium* de la diphtérie, le *Mycobacterium* de la tuberculose, apparentés au genre *Bacterium*. Le *Mycobacillus synovialis* est le premier exemple d'une forme filamenteuse ramifiée apparentée au genre *Bacillus*.

Inoculations. — Nous avons cherché à reproduire expérimentalement sur les animaux la maladie observée chez l'homme.

Sur le *lapin*, par l'injection dans la veine marginale de l'oreille de 2^{cm^3} à 3^{cm^3} d'une culture jeune en bouillon, nous avons déterminé, chez plusieurs individus jeunes, des *arthrites* nettement caractérisées par un gonflement très marqué et par la raideur persistante de la patte. Chez deux de ces lapins, nous avons trouvé des *végétations molles et récentes de l'endocarde.*

Nous avons obtenu, de même, un gonflement très accusé des pattes antérieures chez un cobaye, une semaine après l'introduction dans son péritoine d'un sac de collodion rempli d'une culture en bouillon.

Chez presque tous les animaux inoculés nous avons observé de la *diarrhée* à un certain moment de la maladie.

Quand la dose injectée est considérable, l'animal meurt assez rapidement. Au contraire, à une dose faible et surtout chez l'animal jeune, on détermine simplement des manifestations morbides. La maladie expérimentale ne paraît pas progressive et généralisée. Après l'atteinte d'une jointure, les autres jointures ne se prennent pas. La guérison des arthrites est complète, ne laissant aucune raideur.

L'ensemencement du liquide des jointures malades nous a donné deux fois une culture pure du microbe.

En résumé, il s'agit ici d'une forme humaine de rhumatisme articulaire aigu, évoluant avec des symptômes très rapprochés de ceux de la maladie classiquement décrite sous ce nom, avec ses traits essentiels : fièvre, arthropathie, endocardite, encéphalopathie terminale. Quel est le degré de parenté qui existe entre la forme classique et les symptômes que nous avons observés en ce qui concerne la cause de l'affection, c'est ce que nous ne pouvons déterminer. Les septicémies s'accompagnant de manifestations inflammatoires des séreuses articulaires et autres ne sont pas rares. Dans le groupe de ces affections, il nous a paru que le type que nous décrivons mérite sa place. Il la mérite encore par sa cause originelle, puisqu'il est produit par un microbe d'un genre jusqu'ici inconnu, qui doit siéger, dans la classification botanique, entre les Bactériacées et les Micromycètes.

A 16 heures et demie l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et quart.

E. P.

ERRATA.

(Séance du 16 avril 1917.)

Note de M. *Armand Gautier*, Sur l'activation, par les composés organo-métalliques de l'arsenic, des propriétés curatives de la quinine et du mercure :

Page 591, dernière ligne, supprimer l'expression « médicament d'origine germanique ». — On sait que l'arsénobenzol est bien venu d'Allemagne, mais le novarsénobenzol est xc vement fabriqué par une de nos principales maisons françaises de produits chimiques.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 AVRIL 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Quénu** pour occuper, dans la Section de Médecine et Chirurgie, la place vacante par le décès de M. *Ch. Bouchard*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Quénu** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. *Lecointe*, directeur de l'Observatoire d'Uccle, correspondant du Bureau des longitudes, qui assiste à la séance.

MÉCANIQUE DES SEMI-FLUIDES. — *Hypothèses fondamentales de la mécanique des masses pulvérulentes*. Note de M. **J. Boussinesq**.

I. Les lois mécaniques généralement admises par les physiciens et les ingénieurs, relativement aux massifs pulvérulents comme est notamment un tas de sable, me paraissent trouver leur explication naturelle dans les principes suivants :

1° Il existe pour chaque *particule* d'un tel massif (composée d'une multitude de grains sablonneux), du moins quand on la conçoit isolée de ses voisines, un *état naturel* dans lequel aucune action ne s'exerce entre ses grains, chacun n'étant alors soumis qu'à la pression atmosphérique, mais

uniquement pour son propre compte ou sans action des grains entre eux.

2° La particule peut éprouver, à partir de cet état naturel, *d'invisibles* contractions d'ensemble, moyennement pareilles en tous sens, capables d'y produire entre les grains, à travers tous les éléments plans menés à son intérieur (mais localement et invisiblement déviés de manière à ne pas couper les grains), et par unité d'aire de ces éléments plans, une pression normale commune p, que nous appellerons sa *pression moyenne*. Les grains seront d'ailleurs assez peu compressibles, pour que la compression cubique (ou *dilatation cubique* négative) de la particule, correspondant à cette pression p, échappe à nos mesures ou soit regardée comme négligeable dans les calculs qu'on a ordinairement en vue.

3° La particule comporte, en outre, de *petites* déformations d'ensemble *beaucoup plus sensibles* ne modifiant pas (en moyenne) sa densité, réductibles à trois *dilatations* (ou contractions) *principales* ∂_1, ∂_2, ∂_3 suivant trois directions rectangulaires, dilatations corrélatives à des roulements limités des grains les uns devant les autres et à l'existence, sur les éléments plans de la particule respectivement perpendiculaires à ces directions, de trois *pressions principales* P_1, P_2, P_3, censées positives ou comptées positivement (en raison d'une habitude des mécaniciens géomètres) quand ce sont des *tractions*, mais, en réalité, *toujours négatives* ou *pressions proprement dites*, dans les milieux *sans cohésion* considérés.

Par suite, et d'après les lois générales, bien connues, des pressions dans tous les corps, la moyenne arithmétique de ces trois forces principales P_1, P_2, P_3 n'est autre que la pression moyenne même p, changée de signe; en sorte que les déformations *un peu sensibles* dont il s'agit, qui modifient la figure, mais non d'une manière appréciable le volume, de la particule, paraissent y inégaliser les trois pressions principales P_1, P_2, P_3 sans changer leur moyenne $-p$. Il leur correspond assurément des déformations des grains inégales dans les divers sens et véritablement productrices des différences $P_1 - P_2$, $P_2 - P_3$, mais invisibles comme la contraction cubique à laquelle est dû p.

4° Le massif pulvérulent, à grains sans actions mutuelles quand s'annulent $-P_1$, $-P_2$, $-P_3$ et leur moyenne p, acquiert, au contraire, dès que cette pression p devient positive, une *rigidité*, ou une résistance au glissement mutuel moyen des couches contiguës, proportionnelle à p; ce qui revient à dire, comme on sait, que le rapport des différences $P_1 - P_2$, $P_2 - P_3$ aux doubles différences correspondantes, $2(\partial_1 - \partial_2)$, $2(\partial_2 - \partial_3)$, des dilatations, admet une expression commune mp, où m désigne un

coefficient *unique*, caractérisant la matière pulvérulente considérée, *prise à son degré effectif de tassement*.

5° Si chaque particule, à part, comporte, pour la densité qu'elle a, un *état naturel* où s'annulent P_1, P_2, P_3 avec leur moyenne $-p$, ainsi que les déformations ∂_1, ∂_2, ∂_3, et à partir duquel ∂_1, ∂_2, ∂_3 restent insensibles, quel que devienne p, pourvu que P_1, P_2, P_3 conservent leur égalité, il n'en est généralement pas de même d'un massif entier, qu'on forme d'ordinaire en déposant et superposant peu à peu, en un même endroit, des couches sablonneuses ou terreuses qui se tassent à mesure et irrégulièrement sous leur propre poids ou sous leur choc; en sorte que des particules contiguës ainsi déformées, si on les portait à l'état naturel en les isolant, prendraient des figures incapables de se juxtaposer ensuite ou de constituer un massif d'apparence continue.

II. Toutefois, quand il s'agit (et c'est le cas ordinaire) d'étudier des *déformations planes*, où toutes les couches minces parallèles à un plan vertical des xy sont déformées de même en restant dans leurs plans respectifs, il convient d'admettre aussi, à titre d'hypothèse la plus simple et la première à examiner, que chaque particule de ces couches a perdu son état naturel par des déformations analogues, ou sans sortir de son plan, et pareilles pour toutes les particules juxtaposées suivant une normale à ce plan. Par suite, si l'on amenait une telle particule, en l'isolant de ses voisines, à son état naturel, puis de cet état à celui qui est effectivement le sien, ces changements se feraient par de pareilles déformations la laissant dans son plan et déplaçant de la même manière, dans leurs plans respectifs parallèles, les particules alignées en file perpendiculaire à ces plans.

Ceux-ci seraient dès lors, pour les phénomènes étudiés, des plans de symétrie sur lesquels s'exercerait une *pression principale*, que nous supposerons être P_3; et, de plus, à partir de l'état naturel, la dilatation correspondante ∂_3 serait nulle. La densité n'ayant guère changé ou la dilatation cubique, qui est *sensiblement* $\partial_1 + \partial_2 + \partial_3$, se réduisant à zéro *environ*, on aurait donc $\partial_1 + \partial_2 = 0$, c'est-à-dire une valeur positive pour ∂_1, par exemple, et, à très peu près, la valeur négative contraire pour ∂_2. Dès lors, la double égalité

$$\frac{P_1 - P_2}{2(\partial_1 - \partial_2)} = \frac{P_2 - P_3}{2(\partial_2 - \partial_3)} = mp \tag{1}$$

prend (vu $\partial_3 = 0$ et $_2 = -\partial_1$) la forme

$$\frac{P_1 - P_2}{4\partial_1} = \frac{P_2 - P_3}{-2\partial_1} = mp \tag{2}$$

et donne

$$P_1 - P_2 = 2(P_3 - P_2) \quad \text{ou} \quad P_3 = \frac{1}{2}(P_1 + P_2).$$

Donc la pression moyenne p, ou $-\frac{1}{3}(P_1 + P_2 + P_3)$, devient

$$-\frac{1}{3}\frac{3}{2}(P_1 + P_2) = -\frac{1}{2}(P_1 + P_2) = -P_3.$$

Ainsi, la troisième pression principale P_3, celle qui est normale au plan des déformations, égale, au moins dans l'hypothèse la plus naturelle (par laquelle il convient de commencer), la moyenne arithmétique des deux premières, et *représente*, au signe près, la pression moyenne p. Enfin, les équations (2) donnent, en y remplaçant p par $-\frac{1}{2}(P_1 + P_2)$,

$$\frac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1} = 2m\partial_1. \tag{3}$$

Cette relation, où P_1 et P_2 sont négatifs, signifie, d'après les formules générales des pressions dans tous les corps, que, si l'on considère l'élément plan de la particule *sur lequel s'exerce la pression la plus oblique*, ou pour lequel est maximum le rapport de la composante *tangentielle* $\mathfrak{T}$ de la pression à sa composante *normale* $(-\mathfrak{N})$, cet élément superficiel a sa propre normale dans le plan des déformations (c'est-à-dire des deux dilatations principales *extrêmes* ∂_1, ∂_2), où se trouve aussi la pression la plus oblique, et que l'angle de ces deux droites (*normale* et *pression*), dont la tangente est $\frac{\mathfrak{T}}{(-\mathfrak{N})}$, a pour sinus $\frac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1}$, c'est-à-dire $2m\partial_1$.

III. Or l'analogie, d'une part, des deux couches sablonneuses en contact que sépare cet élément superficiel, avec deux solides tendant à glisser l'un contre l'autre, et, d'autre part, de la composante tangentielle $\mathfrak{T}$ au frottement mutuel de pareils solides sous une pression normale $(-\mathfrak{N})$, porte à leur étendre la loi usuelle du frottement des solides, d'après laquelle le rapport de $\mathfrak{T}$ à $(-\mathfrak{N})$ ne saurait dépasser le *coefficient du frottement mutuel des corps*, ou la tangente de leur *angle* φ *de frottement*, sans amener entre eux un *glissement effectif* ou *fini*, c'est-à-dire, ici, cette instabilité du mode d'agrégation des grains de sable, ou de la *contexture* des particules, qu'on appelle l'*état ébouleux* du massif.

Donc, le produit $2m\partial_1$ atteindra tout au plus la valeur $\sin\varphi$ et rendra dès lors *imminente* la désagrégation de la particule, par glissement mutuel fini des couches que sépare l'élément plan supportant la pression la plus oblique.

Autrement dit, la dilatation principale positive ∂_1 comporte, pour chaque espèce de matière pulvérulente, une *limite supérieure* Δ, exprimée par la formule

$$\Delta = \frac{\sin\varphi}{2m}, \tag{4}$$

et qu'on peut appeler la *limite d'élasticité* de cette matière pulvérulente; car elle est analogue à la limite d'élasticité d'un solide.

On déduit aisément de là que l'angle φ *de frottement intérieur* est aussi *l'angle de terre coulante*, savoir, le plus grand que puisse faire avec l'horizon, à l'état de repos ou sans s'ébouler, la surface libre d'un *talus plan indéfini* de la matière considérée, se soutenant sous son propre poids.

IV. Jusqu'ici, dans la particule sablonneuse de densité donnée, c'est-à-dire *tassée* jusqu'à un certain point ou parvenue à une homogénéité et une isotropie moyennes la rendant désormais beaucoup plus déformable que compressible, je me suis contenté d'admettre, à titre de *postulatum fondamental*, une *rigidité proportionnelle à la pression moyenne p*. Mais, en ne craignant pas d'entrer dans quelques détails, il serait préférable de supposer développables par la formule de Mac-Laurin, en séries rapidement convergentes, les pressions principales P_1, P_2, P_3, fonctions des dilatations également principales ∂_1, ∂_2, ∂_3 (comptées maintenant à partir de l'état naturel). On obtiendrait ainsi :

1° D'une part, la pression moyenne p, jusqu'aux termes du second degré inclusivement, sous la forme

$$p = a\theta + b\theta^2 + c[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2], \tag{5}$$

où θ désigne la dilatation cubique

$$\theta = (1+\partial_1)(1+\partial_2)(1+\partial_3) - 1 = \partial_1 + \partial_2 + \partial_3 + \partial_2\partial_3 + \partial_3\partial_1 + \partial_1\partial_2;$$

car la parité d'expression de p en ∂_1, ∂_2, ∂_3 n'y permettrait que trois termes, respectivement en $\partial_1 + \partial_2 + \partial_3$, $\partial_1^2 + \partial_2^2 + \partial_3^2$, $\partial_2\partial_3 + \partial_3\partial_1 + \partial_1\partial_2$, et, par suite, *trois* coefficients distincts, comme sont a, b et c.

2° D'autre part, les trois différences (*actions déformatrices*) $P_2 - P_3$, $P_3 - P_1$, $P_1 - P_2$, jusqu'aux termes du troisième degré inclusivement, ou, ce qui revient au même, jusqu'aux termes du second degré leurs rapports aux *déformations* correspondantes $\partial_2 - \partial_3$, $\partial_3 - \partial_1$, $\partial_1 - \partial_2$. En effet, la première, par exemple, $P_2 - P_3$, censée exprimée au moyen de ∂_1, $\partial_2 + \partial_3$ et $\partial_2 - \partial_3$, change visiblement de signe avec $\partial_2 - \partial_3$, ou en est fonction

impaire et se trouve divisible par cette dernière variable. Le rapport correspondant, pareil en ∂_2 et ∂_3, ne comporte dès lors que les six termes en $\partial_2 + \partial_3$, ∂_1, $\partial_2^2 + \partial_3^2$, $\partial_2\partial_3$, $(\partial_2 + \partial_3)\partial_1$, ∂_1^2, ou *six* coefficients distincts, et peut s'écrire

$$a'\theta + b'\theta^2 + c'[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)]^2 + (a'' + b''\theta)\,\partial_1 + c''\partial_1^2.$$

Les deux autres rapports s'en déduisant, il vient en tout la formule triple

$$(6)\quad \left(\frac{P_2 - P_3}{\partial_2 - \partial_3}, \frac{P_3 - P_1}{\partial_3 - \partial_1}, \frac{P_1 - P_2}{\partial_1 - \partial_2}\right) = a'\theta + b'\theta^2 + c'[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2] + (a'' + b''\theta)(\partial_1, \partial_2, \partial_3) + c''(\partial_1^2, \partial_2^2, \partial_3^2).$$

Mais l'annulation identique de la somme des trois différences $P_2 - P_3$, $P_3 - P_1$, $P_1 - P_2$ oblige d'abord à poser

$$(7)\qquad c'' = 0.$$

Puis le fait que des déformations quelconques $\partial_2 - \partial_3$, $\partial_3 - \partial_1$, $\partial_1 - \partial_2$ se produisent parfois sans amener aucune pression sensible dans la particule pulvérulente, quand la *contraction cubique* $-\theta$ est assez faible par rapport à ∂_1, ∂_2, ∂_3, prouve que, dans ces circonstances où θ^2 et même les produits de θ par ∂_1, ∂_2, ∂_3 sont négligeables devant θ, les formules (5) et (6) deviennent

$$a\theta + c[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2] = 0,$$
$$a'\theta + c'[(\partial_3 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2] + a''(\partial_1, \partial_2, \partial_3) = 0;$$

ce qui oblige à poser, outre (7),

$$(8)\qquad a'' = 0 \quad \text{et} \quad \frac{a'}{a} = \frac{c'}{c} = \text{une même constante } 2m.$$

Dès lors, les phénomènes étudiés le plus habituellement se faisant sans contractions cubiques $(-\theta)$ qui soient comparables à ∂_1, ∂_2, ∂_3, on peut encore, même *quand la pression moyenne p est très sensible*, y négliger, à côté de θ, non seulement θ^2, mais aussi les produits de θ par ∂_1, ∂_2, ∂_3. Les seconds membres des trois équations (6) se réduisent ainsi à $2mp$. Et il vient, au lieu de (6) et (5),

$$(8)\quad \begin{cases} P_2 - P_3 = 2mp(\partial_2 - \partial_3), \quad P_3 - P_1 = 2mp(\partial_3 - \partial_1), \quad P_1 - P_2 = 2mp(\partial_1 - \partial_2), \\ p = a\theta + c[(\partial_2 - \partial_3)^2 + (\partial_3 - \partial_1)^2 + (\partial_1 - \partial_2)^2]. \end{cases}$$

En résumé, cette démonstration plus complète continue à indiquer *une*

rigidité mp proportionnelle à la pression moyenne p. Mais la pression moyenne n'est pas simplement en raison directe de la *contraction cubique* $(-\theta)$, comme il aurait semblé naturel de le penser; elle s'accroît d'une partie proportionnelle à la somme des carrés des trois *déformations principales* $\partial_2 - \partial_3$, $\partial_3 - \partial_1$, $\partial_1 - \partial_2$. Celle-ci est-elle purement théorique? L'observation pourrait seule, sans doute, nous l'apprendre.

MÉTÉOROLOGIE. — *Les violentes canonnades peuvent-elles provoquer la pluie?* Note de M. le Général **Sebert.**

Dans notre dernière séance M. Deslandres a entretenu l'Académie d'une question controversée, celle de l'influence possible des canonnades violentes sur la chute de la pluie.

Il a rappelé un certain nombre de faits qui peuvent justifier la croyance que de fortes pluies, qui sont arrivées au cours ou à la suite de grandes batailles célèbres, ont été provoquées par les canonnades échangées au cours de ces batailles.

Ces faits se rapportent tout au moins à des phénomènes atmosphériques locaux et M. Deslandres s'est demandé si ces phénomènes ne trouveraient pas leur explication dans une ionisation de couches atmosphériques voisines, provoquée par le frottement des projectiles et de leurs éclats ou même par l'afflux des gaz chauds émis par les bouches à feu ou par les explosions de projectiles et de mines.

Il fait remarquer que la chute de la pluie ne paraît d'ailleurs pouvoir être déterminée par ces causes accidentelles que si l'air se trouve déjà, dans la région intéressée, dans un état de saturation, tel que la condensation de la vapeur d'eau qu'il renferme soit facile à provoquer.

Mais il signale aussi que pour élucider complètement la question il serait nécessaire de réunir des données précises, dans chaque cas particulier, sur les circonstances dans lesquelles les phénomènes ont été observés et notamment sur les conditions locales et générales de l'atmosphère et sur l'importance et l'étendue des chutes d'eau observées.

Je voudrais compléter, sur certains points, l'étude de cette question qui présente une grande complexité et à laquelle les circonstances actuelles donnent un intérêt particulier.

La Communication de M. Deslandres vise surtout des actions locales et a laissé un peu de côté les effets qui peuvent avoir été produits aussi à grande distance, comme cela peut avoir eu lieu par l'effet de courants

gazeux, entraînés par les vents régnants, mais ayant leur origine dans la région affectée par les canonnades.

M. Lemoine a signalé aussi, au cours de la même séance, que les pluies locales, ainsi déterminées par les canonnades, ne semblent pouvoir être que des pluies de faible durée et non des pluies prolongées pouvant entraîner des inondations.

On peut se demander cependant si, par suite de l'intensité formidable qu'ont prise, dans ces derniers temps, les canonnades échangées sur toute l'étendue du front occidental, il n'y a pas eu production corrélative, même à grande distance, de perturbations atmosphériques ayant pu, dans certains cas, amener des pluies violentes et prolongées.

Différentes remarques que je rappelle ci-après et que j'emprunte à une Note que j'avais préparée, il y a quelque temps déjà, pour chercher à appeler l'attention sur cette question controversée, semblent indiquer que ces canonnades ont pu avoir aussi une influence sensible sur des perturbations atmosphériques se propageant dans des directions variées et qui se sont étendues parfois fort loin des localités où se produisirent les tirs d'artillerie ou les explosions de mines qui les ont engendrées.

Des faits insolites, souvent observés, depuis le commencement de la guerre, tout au moins depuis le moment où la guerre de tranchées a pris une grande intensité, ont contribué à faire naître, chez beaucoup de personnes, en France, la conviction que les violentes canonnades provoquent des pluies inattendues.

On a souvent, en effet, observé, en différents lieux, de brusques changements de temps que la marche du baromètre ne faisait pas prévoir. Des pluies abondantes sont survenues souvent, à l'improviste, en succédant brusquement à des jours de soleil et de beau temps, sans que rien ne vînt les annoncer.

On a, pendant la période d'hiver, constaté des inversions de températures difficilement explicables, les froids et les chutes de neige se manifestant plutôt dans la région méridionale de la France que dans la région du Nord et s'étendant même en Espagne et en Algérie.

On a constaté, enfin, des irrégularités nombreuses dans les phénomènes météorologiques locaux des différentes régions de notre pays.

Ces faits semblent étendre à des régions éloignées l'action de perturbations insolites et répétées, dont on ne voit facilement l'origine que dans les événements, également insolites, que constituent les opérations de la guerre actuelle et il est naturel de rapprocher ces deux ordres de phénomènes.

En laissant de côté les observations rappelées par M. Deslandres, à

propos des chutes de pluies locales survenues à la suite des grandes batailles, ces mêmes faits ont remis en mémoire des controverses qui ont défrayé, il y a un certain nombre d'années, les chroniques scientifiques de notre pays et qui ont laissé même leurs traces dans nos *Comptes rendus*.

On sait que, sous le deuxième Empire, un pharmacien de Saint-Brieuc, M. Le Maout, qui avait aussi appelé l'attention sur lui par quelques autres singularités, avait cru pouvoir établir la réalité de ce fait que les violents tirs d'artillerie provoquent souvent à grande distance des chutes de pluie abondantes.

Au moment de la guerre de Crimée, alors que par suite de l'absence de communications télégraphiques, les nouvelles des engagements ne pouvaient parvenir que tardivement en France, il prétendait même pouvoir, par l'observation des pluies survenues à Saint-Brieuc, annoncer quelques jours à l'avance que des batailles violentes devaient avoir eu lieu en Crimée.

Il eut la chance d'annoncer ainsi au Ministre de la Guerre la bataille d'Inkermann et l'attaque de Sébastopol, et ces incidents, qui lui donnèrent une certaine notoriété, lui permirent d'obtenir que des expériences officielles fussent entreprises pour rechercher si vraiment les tirs d'artillerie pouvaient provoquer la pluie.

Ces expériences, qui ne purent naturellement être exécutées dans des conditions analogues à celles qui se présentent lors des grandes batailles et de façon à permettre des observations à distance, mirent seulement en évidence le fait que mentionne la Communication de M. Deslandres, à savoir que, lorsque l'air est saturé de vapeur d'eau, une commotion violente, comme celle que produisent les détonations d'armes à feu ou les explosions de mines, suffit pour provoquer la condensation de la vapeur d'eau et, par suite, une chute locale de pluie.

M. Le Maout n'en continua pas moins à rattacher les chutes de pluie qu'il observait aux batailles lointaines qui pouvaient avoir lieu à cette époque et, lors de la campagne d'Italie, il persistait encore, avec plus ou moins de succès, à annoncer quelques jours à l'avance, d'après ses observations, les engagements qui avaient dû se produire en Italie.

Les faits allégués par M. Le Maout, s'ils étaient avérés, ne pouvaient évidemment s'expliquer qu'en admettant que les perturbations atmosphériques provoquées par les violentes canonnades peuvent être transmises à grandes distances, dans certaines directions et probablement par des courants d'air ou de gaz se propageant dans les régions supérieures de l'atmosphère.

Cette explication n'a rien d'inadmissible si l'on se rappelle que pendant longtemps, après la violente explosion du Krakatoa, des troubles notables restèrent visibles, en Europe même, dans les régions supérieures de l'atmosphère.

On est donc, semble-t-il, comme on l'a fait plusieurs fois, dans ces derniers temps, en droit de formuler l'opinion que, tout au moins, les pluies qui se sont produites à l'improviste, en divers lieux et qui se sont succédé souvent avec une fréquence inexplicable, étaient provoquées par les canonnades violentes échangées sur le front.

A différentes reprises, les journaux officieux se sont efforcés de combattre cette croyance. Ils s'appuyaient sur de prétendues considérations scientifiques et ils invoquaient l'opinion des Services compétents qui ont pu déclarer que rien ne vient justifier la croyance en question, car les observations météorologiques officielles ne mettent en évidence aucun fait probant à l'appui.

Les moyennes observées pour les pluies ou pour la température seraient, en effet, sensiblement restées les mêmes que les années précédentes et elles ne font pas ressortir, dans les phénomènes météorologiques, des variations qui puissent faire soupçonner des perturbations provoquées par les tirs d'artillerie.

Pour justifier leur opinion, les personnes qui font autorité en la matière s'appuient notamment sur ce fait que l'atmosphère du globe présente une masse considérable, comparée à celle des afflux de gaz que peuvent lancer les canons ou les mines, dont les explosions pourraient être aussi invoquées, comme élément de perturbation atmosphérique et que, par suite, ces différentes causes de perturbation ne peuvent provoquer que des effets insignifiants sur l'ensemble de l'atmosphère.

Mais, en y réfléchissant, on peut se demander si c'est bien ainsi que la question doit être envisagée.

Il ne s'agit pas, en effet, de la mise en mouvement de la masse entière de l'atmosphère ou même seulement d'une portion étendue de cette masse.

Ne peut-on pas admettre que des tirs violents d'artillerie ou des explosions fortes et nombreuses produisent des courants de gaz et d'air chaud ascendants qui, en s'élevant au-dessus de la région où ont lieu ces tirs ou ces explosions, viennent déplacer des volumes notables d'air froid dans les couches élevées de l'atmosphère.

Ne peut-on pas supposer que cet air froid doit être entraîné, à une certaine distance, dans une direction variable, suivant le vent qui règne à ce

moment et que, dès lors, il peut provoquer, en certains endroits, des chutes de pluie, lorsqu'il rencontre, sur son trajet, des couches d'air plus chaudes et saturées d'humidité.

On ne se trouve pas dans un cas où il y ait lieu de considérer un déplacement général de l'atmosphère, mais dans un cas analogue à celui qu'on observe lorsque, dans une cuvette d'eau, par exemple, on détermine de simples déplacements de filets liquides, en provoquant des agitations locales dans la masse fluide, ou même dans un cas analogue à celui que provoque, en petit, dans l'atmosphère, la marche de certaines cheminées d'usines.

Pour vérifier l'exactitude de l'hypothèse ainsi formulée, il suffirait de noter les lieux où se sont produits, d'une part, à certains jours, de violentes canonnades, ainsi que ceux où, d'autre part et à peu de temps de distance, on a observé des pluies régionales, de caractère insolite, en recherchant en même temps, si possible, quelle pouvait être la direction des vents régnant alors dans les couches élevées de l'atmosphère.

Pour faire, après coup, des recherches de cette nature, en utilisant les observations locales qui ont pu être notées en différents lieux et les rapprochant des principales luttes d'artillerie qui peuvent être connues, il faudrait pouvoir rechercher, dans les Bulletins météorologiques, les directions des vents régnants aux dates correspondant à ces données; malheureusement, depuis la guerre, on a supprimé, dans les Bulletins du Bureau météorologique de Paris, la publication des indications concernant la direction du vent et des pressions barométriques, dont la connaissance aurait pu fournir à nos ennemis des renseignements utiles pour les incursions des aérostats.

Ce seraient donc seulement les météorologistes officiels qui pourraient, dans leurs archives restées secrètes, trouver les données voulues pour faire les investigations qui permettraient de vérifier l'hypothèse qui précède.

Ce serait là d'ailleurs un long travail que le personnel peu nombreux, attaché au Bureau météorologique, n'aurait pas le temps d'effectuer et l'on ne peut que regretter que le défaut de publication des Bulletins météorologiques complets ne permette pas, pour entreprendre ce travail, de faire appel au concours d'observateurs bénévoles, qui pourraient disposer, peut être, de loisirs suffisants, pour mener à bien une besogne de ce genre.

Si ce travail pouvait être entrepris systématiquement, il ne serait pas téméraire de penser qu'il pourrait amener d'heureuses conséquences en ouvrant la voie à suivre pour déduire, des observations météorologiques

actuelles, des données nouvelles utilisables pour les prévisions qu'on peut formuler, au sujet des perturbations atmosphériques, d'étendue restreinte, susceptibles d'affecter des localités déterminées.

Il n'est pas interdit de penser qu'on peut aujourd'hui, en utilisant les observations combinées de la direction du vent et de la pression barométrique, relevées en des stations données d'une région déterminée, établir la carte des mouvements atmosphériques dans cette région, et tracer sur la carte de cette région, la direction des courants et des vents, en chaque point, au moment de l'observation.

Dans des ouvrages remarquables qu'il a publiés, il y a plusieurs années déjà, sous le titre de *Géométrie des feuillets* (¹). M. René de Saussure, l'un des descendants du premier explorateur du Mont Blanc, a fait connaître une méthode qui, en partant du tracé des courbes isobares, complétées par l'indication de la direction du vent pour les différentes stations d'observation, permet de tracer, sur une carte météorologique, les courbes représentatives des mouvements de l'atmosphère, faisant connaître la direction du vent, en chaque point, à la date des observations.

Il a reproduit un exemple intéressant de ces cartes météorologiques d'après un tracé établi par les soins de M. Jean Bertrand, ingénieur belge, et qui a paru d'abord dans le Bulletin de la Société belge d'Astronomie. Ce tracé indiquait l'état de l'atmosphère, à la date du 16 octobre 1886, pour l'Europe et l'Océan Atlantique, et il mettait en évidence l'existence, à ce jour, de deux centres cycloniques remarquables : l'un de minimum, l'autre de maximum de pression.

Cet exemple s'appliquait à une grande étendue de l'atmosphère, mais on peut admettre que les mêmes méthodes de tracés pourraient permettre d'établir aussi des cartes météorologiques, de moindre étendue et à plus grande échelle, qui pourraient donner des indications plus utiles encore.

Ces cartes pourraient étendre aux services agricoles de certaines régions les prévisions que permettaient déjà d'établir les cartes moins complètes que publiait, avant la guerre, le Bureau météorologique, mais qui n'étaient guère utiles qu'aux navigateurs.

Il paraît possible de songer aujourd'hui à entreprendre systématiquement des travaux de ce genre, pour l'étude et l'enregistrement des perturbations

(¹) Voir notamment : René de Saussure, *Exposé résumé de la géométrie des feuillets; Nouvelle géométrie de l'espace, etc.* Genève, imprimerie Albert Kundig; 1910.

locales qui peuvent intéresser spécialement certaines régions, au point de vue agricole et ainsi pourrait se trouver réalisé complètement le programme qu'avaient envisagé les promoteurs de la création des services météorologiques dans notre pays.

Pour permettre la réalisation de ce projet, il reste à souhaiter que les pouvoirs publics, se rendant compte de l'importance que peut présenter, pour l'agriculture de notre pays, la connaissance de renseignements de ce genre, mettent à la disposition de nos bureaux météorologiques et de nos stations agronomiques le personnel nécessaire pour leur permettre d'effectuer régulièrement la recherche de ces renseignements.

Ce ne serait pas une des conséquences les moins imprévues de la guerre actuelle si les études faites pour la détermination des effets accidentels produits dans l'atmosphère par les tirs d'artillerie conduisaient ainsi au développement de nos services météorologiques et à la réalisation de progrès dans la publication de documents utiles à notre pays.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Des antiseptiques réguliers et irréguliers*. Note de MM. **Charles Richet**, **Henry Cardot** et **Paul Le Rolland**.

I. Nous nous sommes posé une question qui jusqu'à présent n'avait pas, à notre connaissance, été abordée encore, à savoir : quelles sont les variations d'activité d'une fermentation quand on opère dans des conditions qui paraissent identiques [1].

Autrement dit, le même liquide de culture est réparti par quantités égales dans un assez grand nombre de tubes identiques, toutes conditions d'ensemencement et de température étant aussi égales que possible. Au bout du même temps on dose la quantité d'acide lactique formé dans chaque tube. Si l'on prend la moyenne de cette acidité, quel est, pour chaque tube, l'écart de la moyenne ? et quel est l'écart moyen de la moyenne ?

Soient 100 tubes dont l'acidité moyenne est A.

L'écart moyen absolu est ε : c'est la moyenne arithmétique des écarts.

---

(1) Nous n'avons étudié la question que sur un seul bacille lactique. Mais on peut supposer que des organismes aussi similaires que le sont les Bactériacées vivent suivant des lois qui ne sont pas fondamentalement différentes, de sorte que les données obtenues sur un seul bacille comportent, probablement, en même temps qu'une certaine spécification, une généralisation très étendue.

Cet écart moyen absolu, divisé par l'acidité moyenne A, nous fournit un nombre auquel nous donnerons le nom *d'écart moyen relatif* ([1]).

Ce nombre, important à considérer, caractérise la plus ou moins grande régularité avec laquelle pousse le même ferment dans les divers tubes d'un même lot.

Des expériences nombreuses ont été faites, où les conditions de température, d'acidité finale, d'ensemencement, de doses antiseptiques, ont été variables. Nous donnerons d'abord la moyenne globale des écarts relatifs.

Conditions du milieu.	Écart moyen relatif.	Nombre de dosages.
En milieu normal (témoins)............	0,089	1387
En présence d'azotate de thallium.......	0,195	414
En présence de bichlorure de mercure...	0,162	886

II. Ainsi, avec les sels de mercure et de thallium, l'écart moyen relatif est beaucoup plus fort qu'avec les témoins.

Afin de rendre plus saisissante encore l'extrême irrégularité des écarts de la moyenne en présence du sublimé, nous donnerons tous les nombres se rapportant à une de nos expériences, dans laquelle l'écart a été très grand.

Dans les tubes témoins et dans les tubes contenant $0^g,02$ par litre de $HgCl^2$ il s'agissait du même liquide de culture. L'ensemencement, la culture et le dosage ont été faits dans des conditions identiques pour les deux séries. La quantité de liquide fermentescible était de 10^{cm^3}, et le dosage était fait, en présence de la phénolphtaléine, par une solution de KOH à $1^g,46$ par litre. Les nombres indiqués représentent les centimètres cubes de la solution potassique nécessaires à la neutralisation.

([1]) Dans une expérience préliminaire nous avons ajouté de l'acide lactique à une masse de petit-lait rendu infermentescible par l'addition d'un excès de créosote. Après diverses opérations analogues aux opérations faites sur des petits-laits fermentescibles, c'est-à-dire après répartition en tubes, chauffage à l'autoclave, séjour à l'étuve, nous avons constaté au dosage que les écarts obtenus, dus uniquement aux erreurs expérimentales, sont négligeables vis-à-vis de ceux que l'on rencontre lorsqu'il y a eu fermentation.

Tubes témoins.		Tubes au sublimé.	
cm³	cm³	cm³	cm³
24,8	22,6	27,2	3,5
24,6	22,5	20,1	3,2
24,5	22,0	16,6	2,7
24,4	21,6	12,8	1,9
24,3	21,6	12,3	1,3
24,2	21,1	8,0	1,3
24,0	21,1	7,9	1,0
23,9	20,9	6,6	0,4
23,7	19,0	5,4	0,4
23,6	17,5	4,5	0,3
23,3	16,6	4,4	0,3
		3,8	0,0
		3,6	

	Tubes témoins.	Tubes au sublimé.
Acidité moyenne..........	22,35	6,01
Écart moyen absolu........	1,80	5,10
Écart moyen relatif........	0,08	0,83

Ces nombres montrent en toute évidence la grande variabilité du croît (de zéro à un nombre très supérieur à celui de n'importe quel témoin) pour les liqueurs contenant du sublimé, tandis que le lot des témoins présente une bonne homogénéité.

III. Avec certains antiseptiques, en particulier avec le fluorure de sodium, les résultats obtenus ont été tout autres.

La moyenne de l'écart moyen relatif, résultant de 432 dosages, a été de 0,066, alors que pour les témoins cet écart moyen relatif était de 0,090. Par conséquent, avec le fluorure de sodium, non seulement l'écart moyen n'est pas supérieur, mais encore il est inférieur à celui des témoins.

Ajoutons que, pour ces derniers, la valeur moyenne globale de l'écart est relativement constante, pourvu, bien entendu, qu'elle se rapporte à un lot d'expériences nombreuses et assez variées quant à la phase de la fermentation à laquelle a été effectué le dosage. Par exemple, trois séries de tubes témoins, à savoir : 434 témoins des expériences au bichlorure de mercure, 589 témoins des expériences à l'azotate de thallium, 283 témoins des expériences au fluorure de sodium ont donné respectivement des écarts relatifs de 0,098, 0,091 et 0,084, c'est-à-dire des nombres peu différents. Un autre lot de 72 tubes témoins a donné 0,081.

Le chlorure de magnésium se comporte comme le fluorure de sodium. L'écart moyen relatif pour 325 tubes contenant cet antiseptique a eu une valeur moyenne de 0,063, moindre par conséquent que celle des témoins.

IV. On peut chercher à serrer de plus près les faits fournis par l'expérience, en considérant, non plus la valeur globale de l'écart relatif, mais ses variations en fonction de l'acidité atteinte au moment du dosage.

Le Tableau ci-dessous résume les résultats obtenus, soit en l'absence de tout antiseptique, soit en présence de bichlorure de mercure ou de fluorure de sodium :

Acidité en centimètres cubes de la solution potassique.	Valeur moyenne de l'écart relatif. Milieu normal (témoins).	Milieu additionné de bichlorure de mercure.		Milieu additionné de fluorure de sodium.
De 0 cm³ à 5 cm³	0,174	0,408		0,068
De 5 à 10	0,114	0,203		0,064
De 10 à 20	0,076	0,119	0,103	0,066
De 20 à 50	0,064	0,039		

A l'inspection de ces nombres, deux remarques s'imposent de façon formelle :

1° A acidité égale, l'écart relatif est presque constamment plus grand en présence de mercure qu'en milieu normal; il est au contraire, pour les tubes à fluorure de sodium, nettement inférieur à celui des normaux.

2° Aussi bien en milieu normal qu'en présence de bichlorure de mercure l'écart relatif décroît quand l'acidité augmente. Pour les acidités fortes, supérieures à 20^{cm^3} de la solution de dosage, il est faible dans tous les cas, et la divergence entre témoins, tubes à sublimé et tubes à fluorure, disparaît à peu près complètement.

Les faits qui viennent d'être exposés font bien ressortir le contraste qui se marque, au moins dans les premières phases de la fermentation, entre l'action en quelque sorte régularisante du fluorure de sodium et les extrêmes irrégularités de la croissance en présence des sels de mercure ou de thallium.

V. Une opposition analogue apparaît si l'on aborde par un tout autre côté la question des antiseptiques.

Nous avons recherché quelle est, pour diverses substances, la dose nécessaire pour obtenir une action antiseptique donnée, soit une diminution du croît de 50 pour 100 par rapport au croît des témoins. Même en prenant toutes les précautions possibles pour assurer la constance du milieu de culture, de la semence utilisée, de la température de l'étuve, cette dose varie d'une expérience à l'autre : il ne paraît donc pas que l'on puisse faire une telle détermination avec une bien grande précision.

Mais, fait important à constater, les résultats obtenus sont infiniment plus irréguliers avec certains antiseptiques qu'avec d'autres.

Ainsi, dans une vaste série d'expériences sur le fluorure de sodium, la dose produisant une diminution de croît de 50 pour 100 a oscillé autour d'une valeur moyenne de 0,2 pour 1000, les deux valeurs extrêmes étant 0,05 et 0,79 pour 1000. Pour le phénol, la marge de variation s'est étendue de 0,44 à 1,38 pour 1000; pour le chlorure de magnésium, de 2 à 28 pour 1000. Dans ces trois cas, les oscillations ont été assez amples, sans doute, mais du moins les nombres obtenus renseignaient-ils d'une façon à peu près satisfaisante sur l'ordre de grandeur de la dose en question.

Au contraire, avec le bichlorure de mercure, les résultats des diverses expériences, d'ailleurs fort nombreuses, sont assez disparates pour interdire toute détermination correcte d'une moyenne : dans une expérience, la dose donnant un croît de 50 pour 100 a été de 0,0004 pour 1000; dans une autre de 0,0300 pour 1000! Même irrégularité avec l'arséniate de soude car alors la dose passe de 0,0001 à 0,0400 pour 1000.

VI. Nous ne tenterons pas ici d'interpréter les faits expérimentaux qui viennent d'être signalés; il faudrait, pour le faire, tenir compte d'un ensemble complexe de conditions que nous étudions et sur lesquelles nous nous réservons de revenir ultérieurement. Car c'est pénétrer ainsi dans une des plus graves questions de biologie générale et d'hérédité. Disons seulement qu'il paraît possible de dissocier les antiseptiques en deux groupes, selon que leur action est régulière ou irrégulière, et qu'il y aurait peut-être intérêt, au point de vue de la pratique chirurgicale, à employer surtout ceux dont l'action est très régulière, et dont le fluorure de sodium fournit un exemple typique.

Nous présenterons prochainement la liste des antiseptiques réguliers et irréguliers, classés d'après la grandeur de l'écart moyen, classement qui introduit un élément nouveau, inconnu jusqu'à présent, parce qu'on ne l'avait pas recherché encore : la régularité dans l'action antiseptique.

M. B. **Baillaud**, en présentant le 4e cahier des *Travaux de l'Observatoire de Marseille*, attire l'attention de l'Académie sur cet important catalogue, élaboré par M. Esmiol, des 546 nébuleuses découvertes et observées à Marseille de 1869 à 1885 par M. Stephan, alors directeur de l'Observatoire. Ces observations avaient été publiées dans divers recueils. M. Esmiol en a formé un catalogue rapporté à l'équinoxe de 1900,0. Ce catalogue, précédé de la réduction des observations, est suivi des descriptions des nébuleuses par M. Stephan et de la comparaison de la plupart des observations de M. Stephan avec celles de M. Bigourdan.

« Ce catalogue, écrit M. H. Bourget, met bien en évidence l'activité de l'Observatoire dans les années qui ont suivi sa fondation; il témoigne de l'excellence du miroir sorti des mains de Foucault et fait regretter que l'État n'ait pu encore donner les crédits nécessaires à la monture métallique de cette belle pièce d'optique. »

GÉOLOGIE. — *Les dépôts quaternaires marins de la région de Bône et de La Calle (Algérie)*. Note (1) de MM. **Ch. Depéret** et **L. Joleaud**.

Le littoral de Bône offre, depuis le cap de Fer jusqu'à la frontière algéro-tunisienne, une remarquable série de lambeaux quaternaires marins affectant le faciès de *panchinas*, c'est-à-dire de grès tendres à menus graviers de quartz et débris de coquilles, cimentés par un ciment calcaire jaunâtre. Nous les étudierons en allant de l'Ouest à l'Est.

1° *Herbillon*. — Un peu à l'est du cap de Fer, le village d'Herbillon est construit en partie sur une pente de *panchina* quaternaire plongeant vers la mer sous un angle de 45° environ et disparaissant sous le rivage actuel. Le lambeau, exploité comme pierre à bâtir, tapisse, sur une dizaine de mètres d'épaisseur, le flanc de la falaise granitique et s'élève jusqu'à la cote maximum de 94^m. L'existence d'une ancienne ligne de rivage vers cette altitude est prouvée par deux faits : la transformation du falun marin en un calcaire travertineux continental à *Helix* dans la partie la plus haute

(1) Séance du 16 avril 1917.

de l'affleurement, et la disposition brusquement plus abrupte de la falaise granitique à partir de la cote 94. On doit conclure à une ancienne ligne de rivage comprise entre 94^m et 100^m.

La *panchina* des carrières d'Herbillon contient de nombreuses coquilles marines, toutes de petite taille, et le plus souvent fragmentées et roulées. Nous avons pu cependant y reconnaître les espèces suivantes :

Nassa reticulata L., *Rissoa cimex* L., *Rissoa lineata* Risso, *Rissoa costata* Adanson, *Amycla corniculum* Olivi, *Odostomia excavata* Phil., *Bittium lacteum* Phil., *Triforis perversus* L., *Fissurella italica* Defr., *Venus ovata* Penn., *Mactra subtruncata* Da Costa, *Nucula nucleus* L., *Arca lactea* L.

Des recherches suivies accroîtraient beaucoup cette liste, composée d'espèces toutes vivantes dans la Méditerranée, et dont aucune n'est caractéristique d'un Quaternaire aussi ancien. C'est la reproduction, avec un faciès identique, du falun marin du cap Ferrat que l'un de nous a observé jusqu'à l'altitude de 85^m au moins sur la côte niçoise.

La *panchina* d'Herbillon contient en outre des *Helix* du groupe des *Iberus* avec une *Succinea* du groupe *debilis*, et l'on y rencontre assez souvent des ossements de Mammifères terrestres. Nous y avons recueilli une extrémité articulaire de côte et des fragments de bassin d'un très gros herbivore, probablement du genre *Hippopotamus*.

2° *Cap de Garde*. — Une formation quaternaire marine, de faciès identique à celle d'Herbillon, se retrouve, avec un développement plus important, au nord de Bône, où elle a été exploitée en petites carrières depuis l'époque romaine. Elle repose tantôt sur les cipolins primaires, tantôt sur les gneiss. Son extension a été indiquée, assez inexactement d'ailleurs, par M. Seligman-Lui sur la feuille Bône-Bugeaud de la Carte géologique d'Algérie (1905). Là, comme à Herbillon, la *panchina* quaternaire tapisse irrégulièrement le flanc très incliné de la pente gneissique, depuis le rivage actuel où elle disparaît sous les eaux de la Méditerranée, jusqu'à la cote 93^m, au-dessus du marabout de Sidi-Naouh. En ce point, elle couronne le sommet des gneiss et domine par une petite falaise abrupte (où se creuse une grotte) le rivage nord très escarpé et sauvage du cap de Garde. De même qu'à Herbillon, le falun marin passe à sa partie supérieure à des limons et à des travertins rougeâtres à *Helix*, d'origine continentale, qui finissent par former une simple croûte travertineuse, s'élevant un peu plus haut que le grès marin. Ici également, on est amené à admettre

l'existence d'une ancienne ligne de rivage à une altitude comprise entre 93^m et 100^m.

Non loin de la bifurcation du chemin du sémaphore et de celui qui mène au cap de Garde, on observe, *au-dessous* de la *panchina* marine, une épaisse couche de limon rouge de décalcification, attestant une *phase négative*, avec un important abaissement de la ligne de rivage, immédiatement antérieure à la *phase positive* qui a amené la ligne de rivage jusqu'à l'altitude d'environ 100^m. Par contre, d'autres couches de limons rouges et de travertins continentaux à *Helix* et *Rumina* recouvrent en certains points le grès marin, et sont bien visibles notamment dans les fossés de la batterie du fort Génois. Ces formations continentales sont la preuve d'une nouvelle phase négative importante qui a succédé immédiatement au dépôt des grès marins du niveau de 100^m. Les oscillations de la ligne de rivage se montrent ainsi dans cette région, avec une netteté des plus remarquables.

La *panchina* du cap de Garde renferme des coquilles marines, le plus souvent réduites à de menus fragments roulés. Deshayes (¹) y a signalé : *Cardium edule*, *Corbula mediterranea*, *Rissoa Montagui*, *Trochus tessellatus*. Le général de Lamothe (²) y indique *Cardita calyculata*. Nous y avons nous-mêmes recueilli, près de la grotte de Sidi-Naouh, *Bittium lacteum*, *Thecidea papillata*, ainsi que des débris de Balanes et de Bryozoaires. C'est là, comme à Herbillon, une *faune méditerranéenne banale*, sans aucune espèce caractéristique du vieux Quaternaire.

On observe en outre au cap de Garde, soit dans le falun marin, soit dans les travertins rouges qui le recouvrent, de nombreuses coquilles terrestres, dont M. Pallary (³) a donné la liste suivante :

Leucochroa candidissima Drap., *Helix pachya* Bourg., *H. tetragona* Mor., *H. subcantiana* Bourg., *H. variabilis* Drap., *H. Rozeti* Mich., *H. Milsomi* Hagenm., *H. trochlea* Pfeif., *H. conoidea* Drap., *H. acuta* Müll., *Buliminus pupa* Brug., *Cyclostoma sulcatum* Drap.

M. Pallary fait remarquer que deux de ces espèces, *Helix Milsomi* et

---

(¹) DESHAYES, *in* BOURGUIGNAT, *Paléontologie des Mollusques terrestres et fluviatiles de l'Algérie*, 1862, p. 34.

(²) DE LAMOTHE, *Les anciennes lignes de rivage du Sahel d'Alger* (*Mém. Soc. géol. de France*, 4e série, t. I, n° 6, 1911, p. 206).

(³) PALLARY, *Les Mollusques fossiles terrestres, fluviatiles et saumâtres de l'Algérie* (*Mém. paléontol. Soc. géol. de France*, t. IX, fasc. 1, 1901, p. 52).

H. subcantiana, sont éteintes, ce qui entraîne ce naturaliste à considérer à tort la formation marine du cap de Garde comme pliocène et non quaternaire. Il s'agit en réalité d'un Quaternaire extrêmement ancien (Sicilien).

Une curieuse forme, que nous avons observée dans la *panchina* du ravin au nord du fort Génois, est une *variété à carène très prononcée* de l'*Helix trochlea* Pfeiffer, que M. Bourguignat a figurée (*Malacologie de l'Algérie*, pl. 32, *fig.* 18) sans la nommer et que nous proposons de désigner comme variété régionale *Gardensis*. Il est intéressant de constater que cette même variété continue de vivre abondamment sur les pentes sud du sémaphore du cap de Garde, point où elle est tout à fait spéciale. C'est un curieux exemple de *localisation* géographique très étroite d'une forme d'*Helix* depuis le début des temps quaternaires.

Comme à Herbillon, la *panchina* du cap de Garde contient aussi des ossements de grands Mammifères terrestres : dans un petit ravin très étroit qui débouche abruptement au rivage au nord du fort Génois, nous avons observé en place dans le grès marin plusieurs os des membres à peu près entiers d'un *Elephas* que l'absence de molaires ne permet malheureusement pas de déterminer.

Avant de terminer cette description des dépôts marins du cap de Garde, il nous paraît intéressant d'appeler l'attention sur le mode de formation de ces *panchinas* d'Herbillon et du cap de Garde, qui tapissent l'une et l'autre des pentes très fortes depuis l'altitude 95^{m} jusqu'au niveau du rivage actuel et probablement plus bas. Ce dépôt de grès coquillier littoral s'est évidemment formé, tel qu'il est aujourd'hui, sur cette pente raide, qui n'est autre chose que l'*ancien fond sous-marin* de deux baies quaternaires du temps de la ligne de rivage de 100^{m}. C'est ainsi que se présenteraient sans doute les dépôts marins actuels de cette côte profonde et abrupte, si la ligne de rivage venait à s'abaisser encore d'une centaine de mètres.

Mais l'altitude des dépôts quaternaires marins du cap de Garde ne se limite pas à la ligne du rivage de 93^{m}-94^{m}. Nous avons observé en effet, à l'altitude de 143^{m}, dans le col qui sépare les deux mamelons cotés 162 et 187, un petit lambeau de *panchina* marine, avec débris de Bryozoaires et de Lamellibranches, contenant de nombreux grains et même un gros galet anguleux de quartz blanc. Ce lambeau indique l'existence d'une deuxième ligne de rivage encore plus élevée que la première, mais dont l'altitude maximum ne peut être déterminée avec la même précision. Cette ligne de rivage peut dater soit d'un Quaternaire très ancien soit plus probablement de la fin du Pliocène.

D'autre part, entre Bône et le cap de Garde, la côte, orientée Nord-Sud, présente toute une série de terrasses d'abrasion marine, sur lesquelles le général de Lamothe (¹) a attiré l'attention. Nous avons observé nous-mêmes quelques-uns de ces plateaux légèrement inclinés vers la mer et parfois recouverts de cailloux de quartz, à des altitudes assez faibles; les chiffres de 30^{m} et de 20^{m} nous ont paru les plus constants : par exemple sur le bord de la baie des Corailleurs et au mouillage du fort Génois. Nous n'avons rencontré aucun dépôt marin en relation avec ces terrasses qui surplombent directement la mer et dont l'origine marine n'est pas douteuse.

3° *Littoral entre Bône et La Calle.* — Des lambeaux discontinus de dépôts marins quaternaires se rencontrent sur divers points, de Bône à la frontière tunisienne.

Au cap Rosa, un dépôt littoral, comparable à ceux d'Herbillon et du cap de Garde et comme eux fortement incliné vers la mer, s'élève jusqu'à la cote 90^{m}, où des dunes le recouvrent.

Entre La Calle et l'embouchure de la Messida, un dépôt identique, qui renferme des Bryozoaires (*Myriozoum punctatum*), remonte jusqu'à 101^{m}. Il se montre également incliné vers la mer et couronné par des limons rouges et des tufs, qui présentent les mêmes Mollusques terrestres que les dépôts similaires du cap de Garde.

Ce nouveau dépôt littoral se continue vers l'Ouest jusqu'à La Calle, où il a été activement exploité et où il est, comme ailleurs, recouvert par des tufs à *Helix*. Aux environs du village, il offre une succession de terrasses d'abrasion dont les plates-formes se montrent vers 48^{m} à l'est du Belvédère, vers 33^{m} au poste du Marin, vers 20^{m} à la gare de La Calle.

A la Vieille-Calle ou Bastion de France, le dépôt quaternaire peut être suivi jusqu'à la cote 53 ; c'est lui sans doute qui forme un peu plus au Sud le substratum des dunes dont le point culminant est à 87^{m}. Au déversoir du lac Melah, il n'atteint que la cote 32. Entre le cap Rosa et Bône, il forme, le long du littoral, un abrupt de 20^{m} de hauteur moyenne, que couronnent des dunes d'une importance variable. Vers la même cote, un dépôt analogue existe aussi à l'Est, de La Calle à la frontière algéro-tunisienne.

Il semble que la faiblesse des altitudes des plages de la Vieille-Calle, du lac Melah, etc., qui ne dépassent pas 53^{m}-48^{m}, 33^{m}-30^{m} et 20^{m}, soit due à

(¹) De Lamothe, *loc. cit.*, p. 206.

l'action de l'érosion : les gradins que ces plages forment ainsi correspondraient à des terrasses d'abrasion entaillées dans les grès qui ailleurs (La Calle, cap de Garde, etc.) s'élèvent jusqu'à 90^m-100^m.

Conclusions. — De ce qui précède il résulte que la ligne de rivage la plus constante, entre Herbillon et La Calle, serait celle de 90^m-100^m, qui, par son altitude, correspond d'une façon remarquable au *Sicilien* de Palerme (¹). Il est probable qu'il convient de rattacher au Pliocène supérieur, comme formation un peu antérieure, le niveau marin de 143^m observé près du cap de Garde.

Le fait que, partout dans notre région, le dépôt littoral de 90^m-100^m est incliné vers la mer et se prolonge jusque bien au-dessous du niveau actuel de celle-ci, est une preuve que son dépôt s'est continué lors du mouvement négatif considérable, qui a immédiatement suivi l'époque où la ligne de rivage était à 90^m-100^m (²).

Au surplus, les niveaux des lignes de rivage et des terrasses d'abrasion reconnus dans la région de Bône correspondent très sensiblement avec ceux observés dans le Sahel d'Alger (²) et sur la côte niçoise (³), comme le montre le Tableau ci-après :

(¹) GIGNOUX, *Les formations marines pliocènes et quaternaires de l'Italie du Sud et de la Sicile* (*Thèse Fac. Sc. Lyon et Ann. Univ. Lyon*, nouvelle série, t. 1, fasc. 36, 1913, p. 182).

(²) L. JOLEAUD, *Géologie et Paléontologie de la plaine du Comtat et de ses abords* Description des terrains quaternaires, fasc. 1 (*Mém. Soc. Linn. Provence*, n° 2, 1910, p. 15 et suiv.); *Étude géologique de la chaîne numidique et des monts de Constantine* (*Algérie*) (*Thèse Fac. Sc. Paris*, 1912, p. 302 et suiv.); *Contribution à l'étude du synchronisme des phénomènes quaternaires au nord et au sud de la Méditerranée occidentale* (*Bull. Soc. Linn. Provence*, t. 1, 1912, p. 223 et suiv.).

(³) DEPÉRET et CAZIOT, *Note sur les glissements pliocènes et quaternaires des environs de Nice* (*Bull. Soc. géol. France*, 4ᵉ série, t. 3, 1903, p. 321). — DEPÉRET, *Les anciennes lignes de rivage de la côte française de la Méditerranée* (*Ibid.*, 4ᵉ série, t. 6, 1906, p. 207). — DE LAMOTHE, *loc. cit.*

	Altitudes comparées des lignes de rivage.		
	Région de Bône.	Sahel d'Alger.	Côte niçoise.
Cap de Garde	143^{m}	148^{m}	»
Herbillon, cap de Garde, cap Rosa, la Messida.	90-100^{m}	103	85^{m} au moins
Le Belvédère de La Calle, Vieille-Calle	48- 53	60	55-60^{m}
Fort Génois, poste du Marin de La Calle, déversoir du lac Melah	30- 33	31	28-30
Anses du fort Génois et des Corailleurs, gare de La Calle, littoral entre le cap Rosa et Bône.	20	18	13 au moins

GÉOMÉTRIE. — *Sur les réseaux O de Monge dans un espace d'ordre quelconque.* Note de M. C. GUICHARD.

J'appelle *réseau* O de Monge un réseau O tel que la première tangente du réseau conserve une direction fixe quand on se déplace sur la seconde courbe du réseau. Les réseaux qui possèdent cette propriété dans l'espace ordinaire sont bien connus; ils généralisent les surfaces moulures de Monge. Je vais montrer comment on peut, dans un espace d'ordre quelconque, former de pareils réseaux. Ces réseaux sont des réseaux que j'ai appelés *réseaux* A. [Voir mes Notes *Sur quelques applications de la loi de parallélisme des réseaux et des congruences* et *Sur les réseaux qui correspondent au cas où la suite de Laplace est limitée dans un sens* (*Comptes rendus*, 1899, 1er semestre).] Je prendrai comme exemple un espace d'ordre 5, on verra facilement que le raisonnement s'applique à un espace d'ordre quelconque. Soient alors

$$M(X_1, X_2, \ldots, X_5)$$

un point qui décrit un tel réseau et

$$\Delta = \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & \ldots & x_5 \\ y_1 & y_2 & \ldots & y_5 \\ z_1 & z_2 & \ldots & z_5 \\ \xi_1 & \xi_2 & \ldots & \zeta_5 \\ \eta_1 & \eta_2 & \ldots & \eta_5 \end{vmatrix}$$

le déterminant orthogonal correspondant; on sait que dans le cas général

on a

$$(1)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial X_i}{\partial u} = h\xi_i, & \dfrac{\partial x_i}{\partial u} = a\xi_i, & \dfrac{\partial y_i}{\partial u} = e\xi_i, & \dfrac{\partial z_i}{\partial u} = g\xi_i, & \dfrac{\partial \xi_i}{\partial u} = n\eta_i, \\ \dfrac{\partial X_i}{\partial v} = l\eta_i, & \dfrac{\partial x_i}{\partial v} = b\eta_i, & \dfrac{\partial y_i}{\partial v} = f\eta_i, & \dfrac{\partial z_i}{\partial v} = k\eta_i, & \dfrac{\partial \eta_i}{\partial v} = m\xi_i \end{cases}$$

avec les relations

$$(2)\quad \begin{cases} \dfrac{\partial h}{\partial v} = lm, & \dfrac{\partial a}{\partial v} = bm, & \dfrac{\partial e}{\partial v} = fm, & \dfrac{\partial g}{\partial v} = km, \\ \dfrac{\partial l}{\partial u} = hn, & \dfrac{\partial b}{\partial u} = an, & \dfrac{\partial f}{\partial u} = en, & \dfrac{\partial k}{\partial u} = gn, \\ & ab + ef + gk + \dfrac{\partial m}{\partial v} + \dfrac{\partial n}{\partial u} = 0. \end{cases}$$

D'après la propriété supposée les ξ_i sont des fonctions de u seul, il en résulte que l'on a

$$n = 0,$$

et par suite les fonctions l, b, f, k sont des fonctions de v seul. Si maintenant on ferme l'expression

$$(3)\qquad \theta = \Sigma\, \xi_i X_i,$$

on aura

$$\frac{\partial \theta}{\partial v} = l\, \Sigma \xi_i \eta_i = 0,$$

θ est donc une fonction de u. Il en résulte que, si u reste fixe, le point décrivant, c'est-à-dire une deuxième courbe du réseau reste dans le 3-plan défini par l'équation (3). Quand u varie, ce 3-plan est le 3-plan osculateur d'une courbe Γ, et les premières courbes du réseau O sont des trajectoires orthogonales de ces trois plans osculateurs. De plus les fonctions l, b, f, k étant indépendantes de u, les deuxièmes courbes du réseau O possèdent une forme invariable.

Si l'on se reporte à mon Mémoire [*Étude des propriétés métriques des courbes dans un espace d'ordre quelconque* (*Bulletin des Sciences mathématiques*, 1912, p. 39)], on en déduit la construction suivante :

On prend dans un espace d'ordre 5 *une courbe quelconque* Γ, *soient* Ax *la tangente à la courbe*, Ay, Az, At *ses trois premières normales. On prend ensuite dans un espace d'ordre* 4 *une courbe* Γ' *dont les trois courbures sont les*

mêmes fonctions de l'arc que les trois premières courbures de Γ ; *soient* $A'x'$, $A'y'$, $A'z'$, $A't'$ *la tangente et les trois normales de* Γ'. *On prend en outre une courbe quelconque* C *dans l'espace d'ordre* 4. *On fait coïncider le* 4-*èdre* $Ax'y'z't'$ *avec le* 4-*èdre* $Axyzt$ *en considérant la courbe* C *comme invariablement liée au* 4-*èdre* $A'x'y'z't'$.

Les diverses positions de la courbe C *forment les deuxièmes courbes du réseau* O ; *les trajectoires des différents points de* C *forment les premières courbes de ce réseau.*

Soient alors $Y_1, Y_2, \ldots, Y_5$ les coordonnées de A ; Z_1, Z_2, Z_3, Z_4 celles de A'. Je pose

$$(4) \qquad Y_6 = iZ_1, \qquad Y_7 = iZ_2, \qquad Y_8 = iZ_3, \qquad Y_9 = iZ_4.$$

L'égalité des arcs et des trois premières courbures sur les courbes Γ et Γ' donne les relations

$$(5) \quad \sum_1^9 \left(\frac{dY_i}{du}\right)^2 = 0, \qquad \sum_1^9 \left(\frac{d^2Y_i}{du^2}\right)^2 = 0, \qquad \sum_1^9 \left(\frac{d^3Y_i}{du^3}\right)^2 = 0, \qquad \sum_1^9 \left(\frac{d^4Y_i}{du^4}\right)^2 = 0,$$

c'est-à-dire que le point $Y_1, Y_2, \ldots, Y_9$ décrit dans un espace d'ordre 9 une courbe 4 fois isotrope (*Bulletin des Sciences mathématiques, loc. cit.*). Les coordonnées Y_i sont des fonctions de u ; je désigne maintenant par T_1, T_2, T_3, T_4 les coordonnées d'un point C ; ces coordonnées sont des fonctions de v.

Je pose maintenant

$$(6) \qquad X_i = Y_i + p_1 \frac{dY_i}{du} + p_2 \frac{d^2Y_i}{du^2} + p_3 \frac{d^3Y_i}{du^3} + p_4 \frac{d^4Y_i}{du^4} \qquad (i = 1, 2, \ldots, 9).$$

Le point qui décrit le réseau O étant dans le 3-plan osculateur de la courbe Γ, ses coordonnées $X_1, \ldots, X_5$ ont la forme (6). De plus, la courbe C étant supposée liée invariablement, on aura

$$(7) \qquad T_1 + iX_6 = 0, \qquad T_2 + iX_7 = 0, \qquad T_3 + iX_8 = 0, \qquad T_4 + iX_9 = 0.$$

Ces équations déterminent p_1, p_2, p_3, p_4. On forme ainsi l'expression analytique des coordonnées du réseau O cherché.

Un raisonnement analogue conduit au résultat suivant pour un espace d'ordre n.

Pour former les réseaux O de Monge dans un espace d'ordre n, on prend dans un espace d'ordre $2n-1$ une courbe $n-1$ fois isotrope, dont les coordonnées $Y_1, \ldots, Y_{2n-1}$ sont des fonctions d'un paramètre u. On prend ensuite dans un espace d'ordre $n-1$ une courbe quelconque. Les coordonnées T_1, $T_2, \ldots, T_{n-1}$ d'un point de cette courbe étant des fonctions de v. Les coordonnées $X_1, \ldots, X_n$ du point qui décrit le réseau O sont de la forme

$$(8) \qquad X_i = Y_i + p_1 \frac{dY_i}{du} + \ldots + p_{n-1} \frac{d^{n-1} Y_i}{du^{n-1}},$$

$p_1, p_2, \ldots, p_{n-1}$ étant déterminés par les équations

$$(9) \qquad iT_k + Y_{n+k} + p_1 \frac{dY_{n+k}}{du} + \ldots + p_{n-1} \frac{d^{n-1} Y_{n+k}}{du^{n-1}} = 0 \qquad (k = 1, 2, \ldots, n-1).$$

HYDRAULIQUE. — *Au sujet des coups de bélier dans une conduite formée de trois sections de diamètres différents pour lesquelles la durée de propagation est la même.* Note (1) de M. DE SPARRE.

Les conduites formées de trois sections de diamètres différents sont, somme toute, assez rares, mais leur considération peut être très utile lorsqu'on veut se rendre compte de l'influence de la variation de l'épaisseur des tôles et de la vitesse de propagation qui en résulte sur le coup de bélier (2). Je désigne par l, d, a la longueur, le diamètre et la vitesse de propagation pour la section voisine du distributeur; l', d', a' et l'', d'', a'' les mêmes quantités pour les deux autres sections; par $\lambda(t)$ le rapport de la surface ouverte du distributeur à l'instant t à celle correspondant à l'ouverture complète; par v_1 la vitesse de régime dans la première section pour le distributeur complètement ouvert; par y_0 la pression statique au distributeur en hauteur d'eau.

(1) Séance du 23 avril 1917.

(2) On a déjà eu recours dans ce but aux formules que j'ai données pour les conduites formées de deux sections de diamètres différents. Toutefois, on approche beaucoup plus de la réalité en considérant trois sections, d'autant plus que, dans la plupart des cas, les tôles ont une épaisseur à peu près constante sur une assez grande longueur, soit près de la prise d'eau, soit près du distributeur.

Je pose de plus

$$\theta = \frac{2l}{a}, \qquad \theta' = \frac{2l'}{a'}, \qquad \theta'' = \frac{2l''}{a''},$$

$$\alpha = \frac{a'd^2}{ad'^2}, \qquad \beta = \frac{a''d'^2}{a'd''^2}, \qquad \rho = \frac{av_1}{2gy_0},$$

et je suppose ici $\theta = \theta' = \theta''$.

En suivant alors la marche indiquée dans mes Communications du 26 décembre 1916 (t. 163, p. 959) et du 8 janvier 1917 (t. 164, p. 76), on trouve pour le coup de bélier $\xi(t)$ pendant la première période, où $t \leqq \theta$,

$$\xi(t) = 2\rho y_0 \frac{\lambda_0 - \lambda(t)}{1 + \rho\lambda(t)};$$

pour la seconde période, où $\theta < t \leqq 2\theta$, et en posant

$$\mu = \frac{1-\alpha}{1+\alpha},$$

on a

$$\xi(t) = 2\rho y_0 \frac{\lambda_0 - \lambda(t) - \mu[\lambda_0 - \lambda(t-\theta)]}{1+\rho\lambda(t)} - \xi(t-\theta)\mu\frac{1-\rho\lambda(t-\theta)}{1+\rho\lambda(t)};$$

pour la troisième période, où $2\theta < t \leqq 3\theta$, en posant de nouveau

$$\nu = \frac{1-\beta}{1+\beta},$$

on a

$$\begin{aligned}\xi(t) = {} & \frac{2\rho y_0}{1+\rho\lambda(t)}\left[\frac{4\lambda_0\alpha\beta}{(1+\alpha)(1+\beta)} - \lambda(t) + \frac{2\mu\beta}{1+\beta}\lambda(t-\theta) + \nu\lambda(t-2\theta)\right] \\ & - \frac{2\mu\xi(t-\theta)}{1+\rho\lambda(t)}\left[\frac{1}{1+\beta} - \frac{\rho\beta}{1+\beta}\lambda(t-\theta)\right] - \nu\frac{\xi(t-2\theta)}{1+\rho\lambda(t)}[1-\rho\lambda(t-2\theta)].\end{aligned}$$

Enfin pour $t > 3\theta$, donc pour toutes les périodes suivantes, on a

$$\begin{aligned}\xi(t) = {} & 2\rho y_0\left\{\lambda(t-3\theta) - \lambda(t) - \left[1 - \frac{4\alpha}{(1+\alpha)(1+\beta)}\right][\lambda(t-2\theta) - \lambda(t-\theta)]\right\} \\ & - \frac{1-\rho\lambda(t-3\theta)}{1+\rho\lambda(t)}\xi(t-3\theta) - \left[\frac{4}{(1+\alpha)(1+\beta)} - 1\right]\frac{\xi(t-\theta)+\xi(t-2\theta)}{1+\rho\lambda(t)} \\ & - \rho\left[1 - \frac{4\beta}{(1+\alpha)(1+\beta)}\right]\frac{\xi(t-\theta)\lambda(t-\theta) - \xi(t-2\theta)\lambda(t-2\theta)}{1+\rho\lambda(t)},\end{aligned}$$

formules qui s'appliquent quelle que soit la loi de fermeture.

Supposons maintenant que la fermeture soit complète pour la valeur t_1 de t, de sorte que $\lambda(t_1) = 0$. On aura alors en posant

$$m = \frac{4}{(1+\alpha)(1+\beta)} - 1$$

pour $t \geqq t_1 + 3\theta$,

$$\xi(t) + m[\xi(t-\theta) + \xi(t-2\theta)] + \xi(t-3\theta) = 0.$$

Si nous nous bornons à considérer le coup de bélier en fin de période et si nous désignons par ξ'_n le coup de bélier à la fin de la $n^{\text{ième}}$ période, l'équation précédente devient

$$(1) \qquad \xi'_n + m(\xi'_{n-1} + \xi'_{n-2}) + \xi'_{n-3} = 0.$$

Nous poserons alors

$$(2) \qquad u_n = \xi'_n + p\,\xi'_{n-1} + q\,\xi'_{n-2},$$

$$(3) \qquad u_n + k\,u_{n-1} = 0.$$

Pour que les valeurs de ξ'_n déduites de (2) et de (3) soient identiques à celle qu'on déduirait de (1), il faut qu'on ait

$$q = \frac{1}{k}, \qquad p = m - k,$$

$$1 - mk + mk^2 - k^3 = (1-k)[1 - (m-1)k + k^2] = 0.$$

D'ailleurs, comme nous supposons

$$0 < \alpha < 1, \qquad 0 < \beta < 1,$$

on a

$$0 < m < 3.$$

On pourra donc poser

$$\cos\lambda = \frac{m-1}{2},$$

et l'on aura alors les trois solutions

$$k = 1, \qquad q = 1, \qquad p = 2\cos\lambda$$

et

$$k = \cos\lambda \pm i\sin\lambda, \qquad q = \cos\lambda \mp i\sin\lambda,$$

$$p = 2\cos\frac{\lambda}{2}\left(\cos\frac{\lambda}{2} \mp i\sin\frac{\lambda}{2}\right).$$

Si alors $h\theta$ est le multiple de θ égal ou immédiatement supérieur à $t_1 + 3\theta$ [1], on aura, en vertu de l'équation (3),

$$u_{n+h} = (-1)^n k^n u_h.$$

Si alors on donne à k, p et q les trois systèmes de valeurs indiquées plus

---

[1] De sorte que

$$\lambda(h\theta - 3\theta) = 0.$$

haut, on aura trois équations entre ξ'_{n+h}, ξ'_{n+h-1}, ξ'_{n+h-2} qui permettront, quelle que soit la valeur de u, de calculer ces trois quantités en fonctions de ξ'_h, ξ'_{h-1}, ξ'_{h-2}.

On obtient ainsi

$$\xi'_{n+h-1} = (-1)^{n-1}\left[-\xi'_{h-1} + (\xi'_h + \xi'_{h-1})\frac{\sin\frac{n+1}{2}\lambda\sin\frac{n}{2}\lambda}{\sin\lambda\sin\frac{\lambda}{2}} + (\xi'_{h-1} + \xi'_{h-2})\frac{\sin\frac{n\lambda}{2}\sin\frac{n-1}{2}\lambda}{\sin\lambda\sin\frac{\lambda}{2}}\right].$$

Dans le cas d'une fermeture brusque, on a

$$h = 3 \quad \text{avec} \quad \xi'_1 = \frac{av_0}{g}, \qquad \xi'_2 = \frac{av_0}{g}\frac{3\alpha - 1}{1+\alpha}, \qquad \xi'_3 = \frac{av_0}{g}\left(1 - \frac{4m\alpha}{1+\alpha}\right),$$

et la formule précédente donne

$$\xi'_{n+2} = (-1)^{n-1}\frac{av_0}{g}\left[1 - \frac{4\alpha}{1+\alpha}\,\frac{\sin\frac{n+2}{2}\lambda\sin\frac{n+1}{2}\lambda}{\sin\lambda\sin\frac{\lambda}{2}}\right],$$

ce qui est la formule donnée dans ma Communication du 19 mai 1913, où l'on a seulement changé n en $n+2$ et remplacé λ par $\frac{\lambda}{2}$.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un membre du *Conseil de la Fondation Loutreuil* en remplacement de M. *Émile Picard*, élu Secrétaire perpétuel.

M. C. Jordan réunit la majorité des suffrages.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à chacune des

places vacantes, au Bureau des longitudes, par suite du décès de M. le général *Bassot* et de celui de M. *Darboux*.

MM. **F. Gonnard**, **J. Guyot** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

M. le Directeur de l'**École nationale supérieure des Mines** adresse des remercîments pour la subvention qui a été accordée, en 1916, à cet établissement par le Conseil de la *Fondation Loutreuil*.

M. **Jean Billon** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place d'essayeur vacante à l'*Administration des Monnaies*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Rapport sur la reconnaissance hydrographique de l'embouchure de la Gironde, exécutée en* 1912, par M. E. Fichot. (Présenté par M. Lallemand.)

2° Plusieurs brochures de M. L. Favé, dont une en collaboration avec M. Rollet de l'Isle.

PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude des séries* L *des éléments de poids atomique élevé*. Note [1] de MM. **R. Ledoux-Lebard** et **A. Dauvillier**, présentée par M. Villard.

Quelque incertitude paraissant régner sur la structure des séries L des atomes de poids élevé, nous avons étudié celles du tungstène, du platine, de l'or et, incidemment, de l'iridium.

Il semblerait *a priori* que, pour des éléments de nombres atomiques aussi voisins, ces séries dussent être semblables. Cependant Moseley [2] décrit cinq radiations caractéristiques L appartenant au platine et Barnes [3] sept raies dans le spectre L du tungstène du tube Coolidge.

---

[1] Séance du 23 avril 1917.

[2] *Philosophical Magazine*, 1913.

[3] *Philosophical Magazine*, 1915, p. 368.

Nous avons trouvé que ces séries débutent, du côté des courtes longueurs d'ondes, par un doublet dont la radiation de plus haute fréquence régit toute la série au point de vue de la vitesse minimum que doivent posséder les électrons pour l'exciter. De plus, elles comprennent neuf raies spectrales qui se montrent tout à fait indépendantes du mode de génération des électrons (tubes à afflux cathodique ou tubes Coolidge à pure émission électronique).

Nous avons vérifié la première conséquence sur le tube Coolidge par la méthode qui nous avait déjà permis de déceler la tension d'apparition de la série K du tungstène ([1]). Suivant l'hypothèse du quantum, la série Z du tungstène doit apparaître à 11800 volts; or, les analyses spectrales effectuées sous les tensions statiques de 10 et 11 kilovolts ne décèlent aucune raie et celles-ci apparaissent toutes à 12 kilovolts. De plus, le sélénium indique un rayonnement sensible à partir de 11 kilovolts présentant un accroissement brusque vers 12 kilovolts, et croissant alors beaucoup plus vite que ne l'indique la loi de la quatrième puissance de la vitesse des électrons.

Nous avions observé alors une courbe fréquence-voltage s'écartant de la droite théorique $h\nu = eV$. Nous avons reconnu depuis que cet effet était dû à une mesure incorrecte de la tension (éclateur à boules imparfait) et nous avons trouvé que jusqu'à la limite des expériences, soit 110000 volts, la relation linéaire est bien vérifiée. Nous avons depuis étendu ce résultat jusqu'à 110 kilovolts au platine du tube Chabaud-Villard et jusqu'à 60 kilovolts au nickel de nombre atomique beaucoup plus petit ($N = 28$). La théorie des quanta se vérifie donc bien, quel que soit l'atome considéré et le mode de production des électrons.

Le spectre du platine a été donné par l'anticathode de platine iridié du tube Chabaud-Villard. Nous avons pu y déceler nettement 13 raies. Pour distinguer celles de l'iridium de celles du platine nous avons utilisé notre connaissance préalable de la série L du tungstène en faisant usage de la relation de Moseley traduite graphiquement.

Les résultats vérifient cette relation $\nu = A(N - 7,4)^2$ (ν étant la fréquence, N le nombre atomique du radiateur et A une constante) pour la raie intense de plus grande longueur d'onde (α), mais les autres radiations se placent sur des courbes à grand rayon qui s'écartent progressivement vers les hautes fréquences lorsque N augmente. Nous avions déjà signalé un fait analogue à propos des séries K du tungstène et du platine ([2]) et nous avons observé le même aspect en examinant les fréquences des radiations M décrites par Siegbahn ([3]) pour les éléments les plus lourds, et la relation devient alors $\nu = A''(N - 20)^2$.

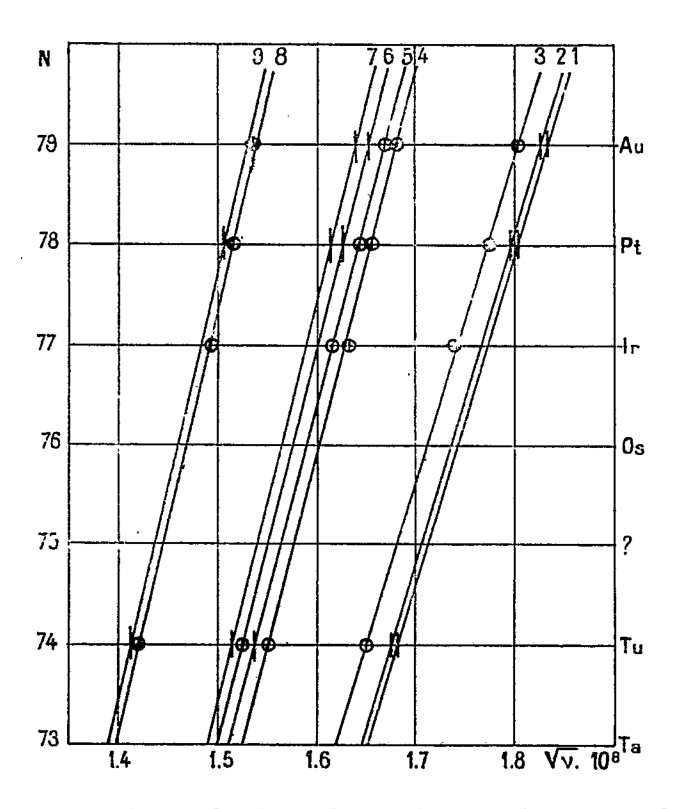
([1]) *Comptes rendus*, t. **163**, 1916, p. 754.

([2]) *Comptes rendus*, t. **162**, 1916, p. 787.

([3]) La série K du platine comprend 4 raies assemblées en deux doublets; nous avons observé :

$\lambda_{\alpha_1} = 0,186.10^{-8}$ cm (raie forte), $\lambda_{\beta_1} = 0,158$ (raie forte),
$\lambda_{\alpha_2} = 0,180$ (raie très forte), $\lambda_{\beta_2} = 0,154$ (raie très faible).

Les séries du tungstène, de l'iridium et du platine sont représentées graphiquement dans la figure qui traduit la relation de Moseley, les nombres atomiques des radiateurs étant portés en ordonnées et les racines carrées des fréquences des radiations en abscisses. Celles du tungstène et du platine y sont entières; seules les plus fortes raies de l'iridium sont apparues, la proportion de ce métal dans l'anticathode n'étant que d'environ 15 pour 100.



On voit que toutes les radiations des séries paraissent se placer sur des droites concourantes, mais cet aspect n'est dû qu'à l'échelle du dessin. Les radiations intenses étant entourées d'un cercle, il apparaît immédiatement ce phénomène inattendu que les raies homologues de la partie centrale des séries ne sont pas semblables en intensité. Les radiations centrales intenses du tungstène étant 4 et 6, les raies correspondantes de l'iridium et du platine sont 4 et 5.

Pour nous assurer de ce fait nous avons étudié la série L de l'or qui présente les constituants indiqués sur la figure. Les deux radiations intenses sont très nettement

les raies 4 et 5. La raie très faible 9 n'est pas apparue à cause de la faible énergie dépensée dans le tube.

Le Tableau ci-dessous résume les résultats obtenus, les longueurs d'onde y sont exprimées en unités Angström (10^{-8} cm) et sont exactes à $\pm \frac{5}{1000}$ près. Comparés à ceux que nous avons obtenus en étudiant les séries K du platine et du tungstène et à ceux de Siegbahn (*loc. cit.*) ils vérifient les deux relations que l'on peut déduire de la théorie de Kossel ([1]). Le fait que les raies de la série K sont des doublets pourrait s'expliquer en imaginant deux orbites voisines pour les électrons dont la trajectoire est désignée par 2 et 3. Nous n'avons cependant jamais observé de doublet γ dans cette série et en outre ce schéma simple ne rendrait pas compte de la structure compliquée de la série L.

	Tu.	Ir.	Pt.	Au.	Remarques.
1......	1,062	»	0,922	0,894	Doublet faible.
2......	1,067	»	0,930	0,900	
3......	1,101	0,993	0,953	0,922	Raie intense.
4......	1,250	1,128	1,097	1,066	Raie très intense.
5......	1,269	1,151	1,113	1,078	»
6......	1,290	»	1,135	1,100	»
7......	1,309	»	1,151	1,124	»
8......	1,492	1,345	1,305	1,272	Raie intense.
9......	1,504	»	1,317	»	Raie très faible.

MÉDECINE. — *Du traitement des hémorroïdes par les courants de haute fréquence.* Note ([2]) de M. **Maxime Ménard**, présentée par M. d'Arsonval.

La thérapeutique par les courants de haute fréquence (*d'Arsonvalisation*) est extrêmement efficace dans le traitement des hémorroïdes (Doumer).

Convenablement appliquée, cette méthode permet le plus souvent d'éviter aux malades une intervention chirurgicale. Grâce à elle, nous avons pu rendre rapidement au service armé des hommes qui eussent été, sans cela, longtemps immobilisés ou rendus inaptes.

Les résultats que je consigne dans cette Note portent sur 528 cas, tant

(1) Bohr, *Philosophical Magazine*, septembre 1915, p. 394.

(2) Séance du 23 avril 1917.

civils que militaires. Dans ce relevé nous ne comprenons pas les malades atteints de fissure anale, cette affection si douloureuse nous paraissant mériter une étude spéciale.

Voici les observations résumées d'un certain nombre de malades :

Observation I. — Commandant A..., 43 ans. Deux poussées hémorroïdaires depuis le début de la campagne. Crises de constipation assez fréquentes. Envoyé à Cochin le 5 mai 1915. Tumeur hémorroïdaire de la grosseur d'un œuf. Difficulté pour marcher et surtout pour s'asseoir.

Deux applications de haute fréquence le premier jour et une séance chacun des cinq jours qui suivent. Dès le troisième jour le malade ne souffre plus en allant à la selle et quand il marche. Après quinze séances faites en trois semaines, le malade est guéri. A regagné le front le 20 juin 1915, la guérison se maintient encore actuellement.

Observation II. — R... (Lucien), 38 ans, soldat en traitement à l'hôpital auxiliaire de Champrosay pour une affection pulmonaire.

A eu plusieurs poussées hémorroïdaires, « au moins dix », dit-il, la première à l'âge de 23 ans.

Actuellement tumeur hémorroïdaire de la grosseur d'une noix, hémorragie à chaque selle. Prolapsus de la muqueuse rectale après les selles, suintement sanguinolent deux ou trois fois par mois.

Traitement commencé le 3 juin 1916. Séances trois fois par semaine. Disparition de la tumeur hémorroïdaire en dix séances, diminution du prolapsus de la muqueuse rectale.

Cinq semaines après le début du traitement, disparition du prolapsus de la muqueuse rectale. La constipation semble avoir disparu. Guérison maintenue actuellement.

Observation III. — S... (Louis), médecin auxiliaire, 25 ans. Poussée hémorroïdaire datant de trois jours. Pas de selle depuis 48 heures. Hémorroïdes formant une tumeur du volume d'un œuf. Vives douleurs. Deux applications de haute fréquence le premier jour. Les douleurs sont insignifiantes; dès le lendemain, le malade peut aller à la selle sans douleur.

Douze séances en trois semaines. Traitement commencé le 2 juin 1915. La guérison se maintient encore actuellement malgré un service très actif.

Observation IV. — P... (Pierre), 27 ans, lieutenant. Hémorroïdes externes, très douloureuses, peu volumineuses. Début du traitement : 10 janvier 1916. Séances tous les jours. A la dixième séance la guérison est obtenue et les douleurs disparaissent 48 heures après le début du traitement.

Observation V. — B... (Louis), 42 ans, infirmier. A eu de très nombreuses crises hémorroïdaires, accompagnées de suintement sanguin assez abondant et assez fréquent, deux à trois par mois. Actuellement, tumeur hémorroïdaire du volume d'une mandarine.

Traitement commencé le 4 juin 1916. Disparition des douleurs après la troisième

séance, une séance est faite chaque jour pendant 10 jours. A partir du 16 juin deux séances par semaine, date à laquelle nous ne constatons qu'un léger prolapsus de la muqueuse rectale. Cessation du traitement. Le malade reprend son service.

Observation VI. — T... (Louis), sergent, 24 ans. Hémorroïdes externes, pas d'hémorroïdes internes. Traitement commencé le 10 avril 1916 et terminé le 21 avril. Sept applications de haute fréquence. Guérison.

Nous pourrions citer d'autres observations, mais elles rappelleraient seulement celles que nous venons de citer. Les plus anciennes, celles qui remontent à 1900, nous apprennent que nombreux sont les malades qui restent guéris depuis cette date.

Les résultats obtenus dans notre pratique personnelle, qui portent sur plus de 500 cas, nous permettent de dire que :

1° Au point de vue du prolapsus ancien de la muqueuse rectale, l'action de la haute fréquence donne des résultats très satisfaisants qui se traduisent par une diminution très nette du prolapsus. D'après notre statistique l'amélioration à ce point de vue spécial est de 85 pour 100, tandis que la guérison est de 55 pour 100.

2° Au point de vue des hémorragies, celles-ci s'arrêtent dans presque tous les cas, à l'exception de certains hémorroïdaires qui ont eu de très nombreuses crises et chez lesquels l'amélioration seule est obtenue.

Les courants de haute fréquence ont une action certaine et décisive :

1° Sur les phénomènes inflammatoires qui accompagnent en général les hémorroïdes;

2° Sur la douleur, qui est généralement calmée dès la première séance et qui disparaît complètement dans les 48 heures;

3° Sur le prolapsus de la muqueuse rectale chez les malades qui n'ont eu qu'une ou deux crises hémorroïdaires.

Enfin, tous les malades traités dès leur première crise d'hémorroïdes ont guéri rapidement et n'ont pas eu les ennuis des complications dont nous parlions précédemment, c'est-à-dire le prolapsus de la muqueuse rectale et l'hémorragie.

Nos conclusions sont :

1° La méthode de traitement des hémorroïdes par les courants de haute fréquence est une méthode de choix, d'une part par son innocuité absolue et d'autre part par les guérisons qu'elle est capable de donner.

2° Le traitement des hémorroïdes par les courants de haute fréquence permet le plus souvent d'éviter aux malades une opération chirurgicale.

MÉDECINE. — *La durée des surdités de guerre*. Note de M. **Marage**, présentée par M. Delage.

On a dit, il y a quelque temps ([1]), que 98 pour 100 des surdités de guerre guérissaient spontanément; si cette affirmation était exacte, il faudrait s'en réjouir, car l'on n'aurait plus à rééduquer que les 2 pour 100 regardés comme incurables.

Mais je ferai remarquer que l'on a oublié d'indiquer le degré des surdités, leur nature et le temps qui s'est écoulé entre la blessure et la guérison.

Il me semble donc utile de reprendre l'étude de cette question.

Il convient d'abord de bien définir le sujet :

On donne le nom de « surdités de guerre » aux hypoacousies produites par l'explosion d'un obus de gros calibre, sans aucun traumatisme direct par éclat métallique ou autre.

Ces surdités sont dues à trois causes (statistique de 241 cas) :

1° Des lésions de l'oreille moyenne seule (18 pour 100);

2° Des lésions de l'oreille moyenne et de l'oreille interne, en comprenant, sous le nom d'*oreille interne*, l'oreille interne anatomique et les origines réelles du nerf acoustique dans les centres cérébraux (57 pour 100) ;

3° Des commotions de l'oreille interne sans lésions apparentes (25 pour 100).

Or les ruptures du tympan ne guérissent spontanément que dans les milieux aseptiques, ce qui est plutôt rare sur le champ de bataille.

De plus, après la guérison clinique, surtout s'il y a eu suppuration, l'audition ne revient pas seule à la normale. Il reste une surdité plus ou moins prononcée, mais qui est très gênante pour les officiers, les sous-officiers et les téléphonistes.

Donc voilà déjà les trois quarts des surdités de guerre qui ne guérissent pas spontanément.

([1]) Val-de-Grâce : Réunion des chefs de centres otorhinolaryngologiques.

Examinons maintenant les 25 pour 100 qui restent, c'est-à-dire les surdités, sans lésions apparentes, dues à des commotions de l'oreille interne.

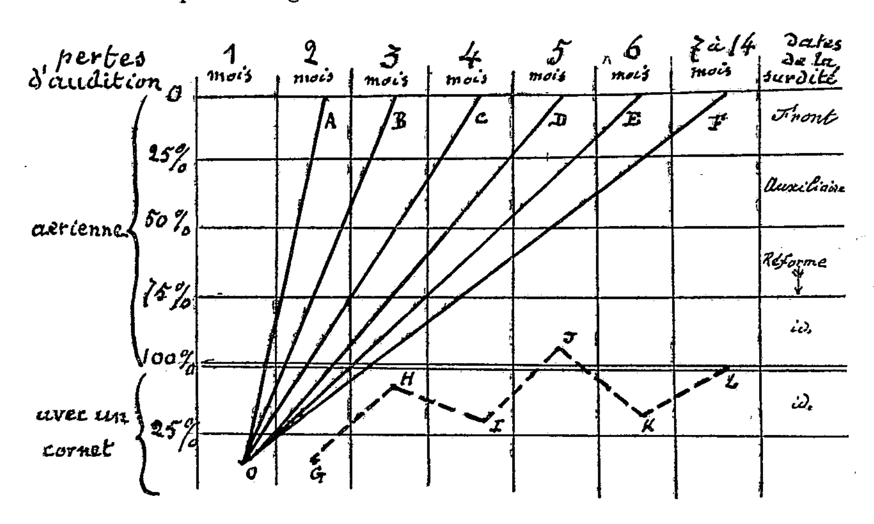
Deux écoles sont en présence :

1° Pour les uns, ces surdités sont tellement graves qu'elles sont incurables, et *qu'il est inutile de les rééduquer*. On le prouve en disant que des lapins, soumis aux explosions d'obus de gros calibre, ont présenté des destructions complètes du labyrinthe.

Je ferai remarquer que la boîte cranienne des lapins est bien moins résistante que le crâne humain et que, par conséquent, on ne peut conclure du lapin à l'homme.

2° Pour la deuxième école, toutes les surdités de guerre guérissent spontanément dans la proportion de 98 pour 100. Il suffit d'attendre. Mais la conclusion est la même : *il ne faut pas rééduquer*. Pour trancher cette question, je vais examiner ce qui se passe en réalité.

Si 98 pour 100 des surdités de guerre guérissaient avec le temps, on devrait trouver des surdités de plus en plus légères à mesure que l'époque de la blessure est plus éloignée.



Donc, si l'on porte en abscisses les dates des blessures, en ordonnées les pertes d'audition, les améliorations que l'on dit se produire régulièrement devraient être représentées par les droites O...A, B, C, D, E, F, suivant le mois de la guérison.

Malheureusement, lorsqu'on prend les moyennes des acuités auditives des soldats sourds depuis des époques comprises entre 2 et 14 mois, on constate que ces moyennes sont sensiblement constantes; elles sont représentées sur la figure par la ligne pointillée G...L; il ne semble donc pas, en considérant le graphique ci-joint, que les surdités de guerre envoyées à la rééducation aient eu tendance à guérir d'elles-mêmes.

J'ajouterai que, dans le service de Bourges, on a toujours eu soin de ne commencer un traitement qu'après avoir mesuré, pendant plusieurs semaines, l'acuité auditive, et s'être assuré qu'il n'y avait pas d'amélioration spontanée : on évitait ainsi l'objection de guérir des blessés qui auraient guéri seuls sans aucun traitement.

Conclusions. — Ou bien 98 pour 100 des surdités de guerre ne guérissent pas spontanément, ou bien les cas traités sont formés des 2 pour 100 regardés comme incurables. Cette seconde alternative est en faveur de la méthode de rééducation, puisque ces 241 cas ont donné 75 pour 100 de succès.

Je ferai enfin remarquer que l'on économiserait des journées d'hôpital en aidant les guérisons spontanées : en temps de guerre cette dernière considération n'est pas négligeable.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Géographie et Navigation, par l'organe de M. *Bertin*, remplaçant le Doyen empêché, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Guyou* :

En première ligne.	M. **Ernest Fournier**
En deuxième ligne, ex æquo et par ordre alphabétique.	MM. **Félix Arago** **R. Bourgeois** **Charles Doyère** **Louis Favé** **Édouard Perrin**

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 MAI 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à MM. les Membres de la Mission américaine envoyée en France par le *National research council*, fondé à l'occasion de la guerre :

Dr Joseph-S. Ames, directeur du laboratoire de physique de l'Université de Johns Hopkins à Baltimore, président de la Mission; Dr Richard-P. Strong, de Boston, professeur de médecine des tropiques à l'Université Harvard; Dr George-K. Burgess, du Bureau of Standards de Washington; Dr Linsly-R. Williams, chef du Service de Santé de l'État de New-York; Dr Park, professeur de bactériologie à l'Université de New-York; Dr George-A. Hulett, professeur de chimie physique à l'Université de Princeton; Dr Reid, professeur de physique et météorologie à l'Université Johns Hopkins, à Baltimore.

M. **Émile Picard**, en présentant un Ouvrage de M. *Gaston Darboux*, s'exprime en ces termes :

Quelques jours avant l'opération qui lui fut fatale, M. **Darboux** avait donné les derniers bons à tirer d'un livre intitulé *Les Principes de la Géométrie analytique*. C'est cet Ouvrage que je dépose sur le bureau de l'Académie.

Jadis dans ses conférences à l'École Normale, plus récemment dans ses cours à la Sorbonne, Darboux avait exposé avec toute l'ampleur nécessaire les principes de la Géométrie analytique moderne, en précisant les notions relatives à l'imaginaire et à l'infini et en montrant qu'elles doivent prendre en Géométrie la place et l'importance qu'elles ont depuis longtemps

en Analyse. L'année dernière, notre regretté Confrère était revenu sur ces questions; ce fut son dernier cours. Le présent volume contient ces leçons. C'est un Ouvrage d'enseignement, mais on y reconnaît le maître ouvrier. Les propriétés projectives et les relations métriques y sont étudiées avec le plus grand soin. Les géométries non euclidiennes, sous la forme mémorable que leur a donnée Cayley, forment l'objet de plusieurs chapitres; on y retrouve en particulier l'interprétation dans l'espace ordinaire de la géométrie des espaces à courbure constante négative, interprétation donnée autrefois par Darboux lui-même et qui a été souvent utilisée dans des études philosophiques récentes.

La fin de l'Ouvrage est consacrée aux *cyclides*, c'est-à-dire aux surfaces du quatrième degré ayant le cercle de l'infini comme ligne double. C'est par l'étude de ces surfaces que Darboux, encore élève à l'École Normale, avait autrefois débuté avec éclat dans la science. Ses dernières leçons auront ainsi été consacrées à ses premiers travaux.

Les brillantes qualités d'exposition, qui faisaient de Darboux un admirable professeur, se retrouvent dans ce livre, et l'on ne ferme pas sans tristesse le dernier écrit du géomètre illustre dont les anciens élèves garderont pieusement le souvenir.

MÉCANIQUE DES SEMI-FLUIDES. — *Orientation des pressions principales, dans l'état ébouleux (par déformations planes), d'une masse sablonneuse pesante à profil supérieur rectiligne*. Note de M. J. **Boussinesq**.

I. Lorsque une masse pulvérulente *moyennement* homogène, telle qu'un amas de sable ou de terre sablonneuse, soutenu d'un côté par un mur et d'une densité à peu près constante, éprouve, par suite d'un commencement de renversement du mur, ce genre de rupture qui lui est propre et qu'on appelle *éboulement*, les glissements mutuels de ses couches ou, plutôt (ce qui en est corrélatif), les deux dilatations principales extrêmes, l'une, positive, l'autre, négative et sensiblement pareille, de ses petits agrégats de grains de sable, atteignent, à partir de l'état isotrope où l'agrégat, pour même densité, ne serait soumis en tous sens qu'à sa *pression moyenne*, une certaine grandeur (*limite d'élasticité*), grandeur qu'on peut qualifier de *dangereuse*, en ce sens qu'elle amène l'équilibre-limite ou extrême dit *état ébouleux*. Or cet état se produit autant dans les parties du massif non chargées, ou superficielles, que dans les parties plus chargées ou profondes. Car les

déformations des agrégats *incohérents*, même non dangereuses ou *élastiques*, paraissent y dépendre uniquement des rapports des pressions mutuelles s'exerçant en divers sens, ou, autrement dit, du rapport de la demi-différence des deux forces principales extrêmes P_1, P_2 (toujours *négatives* ou consistant en pressions *proprement dites*) à leur moyenne arithmétique, dont la valeur absolue p est aussi, dans le cas simple (auquel on se borne) des *déformations planes*, la valeur absolue de la force principale intermédiaire, normale aux deux autres, ou au plan des déformations, et constitue, par conséquent, ce qu'on appelle la *pression moyenne* exercée sur l'agrégat (1).

On peut admettre comme vraisemblable que, dès le commencement de renversement du mur, la rupture atteindra, à la fois ou presque à la fois, sur toute la profondeur et sur l'épaisseur du massif, un volume considérable de masse pulvérulente, contrairement à ce qui arriverait pour un massif pourvu de *cohésion*, où des forces élastiques notables seraient toujours nécessaires pour amener des déformations perceptibles, surtout des déformations *dangereuses*, et où, par suite, la rupture n'atteindrait immédiatement que la région la plus chargée, mais principalement *la plus tirée*.

De là, l'intérêt que présente l'étude de l'*équilibre-limite* d'une masse sablonneuse, même, pour commencer, dans des cas où il n'y aurait pas à l'endroit considéré de mur s'ébranlant. Car cette étude sera un acheminement au cas où il y aurait un tel mur, dont on devrait éviter le renversement en le douant d'une résistance capable de vaincre justement cette *poussée,* ainsi exercée sur lui par le massif au moment dangereux de son équilibre-limite, et capable, par conséquent, d'empêcher un tel état de se produire.

II. Le cas le plus simple à examiner, et cependant un peu général déjà, est celui d'un massif pulvérulent et pesant s'étendant indéfiniment vers le bas, au-dessous d'un plan-limite ou *talus*, montant, dont l'angle ω *sur l'horizon* sera donné, et dont le *profil* dessinant sa ligne de plus grande pente, choisi comme axe des y, sera également indéfini (de $y = -\infty$ à $y = \infty$ en allant vers le haut).

Prenons les x positifs normaux à la surface supérieure et dirigés vers l'intérieur du massif, ou faisant ainsi, avec la verticale descendante émanée de l'origine O, l'angle ω; ce qui donnera $\omega + \frac{\pi}{2}$ entre cette même verticale et le profil supérieur montant.

(1) Voir, à ce sujet, le précédent numéro des *Comptes rendus*, p. 660.

Appelons χ, au point quelconque (x, y), l'azimut toujours aigu (compté positivement en tournant dans le sens qui va des x positifs vers les y positifs) de la plus grande (en valeur absolue) des deux pressions principales situées dans le plan vertical xOy des déformations, pressions toujours négatives ou constituant des pressions *proprement dites*. Nous aurons, en désignant par k le sinus de l'angle φ de *terre coulante* (constant et donné, si le sable est homogène), pour les trois composantes principales de pression N_x, N_y, T *relatives aux axes*, et p étant d'ailleurs la *pression moyenne* (positive),

$$(1)\qquad N_x = -p(1 + k\cos 2\chi), \qquad N_y = -p(1 - k\cos 2\chi), \qquad T = -pk\sin 2\chi,$$

formules à porter dans les deux équations indéfinies de l'équilibre,

$$(2)\qquad \frac{dN_x}{dx} + \frac{dT}{dy} + X = 0, \qquad \frac{dT}{dx} + \frac{dN_y}{dy} + Y = 0,$$

où, enfin, X, Y expriment les deux composantes, $\Pi\cos\omega$ et $-\Pi\sin\omega$, du poids spécifique Π de la masse terreuse ou sablonneuse. Nous aurons donc, comme équations indéfinies régissant p et χ,

$$(3)\qquad \frac{dp}{dx} + k\left(\frac{dp\cos 2\chi}{dx} + \frac{dp\sin 2\chi}{dy}\right) = X, \qquad \frac{dp}{dy} + k\left(\frac{dp\sin 2\chi}{dx} - \frac{dp\cos 2\chi}{dy}\right) = Y.$$

III. Pour abréger, nous poserons

$$(4)\qquad \cos 2\chi = C, \qquad \sin 2\chi = S, \qquad \frac{dC}{dx} + \frac{dS}{dy} = 2D, \qquad \frac{dS}{dx} - \frac{dC}{dy} = 2E,$$

quantités où figurent, dans C et S, l'unique variable χ, mais, dans D et E, χ avec ses deux dérivées partielles en x et y.

Les équations (3), développées en introduisant C, S, D, E et les dérivées premières de p, puis ajoutées terme à terme après multiplications respectives soit par $1 - kC$ et $-kS$, soit par $-kS$ et $1 + kC$, deviendront

$$(5)\qquad \left\{\begin{aligned} &(1 - k^2)\frac{dp}{dx} + 2k\left(D - k\frac{d\chi}{dy}\right)p = X - k(XC + YS),\\ &(1 - k^2)\frac{dp}{dy} + 2k\left(E + k\frac{d\chi}{dx}\right)p = Y - k(XS - YC). \end{aligned}\right.$$

On voit, par (4), que D, E sont des fonctions linéaires homogènes des deux dérivées premières de χ en x et y, avec coefficients linéaires eux-mêmes en C et S. Les équations (5), résolues par rapport à $\frac{dp}{dx}$ et $\frac{d\chi}{dx}$, permettraient donc, si l'on se donnait p et χ sur tout le profil supérieur $x = 0$, d'y déterminer la variation élémentaire, $\frac{dp}{dx}\varepsilon$ et $\frac{d\chi}{dx}\varepsilon$, des deux fonctions p et χ,

entre cet axe des y et une parallèle infiniment voisine $x = \varepsilon$. Après quoi on passerait, de la même manière, à une autre parallèle $x =$ const. un peu plus intérieure; et ainsi de suite. Les fonctions p et χ se trouveraient donc déterminées de proche en proche dans tout le massif, si l'on admet du moins qu'il ne se produisît en chemin aucune singularité. Et l'on aurait ainsi l'intégrale générale du problème, avec les deux fonctions arbitraires de y exprimant p et χ à la surface supérieure $x = 0$ du massif.

IV. Voyons s'il est possible d'éliminer p entre les deux équations (5), de manière à obtenir une équation en χ seul ne comportant également, par son intégration, que deux fonctions arbitraires, savoir, comme ci-dessus, χ le long de l'axe des y, et, de même, la valeur de $\frac{d\chi}{dx}$ qui s'y trouve corrélative à celle de p choisie, dans le cas précédent, sur le même axe des y. Or la seconde (5), différentiée en x, puis retranchée de la première différentiée de même en y, donne, après quelques réductions faciles quoique un peu laborieuses, et en appelant Δ_2 (avec Lamé) l'expression symbolique $\frac{d^2}{dx^2} + \frac{d^2}{dy^2}$,

$$(6) \qquad p = 2\,\frac{\mathrm{XE} - \mathrm{YD}}{\frac{d\mathrm{D}}{dy} - \frac{d\mathrm{E}}{dx} - k\,\Delta_2\chi}.$$

La pression moyenne p ne se trouve pas éliminée, mais seulement exprimée au moyen des dérivées premières et secondes de χ en x et en y. Il faudra donc, pour avoir des équations en χ seul, porter la valeur (6) de p dans les deux relations (5). On obtiendra ainsi, en χ, *non pas une, mais deux* équations distinctes, qui seront aux dérivées partielles *du troisième ordre*. Leur compatibilité, ou l'accord des deux valeurs qu'elles devront donner pour la dérivée $\frac{d^3\chi}{dx^3}$ en chaque point d'une parallèle $x =$ const. au profil supérieur, déterminera probablement la dérivée la plus élevée en x au-dessous de celle-là, c'est-à-dire la dérivée deuxième, à peu près comme l'aurait fait une équation aux dérivées partielles du second ordre ou, du moins, d'une manière finalement équivalente en tenant compte des équations proprement dites (5) du problème.

V. Un tel ensemble, si compliqué, de relations aux dérivées partielles, et *qui n'est pas linéaire*, semble, dès l'abord, de nature à rebuter toute tentative un peu générale d'intégration.

De fait, on n'y a guère traité que des cas, particulièrement simples, où les lignes $\chi = \text{const.}$ d'égal azimut χ des pressions principales se réduisaient, du moins dans une partie du massif, à un système de droites concourantes, avec parallélisme de ces pressions dans tout le reste où, par conséquent, les droites concourantes jouissaient encore de la propriété $\chi = \text{const.}$

Soit (x_0, y_0) le point de concours des droites $\chi = \text{const.}$ dont il s'agit, $\frac{y-y_0}{x-x_0}$ leur coefficient angulaire, caractéristique de chacune et, par conséquent, des diverses valeurs de χ. L'azimut χ est ainsi censé ne dépendre que du rapport des deux variables $x - x_0$, $y - y_0$, ou en être une fonction homogène du degré zéro.

La pression moyenne p, quotient, d'après (6), d'une somme de dérivées premières de cette fonction homogène χ par une somme de dérivées secondes de χ, sera dès lors une fonction homogène du premier degré des mêmes différences $x - x_0$, $y - y_0$, ou *se trouvera, tout le long de chaque ligne d'égale inclinaison* χ, *simplement proportionnelle à la distance*

$$r = \sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2},$$

au point de concours (x_0, y_0).

VI. Le seul cas que donnent les cours usuels de *Mécanique appliquée*, et qui remonte à Macquorn-Rankine, est compris dans celui où p et χ sont supposés constants sur le plan supérieur $x = 0$. Alors le raisonnement synthétique du n° III indique, de proche en proche, des valeurs de p et de χ ne dépendant nullement de y. Les équations (3) deviennent donc de simples équations différentielles en x, dont l'intégration est immédiate à partir de $x = 0$.

Le cas classique est celui où le plan supérieur constitue une *surface libre*, sur laquelle s'annule forcément la pression moyenne p. Il vient donc

$$(7) \qquad p(1 + k\cos 2\chi) = \mathrm{X}x = \Pi x \cos\omega, \qquad pk \sin 2\chi = \mathrm{Y}x = -\Pi x \sin\omega.$$

On en déduit, par une simple division et en se rappelant que k désigne $\sin\varphi$,

$$(8) \qquad \frac{\sin\varphi \sin 2\chi}{1 + \sin\varphi\cos 2\chi} = -\frac{\sin\omega}{\cos\omega}, \qquad \text{ou} \qquad \sin(\omega + 2\chi) = -\frac{\sin\omega}{\sin\varphi}.$$

Introduisons l'angle positif et aigu, ω', supérieur à ω, dont le sinus égale le rapport de $\sin\omega$ à $\sin\varphi$. On trouvera, comme valeur de χ donnant une

plus forte pression principale aussi peu inclinée que possible sur la verticale descendante $\left(\text{de } \frac{\omega' - \omega}{2} \text{ vers les } y \text{ négatifs}\right)$,

$$(9) \qquad \chi = -\frac{\omega' + \omega}{2}; \qquad \text{d'où} \qquad i = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} + \omega + \chi = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{\omega' - \omega}{2},$$

pour l'angle i que fait avec cette verticale descendante, du côté des y positifs, le plan mené vers le bas, à partir de l'origine, sur lequel la partie contiguë montante du massif tend à glisser en s'abaissant.

Ce plan pourrait donc devenir la face postérieure d'un mur rugueux de soutènement, qui remplacerait toute la partie du massif située du côté des y négatifs et qui commencerait à se renverser sous la *poussée* du massif en talus restant du côté des y positifs.

L'introduction de i à la place de χ dans les formules correspondantes des pressions permet de donner à cette poussée $\mathfrak{P}$ (par unité d'aire) l'expression très simple, due à Maurice Lévy,

$$(10) \qquad \mathfrak{P} = \Pi l \cos(\varphi + i),$$

où l désigne la profondeur du point considéré, mesurée le long même de la face postérieure du mur à partir de la surface libre. Mais la démonstration de cette formule suppose connues préalablement diverses transformations assez laborieuses de la relation (8), transformations dont la dernière donne

$$(11) \qquad \frac{\cot\varphi \sin\omega \cos(\omega - i)}{\cos(\varphi + 2i - 2\omega)} = \cos(\varphi + i) \quad (^1).$$

MÉTÉOROLOGIE. — *Complément d'observations au sujet de l'influence possible des canonnades violentes sur la chute de la pluie.* Note de M. le Général **Sebert.**

Le directeur du Bureau Central météorologique, M. Alfred Angot, me signale que le Bulletin quotidien de ce Bureau, qui a continué à paraître régulièrement pendant la guerre, n'a pas supprimé la publication des renseignements qu'il donnait chaque jour sur les mouvements généraux de l'atmosphère, mais qu'il les fait paraître intentionnellement et par ordre avec

(1) On pourra voir, au sujet des transformations dont il s'agit, le Chapitre III d'un Mémoire *Sur l'état ébouleux* qui s'imprime en ce moment dans les *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure* (janvier 1917).

un retard d'une semaine, pour répondre aux préoccupations que j'ai indiquées dans ma Note du 30 avril dernier (t. 164, p. 663).

Les travailleurs bénévoles qui voudraient s'adonner aux recherches de vérification de la justesse de l'hypothèse que j'ai indiquée dans cette Note, au sujet de la transmission à distance des perturbations atmosphériques provoquées par les violentes canonnades, pourraient donc le faire à l'aide des renseignements contenus dans ce Bulletin, en tenant compte de ce décalage d'une semaine.

BOTANIQUE. — *Sur le* Chætoceros criophilus *Castr.*, *espèce caractéristique des mers antarctiques*. Note [1] de M. **L. Mangin.**

Le nom de *Chætoceros criophilus* a été créé par Castracane en 1886 pour une espèce antarctique récoltée dans l'expédition du *Challenger*.

Pendant une dizaine d'années, cette espèce est demeurée inconnue dans les autres régions, puis, à partir de 1897, elle a été signalée par Clève dans l'Atlantique septentrional et, en 1900, Gran l'a retrouvée dans les pêches de l'Expédition norvégienne du pôle nord (1893-1896). Gran considère cette espèce comme un organisme du plancton océanique de la mer du Nord.

D'après ces données le *C. criophilus* constituerait une des rares espèces bipolaires (6 environ), communes aux régions arctique et antarctique, dont l'existence a servi de base à des spéculations plus ou moins ingénieuses destinées à expliquer leur origine commune dans des territoires éloignés dépourvus de communication directe. Ces considérations ne peuvent avoir d'intérêt que si l'on est assuré de l'identification des espèces bipolaires; or pour l'une d'elles au moins, le *C. criophilus*, la plus importante par son abondance, l'identification me paraît douteuse. D'après les observations que j'ai faites sur le plancton de l'Antarctique récolté dans l'expédition du *Pourquoi-Pas?* et sur celui de la *Scotia* en voie d'étude, le *C. criophilus* des mers antarctiques n'a rien de commun avec les formes désignées sous le même nom dans les régions arctiques. Cette opinion a été fortifiée par l'examen des textes et des dessins fournis par les auteurs qui ont décrit le *C. criophilus* des mers arctiques.

Parmi ces auteurs, Clève, puis Gran ne paraissent pas avoir vu les

(1) Séance du 23 avril 1917.

formes antarctiques, ils se sont guidés sur la description très courte et le dessin de Castracane insuffisants pour une bonne caractéristique; seul Jörgensen s'est rendu compte de cette insuffisance puisqu'il exprime le souhait d'un nouvel examen des pêches du *Challenger*.

Ainsi s'explique la confusion qui règne au sujet du *C. criophilus*; on aura une idée de cette confusion par l'énoncé des nombreux synonymes qui désignent la forme en discussion. D'après Gran, *C. criophilus* Castr. a pour synonymes : *C. peruvianus* Vanhöffen (1897); *C. criophilus* Jörg., 1901. Le *C. criophilus* forma *volans* (Schütt) a pour synonymes *C. volans* Schütt; *C. currens* Clève; *C. volans* Clève; *C. Peruvianum* f. *volans* Ostf. Enfin *C. convolutum* Castr. est l'équivalent de *C. Brightwellii* Gran (non Clève); de *C. criophilus* Clève (non Castr.); de *C. convolutum* Jörg.

Pour Clève *C. criophilus* est le *C. Brightwellii* Gran (non Clève) et *C. volans* est une variété de *C. Peruvianus*.

Enfin pour Jörgensen *C. criophilus* Castr. est l'équivalent de *C. borealis* var. *Brightwellii* Clève; de *C. Brightwellii* Gran et de *C. Peruvianus* Vanhöffen.

Ballotté ainsi du *C. Peruvianus* au *C. Brightwellii*, puis au *C. convolutus*, le *C. criophilus* des mers arctiques n'a pas tardé à perdre toute signification.

La comparaison des formes antarctiques aux formes arctiques va nous permettre de remettre les choses au point et d'établir que le *C. criophilus* Castr. n'existe pas dans la zone arctique.

I. — Formes antarctiques.

Le *C. criophilus* antarctique se présente sous l'aspect de chaînes rectilignes de 6, 8 ou 10 individus, parfois plus courtes et composées de 2 ou 4 individus; plus rarement les individus isolés. Les cornes sont d'abord rabattues contre la chaîne vers la base de celle-ci en formant avec l'axe des angles de 20° à 30° ou 40°, puis elles se redressent en divergeant plus ou moins de manière à offrir une concavité vers le sommet de la chaîne (*fig.* 1). Les valves de chaque individu sont inégales, toutes deux bombées; la valve supérieure ou antérieure l'est beaucoup plus que la valve inférieure. C'est surtout par l'insertion des cornes que cette espèce (*fig.* 2 et 3, I) est caractéristique : celles de la valve supérieure sont toujours insérées latéralement au sommet de cette dernière et elles se recourbent aussitôt contre l'axe de la chaîne pour se redresser à une certaine distance en décrivant une concavité vers le sommet. En raison de l'insertion latérale des cornes antérieures il se produit une légère intumescence à ce niveau d'insertion et il existe entre les deux intumescences une très

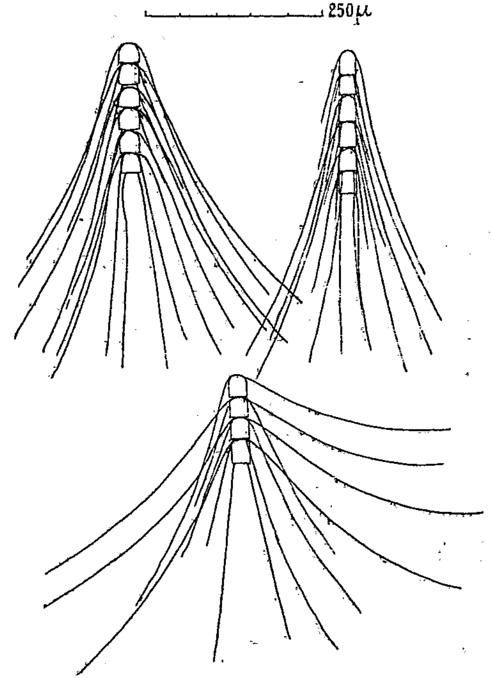


Fig. 1. — Aspect des chaînes de *C. criophilus* Castr., à un faible grossissement.

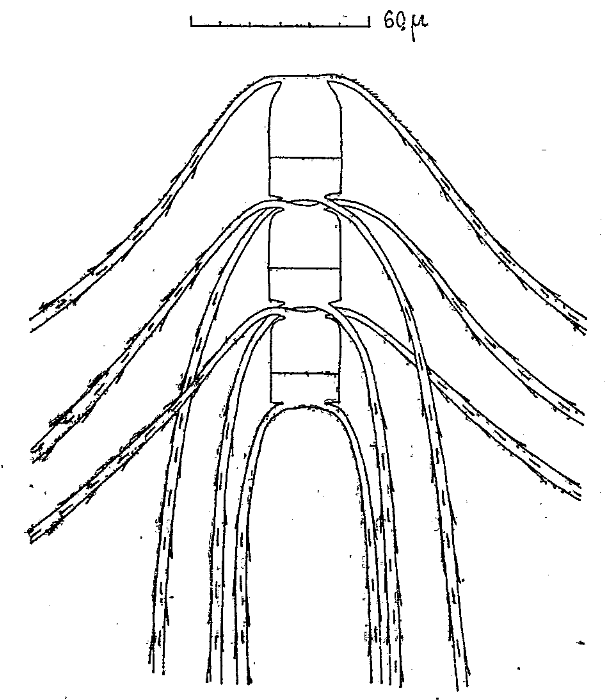


Fig. 2. — Une chaîne de *C. criophilus* Castr., vue parallèlement au plan sagittal.

légère dépression. C'est ce que montre la figure 3, I, représentant les individus d'une chaîne vue parallèlement au plan sagittal.

Les cornes de la valve inférieure sont insérées un peu en dedans des bords de la valve, elles se dirigent d'abord obliquement à l'axe, puis presque aussitôt par une brusque courbure elles s'allongent vers la partie inférieure de la chaîne contre laquelle elles demeurent plus ou moins appliquées. Elles peuvent diverger ensuite pour se redresser comme les cornes antérieures, ou bien elles restent plus ou moins rectilignes et à peu près parallèles à l'axe de la chaîne; cette dernière disposition s'observe chez l'individu terminant la chaîne et parfois chez l'avant-dernier (*fig.* 1).

Si l'on examine une chaîne orientée perpendiculairement au plan sagittal, la différence d'insertion des cornes est encore plus apparente. La valve antérieure est régulièrement bombée, et c'est sous la courbure qu'apparaît

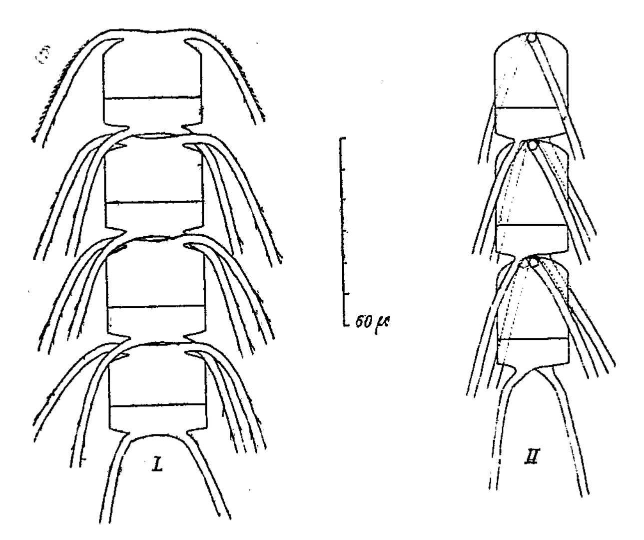


Fig. 3. — Deux chaînes de *C. criophilus* Castr. : I, vue parallèlement au plan sagittal; II, vue perpendiculairement au plan sagittal.

l'insertion des cornes; vue en section droite elle présente l'aspect d'un cercle dont le diamètre est égal à la largeur des cornes (*fig.* 3, II).

Sous cet aspect la figure répond exactement au dessin de Castracane [1] qui est ainsi d'une scrupuleuse fidélité. Il est singulier que les auteurs qui ont eu à identifier le *C. criophilus* n'aient pas remarqué cette disposition essentiellement caractéristique.

(1) *The voyage of H. M. S. Challenger* (*Bot.*, Vol. II, p. 78).

On peut enfin, quoique plus rarement, observer le mode d'insertion sur les faces valvaires (*fig.* 4). Ces faces, à contour ellipsoïdal ou presque circulaire, présentent sur la valve antérieure (*fig.* 4, II) les insertions latérales légèrement dilatées des cornes; sur la valve postérieure (*fig.* 4, I) on voit nettement deux cercles d'insertion plus larges que l'épaisseur des cornes et d'où se détachent celles-ci plus ou moins obliquement.

L'aspect des chaînes, vues par les faces valvaires, montre un déplacement constant des cornes autour de l'axe et par suite révèle une légère et régulière torsion de la chaîne.

Par suite du mode d'insertion des cornes sur les deux valves, les individus d'une même chaîne laissent entre eux des fenêtres étroites lancéolées (*fig.* 2 et 3, I).

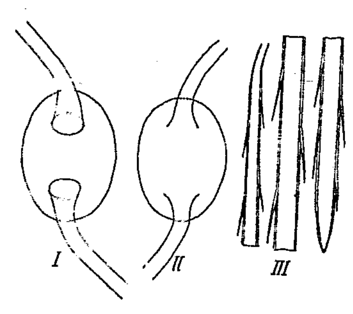


Fig. 4. — *C. criophilus* Castr. : I, vue de la valve inférieure; II, vue de la valve supérieure montrant l'insertion des cornes; III, fragments des cornes montrant leur structure.

Quant à la structure des cornes, elle est conforme à un type assez répandu : d'abord étroites, elles s'élargissent rapidement et conservent le même diamètre jusqu'à leur extrémité. Le rapport de l'épaisseur des cornes dans leurs diverses longueurs varie de 2 à 3,5 ou 4. Elles sont en outre couvertes d'épines couchées contre la paroi et dont la pointe est dirigée vers leur extrémité libre (*fig.* 4, III). En outre, chez l'individu qui occupe le sommet de la chaîne, les cornes antérieures portent sur le bord externe, au voisinage de l'insertion, une rangée de petites épines ou dents très serrées. C'est le seul caractère distinctif de la tête de colonne, car ces dents manquent chez les autres individus de la chaîne.

La limite de séparation des valves n'est pas distincte sur les exemplaires examinés à l'état frais ou conservés dans l'alcool ou le formol; on l'aperçoit seulement sur les individus desséchés ou traités par les acides ou les alcalis, sous l'aspect d'une ligne transversale située au tiers de la longueur. La ceinture séparant les deux valves ne paraît pas exister.

Les dimensions des cellules ne présentent pas de grandes variations, la largeur varie de 25^{μ} à 30^{μ} et la longueur de 30^{μ} à 45^{μ}.

Constituées ainsi, les formes antarctiques du *C. criophilus*, examinées en grand nombre dans les pêches du *Pourquoi-Pas?* ou dans celles de la *Scotia*, présentent un très grand degré de constance dans leur forme et leurs dimensions. Elles correspondent exactement à la description et au dessin de Castracane, bien que cette description soit incomplète.

ZOOLOGIE. — *Les Batraciens Urodèles rapportés au genre* Euproctus, *leurs rapports éthologiques et phylogéniques*. Note de M. **G.-A. Boulenger**.

La découverte, dans les montagnes du Kurdistan, d'un nouvel Urodèle, décrit sous le nom de *Rhithrotriton Derjugini* ([1]), vient jeter des éclaircissements sur les affinités, si souvent discutées, d'une des formes les plus remarquables de la faune française : l'Euprocte ou Triton des Pyrénées (*Molge aspera* A. Dugès). Elle nous offre l'occasion de mettre en pratique les principes si bien exprimés par Alfred Giard :

« Le naturaliste doit, après un examen suffisant, distinguer un être vivant et le situer à la place qui lui convient dans les innombrables séries des formes réalisées; mais il doit aussi retrouver dans cet être l'ensemble des causes actuelles et passées dont il est l'expression morphologique....

» Éclairée et mise en valeur par les doctrines transformistes, l'éthologie nous apparaît comme la science des équilibres réalisés à chaque instant entre les êtres vivants et les milieux cosmiques ou biologiques au sein desquels ils évoluent. »

Jusqu'en ces derniers temps on reconnaissait trois espèces du genre ou sous-genre *Euproctus*, confinées, l'une aux Pyrénées, entre 700^{m} et 2300^{m} d'altitude, les deux autres aux montagnes de la Corse (*M. montana* Savi) et de la Sardaigne (*M. Rusconii* Genè), à peu près à la même élévation.

Voilà longtemps que je me méfie du bien-fondé du genre *Euproctus*, basé exclusivement sur des caractères en rapport avec le mode d'existence et de reproduction de ces Tritons, qui, s'ils s'accordent par l'aplatissement de la tête, d'où le nom de *Triton platycephalus* sous lequel on a autrefois confondu les trois espèces, la queue plus ou moins préhensile et l'absence de crête dorsale et autres parures nuptiales chez les mâles, l'absence ou l'extrême réduction des crêtes caudales, etc., diffèrent entre eux par la

([1]) Nesterov, *Ann. Mus. Zool. Ac. Pétrograd*, t. 21, 1916, p. 1, pl. I, II. — Je suis redevable à M. G. de Southoff d'une traduction de cette Note, publiée en russe.

conformation du crâne et du mamelon anal; celui-ci, étiré en cône allongé et à orifice terminal dans les deux sexes chez l'espèce de Sardaigne, ce qui lui a valu le nom d'*Euproctus*, ne l'est que chez le mâle de celle de Corse et chez la femelle de celle des Pyrénées. Si ces deux dernières espèces étaient reliées par d'étroits liens de parenté directe, comme on l'a cru tout récemment, on a peine à concevoir un tel renversement de l'état des choses, tandis qu'en imaginant ce caractère comme produit secondairement et indépendamment, en réponse aux exigences du mode d'accouplement que nous connaissons, il semble tout naturel que le même but puisse être atteint par le mâle se servant d'une sorte d'organe intromittent pour déposer le spermatophore entre les lèvres du cloaque de la femelle ou, inversement, celle-ci venant le cueillir elle-même à sa sortie (¹). Il y a en outre chez les mâles des espèces de Sardaigne et de Corse une modification de la jambe, sous forme de tubercule ou péroné, simulant un sixième orteil, chez la première, d'un élargissement du même os chez la seconde, caractères sexuels secondaires, également en rapport avec le mode d'accouplement, qui ne se retrouvent pas chez l'espèce des Pyrénées. Les poumons, très réduits chez *M. aspera* et *Rusconii*, ont presque disparu chez *M. montana* et la forme et le mode d'attachement de la langue diffèrent aussi chez les trois espèces.

Le *Rhithrotriton Derjugini*, ou plutôt *Molge Derjugini*, comme je préfère l'appeler, ressemble étonnamment à l'Euprocte des Pyrénées, ainsi que j'ai pu m'en convaincre par l'examen des spécimens que je dois à l'obligeance de M. Nesterov. Même forme, queue cylindrique à la base et presque sans crêtes, plus longue chez la femelle que chez le mâle, mamelon cloacal hémisphérique à fente longitudinale chez le mâle, conique chez la femelle, faces supérieures brunes ou noirâtres tachetées de jaune, comme on le voit parfois chez l'espèce pyrénéenne, ventre orangé vif ou rouge au milieu, brun ou noirâtre sur les côtés. A première vue on confondrait facilement les deux espèces. En outre, la larve est presque identique et ressemble, à part la brièveté des panaches branchiaux, plus à celle de la Salamandre qu'à celles des Tritons; les œufs sont relativement grands et ronds, comme chez l'Euprocte des Pyrénées, le Pleurodèle et le Tylototriton. Et cependant le crâne est très différent de celui de l'Euprocte des Pyrénées : l'arcade fronto-squamosale, au lieu d'être complètement osseuse, est en grande

(¹) Le spermatophore diffère probablement de forme selon les espèces, mais nous ne sommes pas renseignés à cet égard.

partie ligamenteuse, comme chez l'Euprocte de Corse, et le quadratum, au lieu d'être dirigé en arrière, vient rejoindre le maxillaire. M. Nesterov ajoute à ces caractères l'articulation du ptérygoïde au maxillaire, mais cette particularité se retrouve précisément chez l'Euprocte des Pyrénées, comme le montrent les figures données par Gervais, Duméril et Bibron et Bedriaga (¹).

L'ossification, ou même la présence de l'arcade fronto-squamosale, ne peut être invoquée comme caractère générique chez ces Urodèles, à moins de séparer génériquement *Molge cristata*, *marmorata* et *palmata*, pour ne citer que des espèces françaises, ce qui, avec l'adjonction de quelques autres caractères tirés de la présence ou de l'absence d'une crête dorsale, de la forme de la langue et de l'aspect des téguments, nécessiterait presque un genre pour chaque espèce, comme cela a d'ailleurs été proposé (²); il ne resterait que l'extension du maxillaire jusqu'au quadratum pour justifier le genre *Rhithrotriton*. Ce caractère me paraît insuffisant, surtout en vue de l'état des choses chez *Molge* (*Glossoliga*) *Poireti* Gervais. Sur plusieurs crânes de cette espèce et de l'espèce voisine *M. Hagenmuelleri* Lataste, que j'ai pu examiner, le maxillaire est très étroitement séparé du quadratum et s'étend en arrière bien au delà de l'extrémité antérieure du ptérygoïde.

Il serait intéressant de retrouver le crâne figuré par Gervais (³) sous le nom de *Glossoliga Poireti*, car le maxillaire est représenté comme en contact avec le ptérygoïde et avec le quadratum, absolument comme chez *Rhithrotriton* et *Tylototriton*. Ce crâne appartient peut-être à un individu très âgé. On ne peut croire à une erreur du dessinateur, car Gervais a eu soin de faire observer que « le prolongement zygomatique du maxillaire va rejoindre l'os carré lui-même, ce qui n'a lieu chez aucune des autres espèces que nous avons figurées ».

Le maxillaire reste pair chez *Glossoliga*, *Pleurodeles*, *Tylototriton*, *Salamandrina*, *Salamandra* et *Chioglossa*; il est unique chez les Tritons propre-

(¹) C'est M. J. de Bedriaga qui, le premier, a fait connaître les caractères tirés du crâne distinctifs des trois espèces, qui pour lui représentaient autant de genres; mais il s'est depuis rallié à ma manière de voir.

(²) Gray, par exemple, répartissait en 11 genres les 14 espèces connues de son temps et exagérait l'importance des caractères tirés du crâne au point de placer nos *M. cristata* et *marmorata* dans deux familles distinctes; légèrement modifiée, cette classification a encore cours en Amérique.

(³) *Ann. des Sc. nat.*, 3ᵉ série, t. 20, 1853, pl. XV, fig. 9, et *Zoologie et Paléontologie françaises*, pl. LXV, fig. 7.

ment dits et chez les Euproctes, y compris *M. Derjugini*, ainsi que j'ai pu m'en assurer.

Si les différences ostéologiques dont je viens de mentionner les principales n'ont pas la valeur qu'on leur a attribuée pour la division en genres, elles n'en fournissent pas moins la preuve que les Euproctes ne sont pas aussi voisins les uns des autres qu'on se l'est souvent figuré; elles montrent que ces espèces bien tranchées doivent avoir été dérivées indépendamment de formes plus généralisées. Ces formes, en ce qui concerne les trois espèces d'Europe, nous sont inconnues et ont probablement disparu; mais il n'en est pas de même en ce qui concerne *M. Derjugini*, et c'est là le côté le plus intéressant de la découverte de ce Triton, comme je compte l'exposer dans une prochaine Note.

HYGIÈNE ALIMENTAIRE. — *Sur quelques essais de panification en vue de la continuité de la guerre.* Note (¹) de M. **Balland**.

Dès les premiers mois de 1915, alors que nos importations de denrées alimentaires devenaient plus aléatoires, l'administration de la Guerre s'est préoccupée des mesures qu'il conviendrait de prendre pour en atténuer les conséquences. Elle a notamment cherché des succédanés à la farine de blé qui, depuis la Révolution, est exclusivement employée à la préparation du pain de munition.

Ses efforts ont porté sur les farines d'orge, de maïs, de riz, de manioc et d'arachide. Il n'y avait pas lieu de s'occuper du seigle dont les réserves étaient restreintes, même avant l'arrivée en France des troupes russes qui ont conservé leur pain national, avec seigle et cumin. Les châtaignes et les pommes de terre ont été écartées, toutes les tentatives faites depuis Parmentier ayant prouvé que ces produits ne sont pas panifiables et qu'il est préférable de les consommer à l'état naturel ou sous forme de potage et de purée.

Voici un résumé des essais entrepris au fournil du Laboratoire des farines des Invalides avec le concours de M. Hennequin, officier d'administration de 1re classe, d'une rare compétence en boulangerie.

Le travail de la panification a été conduit sur levains, suivant les règles en usage dans les manutentions militaires.

(¹) Séance du 16 avril 1917.

Orge. — Les expériences avec 5, 10, 15, 20, 25 et 30 pour 100 de farine d'orge sont très favorables. La saveur de l'orge n'est perçue dans le pain qu'au delà de 10 pour 100. La mie conserve longtemps sa fraîcheur.

Maïs. — Farine de maïs jaune : au delà de 5 pour 100, la mie prend une teinte jaunâtre; à 10 pour 100, la nuance est plus accusée et la saveur spéciale du maïs apparaît. De 15 à 20, le travail se fait bien, mais demande plus de soin. La mie du pain est plus serrée.

Riz. — De 5 à 15 pour 100, les résultats sont satisfaisants. De 15 à 20, le travail est plus difficile; pain moins développé, mie plus compacte, s'émiettant facilement.

Manioc. — Avec 5, 10, 15 et 20 pour 100 de farine venant de Madagascar, le travail se fait mieux qu'avec le riz. La saveur du pain n'est pas influencée.

Arachide. — La farine préparée à Marseille, avec les tourteaux, d'où l'on a retiré l'huile, présentant la saveur désagréable des légumineuses, n'a été utilisée qu'après une légère torréfaction. A 5 pour 100 la saveur du pain est à peine modifiée; à 10 pour 100, saveur de seigle; jusqu'à 15 pour 100 la fabrication ne présente pas de difficulté, mais à partir de 10 pour 100 la mie est noirâtre et serrée, comme celle du pain de seigle.

Orge et maïs; orge et riz; orge et arachide. — Les essais à 15 pour 100 de ces produits, mélangés à parties égales, sont très acceptables. L'orge atténue la saveur du maïs et surtout celle de l'arachide.

En résumé, l'incorporation à la farine de blé des farines d'orge, de seigle, de maïs, de riz et de manioc peut être conseillée, en cas de nécessité, à la dose de 10 à 15 pour 100. La farine d'orge doit avoir la préférence.

Le travail est favorisé par l'emploi de levains jeunes, uniquement obtenus avec de la belle farine de blé : c'est précisément ce que recommandait Mège-Mouriès pour avoir du pain mi-blanc avec des farines bises.

Les pâtes, au moment de l'enfournement, contiennent de 46 à 49 pour 100 d'eau; la même proportion s'est retrouvée dans la mie des pains, 12 heures après leur sortie du four. Dans la croûte et dans les pains entiers, la teneur en eau a été également la même que dans les pains de munitions ordinaires.

Tous ces pains se conservent dans les limites de consommation du pain de munition et du pain biscuité.

La valeur alimentaire, d'après les analyses suivantes, serait intermédiaire entre les pains de seigle et de froment :

1. Farine d'orge au taux d'extraction de 66 pour 100. — 2. Farine de maïs jaune (taux d'extraction 90 pour 100). — 3. Farine de riz d'Indo-Chine (taux d'extraction 95 pour 100). — 4. Farine de manioc, reçue de Madagascar. — 5. Farine d'arachide préparée à Marseille. — 6. Pain de munition français. — 7. Pain de munition russe. Ces deux pains provenant de la station-magasin de Sens, en décembre 1916, ont été examinés 10 à 12 jours après leur préparation.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
Eau	12,75	12,50	12,86	12,60	5,40	29,05	24,68
Matières azotées	9,10	8,95	9,45	1,96	48,56	9,47	7,06
Matières grasses	1,95	4,05	0,20	0,44	0,62	0,14	0,20
Matières amylacées et cellulose	74,95	73,18	77,07	84,20	40,02	59,88	66,24
Cendres	1,25	1,32	0,42	0,80	5,40	1,46[1]	1,82[2]
	100 »	100 »	100 »	100 »	100 »	100 »	100 »

MM. **H. Le Chatelier** et **Georges Charpy** font hommage à l'Académie d'une brochure intitulée : *Conditions et essais de réception des métaux*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Géographie et Navigation, en remplacement de M. *Guyou*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 49,

M. Ernest Fournier obtient	....	20 suffrages
M. Édouard Perrin	»	10 »
M. Louis Favé	»	6 »
M. Félix Arago	»	5 »
M. R. Bourgeois	»	4 »
M. Charles Doyère	»	2 »
M. de Margerie	»	1 suffrage
M. Monteil	»	1 »

---

(1) Dont 0,71 de chlorure de sodium.
(2) Dont 0,63 de chlorure de sodium.

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 48,

M. Ernest Fournier obtient	. . . .	23 suffrages
M. Édouard Perrin »	. . . .	14 »
M. R. Bourgeois »	. . . .	3 »
M. Gentil »	. . . .	3 »
M. Louis Favé »	. . . .	2 »
M. Charles Doyère »	. . . .	2 »
M. Monteil »	. . . .	1 suffrage

Au troisième tour de scrutin, le nombre de votants étant 47,

M. Ernest Fournier obtient	. . . .	25 suffrages
M. Édouard Perrin »	. . . .	22 »

M. **Ernest Fournier**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu par M. le Président.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre du Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique, en remplacement de M. *H. Léauté*, décédé.

M. **Camille Jordan** réunit la majorité absolue des suffrages.

PLIS CACHETÉS (1).

M. **Jean Bouchon** demande l'ouverture d'un pli cacheté, reçu dans la séance du 10 avril 1917 et enregistré sous le n° 8379.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *Reconstruction articulaire*.

(Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

(1) Séance du 30 avril 1917.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *La vie et les travaux de l'ingénieur hydrographe en chef Philippe Hatt*, par M. J. Renaud.

2° Dr Icilio Guareschi. *Petrolii ed emanazioni terrestri e loro origine. Notizie storico-critiche di chimica geologica.* (Présenté par M. A. Haller.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques expressions numériques remarquables.* Note [1] de M. Michel Petrovitch.

Soit $f(x)$ une fonction développable en série de puissances

$$\lambda_0 + \lambda_1 x + \lambda_2 x^2 + \ldots \tag{1}$$

à coefficients λ_n égaux à des nombres *entiers réels* [2] et soit R le rayon de convergence de la série. A l'aide de la transcendante entière

$$\chi(x) = \sum_0^\infty \varepsilon_n q^{\alpha n^2 + \beta n} x^n \tag{2}$$

[où ε_n désigne l'unité affectée du signe du coefficient λ_n, q désigne une constante de module inférieur à 1, α et β deux constantes arbitraires dont la première à partie réelle positive] formons l'intégrale définie

$$V(r, q, \alpha, \beta) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} [f(re^{ti}) - f(0)]\,\chi(e^{-ti})\,dt \tag{3}$$

où r est une constante de module inférieur à R.

Les constantes r, q, α, β étant convenablement spécifiées, il existe une correspondance simple entre la décimale d'un rang arbitraire de $V(r, q, \alpha, \beta)$ *et les chiffres composant la suite de coefficients* λ_n.

---

(1) Séance du 30 avril 1917.

(2) Il est aisé d'étendre ce qui suit au cas des λ_n entiers complexes.

Pour le faire voir, remarquons que, d'après la formule générale de Parseval, on aura

$$(4) \qquad V(r, q, \alpha, \beta) = \sum_{1}^{\infty} \varepsilon_n \lambda_n q^{\alpha n^2 + \beta n} r^n.$$

La série (1) ayant son rayon de convergence non nul, l'expression $|\sqrt[n]{\lambda_n}|$ reste, pour toute valeur de l'indice n, inférieure à une certaine puissance entière, positive, finie et fixe de 10, par exemple à 10^{nh}, de sorte que

$$(5) \qquad \varepsilon_n \lambda_n < 10^{hn}.$$

Le nombre de chiffres composant l'entier λ_n est alors au plus égal à hn et, en désignant un tel chiffre composant par $\lambda_n^{(k)}$, on aura

$$(6) \qquad \varepsilon_n \lambda_n = \lambda_n^{(hn)} \lambda_n^{(hn-1)} \ldots \lambda_n^{(2)} \lambda_n^{(1)},$$

où les chiffres significatifs de rangs le plus élevés peuvent être remplacés par des zéros. Nous désignerons l'expression (6) sous le nom de *valeur arithmétique complétée de* λ_n.

Prenons pour r une puissance entière négative 10^{-p} inférieure à R (on a toujours $R \leqq 1$), pour q la valeur numérique 0,1 et pour α et β deux valeurs telles qu'on ait

$$\alpha n^2 + \beta n = \frac{n(n+1)}{2} h,$$

d'où

$$\alpha = \frac{h}{2}, \qquad \beta = \frac{h}{2} - p.$$

Avec ces valeurs on aura

$$\varepsilon_n \lambda_n q^{\alpha n^2 + \beta n} r^n = \frac{\varepsilon_n \lambda_n}{10^{P_n}} = 0,\underbrace{0.0\ldots0}_{P_{n-1}\ \text{zéros}}\lambda_n^{(hn)} \lambda_n^{(hn-1)} \ldots \lambda_n^{(2)} \lambda_n^{(1)},$$

où

$$P_n = \frac{n(n+1)}{2} h$$

et, par suite,

$$V(r, q, \alpha, \beta) = 0,\underbrace{\lambda_1^{(h)} \lambda_1^{(h-1)} \ldots \lambda_1^{(2)} \lambda_1^{(1)}}_{\varepsilon_1 \lambda_1} \underbrace{\lambda_2^{(2h)} \lambda_2^{(2h-1)} \ldots \lambda_2^{(1)}}_{\varepsilon_2 \lambda_2} \underbrace{\lambda_3^{(3h)} \lambda_3^{(3h-1)} \ldots \lambda_3^{(1)}}_{\varepsilon_3 \lambda_3} \lambda_4^{(4h)} \ldots,$$

d'où le résultat suivant :

L'intégrale $V(r, q, \alpha, \beta)$ *a pour valeur numérique zéro suivi, comme partie entière, de la partie décimale qu'on forme tout simplement en rangeant bout à bout les valeurs arithmétiques complétées des coefficients successifs* $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \ldots$.

Considérons, dans la suite naturelle de nombres entiers, les intervalles numériques $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \ldots$, l'intervalle Δ_k commençant par l'entier $\frac{k(k-1)}{2}h$ et finissant par l'entier $\frac{k(k+1)}{2}h$.

La $m^{ième}$ $(m = 1, 2, 3, \ldots)$ *décimale de* V *est égale au*

$$\left(\frac{k(k+1)}{2}h - m + 1\right)^{\text{ième}}$$

chiffre de la valeur arithmétique complétée du coefficient λ_k *ayant l'indice de l'intervalle* Δ_k *contenant l'entier m.*

En connaissant donc m premiers coefficients $\lambda_1 \ldots \lambda_m$ de $f(x)$, on aura ainsi, *sans aucun calcul supplémentaire*, la valeur numérique de l'intégrale V avec $\frac{m(m+1)(2m+1) + 3m(m+1)}{12}h$ décimales exactes.

L'intégrale V peut d'ailleurs être remplacée par diverses autres qui lui sont équivalentes et *dont on pourra ainsi déterminer chaque décimale individuellement.* Telle serait, par exemple, l'intégrale réelle suivante, où l'intégration ne porte que sur une combinaison de $f(x)$ et de e^x :

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty e^{-t^2} \mathrm{F}(rq^\beta \cos\mu t, \quad rq^\beta \sin\mu t)\, dt,$$

où $\mathrm{F}(x, y)$ désigne la partie réelle de $f(x+yi)$ et où μ est la constante

$$\mu = 2\sqrt{\log \operatorname{nat} 10}\sqrt{\alpha},$$

les quatre constantes r, q, α, β ayant les valeurs précédentes.

De plus, les considérations précédentes s'étendent aux intégrales (3) dans lesquelles la fonction entière $\chi(x)$ se trouverait remplacée par d'autres fonctions entières de x définies par le développement

$$\sum_0^\infty \varepsilon_n q^{\mathrm{M}_n} x^n,$$

où $q = 0{,}1$ et où les M_n sont des entiers positifs supérieurs à $\frac{n(n+1)}{2}h$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le développement en série de diverses expressions algébriques au moyen des fonctions de Bessel à plusieurs variables.* Note (¹) de M. B. **Jekhowsky**, présentée par M. Appell.

Nous avons vu (²) que l'on retrouve les fonctions de Bessel à plusieurs variables, introduites en analyse par M. Appell, aussi par la considération du développement

$$(1)\qquad e^{\sum\limits_{n=1}^{n=n}\frac{x_n}{2}\left(u^n-\frac{1}{u^n}\right)} = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} J_k(x_1, x_2, \ldots, x_n)u^k,$$

où e désigne la base des logarithmes népériens.

Laissant le développement détaillé de la théorie de ces fonctions dont je m'étais occupé, pour un Mémoire qui fera l'objet d'une publication ultérieure, je demande la permission d'indiquer brièvement quelques résultats principaux, que l'on trouve en partant du développement (1).

1° Si, dans la relation (1) et dans celle que l'on déduit de (1) en changeant u en $\frac{1}{u}$, on pose $u = e^{\varphi i}$ avec $i = \sqrt{-1}$, et qu'on prenne ensuite leur différence et leur somme, il vient

$$(2)\qquad \left\{\begin{aligned} \sin\left(\sum_{n=1}^{n=n} x_n \sin n\varphi\right) &= \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \mathrm{D}\,J_k(x_1, x_2, \ldots, x_n)\sin k\varphi,\\ \cos\left(\sum_{n=1}^{n=n} x_n \sin n\varphi\right) &= \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \mathrm{S}\,J_k(x_1, x_2, \ldots, x_n)\cos k\varphi, \end{aligned}\right.$$

où les lettres D et S indiquent qu'il s'agit de la différence ou de la somme de deux fonctions d'indices égaux en valeur absolue, mais de signes contraires. Ainsi l'on a les formules qui permettent de développer en séries périodiques, à l'aide des fonctions de Bessel à plusieurs variables, les expressions

$$\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\left(\sum_{n=1}^{n=n} x_n \sin n\varphi\right).$$

(¹) Séance du 30 avril 1917.

(²) Akimoff, *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 26. — Jekhowsky, *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2ᵉ série, t. 41, février 1917.

2° Faisant, dans la seconde formule (2), $\varphi = 0$, ainsi que dans la première, après l'avoir différentiée une fois par rapport à φ, on a

$$1 = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} J_k(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

et

$$\sum_{n=1}^{n=n} n x_n = \sum_{k=1}^{k=+\infty} k[J_k(x_1, x_2, \ldots, x_n) - J_{-k}(x_1, x_2, \ldots, x_n)].$$

3° En multipliant l'expression (1) par celle que l'on trouve en changeant u en $\frac{1}{u}$, on a une équation de la forme

$$1 = C_0 + \sum_{k=1}^{k=+\infty} C_k u^k + \sum_{k=1}^{k=+\infty} C_{-k} u^{-k}$$

qui doit exister quel que soit u.

Donc

$$C_0 = 1, \qquad C_k = 0, \qquad C_{-k} = 0,$$

et, en développant la première de ces relations, il vient

$$1 = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} J_k^2(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

ce qui montre que, les variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$ étant supposées réelles, la valeur absolue de $J_0(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ est plus petite que 1, et il en est de même pour chaque somme

$$J_k^2(x_1, x_2, \ldots, x_n) + J_{-k}^2(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

4° En désignant par A_1 et A_2 les séries

$$A = \begin{cases} A_1 = (-1)^p \displaystyle\sum_{p=0}^{p=\frac{n}{2}-1} x_{2p+1}, \\ A_2 = (-1)^p \displaystyle\sum_{p=0}^{p=\frac{n-1}{2}} x_{2p+1}, \end{cases}$$

suivant le cas de n pair ou impair, on trouve les développements de $e^{\mp A}$ sous

la forme

$$e^{\mp A} = J_0(x_1, x_2, \ldots, x_n) + \sum_{k=1}^{k=+\infty} i^k [(\mp 1)^k J_k(x_1, x_2, \ldots, x_n) + (\pm 1)^k J_{-k}(x_1, x_2, \ldots, x_n)].$$

5° Enfin, en désignant par s un nombre entier réel quelconque, on trouve des séries exprimant $J_k(sx_1, sx_2, \ldots, sx_n)$ en fonction de

$$J_k(x_1, x_2, \ldots, x_n), \quad J_{k+1}(x_1, x_2, \ldots, x_n), \quad \ldots, \quad J_{k+r}(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

ÉLASTICITÉ. — *Solution du problème de la plaque rectangulaire* épaisse *posée, chargée d'un poids unique en son milieu.* Note de M. **Mesnager**, transmise par M. Blondel.

Les ingénieurs ignorent totalement comment une plaque épaisse supportant une charge concentrée, agissant sur sa face supérieure, et reposant sur son contour, est sollicitée aux abords de sa face inférieure sous la charge. La théorie des plaques minces, qui ne s'applique pas en ces points, y indique des tensions infinies, ce qui est manifestement faux. Cette région cependant, quand la charge est placée au centre de la plaque, est la plus fatiguée par extension, celle où la rupture commence, ainsi qu'il est facile de s'en rendre compte en exerçant un effort sur le centre d'une vitre; c'est donc la plus intéressante pour le constructeur.

Considérons une plaque rectangulaire, rapportée à son centre; d'arêtes $2a$, $2b$, $2c$. Tout étant symétrique par rapport aux axes de la plaque, si l'on développe en série de Fourier les déplacements verticaux d'un plan horizontal et qu'on impose à w de s'annuler au contour, on trouve que la formule générale de la série se réduit à

$$(1) \qquad w = \Sigma_m \Sigma_n A_{mn} \cos mx \cos ny, \qquad \text{avec} \qquad m = \frac{i\pi}{2a}, \qquad n = \frac{j\pi}{2b},$$

i et j étant des nombres impairs et a et b les demi-côtés de la plaque $A_{mn} = F_3(z)$.

De même par des considérations de symétrie, jointes à l'hypothèse qu'il n'y a pas que des déplacements normaux aux plans du contour, on trouve pour les formes des deux autres déplacements

$$(2) \qquad u = \Sigma_m \Sigma_n F_1(z) \sin mx \cos ny, \qquad v = \Sigma_m \Sigma_n F_2(z) \cos mx \sin ny.$$

D'autre part, si l'on exprime que ce sont des fonctions biharmoniques, il vient

$$F_1(z) = A_1 z \operatorname{ch} rz + B_1 z \operatorname{sh} rz + C_1 \operatorname{ch} rz + D_1 \operatorname{sh} rz, \qquad \text{avec} \qquad r = \sqrt{m^2 + n^2},$$

et de même pour $F_2(z)$ et $F_3(z)$. Si, en outre, on tient compte de la condition nécessaire et suffisante donnée par M. Boussinesq [1], on trouve, h, M, N étant des fonctions harmoniques arbitraires de la forme

$$(A \operatorname{ch} rz + B \operatorname{sh} rz)(\sin \text{ ou } \cos) mx (\sin \text{ ou } \cos) ny,$$

$$(3) \qquad \left\{ \begin{aligned} u &= z \frac{\partial h}{\partial x} + M, \qquad v = z \frac{\partial h}{\partial y} + N, \\ w &= z \frac{\partial h}{\partial z} - \frac{\lambda + 3\mu}{\lambda + \mu} h - \int \left(\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} \right) dz. \end{aligned} \right.$$

Remplaçons dans (3) les fonctions par leurs valeurs choisies en tenant compte des conditions (1) et (2), il y a six indéterminées. Écrivons que les tensions tangentielles T_1 et T_2 sont nulles à la surface supérieure et à la surface inférieure, ce qui donne quatre conditions. En utilisant une remarque antérieure [2] écrivons que la charge est P en posant, pour $z = c$,

$$N_3 = -\varpi \Sigma_m \cos mx \Sigma_n \cos ny,$$

et pour $z = -c$,

$$N_3 = 0, \qquad \text{avec} \qquad \varpi = \frac{P}{4ab},$$

tout est déterminé. En résolvant et en ajoutant aux conventions précédentes

$$m' = mr^{-1}, \qquad n' = nr^{-1}$$

et

$$\alpha = (-2rc + \operatorname{sh} 2rc)^{-1}, \qquad \beta = (2rc + \operatorname{sh} 2rc)^{-1},$$

il vient [3]

$$\begin{aligned} u = \frac{2\varpi}{\mu} \Sigma_m \Sigma_n \frac{m}{r^2} \Big\{ & \alpha \left[-rz \operatorname{ch} rc \operatorname{ch} rz + \left(rc \operatorname{sh} rc - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \operatorname{ch} rc \right) \operatorname{sh} rz \right] + \\ & + \beta \left[-rz \operatorname{sh} rc \operatorname{sh} rz + \left(rc \operatorname{ch} rc - \frac{\mu}{\lambda + \mu} \operatorname{sh} rc \right) \operatorname{ch} rz \right] \Big\} \times \\ & \times \sin mx \cos my \end{aligned}$$

---

(1) *Application des potentiels*, p. 281. Gauthier-Villars, 1885.

(2) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 600.

(3) Formules d'accord avec celles dont M. Ribière a tiré d'autres solutions dans sa thèse. Bordeaux, Gounouilhou, 1888.

et

$$w = \frac{2\varpi}{\mu}\Sigma_m\Sigma_n\frac{1}{r}\Big\{\alpha\Big[rz\,\mathrm{ch}\,rc\,\mathrm{sh}\,rz - \Big(rc\,\mathrm{sh}\,rc + \frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu}\mathrm{ch}\,rc\Big)\mathrm{ch}\,rz\Big] + $$
$$+\beta\Big[rz\,\mathrm{sh}\,rc\,\mathrm{ch}\,rz - \Big(rc\,\mathrm{ch}\,rc + \frac{\lambda+2\mu}{\lambda+\mu}\mathrm{sh}\,rc\Big)\mathrm{sh}\,rz\Big]\Big\}\times$$
$$\times\cos mx\cos ny,$$

$$N_1 = 4\varpi\,\Sigma_m\Sigma_n m'^2\Big(\alpha\Big\{-rz\,\mathrm{ch}\,rc\,\mathrm{ch}\,rz + \Big[rc\,\mathrm{sh}\,rc - \Big(1 + \frac{n^2}{m^2}\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\Big)\mathrm{ch}\,rc\Big]\mathrm{sh}\,rz\Big\} + $$
$$+\beta\Big\{-rz\,\mathrm{sh}\,rc\,\mathrm{sh}\,rz + \Big[rc\,\mathrm{ch}\,rc - \Big(1 + \frac{n^2}{m^2}\frac{\lambda}{\lambda+\mu}\Big)\mathrm{sh}\,rc\Big]\mathrm{ch}\,rz\Big\}\Big)\times$$
$$\times\cos mx\cos my;$$

$$N_3 = 4\varpi\Sigma_m\Sigma_n\{\alpha[rz\,\mathrm{ch}\,rc\,\mathrm{ch}\,rz - (rc\,\mathrm{sh}\,rc + \mathrm{ch}\,rc)\,\mathrm{sh}\,rz] + $$
$$+\beta[rz\,\mathrm{sh}\,rc\,\mathrm{sh}\,rz - (rc\,\mathrm{ch}\,rc + \mathrm{sh}\,rc)\,\mathrm{ch}\,rz]\}\cos mx\cos ny,$$

$$T_1 = 4\varpi\Sigma_m\Sigma_n n'\{\alpha[-rz\,\mathrm{ch}\,rc\,\mathrm{sh}\,rz + rc\,\mathrm{sh}\,rc\,\mathrm{ch}\,rz] + $$
$$+\beta[-rz\,\mathrm{sh}\,rc\,\mathrm{ch}\,rz + rc\,\mathrm{ch}\,rc\,\mathrm{sh}\,rz]\}\cos mx\sin ny,$$

$$T_3 = 4\varpi\Sigma_m\Sigma_n m'n'\Big\{\alpha\Big[rz\,\mathrm{ch}\,rc\,\mathrm{ch}\,rz - \Big(rc\,\mathrm{sh}\,rc - \frac{\mu}{\lambda+\mu}\mathrm{ch}\,rc\Big)\mathrm{sh}\,rz\Big] + $$
$$+\beta\Big[rz\,\mathrm{sh}\,rc\,\mathrm{sh}\,rz - \Big(rc\,\mathrm{ch}\,rc - \frac{\mu}{\lambda+\mu}\mathrm{sh}\,rc\Big)\mathrm{ch}\,rz\Big)\Big\}\times$$
$$\times\sin mx\sin ny.$$

v, N_2, T_2 se déduisent de u, N_1, T_1 en intervertissant m avec n, x avec y. Toutes les séries précédentes et leurs diverses dérivées sont absolument convergentes dans tout le domaine ouvert $c > z > -c$, les dénominateurs introduits par α et β contenant e à une puissance plus grande que les numérateurs. Il suffit d'appliquer le théorème de Cauchy sur l'intégrale des termes, en l'étendant à une couronne du plan des mn, comprise entre un cercle fixe et un cercle indéfiniment croissant. A condition de considérer les séries simples obtenues par sommation en m d'abord, puis en n, N_3, T_1, T_2 sont aussi convergentes aux frontières $z = \pm c$, sauf à l'origine d'après les conditions imposées. Les fonctions constituant les termes des séries en m étant d'ailleurs continues, on voit facilement que les fonctions N_3, T_1, T_2 jouissent des mêmes propriétés, donc sont continues dans le domaine fermé ne comprenant pas l'origine. Dans ce domaine, la résultante a bien la valeur P, puisque sur une surface entourant l'origine elle n'en peut différer d'une quantité finie. On pourrait, par des procédés analogues, calculer la plaque épaisse uniformément chargée.

Comme dans les problèmes traités par M. Boussinesq dans le livre déjà cité N_3, T_1, T_2 sont indépendants des coefficients d'élasticité. En transpor-

tant l'origine au point chargé et en augmentant indéfiniment les dimensions a, b, c, on retrouverait les formules du sol élastique indéfini pressé en un point.

ASTRONOMIE. — *Observations et éléments provisoires de la comète* 1917 *b* (*Schaumasse*). Note (¹) de MM. **Fayet** et **Schaumasse**, présentée par M. B. Baillaud.

Les observations ci-dessous ont été faites par M. Schaumasse à l'équatorial coudé de 0ᵐ,40 d'ouverture de l'Observatoire de Nice.

Dates. 1917.	Temps moyen de Nice.	ΔƦ.	Δ℗.	Nombre de comp.	Ʀ apparente.	Log. fact. parall.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parall.	⋆.
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Avril 25.....	15.26.14	−0.35,04	−2.43,5	15:10	23. 5.44,07	9,633n	+10.19.15,6	0,765	1
» 26.....	15.12.27	+0. 2,94	+3.31,5	18:10	23. 6.29,54	9,635n	+10.50. 3,6	0,767	2
» 26.....	15.51.31	+0. 4,48	+4.23,7	15: 8	23. 6.31,08	9,621n	+10.50.55,8	0,753	2
» 27.....	15.30.39	−0.51,24	−0.13,7	15:10	23. 7.19,46	9,630n	+11.23.44,2	0,758	3
» 27.....	15.41.19	−0.50,56	−0. 2,5	15:10	23. 7.20,14	9,625n	+11.23.55,4	0,753	3

Positions des étoiles de comparaison.

⋆.	Gr.	Ʀ moyenne 1917,0.	Réduction au jour.	Déclin. moyenne 1917,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
1..........	7,9	23. 6.18,09	+1,02	+10.21.56,8	+2,3	Leipzig I 9232.
2..........	11,0	23. 6.25,55	+1,05	+10.46.29,8	+2,3	Rapp. à Leipzig I 9245.
3..........	8,4	23. 8. 9,64	+1,06	+11.23.55,6	+2,3	½(Leipzig I 9238 + Rümker 10882).

Remarques. — Avril 25 : Comète de grandeur 9,5, présentant une légère condensation centrale, entourée d'une nébulosité vaguement ronde de 2′ environ de diamètre. Observation faite pendant le crépuscule.

Avril 26-27 : Le ciel est très brumeux, la comète est faible.

Nous donnons en outre des éléments provisoires calculés en commun, par nous, à l'aide des observations des 25, 26 et 27 avril :

$$T = 1917 \text{ mai } 13{,}7497, \text{ temps moyen de Greenwich}$$

$$\left.\begin{aligned} \Omega &= 14°.\ 6',9 \\ i &= 159.31,0 \\ \omega &= 119.\ 6,8 \end{aligned}\right\} 1917{,}0$$

$$\log q = 9{,}88613$$

$$\text{Représentation du lieu moyen, } O - C = \begin{cases} \cos\beta\, d\lambda = +0',3 \\ d\beta = -0',1 \end{cases}$$

(¹) Séance du 30 avril 1917.

L'éclat paraît devoir augmenter assez notablement jusqu'au milieu de mai.

De ces éléments on a déduit l'éphéméride suivante, un peu incertaine :

Dates 1917 12ʰ t. m. Gr.	α.	δ.	log Δ.	log r.	$\frac{1}{r^2\Delta^2}$.
	h m s	° ′			
Mai 1er.....	23.11.39	+13.59	9,968	9,906	1,7
» 5.......	19. 4	+17.42	890	895	2,7
» 9.......	32.17	+23.14	796	886	4,0
» 13.......	58.32	+31.58	685	886	7,2
» 17.......	I.. 0.17	+45.42	571	886	11,4

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la concentration des électrolytes au voisinage des électrodes.* Note de M. **St. Procopiu**, présentée par M. Lippmann.

Il est admis ordinairement que, dans une solution électrolytique au repos, autour de l'électrode il y a d'abord la couche double de Helmholtz-Lippmann, puis le reste du liquide à une concentration unique et définitive. Des expériences antérieures ([1]) nous ont conduit à considérer qu'après la couche double, il y a une couche d'électrolyte d'une autre concentration que celle de la masse du liquide. Le but de cette Note est de donner une idée sur l'épaisseur de cette couche de passage, de concentration différente.

Supposons une cellule électrolytique métal-liquide-métal, symétrique, le liquide ayant le même cathion que l'électrode, par exemple : Zn, $ZnSO^4$, Zn; la force électromotrice sera nulle. Si l'on déplace l'une des électrodes, elle deviendra *positive*, donc la concentration de l'électrolyte autour d'elle sera de ce fait augmentée. Autour de l'électrode il y a donc une couche de *moindre concentration* et le mouvement a eu pour rôle de la rompre et de provoquer le contact de l'électrode avec les couches concentrées du reste de la solution.

Supposons que la couche pauvre en cathions (ce sont eux qui décident la force électromotrice) soit due à une répulsion électrostatique.

Son épaisseur sera déduite de l'antagonisme entre les forces électriques résultant de la pression de dissolution de l'électrode et de la charge des ions et les forces osmotiques des cathions de la solution, qui tendent à uniformiser leur répartition.

([1]) St. Procopiu, *Annales scientifiques de l'Université de Jassy*, 1912, p. 224, et *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 492.

L'électrode forme un champ électrique $H = -\frac{V}{x}$, où V est le potentiel métal-liquide et x la distance de l'électrode au point considéré. V est déterminé par les pressions de dissolution du métal et des cathions de l'électrolyte. Il est toujours positif quand le cathion et l'électrode sont du même métal. La force électrique exercée sur les cathions sera $-\frac{V}{x} nqc \frac{1}{k}$, si q est la charge électrique de la molécule-gramme de l'hydrogène, n la valence des cathions, c la concentration en molécules-grammes et k la constante diélectrique du solvant. La force d'uniformisation (diffusion) est $-\mathrm{RT}\frac{\partial c}{\partial x}$, où R est la constante des gaz, T la température absolue. A l'équilibre nous aurons

$$-\frac{V}{x} nqc \frac{1}{k} = -\mathrm{RT}\frac{\partial c}{\partial x},$$

d'où l'on tire

$$\int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{x} = k \frac{\mathrm{RT}}{qn} \int_{c_0}^{c_1} \frac{dc}{\mathrm{V}c}$$

en intégrant entre les limites x_0 et x_1, qui correspondent aux concentrations c_0, auprès de la couche double, et c_1, pour le reste de la solution. V est une fonction logarithmique de la pression de dissolution du métal et de la concentration de la solution; comme la pression du métal est beaucoup plus grande que celle des cathions, nous pouvons le considérer comme constant, dans une première approximation. Alors on a

$$\log\frac{x_1}{x_0} = k \frac{\mathrm{RT}}{qn} \cdot \frac{1}{\mathrm{V}} \log\frac{c_1}{c_0}. \tag{1}$$

Mettons $v = \frac{\mathrm{RT}}{qn} \log\frac{c_1}{c_0}$, où v représente la force électromotrice produite par le mouvement de l'électrode, car, d'après ce que nous avons dit, la concentration auprès de l'électrode au repos sera c_0, tandis que pour celle en mouvement elle sera c_1, plus grande. La relation (1) devient alors

$$\log\frac{x_1}{x_0} = k\frac{v}{\mathrm{V}},$$

ou

$$x_1 = x_0 e^{k\frac{v}{\mathrm{V}}}. \tag{2}$$

x_0 est l'épaisseur de la couche double ou la distance jusqu'à laquelle peut parvenir le mouvement, près de l'électrode. Si l'on tient compte qu'il y a toujours, adhérente sur le métal, une couche de liquide que les mouvements

du liquide n'affectent pas, on donnera à x_0 une valeur plus grande que celle de la couche double.

Exemple : $Zn | ZnSO^4 | Zn$, $V = 0{,}73$ volt et la force électromotrice produite par le déplacement du zinc est $\nu = 0{,}040$ volt; k, pour le solvant eau, a la valeur 81. On a alors $x_1 = 86 x_0$. Et comme x_0 est de l'ordre de 10^{-7} cm (Lippmann), il faut que x_1, l'épaisseur de la couche pauvre en cathions, soit de l'ordre de 10^{-5} cm, le dixième de micron.

On peut faire le calcul pour tous les métaux dans leurs solutions et pour les métaux qui ont une pression de dissolution plus grande que celle de l'hydrogène, quand le liquide est l'eau ou les acides.

Les métaux qui ont une pression de dissolution moindre que celle de l'hydrogène (Pt, Ag, Hg, Cu), par le mouvement dans l'eau ou dans les acides deviennent négatifs; il y a donc accumulation de cathions sur le métal; ν est négatif (la force électromotrice de mouvement), V est négatif aussi; on obtient donc toujours une valeur positive pour le rapport $\frac{\nu}{V}$.

Pour avoir une idée de la grandeur de la couche de liquide auprès de l'électrode, on peut aussi étudier après combien de temps disparaît la force électromotrice provoquée par le mouvement. Ce temps est très petit, comme on le voit par les nombres suivants : Zn-eau, 150 secondes; Fe-eau, 120 secondes; Ni-eau, 10 secondes; Cu-eau, 50 secondes; Hg-eau, 50 secondes. Donc la couche se refait immédiatement. Le temps pourrait servir comme base d'une autre méthode pour l'appréciation de l'épaisseur de la *couche de passage*.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les fluorures de zirconium et sur les fluorures de zirconyle.* Note (¹) de M. **Ed. Chauvenet**, présentée par M. A. Haller.

Le fluorure de zirconium a été obtenu par Sainte-Claire Deville (²) et par Sainte-Claire Deville et Caron (³), soit en dirigeant un courant d'acide fluorhydrique sur de la zircone chauffée à haute température, soit en faisant passer du gaz chlorhydrique sur un mélange de zircone et de fluorure de calcium porté au rouge, soit enfin en chauffant de l'oxyde de zirconium en présence de vapeurs de fluorhydrate de fluorure d'ammonium. Il m'a paru plus simple de préparer ce produit en décomposant par la chaleur (200°

(¹) Séance du 30 avril 1917.

(²) *Ann. de Chim. et de Phys.*, t. 5, 1865, p. 109.

(³) *Ibid.*, t. 49, 1857, p. 84.

environ) et dans une atmosphère fluorhydrique le fluorure acide de zirconyle anhydre ou hydraté $ZrOF^2,2HF$ et $[ZrOF^2,2HF,2H^2O]$. Cette dernière combinaison s'obtient sans difficulté; il suffit en effet d'évaporer une dissolution de zircone hydratée dans de l'acide fluorhydrique jusqu'à apparition de cristaux. Le produit, essoré et desséché à l'air jusqu'à poids constant, répond à la composition $ZrF^4,3H^2O$; il est signalé dans la littérature chimique sous le nom d'*hydrate de fluorure de zirconium*. Or il est peu probable que ce produit possède une telle constitution. De l'étude du zirconium il se dégage en effet nettement, d'une part que les composés de cet élément ont une tendance très marquée à s'hydrolyser, et d'autre part que les combinaisons hydratées de ce métalloïde doivent être considérées non comme des dérivés du zirconium, mais comme des dérivés du radical zirconyle $[ZrO]$; l'existence de ce radical a été mise en évidence en particulier par des mesures de conductivité électrique, de cryoscopie et de thermochimie. Les réactions qui donnent naissance au fluorure de zirconium sont les suivantes :

$$ZrOF^2,2HF = ZrF^4 + H^2O,$$
$$ZrOF^2,2HF,2H^2O = ZrF^4 + 3H^2O.$$

Ce produit est insoluble dans l'eau; à froid il absorbe de l'acide fluorhydrique, probablement jusqu'à obtention de l'acide fluozirconique ZrF^6H^2. Je me propose d'ailleurs de revenir sur cette réaction; ce sera peut-être un moyen simple d'atteindre l'acide fluozirconique qu'on n'a pas encore pu isoler.

$[ZrOF^2,2HF,2H^2O]$ est stable dans l'air sec et même dans le vide à la température ordinaire; à 100° il commence à se déshydrater, et à 140° il perd ses 2 molécules de H^2O et donne donc $ZrOF^2,2HF$. Au-dessus de 140° et à l'air ordinaire, le fluorure acide de zirconyle met en liberté les 2 molécules de HF et le résidu est constitué par du fluorure neutre de zirconyle

$$ZrOF^2,2HF = ZrOF^2 + 2HF.$$

A froid, cette combinaison absorbe 2^{mol} d'acide fluorhydrique et le dérivé acide est régénéré. Le fluorure de zirconyle s'obtient encore très facilement de la manière suivante : le fluorure acide et hydraté est soluble dans l'eau, mais si la dissolution est étendue, il se dépose un produit lequel, desséché jusqu'à poids constant, possède la composition $ZrOF^2,2H^2O$; à 100° cet hydrate perd $1^{mol},5H^2O$ et à 120°, la déshydratation est totale; à cette température on obtiendrait donc le fluorure neutre de zirconyle anhydre $ZrOF^2$.

D'après ce qui précède, il résulte que les combinaisons fluorées du zirconium peuvent être divisées en deux groupes :

1° Combinaisons du fluorure de zirconium;
2° Combinaisons du fluorure de zirconyle.

A la première catégorie appartiennent le fluorure de zirconium proprement dit ZrF^4, l'acide fluozirconique ZrF^6H^2 et les fluozirconates de formule générale ZrF^6MH, ZrF^6M^2 et $ZrF^6M^n (n > 2)$ dont je me propose d'entreprendre l'étude. La deuxième catégorie comprend le fluorure de zirconyle et ses dérivés acides et hydratés :

$$ZrOF^2;\quad ZrOF^2,H^2O;\quad ZrOF^2,2H^2O;$$
$$ZrOF^2, 2HF;\quad ZrOF^2, 2HF, 2H^2O.$$

GÉOLOGIE APPLIQUÉE. — *Sur l'utilisation industrielle des vapeurs naturelles et des sources chaudes.* Note (¹) de M. **R.-M. Gabrié.**

Il existe, dans plusieurs régions du globe, des sources considérables d'énergie qui sont encore inutilisées : ce sont les dégagements naturels de vapeur d'eau et les sources d'eau bouillante ou très chaude.

Des dégagements de vapeurs continus et abondants s'observent en particulier dans l'Ile Blanche de Nouvelle-Zélande, à Hammam Kinif en Algérie. Au Stromboli, le dégagement est intermittent et se produit à intervalles réguliers.

Parmi les sources d'eau très chaude, les plus remarquables par leur débit et leur température sont les geysers que l'on rencontre en Islande, en Californie et en Nouvelle-Zélande. Les sources chaudes non jaillissantes sont également très répandues et l'Algérie en possède un grand nombre.

Considérons d'abord les dégagements de vapeur. Depuis les travaux de M. A. Rateau, on sait utiliser la vapeur d'échappement des machines sans condensation en l'envoyant dans des accumulateurs de vapeur et de là dans des turbines à basse pression. Ces vapeurs d'échappement fournissaient en 1908 plus de 100000 chevaux à l'industrie. Or les vapeurs naturelles leur sont comparables et doivent pouvoir être utilisées de la même manière.

Supposons que la vapeur naturelle soit seulement à la pression de 1^{kg}

(¹) Séance du 30 avril 1917.

par centimètre carré et qu'on la détende jusqu'à une pression au condenseur de $0^{kg},15$. La consommation de vapeur par cheval-heure peut se calculer par la formule

$$K = \frac{6,95 - 0,07 \log P - 0,85 \log p}{\log P - \log p},$$

ce qui donne dans le cas considéré : $K = 9^{kg},3$.

Comptons une consommation réelle de 20^{kg} par kilowatt aux bornes des machines électriques, on voit qu'une puissance de 500 kilowatts nécessiterait 10000^{kg} de vapeur à l'heure, débit qui doit être facilement réalisé dans la nature. (Les auteurs ne l'indiquent pas.)

Pour obtenir la même puissance en brûlant sous des chaudières du charbon à 25^{fr} la tonne, il faudrait dépenser par an environ 200000^{fr} pour une marche de 24 heures par jour.

Passons maintenant aux sources chaudes et prenons pour exemple celles de Hammam Meskoutine, près de Guelma, qui débitent par minute 3600^{l} d'eau à 95°.

Or 1^{m^3} d'eau refroidie de 95° à 50° perd 45000 cal-kg qui peuvent être employées à vaporiser $\frac{45}{571} = 0^{m^3},079$ d'eau à 50°. La tension de la vapeur d'eau à 50° est $P = 0,125$ kg : cm². Si la pression au condenseur est $p = 0,100$, le poids de vapeur consommé par cheval-heure est, d'après la formule précédente, $k = 82^{kg}$. Or nous venons de voir que 1^{m^3} d'eau à 95° donne à peine 80^{kg} de vapeur à 50°. En supposant une consommation réelle de 108^{kg} de vapeur par cheval-heure, on voit que la source considérée, avec son débit de 3600^{l} par minute, ou 216^{m^3} à l'heure, donnerait environ 160 chevaux.

Cela correspond à une dépense de charbon d'environ 64000^{fr} par an. L'utilisation de ces ressources serait donc peut-être intéressante pratiquement.

Pourtant, on voit immédiatement combien la puissance fournie par un certain poids à 95° est faible par rapport à celle du même poids de vapeur à 100°. Un débit de 216^{t} de vapeur à l'heure correspondrait à une puissance de 10800 kilowatts ou 14600 chevaux : soit, en dépense de charbon, près de 6 millions de francs par an.

Les sources d'eau bouillante acquerraient donc une valeur considérable si l'on pouvait vaporiser toute l'eau qu'elles débitent au moyen de la seule chaleur terrestre. Or précisément, dans ces régions où le volcanisme se manifeste encore par l'existence de sources très chaudes, le degré géother-

mique est très faible. Ainsi, dans la cheminée du Grand Geyser d'Islande, la température augmente de 1° quand on descend de 2^m.

Il est donc raisonnable de penser qu'en creusant dans ces régions des puits d'une profondeur relativement faible, on arriverait au point où la température du sol est égale ou supérieure à celle de l'ébullition et l'on obtiendrait ainsi une source de vapeur jaillissante, c'est-à-dire une source d'énergie considérable et d'une durée illimitée.

On ne peut pas affirmer que tout se passera de cette façon. L'expérience seule pourra démontrer si cette hypothèse est juste et si l'on peut vaporiser tout ou partie du débit d'une source chaude au moyen de la seule chaleur terrestre. Cette expérience consisterait à creuser en un point convenablement choisi un puits ou un trou de sonde d'une profondeur tout à fait courante.

Beaucoup de sources chaudes sont incrustantes; les vapeurs naturelles sont généralement accompagnées de gaz carbonique et sulfureux, mais cela ne doit pas être un obstacle insurmontable à leur mise en valeur.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur un Foraminifère de la craie des Alpes et des Pyrénées.* Note de M. **Jacques de Lapparent**, présentée par M. H. Douvillé.

Sous le nom de *Pulvinulina tricarinata*, M. Quereau [1] a décrit un Foraminifère provenant de ces couches rouges des Alpes suisses dont l'attribution au Crétacé supérieur n'est plus actuellement mise en doute. M. Cayeux [2] a retrouvé la même espèce dans des roches de même âge provenant de diverses localités des Alpes vaudoises, du Môle (Haute-Savoie), du Diois, du Devoluy, des environs de Grenoble et de Chambéry, et M. H. Douvillé me l'a montrée dans des échantillons de calcaires crétacés des environs de Thones (Haute-Savoie).

L'étude lithologique des roches du Crétacé supérieur de la région des Pyrénées occidentales m'a mis en évidence la présence du même Foraminifère; mais alors que les précédents observateurs avaient dû se contenter, pour définir ou déterminer cette espèce, de sections en lames minces, j'ai eu la bonne fortune de pouvoir dégager de la gangue sa très petite

(1) Quereau, *Die Klippenregion von Iberg* (*Beit. z. geol. Karte der Schweiz*, n° 33).

(2) Cayeux, *in* De Grossouvre, *Stratigraphie de la Craie supérieure*, 1901.

coquille et partant de l'observer à la fois en sections minces, et sous tous ses aspects.

Il m'apparaît que ce fossile fut mal caractérisé par Quereau à la fois comme espèce et comme genre.

Comme espèce : il ne possède pas en effet les trois carènes indiquées. S'il peut sembler, après une observation rapide des sections, que les loges sont tricarénées, cela résulte de l'existence d'un bourrelet qui borde un côté des loges et qui se trouve être toujours coupé deux fois par les sections; un second bourrelet qui borde le côté opposé n'étant coupé qu'une seule fois.

Comme genre : il se trouve, par la position de la bouche de chacune des loges, nettement apparenté aux *Globigérines*.

On peut juger par les figures ci-dessous de la forme générale de ce Foraminifère et de la forme des loges, du bandeau carénal qui les borde, des bourrelets qui forment les lisières de ce bandeau.

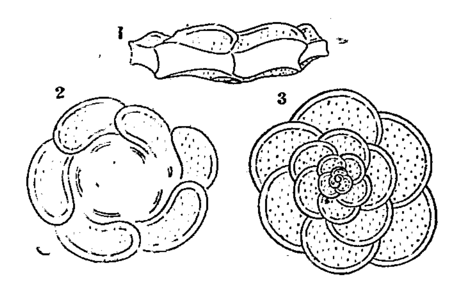


Fig. 1 (gr. 50 fois environ).

1. Vue de profil montrant le bandeau carénal et le relèvement du plafond des loges. — 2. Coté ombilical montrant le bourrelet inférieur des loges et la lèvre supérieure de la bouche de chacune d'elles. — 3. Côté opposé montrant les bourrelets inférieurs interrompus.

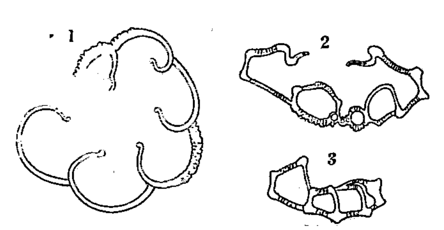


Fig. 2 (gr. 50 fois environ).

1. Section tangentielle du dernier tour montrant l'ouverture des loges dans l'ombilic. — 2. Section transversale un peu oblique montrant pour les dernières loges l'ouverture dans l'ombilic. — 3. Section transversale montrant comment la cloison du bandeau carénal interne s'appuie sur le bourrelet d'une loge ancienne.

Le Foraminifère possède une cavité ombilicale sur laquelle donnent toutes les bouches : l'une de celles-ci est, pour la loge correspondante, formée par un repli du bandeau carénal qui s'appuie d'une part sur le bandeau carénal même de la loge qui précède, d'autre part sur le bourrelet d'une des loges du tour précédent, de sorte qu'il n'y a pas communication d'une loge à la suivante par la bouche : c'est là un caractère des *Globigérines*.

Le plafond et le plancher des loges sont largement perforés; le test étant très épais, ces perforations sont de véritables petits canaux très facilement visibles en lames minces. Au contraire le bandeau carénal ne laisse apercevoir aucune perforation.

Dans le dernier tour (on en compte généralement trois de six loges par tour) du

côté ombilical, le plafond des loges est un peu relevé, et cela donne à la coquille un profil caractéristique.

L'individu jeune, représenté par quatre ou cinq des premières loges, est une *Globigérine* typique à loges sphériques et perforées. Dans certains individus la forme *Globigérine* dure plus longtemps et les dernières loges seules présentent la différenciation caractéristique de notre fossile.

Dans les Pyrénées on trouve ce Foraminifère dans les couches de la formation désignée par Leymerie et par M. Stuart-Menteath sous le nom de *flysch*. Son histoire est intéressante : il est d'abord caractéristique des couches du flysch les plus bréchiques. Il manque toutefois dans les tout premiers horizons de la formation; mais l'on trouve à sa place une *Globigérine* de même dimension, ayant même nature de test et qui parfois s'épaissit aux points des loges où notre Foraminifère présente des bourrelets.

Quand on atteint des niveaux d'âge certainement sénonien l'espèce se répand en outre dans un faciès caractérisé par l'abondance des algues, alors que, au début dans le même faciès d'âge cénomanien ou turonien, elle manquait. Une petite différenciation se produit alors dans la forme : tandis que la face opposée au côté ombilical était pour les individus anciens relativement plane, celle-ci devient subconique, sans que d'ailleurs la forme et la disposition générale des loges changent.

Les différents faciès du Danien ne la contiennent plus.

Il y a lieu, je crois, d'identifier ce Foraminifère à celui qui fut décrit par Reuss (¹) sous le nom de *Rosalina* (puis de *Discorbina*) *canaliculata* et qui provient de la craie des Alpes. Cette *Discorbina* de Reuss présente, comme l'a fait remarquer Brady (²), les caractères d'une *Globigérine*, qui sont ceux que nous avons retrouvés dans notre espèce. C'est encore mêmes caractères et même forme qui furent indiqués par Alcide d'Orbigny (³) dans sa diagnose de la *Rosalina Linnei* (ou *Linnœana*), espèce vivante provenant des côtes de l'île de Cuba. Sans conteste c'est ce nom spécifique qui a droit de priorité. Notre Foraminifère et tous ceux qui possèdent des caractères identiques devront donc être dorénavant appelés *Rosalina* ou *Globigerina Linnei;* le nom de *Pulvinulina tricarinata* doit être abandonné.

Cette Rosaline paraît d'ailleurs excessivement rare après l'époque crétacée. A cette époque elle caractérise nettement par son abondance la craie

---

(¹) REUSS, *Denksch. d. k. Akad. Wiss. Wien*, t. 7, p. 70, pl. XXVI.

(²) BRADY, *Report Challenger*.

(³) RAMON DE LA SAGRA, *Hist. phys., polit. et nat. de l'île de Cuba : Foraminifères*, par Alcide d'Orbigny. Paris, 1839.

supérieure des Alpes et des Pyrénées; on ne la trouve ni en Aquitaine, ni dans le bassin de Paris. Elle pullulait sur les rivages pyrénéens et alpins de la mésogée; des calcaires en sont pétris; son nom mérite de servir à la définition de certains faciès lithologiques et c'est pourquoi il m'a semblé utile de la caractériser avec précision.

BIOLOGIE. — *Loi numérique de la régression des organes érectiles, consécutive à la castration postpubérale, chez les Gallinacés.* Note de M. A. **Pézard**, présentée par M. Edmond Perrier.

Dans une Note précédente (¹), nous avons signalé que la castration, pratiquée chez les coqs adultes, est immédiatement suivie d'une régression des organes érectiles (crête, barbillons, oreillons); en même temps, l'instinct sexuel disparaît, avec toutes ses manifestations secondaires (chant, ardeur combative). Par contre, les caractères sexuels secondaires relatifs aux phanères (plumage, ergots) ne sont pas influencés.

La marche de la régression des organes érectiles est intéressante à suivre, car elle conduit à une loi numérique fort simple, qui jette quelque lumière sur l'action quantitative de l'harmosone (²) testiculaire.

Nos calculs actuels portent exclusivement sur la longueur de la crête : non seulement, ce caractère est facile à mesurer, mais encore il rend compte de la variation des autres organes érectiles, qui suivent une marche rigoureusement parallèle, et même de l'activité sexuelle, qui évolue de la même façon.

Les nombres que nous donnons ci-après sont relatifs à quatre animaux : les trois premiers ont subi la castration complète; le quatrième est un castrat chez lequel le développement de la crête a été obtenu à la suite d'injection d'extrait testiculaire; la régression de l'organe s'est produite dès la cessation des injections.

(¹) *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1183.

(²) Terme employé pour désigner les hormones à action morphogène. Voir à ce sujet : *Le Néovitalisme*, par M. le professeur Gley (*Revue scientifique*, 4 mars 1911).

N° 1.		N° 2.		N° 3.		N° 4.	
Castré le 26 fév. 1914.		Castré le 18 janv. 1912.		Castré le 20 mars 1912.		Cessation des injections le 26 mai 1910.	
26 fév....	88	18 janv...	86	20 mars...	110	26 mai...	86
5 mars..	78	25 janv...	78	27 mars...	101	18 juin...	70
12 mars..	69	31 janv...	69	3 avril...	94	30 juin...	65
19 mars..	63	7 fév....	65	10 avril...	85	13 juill...	62
26 mars..	61	14 fév....	59	17 avril...	80	7 août...	67
2 avril..	59	21 fév....	58	24 avril...	74		
9 avril...	58	28 fév....	55	1 mai....	66		
....	..	....	..	15 mai....	64		
7 mai...	57	13 mars..	55	29 mai....	60		
				15 juin....	58		

Rapide d'abord, la diminution de longueur de la crête se ralentit et finalement s'arrête au bout de plusieurs semaines. La partie de la crête conditionnée par l'harmosone testiculaire est représentée quantitativement par ce qui a régressé; la longueur restante représente la partie neutre.

La variation a une allure parabolique et se traduit par la formule $v = \sqrt{2Cl}$, où v représente la vitesse de régression, l la longueur de la partie conditionnée, C une constante que nous appellerons *constante de régression*. Pour le démontrer, on peut admettre cette formule *a priori*, calculer C dans chaque cas, connaissant le temps, et tracer la courbe théorique (en pointillé) (*fig.* 1, 2, 3 et 4). En comparant cette courbe à celle qui est donnée par l'expérience (trait continu), on constate qu'il y a une coïncidence frappante; les légers écarts sont dus à des fluctuations individuelles et momentanées.

A l'examen sommaire de la crête chez les coqs normaux on constate que cet organe est formé d'un tissu conjonctif mou présentant une lacune sanguine axiale, et entouré de petites lacunes sanguines sous-cutanées. La structure reste la même chez les castrats, où il y a réduction des lacunes et du tissu conjonctif. On doit donc admettre, en s'en tenant aux seules données macroscopiques, que la régression n'est pas due à une modification circulatoire de l'organe, mais bien à une atrophie partielle. Dans ces conditions il est naturel de penser que l'harmosone testiculaire est nécessaire pour que l'assimilation se produise dans le tissu érectile; la nutrition de l'organe ne se produirait plus, une fois le testicule supprimé. L'harmosone agit à la façon d'une force constante analogue à une pression qui élève, puis maintient à une hauteur déterminée le niveau d'eau d'un réservoir. En l'espèce, la hauteur de l'eau serait représentée par la longueur de la partie conditionnée, à laquelle on peut donner le nom de *potentiel sexuel :* dans les cas qui nous occupent, ces potentiels sont respectivement proportionnels à 26, 31, 31 et 52; ils mesurent, d'une façon précise, l'action morphogène spécifique de l'harmosone testiculaire.

Quant à la durée même de la régression, elle peut être imputable, ou bien à une

aptitude du tissu érectile à régresser, quand l'assimilation est impossible, ou bien à une diminution de l'action de l'harmosone qui ne disparaîtrait que peu à peu, après la castration. Si cette seconde hypothèse était exacte, il ne pourrait manquer d'y avoir

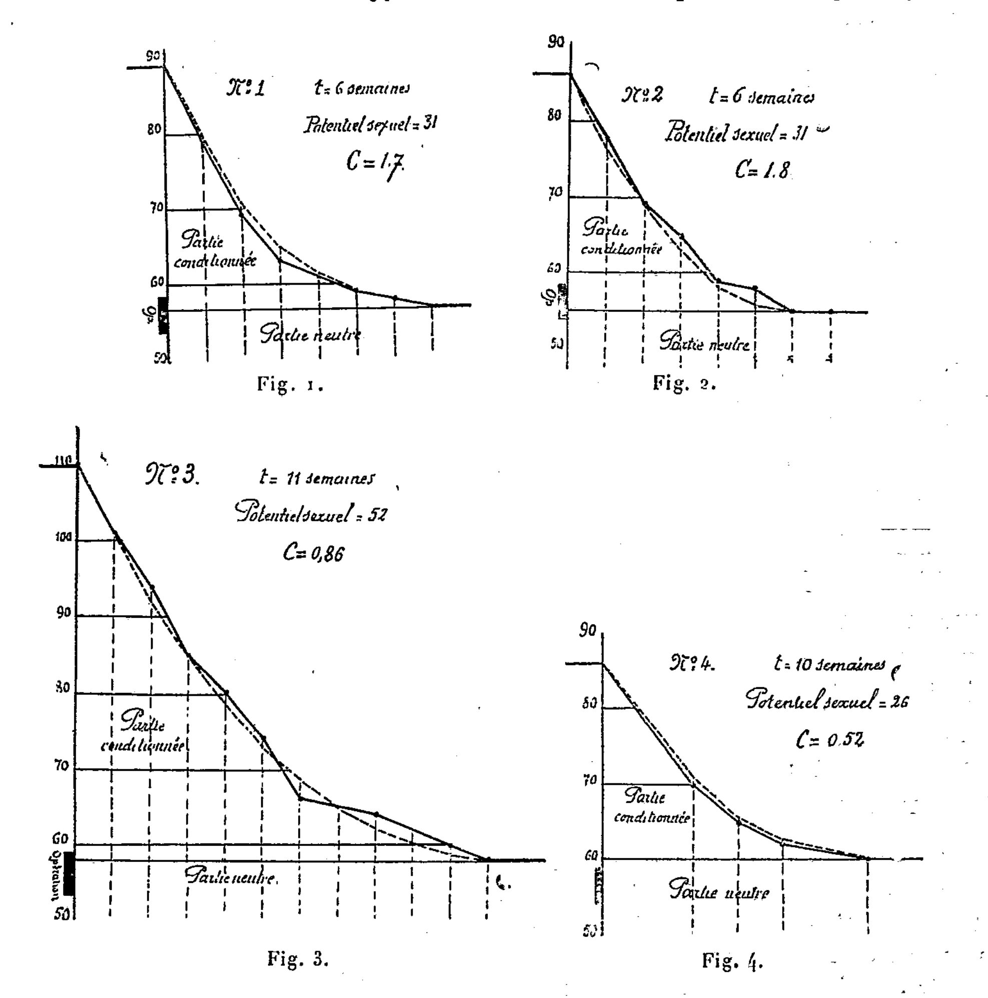


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

continuité, dans la courbe de la crête, entre la partie horizontale et la partie descendante. Nous constatons, au contraire, un angle très net, presque droit, et une marche de variations qui n'est pas en harmonie avec la seconde manière de voir.

Ainsi, non seulement l'harmosone testiculaire est nécessaire pour le développement et le maintien du tissu érectile, mais encore son action doit être constante, et cesse dès la suppression de l'organe qui déverse l'harmosone dans le sang. Ce processus est à rapprocher de l'action de l'adrénaline, produit spécifique des capsules surrénales : elle aussi se détruit dans le sang presque instantanément.

PSYCHOLOGIE ANIMALE. — *Acquisition d'une habitude chez le Poulpe.* Note de M[lle] **Marie Goldsmith**, présentée par M. Yves Delage.

La question de l'aptitude des Invertébrés à profiter de l'expérience *individuelle* (par opposition à l'expérience héréditaire et spécifique constituant l'instinct) est très controversée. C'est dans l'absence de cette faculté que certains auteurs croient voir le trait caractéristique de la vie psychique des Invertébrés, celui par lequel elle s'oppose à celle des Vertébrés, doués, eux, de cette précieuse aptitude qui seule permet d'atteindre à un niveau supérieur. Pour trouver quelques indications valables relativement à cette question, il faut comparer la faculté d'adaptation individuelle chez les Vertébrés inférieurs (les Poissons surtout) et les Invertébrés supérieurs (Céphalopodes ou Arthropodes supérieurs). Les expériences exposées ici ont pour objet le Poulpe (*Octopus vulgaris*), chez lequel j'ai essayé de faire naître une nouvelle habitude par un procédé qui a déjà servi en psychologie comparée : en mettant en conflit un instinct avec une impression nouvelle, celle-ci destinée à modifier les manifestations de celui-là.

Ce procédé comporte des difficultés, précisément parce qu'il s'agit de combattre un instinct; en revanche, ses résultats, s'ils sont positifs, permettent de conclure à la possibilité de l'établissement d'une nouvelle habitude même dans les cas où les conditions sont les plus défavorables.

L'instinct choisi est celui qui pousse le Poulpe à se précipiter sur tout objet se mouvant dans l'eau et à le saisir; l'impression nouvelle — la sensation cuisante qu'éprouve l'animal au contact des tentacules d'une Actinie par l'effet de la décharge des nématocystes dont ils sont armés. Une Actinie vit dans le même bassin que le Poulpe, et, chaque fois qu'il arrive à celui-ci de la toucher en nageant, il retire vivement ses bras, dont les extrémités sont particulièrement sensibles. L'expérience consiste à jeter dans l'eau un objet (un disque métallique attaché au bout d'une ficelle) de façon qu'il tombe tout près de l'Actinie et que, pour le saisir, le Poulpe soit obligé de toucher cette dernière; j'observe alors si, après un certain nombre d'expériences, la sensation douloureuse éprouvée lui fera prendre l'habitude de saisir l'objet jeté.

Voici, résumée, la marche de mon expérience :

Je jette le disque dans l'eau de la façon indiquée; le Poulpe vient aussitôt, se pique l'Actinie et se retire vivement. Je jette de nouveau l'objet; le même manège se repro-

duit plusieurs dizaines de fois, après quoi l'animal cesse de venir. Je laisse écouler quelques minutes et je recommence l'expérience; elle se poursuit ainsi avec de petits intervalles (5 à 10 minutes) pendant 2 heures à peu près. Peu à peu les mouvements de l'animal deviennent plus prudents et plus lents; il essaie de toutes les façons d'attraper l'objet sans toucher à l'Actinie. Il finit par y renoncer, et j'observe qu'à chaque reprise de l'expérience, un nombre plus petit de tentatives suffit pour cela. A la fin, le disque jeté ne provoque plus aucun déplacement de la part de l'animal, mais seulement des mouvements des bras. Un autre changement dans son attitude est celui-ci : au début de l'expérience, lorsque l'animal cesse de se précipiter sur le disque lorsqu'il est jeté dans le voisinage de l'Actinie, il continue cependant à le saisir lorsqu'il lui est présenté en un autre point de l'aquarium; vers la fin, le disque ne l'attire plus en quelque point qu'il soit jeté.

Le souvenir, à la suite de cette première expérience, est effacé après 1 heure 15 minutes : le Poulpe recommence à venir saisir le disque jeté, avec le même empressement que la première fois; mais le nouvel apprentissage s'établit beaucoup plus rapidement (après 3 ou 4 tentatives). Après la seconde expérience, le souvenir persiste un peu plus longtemps. Le lendemain, le troisième et le quatrième jour, les expériences continuent, avec des intervalles d'une vingtaine d'heures; à chaque fois, l'oubli paraît total, mais le réapprentissage se fait de plus en plus rapidement et la durée du souvenir augmente jusqu'à atteindre 3 et 4 heures. C'est, dans ces expériences, l'extrême limite de durée obtenue.

Des expériences en tous points analogues sont faites sur un autre individu, vivant dans le même aquarium; elles me fournissent, à quelques détails près, des résultats absolument concordants avec les précédents.

Il me semble qu'on est en droit d'en conclure que le Poulpe possède incontestablement l'aptitude à profiter de l'expérience individuelle; l'habitude s'acquiert péniblement et disparaît vite, mais elle n'en est pas moins réelle. Elle s'établit par association de deux sensations, au cours de laquelle la crainte de la sensation douloureuse se transporte sur un objet primitivement attrayant, et cela de plus en plus parfaitement : d'abord, en rapport avec un certain ensemble des sensations seulement (perception visuelle du groupe disque + actinie), ensuite sans cet ensemble (vue du disque seul). La mémoire qui se manifeste lors de cette acquisition d'habitude montre tous les caractères qu'on attribue généralement à la mémoire des Vertébrés : implantation graduelle du souvenir, augmentation de sa durée à la suite de répétition, sa disparition graduelle, sa persistance à l'état latent. Si nous comparons cette mémoire à celle qu'on peut observer chez des Vertébrés inférieurs (par exemple les Poissons), nous voyons que, quelque difficile à se manifester, quelque instable et quelque fugitive qu'elle soit chez le Céphalopode, les différences ne sont que d'ordre *quantitatif* et non *qualitatif*.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Contribution à l'étude des levures apiculées.* Note de M. E. Kayser, présentée par M. L. Maquenne.

Les grands besoins en alcool du ministère des armements, l'abondante récolte de pommes de 1915 ont donné lieu à l'emploi de ces dernières en distillerie, où elles étaient travaillées soit seules, soit mélangées aux betteraves industrielles.

On a constaté, entre autres inconvénients, une sorte d'antagonisme entre les levures de grains et de pommes, ainsi qu'une grande production d'acides et d'éthers volatils.

Nous avons cherché à en trouver les raisons en soumettant à la fermentation du moût de betteraves fourragères et de pommes sous diverses conditions.

L'essai comparatif de différentes races de levures de vin, de cidre, de grains ou de mélasses de canne nous a montré que le moût de betteraves contient tous les aliments nécessaires à une bonne fermentation et que son addition au moût de pommes, pauvre en azote, donnait lieu à une fermentation complète.

Le travail des betteraves par diffusion nécessite l'emploi d'acide sulfurique; cette acidité du milieu exerce une grande influence sur la fermentation et permet de différencier les levures.

Parmi les levures de cidre il en est de très actives; leur forme est arrondie, ovale, plus ou moins allongée et à côté se trouvent les levures apiculées, en forme de citron, de faible pouvoir fermentatif.

Lorsqu'on ensemence diverses levures de cidre, comparativement avec des levures de grains, dans une infusion de touraillons, additionnée de doses croissantes d'acide citrique, jusqu'à 2,5 pour 100, ou d'acide sulfurique, jusqu'à 2 pour 1000, on constate que la plupart supportent à peine 1 pour 100 d'acide citrique et 0,8 à 0,9 pour 1000 d'acide sulfurique, tandis que les levures apiculées donnent une fermentation active, même avec les doses extrêmes d'acides indiquées ci-dessus.

Ces levures sont très résistantes vis-à-vis des acides et dans ces milieux perdent peu à peu, dans leurs générations successives, leur forme caractéristique pour devenir ovales ou rondes, en même temps qu'elles se prennent en amas.

Nos recherches nous ont en outre montré que ces levures apiculées,

souvent rares au début de la campagne, sont très abondantes sur les pommes tardives; l'addition d'acide sulfurique au moût de betteraves ou de pommes, surtout à doses élevées, favorise nettement leur développement et exerce une influence marquée sur les produits de la fermentation, donnant beaucoup de produits volatils et gênant l'allure normale des levures énergiques.

Ensemençons, dans un mélange de moûts de betteraves et de pommes, à parties égales, ayant une acidité de 2g,31 (en acide sulfurique) par litre, une levure de grains *a*, seule ou mélangée avec une levure énergique de cidre *b* ou une levure apiculée de cidre *c*; nous trouvons, par litre, les résultats suivants :

Levures.	Acides volatils en acide acétique.	Alcool en volume.
	g	
a	0,258	51,9
a + *b*	0,272	50,5
a + *c*	0,828	48,6

Ensemençons maintenant la levure *a* avec les mêmes levures de cidre *b* et *c* dans une infusion de touraillons additionnée de 10 pour 100 de moût de pommes et de doses croissantes d'acide sulfurique; les résultats sont alors ceux qui sont indiqués dans le Tableau suivant, pour un litre de liquide fermenté :

	Mélange *a* + *b*.		Mélange *a* + *c*.	
Acide sulfurique par litre.	Acides volatils (en acide acétique).	Alcool en volume.	Acides volatils (en acide acétique).	Alcool en volume.
g	g		g	
0	0,158	60,0	0,534	56,3
1	0,352	62,5	0,570	47,3
1,2	0,691	41,4	0,606	40,6
1,5	»	»	0,588	33,3
1,8	»	»	0,540	31,6
2,0	»	»	0,521	31,8

Relevons la grande constance de l'acidité volatile en présence de la levure apiculée *c* et la variation dans l'autre mélange, où les levures étaient gênées par l'acidité initiale du milieu, à tel point qu'à partir de la dose 1,2 il n'y a plus de fermentation.

Lorsqu'on fait fermenter du moût de pommes comparativement aux températures de 10°-12° (température habituelle) ou 25°-26° (température anormale) avec des levures de cidre, on trouve de plus fortes doses d'éthers volatils aux températures élevées (évalués en éther acétique).

Acétate d'éthyle pour 100 *d'alcool à* 100°.

	Températures.	
	10°-12°.	25°-26°.
	mg	mg
Levure de cidre énergique............	72,5	145,4
La même avec levure apiculée.........	117,0	208,9

On peut donc expliquer la proportion plus élevée des éthers à la fin de la campagne par l'abondance de la levure apiculée et par sa résistance à l'acide sulfurique, dont on augmente, en général, la dose à ce moment.

Il importe donc de ne pas exagérer la proportion d'acide sulfurique, d'employer des levures actives, choisies parmi les plus résistantes à l'acidité et d'abaisser la température de fermentation, pour éliminer autant que possible l'action de la levure apiculée, lorsqu'on travaille le mélange de betteraves et de pommes en distillerie.

MÉDECINE. — *De l'héliothérapie totale dans le traitement des blessures de guerre.* Note de M. **Maurice Cazin**, présentée par M. Edmond Perrier.

« Dans le domaine de la chirurgie de guerre, la cure solaire doit rendre d'immenses services. Mieux qu'aucun autre traitement, elle cicatrise les plaies torpides et rebelles, elle tarit rapidement les suppurations [1] ». C'est en ces termes que l'héliothérapie des blessures de guerre a été préconisée par M. Rollier, qui, en 1903, inaugurait à Leysin l'*héliothérapie systématique* destinée au traitement des tuberculoses chirurgicales.

Déjà, en 1915, M. Sorel, de Nice, a communiqué à l'Académie des Sciences [2] une Note *sur les blessures de guerre et la cure solaire* et présenté des photographies de larges plaies infectées, guéries par les rayons solaires dans un hôpital des Alpes-Maritimes.

D'autres chirurgiens, notamment M. Reinbold et M. Grangée, d'Evian, ont également eu recours à l'héliothérapie dans le traitement des blessures de guerre, et M. Loew a plaidé la cause de la cure solaire en chirurgie de guerre dans une des réunions médico-chirurgicales du centre hospitalier de la 2e armée, en juin 1915.

---

(1) Rollier, *Le pansement solaire. Héliothérapie de certaines affections chirurgicales et des blessures de guerre.* Lausanne et Paris, 1916.

(2) *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 610.

Les résultats que j'ai obtenus, pendant les étés de 1915 et 1916, soit à l'hôpital de l'École Polytechnique, soit à l'hôpital auxiliaire 79, ont été tellement satisfaisants que je crois devoir insister sur l'intérêt qu'il y aurait, pour le plus grand bien d'un nombre considérable de nos soldats blessés ou malades, à généraliser l'emploi de la méthode de Rollier dans la plupart des formations sanitaires, cette méthode pouvant être utilisée partout, sans aucune installation spéciale.

En appliquant la cure solaire au traitement des blessures de guerre, j'ai suivi, en effet, très exactement la technique si bien réglée par M. Rollier, qui seule permet d'obtenir constamment d'excellents résultats, sans aucun risque d'accidents susceptibles d'interrompre le traitement.

L'exposition des blessés au soleil doit être faite *à l'air libre*, sur une terrasse, dans un jardin ou dans une cour de l'hôpital, ou bien encore, pour les malades alités, dans une salle convenablement exposée, les fenêtres toutes grandes ouvertes, l'interposition de vitres arrêtant les rayons ultraviolets dont l'action est si importante.

Chaque fois que la température extérieure le permet, *le corps tout entier* du blessé, *complètement nu*, doit être exposé au soleil, en suivant toutefois une progression méthodique, dans laquelle, après avoir insolé d'abord les pieds, le premier jour, trois fois pendant cinq minutes, à une demi-heure d'intervalle, on expose, le deuxième jour, les pieds seuls pendant cinq minutes, puis les pieds et les jambes jusqu'au genou pendant cinq autres minutes, en recommençant trois fois de suite avec un intervalle d'une demi-heure. Le troisième jour, on insole progressivement les membres inférieurs jusqu'au pli de l'aine, en trois séances de quinze minutes chacune, toujours séparées par un intervalle d'une demi-heure; le quatrième jour l'exposition s'étend au ventre, le cinquième jour elle comprend le thorax, la tête seule restant protégée par un large chapeau de toile blanche, avec des lunettes jaunes sur les yeux. La durée de l'insolation totale est ensuite augmentée progressivement d'un quart d'heure chaque jour, jusqu'à ce qu'on ait atteint un total de trois heures, toujours en continuant les repos d'un quart d'heure à une demi-heure à l'abri du soleil, tant que le corps n'est pas suffisamment pigmenté.

En appliquant ainsi à nos blessés la méthode de Rollier, nous avons pu réunir, de juin à septembre, en 1915 et 1916, une série importante d'observations de *plaies des parties molles*, coïncidant ou non avec des lésions osseuses guéries, et dans lesquelles l'épidermisation et la cicatrisation définitives, qu'on attendait en vain depuis de longs mois, se sont produites, sous

l'influence de l'*héliothérapie totale*, avec une rapidité surprenante, c'est-à-dire très fréquemment en *dix ou quinze jours* et rarement après plus de trois semaines ou un mois.

J'ai traité de la même façon plusieurs cas de fistules stercorales consécutives à des plaies pénétrantes de l'abdomen, et la rapide amélioration de l'état général, qui s'est produite chez ces blessés sous l'influence des bains de soleil, a certainement contribué pour une grande part à la guérison des fistules.

J'ai employé aussi très avantageusement l'héliothérapie chez certains opérés, notamment après les sutures tendineuses. Grâce à ce précieux adjuvant, la restauration fonctionnelle nous a paru être obtenue beaucoup plus rapidement.

Enfin nombreuses sont les observations de *fractures infectées* des membres que nous avons traitées par les bains de soleil pendant les étés de 1915 et 1916; chez tous les blessés soumis à l'héliothérapie, les effets locaux et généraux de l'insolation ont réalisé entièrement les espérances que nous avaient données les résultats obtenus par Rollier dans le traitement des lésions ostéo-articulaires. Dans plusieurs cas de fractures infectées où la conservation du membre pouvait être considérée comme extrêmement problématique, la cure solaire a été suivie assez rapidement d'une consolidation complète.

Nous avons eu également l'occasion de traiter par l'héliothérapie totale plusieurs cas d'*arthrites suppurées*, après arthrotomie ou après résection, et la guérison a été prompte, grâce à l'action bienfaisante des bains de soleil.

J'ai pu enfin constater à plusieurs reprises l'efficacité du traitement solaire sur la cicatrisation des *moignons d'amputation*, *avec fistules osseuses*, chez des amputés évacués de la zone des armées; là encore la guérison a été certainement accélérée par l'action stimulante des grands bains de soleil.

Il est donc à souhaiter que la pratique de l'*héliothérapie totale* se généralise davantage dans le traitement des blessures de guerre. Il est, en effet, hors de doute, comme l'a dit M. Rollier, que « dans la thérapeutique chirurgicale et orthopédique déjà appliquée pour les rééducations motrices et pour la chirurgie plastique, *la cure solaire peut et doit rendre d'importants services* ». L'emploi de cette méthode, si simple à appliquer et si féconde en résultats, permettrait d'abréger considérablement, dans beaucoup de cas, la durée du traitement des plaies fistuleuses, et contribuerait pour une grande part à diminuer le nombre des inaptes et des infirmes.

MÉDECINE. — *Méthode d'écriture et de lecture facilement accessible aux aveugles et aux voyants, mais spécialement utilisable par les aveugles mutilés privés de leurs mains ou avant-bras, grâce à un appareil électrique de lecture automatique.* Note (¹) de M. Ch. Lambert, présentée par M. d'Arsonval.

J'ai poursuivi le but désintéressé de résoudre un problème angoissant posé par les événements de guerre, qui se résume ainsi :

1° Essayer d'étendre la documentation et le champ d'activité intellectuelle offerts aux aveugles récents de la guerre, ayant une large instruction et qui ne trouvent que peu de ressources dans les Ouvrages écrits en Braille.

2° Trouver une méthode d'écriture et de lecture accessible aux aveugles mutilés privés de leurs mains ou avant-bras, ou inaptes à l'apprentissage du Braille.

Il ne peut être question de nier les services rendus par le système Braille, mais on peut essayer de le compléter par un moyen nouveau qui sera une ressource complémentaire comme l'est, par exemple, l'étude de la sténographie ou d'une langue étrangère pour un voyant qui y trouve de nouvelles possibilités d'information ou d'activité.

L'alphabet Morse, composé de points et de traits, est devenu d'un usage universel, et je le rendrai utilisable par les aveugles en imprimant les points et les traits composant chaque lettre, au moyen d'une pâte épaisse solidifiable, comme on le fait couramment avec les machines ordinaires d'imprimerie sur du papier même *très mince*, pour les inscriptions en relief sur papiers à lettres et enveloppes.

La seule modification consistera à placer les traits verticalement, alors qu'ils sont tracés horizontalement par l'appareil télégraphique Morse, et dès lors on aura réalisé une économie sur le poids du papier et sur la surface occupée par l'ensemble d'une lettre, par rapport aux caractères du système Braille, ou de tout autre système utilisant le gaufrage ou la perforation.

Comme cet alphabet universel se trouve partout, l'apprentissage pour l'aveugle récent se fera sans le concours de spécialistes ou d'instruments

(¹) Séance du 30 avril 1917.

nouveaux, dès l'hôpital, ou bien dans les colonies ou pays les plus lointains.

Avec ce système, la composition, l'impression des journaux et des livres, se feront avec les mêmes machines, le même papier que d'ordinaire, donc à bon marché, et ces Ouvrages sont accessibles aux voyants après un très court apprentissage, ce qui n'est pas le cas du Braille.

D'autres résultats intéressants peuvent être obtenus. Dès que l'aveugle est familiarisé avec l'alphabet Morse, il lui est facile d'apprendre à lire, au son, les signaux de télégraphie sans fil, et dès ce moment, en raison même de l'acuité de son ouïe, il devient un excellent réceptionnaire-auditeur de T. S. F. dont il reproduira les messages, soit en écriture ordinaire sur l'appareil à grillages, soit par la machine spéciale à sténographier pour les aveugles.

Le développement général des postes de T. S. F. dans les villages des hautes montagnes, postes coloniaux, petits ports de pêche, sur les navires de pêche ou de commerce est infiniment désirable. De nombreux emplois de réceptionnaires-auditeurs peuvent être réservés aux aveugles qui seront aussi d'excellents collaborateurs dans les postes importants émetteurs et récepteurs de T. S. F., où l'agent spécialiste ne peut être constamment présent aux écoutoirs, et où il faut souvent capter simultanément plusieurs messages.

J'ai ensuite imaginé un *appareil automatique* très simple, coûtant moins de 30^{fr}, grâce auquel les signes inscrits ou imprimés en relief sur le papier sont traduits ou matérialisés en sons simples (tic) ou doubles (tac-tac) par un dispositif microphonique, enfermé dans une sorte de bâtonnet ayant la forme d'un gros stylographe, et dont on promène l'extrémité sur les caractères imprimés sur le papier avec une encre métallique spéciale. Le mécanisme ne comporte qu'une pile sèche et une membrane vibrante par électro-aimant. Le son simple correspond au passage sur un point, le son double au passage sur un trait; on croirait entendre l'émission d'un télégraphe Morse imprimant; dès lors on reconstitue, par l'audition seule, les lettres, puis les mots, pour un ou plusieurs auditeurs.

Ce bâtonnet muni d'une réglette de guidage peut être manœuvré par un aveugle ayant bras et mains artificiels; il est utilisable dans l'obscurité, pour la lecture collective, moyen de lecture que ne possède pas le voyant, et en tous cas son emploi permettra une lecture très rapide même aux aveugles les plus entraînés au système Braille qui y trouveront un avantage.

Le même appareil, placé à poste fixe avec une pile de relais, permettra l'*émission automatique* et mécanique des signaux de télégraphe Morse ou de

la T. S. F., ce qui impose son emploi dans une foule de petits postes de chemins de fer, de navires de pêche, etc. où l'on ne saurait avoir d'opérateurs bien entraînés au maniement du manipulateur.

J'exprime l'unique désir de voir des applications s'effectuer pour le seul profit des malheureux intéressés.

MÉDECINE. — *L'anti-luargol.* Note [1] de M. **J. Danysz**, présentée par M. Laveran.

Nous avons vu dans les Notes précédentes [2] que les arsénobenzènes et plus particulièrement le composé disodique du dioxydiaminoarsénobenzène stibio-bromo-argentique subissent dans l'organisme des transformations qui peuvent être assimilées à une digestion et que les troubles provoqués par ces substances étaient identiques à ceux produits par les injections déchaînantes d'albumines étrangères ou de cultures microbiennes. Nous en avons conclu que l'anaphylaxie n'était pas à proprement parler une hypersensibilisation de l'organisme à un poison spécial, mais que les troubles observés étaient dus, dans ce cas, à un phénomène d'indigestion dans le milieu intérieur, ou, en d'autres mots, à l'impossibilité pour l'organisme de digérer rapidement une dose d'antigène trop forte dans les organes ou tissus non adaptés à cette fonction.

Pour affirmer d'une façon indiscutable l'identité de l'action et du mécanisme des transformations dans l'organisme des arsénobenzènes et des albumines, il nous manquait un élément important : nous n'avons pas pu constater jusqu'alors, pour les arsénobenzènes, la formation, dans le sérum des animaux traités, d'un *anticorps* qui caractérise le mieux tous les cas d'un état anaphylactique ainsi que l'état pathologique de toutes les maladies infectieuses.

Il nous a été possible de démontrer la formation de cet anticorps pour le luargol par les expériences qui suivent.

Expérience 1. — Quatre lapins (nos 1, 2, 3 et 4) sont injectés chacun avec $0^g,20$ de disodoluargol dans les veines. On saigne le lapin n° 1 huit jours, n° 2 quinze jours, n° 3 vingt jours, n° 4 deux mois après cette injection en même temps qu'un lapin neuf et l'on prépare du sérum avec leur sang. On mélange 10^{cm^3} de chacun de ces sérums avec $0^g,30$ de disodoluargol dissous dans 5^{cm^3} d'eau distillée.

---

(1) Séance du 30 avril 1917.

(2) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 246, 535 et 985.

Le mélange n° 3 se trouble immédiatement, le n° 2 un peu plus tard, les n°s 1 et 4 encore plus tard. Le mélange avec le sérum du lapin neuf reste limpide.

Ces mélanges sont enfermés dans des ampoules scellées à vide. Après quelques jours de repos, on trouve un dépôt assez volumineux dans l'ampoule n° 3, moins volumineux dans les n°s 1, 2 et 4, quelques traces seulement dans le mélange fait avec le sérum du lapin neuf.

Dans l'ampoule n° 3, où le dépôt est le plus volumineux, le précipité ne forme qu'une très faible partie du luargol mélangé avec le sérum.

Pour analyser cette réaction de plus près, on mélange de petites quantités de luargol avec des quantités relativement plus grandes de sérum, et l'on trouve :

Expérience 2. — On mélange 10 gouttes de chacun des cinq sérums avec : 1° $\frac{1}{16}$, 2° $\frac{1}{8}$, 3° $\frac{1}{4}$, 4° $\frac{1}{2}$, 5° 1, 6° 2^{mg} de luargol en solution à 1 pour 100 dans l'eau distillée.

C'est le mélange 3 du sérum n° 3 qui donne le plus rapidement le dépôt le plus abondant. A en juger par la couleur du liquide surnageant, la quantité du luargol précipité peut être évaluée à $\frac{1}{3}$ de la quantité ajoutée, et c'est la plus grande proportion du précipité que nous ayons obtenue dans cette expérience. En effet, en augmentant ou en diminuant les dilutions de luargol à partir du mélange 3, on voit diminuer la proportion du produit précipité et l'on arrive toujours, dans un sens et dans l'autre, à obtenir des mélanges parfaitement limpides. Ainsi, même dans les conditions les plus favorables, la majeure partie du luargol reste toujours en solution. Le même sérum n° 3 chauffé à 65° ne donne plus de précipité dans les mêmes conditions.

Les sérums n°s 1, 2 et 4 ont donné des résultats analogues, mais les quantités du luargol précipité étaient moins grandes.

Il résulte donc tout d'abord de cette expérience qu'une injection préparante de luargol provoque dans l'organisme la formation d'un anticorps précipitant, dont la quantité augmente d'abord progressivement pour diminuer ensuite. La deuxième conclusion que nous devons en tirer, c'est que la réaction entre le luargol et le sérum précipitant n'est pas simple.

Quelles que soient les proportions de sérum et de luargol dans les mélanges, on n'obtient jamais la coagulation de la quantité totale de ce dernier et, dans certains mélanges, le précipité formé se redissout quelques minutes ou quelques heures après.

Pour expliquer les causes de l'allure particulière de toutes ces réactions, il faut tenir compte de ces faits que, dans tout sérum, il y a à la fois des fonctions acides et des fonctions alcalines qui agissent plus ou moins rapidement à tour de rôle sur le disodoluargol et que le luargol est soluble à l'état di- et monosodique ainsi qu'à l'état de chlorhydrate acide. La fonction acide du sérum agissant d'abord, neutralise une certaine quantité de soude et fait précipiter une partie de luargol à l'état de base ; mais aussitôt

après, c'est la fonction alcaline qui entre en jeu pour empêcher la coagulation de ce qui reste encore en solution et même pour redissoudre une partie du précipité déjà formé. Dans le cas d'une hyperacidité du sérum, le précipité ne se formera pas du tout parce que certains composés acides du luargol (chlorhydrates, citrates, etc.) sont également solubles. Le résultat final de ces réactions dépendra donc toujours d'un état d'équilibre entre les fonctions acides et alcalines d'un sérum et cet état d'équilibre peut être différent pour chaque animal normal ou préparé. La formation d'un précipité plus abondant dans les sérums des animaux préparés indiquerait une prédominance plus ou moins durable de la fonction acide.

Le chauffage a pour effet de stabiliser, de fixer les fonctions acides et alcalines du sérum et de le rendre neutre pour le luargol. En ajoutant de l'acide à un tel sérum on peut réactiver son action précipitante, en ajoutant de la soude on peut réactiver son action dissolvante, et en traitant de cette façon un sérum normalement neutre, chauffé et non chauffé, on constate qu'il faut davantage d'acide pour obtenir un précipité dans le sérum chauffé et plus d'alcali pour le redissoudre que dans le sérum non chauffé.

Tant que la constitution chimique des sérums et des anticorps nous sera inconnue, il ne sera guère possible de se faire une idée plus précise du mécanisme chimique de ces réactions; mais il est à prévoir que ce sont précisément des recherches de ce genre, dans lesquelles la composition d'un des éléments de la réaction est exactement connue, qui nous donneront la clef du problème.

Pour le moment, il nous semble important de faire ressortir l'identité complète des réactions entre les sérums et les arsénobenzènes, d'une part, et, d'autre part, entre les sérums et les antigènes biologiques (albumines, microbes et leurs sécrétions).

CHIRURGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'infection des plaies par le bacille pyocyanique, leurs causes et leur traitement.* Note [1] de M. **H. Vincent**, présentée par M. Dastre.

Les blessés de guerre peuvent être atteints d'infections tardives, de nature microbienne variable, et dont le *pus bleu* est la manifestation la plus caractéristique.

---

[1] Séance du 30 avril 1917.

On sait combien est tenace et extensive l'infection pyocyanique. Elle peut donner lieu, dans les salles de blessés, à de véritables épidémies. Ce n'est point l'air qui est le facteur de transmission du bacille. La désinfection complète des salles, de leurs planchers et de leurs parois est, d'ailleurs, sans résultat. D'autre part, les précautions d'asepsie les plus minutieuses ne parviennent pas toujours à arrêter immédiatement l'épidémie.

C'est, en effet, que l'infection secondaire par le bacille du pus bleu (et les microbes pyogènes en général) relève de deux causes : 1° la contagion directe de la plaie par les mains, les instruments, la table opératoire, etc., cause évidente, sur laquelle il est inutile d'insister; 2° la contagion indirecte de la plaie, après le pansement.

Ce dernier facteur est important et paraît avoir échappé à l'attention. C'est pourquoi il est utile de l'étudier. Le pansement ne forme pas, en effet, un obstacle infranchissable aux bactéries du dehors. Il peut se laisser pénétrer par elles de dehors en dedans et devenir perméable à l'infection exogène, lorsqu'il a été imbibé ou simplement rendu humide dans toute son épaisseur, par les sécrétions de la plaie.

On peut démontrer expérimentalement ce mode de propagation. Soit une lame de coton et gaze stérilisée, découpée avec des instruments stérilisés dans un paquet de pansement, et mesurant 10^{cm} sur 2^{cm} ou 3^{cm}.

On la dispose verticalement. La partie inférieure de la lame de coton est imbibée d'un peu de bouillon stérile. L'extrémité supérieure, *sèche*, est souillée par une trace de culture de staphylocoque doré ou de bacille pyocyanique, prélevé sur gélose. On met le tout à l'étuve, en chambre humide. Après 19 heures, et bien que l'extrémité supérieure de la lame, coton et gaze, soit presque entièrement sèche (elle brûle dans la flamme), l'extrémité inférieure, ensemencée, donne une culture de staphylocoque ou de pyocyanique.

Prenons une lame semblable de coton entre deux gazes, empruntée à un paquet de pansement stérile. Découpons-la par une incision longitudinale incomplète, qui lui donne l'aspect d'un Y renversé. Les deux chefs inférieurs plongent chacun dans un petit tube de verre contenant du bouillon stérile. On porte à l'étuve à 36°, sous cloche et en chambre humide. Or, si l'on a déposé au préalable, avec la spatule de platine, un peu de culture pyocyanique en gélose, sur l'une des trois branches, on constate, au bout de 18 à 20 heures, en moyenne, que l'infection a gagné les deux autres branches.

Le dispositif ci-après se rapproche davantage des conditions du pansement des blessés.

Dans une grande cloche stérilisée, contenant 20^{cm^3} de bouillon stérilisé, on super-

pose plusieurs couches de gaze et de coton aseptiques, empruntées à un paquet de pansement. Non comprimées, ces lames ont une hauteur totale de 7^{cm} environ. On dépose à la surface un peu de culture crémeuse de bacille pyocyanique, puis on recouvre d'une cloche pour éviter la dessiccation et mettre à l'abri des germes de l'air. On place à l'étuve à 36°.

Des ensemencements de la couche profonde du pansement sont faits environ toutes les deux heures. Après 2, 4 et 6 heures, ils restent stériles. Mais après 8 heures 15 et après 10 heures, la gélose ensemencée a montré des colonies de bacille pyocyanique.

Si la contamination artificielle a été mixte (staphylocoque + streptocoque + bacille pyocyanique), le cheminement des microbes par infection de la surface à la profondeur est plus rapide. Après 6 heures 30, dans un cas, la pénétration s'est produite; après 7 heures 30, dans un autre.

A la faveur de la capillarité du tissu de pansement, il s'est donc fait un ensemencement progressif, de haut en bas, à travers le coton hydrophile et la gaze.

Dans la pratique courante, on voit, par conséquent, qu'un pansement aseptique peut, par contamination externe, servir d'intermédiaire aux germes du dehors, cette contamination pouvant être apportée par les mains malpropres d'un infirmier, lorsqu'il soulève le membre; par celles du blessé, par le brancard, etc. *Les microbes déposés à la surface du pansement se cultivent de proche en proche grâce aux sérosités émanées de la plaie et qui lui servent de milieu de culture.*

Les mouvements du blessé, l'inhibition séreuse des parties déclives, favorisent cet ensemencement.

Une autre cause importante contribue à l'entretien et à la survivance du bacille du pus bleu, comme des autres pyogènes. Elle résulte de la souillure de la peau du blessé non seulement au voisinage immédiat de la plaie, mais encore à une grande distance de celle-ci. Le nettoyage soigneux de la plaie et de ses abords n'en a pas toujours raison.

Il en résulte que *ces bactéries font retour à la plaie sous le pansement*, la peau constituant un réceptacle ou un réservoir où elles se conservent et d'où elles partent pour gagner de nouveau la plaie.

La suppuration pyocyanique est loin d'être indifférente pour le blessé. J'ai cité un cas d'infection généralisée due au bacille du pus bleu.

Dans les cas de plaies étendues, dans les amputations de cuisse ou les désarticulations de la hanche ou de l'épaule, les plaies ainsi infectées se prolongent et deviennent une cause d'affaiblissement et de fièvre. J'ai constaté qu'elles favorisent les associations infectieuses, celle du streptocoque notamment.

La plaie est odorante, les muscles sont flasques, ont perdu leur tonicité, débordent hors de la peau. Les blessés ont la fièvre, leur teint est pâle ou même terreux, leur langue sèche. Ils ont fréquemment la diarrhée. Le bacille pyocyanique sécrète, en effet, des poisons solubles qui, résorbés par la plaie, sont toxiques pour les vaisseaux qu'ils rendent fragiles, les globules sanguins qu'ils hémolysent, les nerfs périphériques qu'ils altèrent, les reins dont ils peuvent amener la dégénérescence.

D'autre part, les plaies ainsi infectées sécrètent souvent une abondante sérosité, *sorte de saignée séreuse continue qui affaiblit le blessé.*

Il importe, dès lors, de combattre activement ces suppurations primitives ou secondaires.

Tous les chirurgiens ont insisté sur la difficulté de se débarrasser de l'infection pyocyanique et sur la contagiosité de celle-ci.

On peut, cependant, la guérir rapidement en désinfectant : 1° la plaie par un antiseptique efficace et d'action suffisamment prolongée; 2° la peau à une assez grande distance de la plaie.

La technique ci-après m'a donné une guérison très rapide.

Après lavage de la plaie, destiné à enlever le pus et tous les débris nécrosés et libres, on l'assèche et on la saupoudre largement à l'aide du mélange boro-hypochlorité dont j'ai donné la formule (¹). En mettre dans tous les replis et les anfractuosités.

Cela fait, on badigeonne avec de la teinture d'iode la peau du voisinage, jusqu'à la limite qui sera atteinte par le pansement.

Puis on applique la gaze et le coton aseptiques secs.

Le pansement est renouvelé le lendemain. Il amène la disparition du pus bleu en 2 jours, souvent même en 24 heures.

A 16 heures trois quarts l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures.

E. P.

(¹) H. Vincent, *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 153; *Bull. Acad. Méd.*, 30 janvier 1917 (hypochlorite de chaux titrant 100^l à 110^l de chlore, 1 partie; acide borique pulvérisé, 9 parties).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE FÉVRIER 1917.

Les végétaux utiles de l'Afrique tropicale française. Fasc. IX : *La forêt et les bois du Gabon*, par AUG. CHEVALIER. Paris, Challamel, 1917; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Guignard.)

Observatoire central de l'Indo-Chine. Service météorologique. *Régime pluviométrique de l'Indo-Chine*, par G. LE CADET. Phu-Lien, Observatoire central, 1916; 1 fasc. in-folio. (Présenté par M. Violle.)

Nova Caledonia. Recherches scientifiques en Nouvelle-Calédonie et aux Iles Loyalty : A, *Zoologie*, vol. II, l. III; B, *Botanique*, vol. I, l. I. Wiesbaden, Kreidels, 1914 et 1916; 2 fasc. in-4°. (Présenté par M. Edmond Perrier.)

Organisation physiologique du travail, par JULES AMAR, préface de HENRY LE CHATELIER. Paris, Dunod et Pinat, 1917; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Le Chatelier.)

Méthode de détermination expérimentale du rendement applicable aux machines et aux chaudières marines, par E. TOURNIER. Paris, Challamel, 1917; 1 fasc. in-8°.

Nouvel essai d'unification des phénomènes naturels, par M. ALFRED LARTIGUE. Paris, Gauthier-Villars, 1916; 1 fasc. in-8°.

Technique des opérations et pansements, plaies de guerre, par DUPUY DE FRENELLE. Paris, Dupuy de Frenelle, 1916; 1 vol. format de poche.

L'œuvre archéologique de Gaston Vasseur, par J.-B. BERNIOLLE. Extrait du *Bulletin de la Société archéologique de Provence*, 1915. Marseille, Barlatier, 1917; 1 fasc. in-8°.

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 MAI 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. le vice-amiral *Fournier* pour occuper, dans la Section de Géographie et Navigation, la place vacante par le décès de M. *Guyou*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. le vice-amiral **Fournier** prend place parmi ses confrères.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Le nouveau deuil qui frappe l'Académie sera vivement ressenti par toute la médecine française. Le professeur **Landouzy**, en effet, a été un de ses plus brillants représentants et un de ceux qui ont fait le plus pour répandre son bon renom à l'étranger. Peu de carrières médicales ont été aussi complètement remplies.

Landouzy était médecin dans l'âme; fils de l'éminent directeur de l'École de médecine de Reims, il avait puisé auprès de son père ce sentiment du devoir social et de l'honneur professionnel qui faisaient de nos vieux médecins français de véritables apôtres. Tout en ne négligeant aucune des découvertes du laboratoire, Landouzy fut par-dessus tout un clinicien et un observateur auquel nul symptôme de la maladie n'échappait. Depuis 45 ans que j'étais lié avec notre confrère j'ai pu suivre les différentes phases de son évolution et le voir dépister successivement des symptômes ou des causes morbides qui avaient échappé à la sagacité de ses devanciers. C'est ainsi que dès 1874 il différencie l'atrophie musculaire progressive de l'enfance de celle de l'adulte en montrant que la première est indépendante du système nerveux; qu'il prouve que, dans la méningite tuberculeuse, les convulsions localisées sont *directes* et ne proviennent nul-

lement, par action réflexe, d'une incitation partie de la méninge enflammée, contrairement à l'opinion universellement admise alors. Les travaux de Landouzy portent sur presque toutes les parties de la médecine, mais depuis 1882 il s'adonna tout entier à la lutte contre les trois grands fléaux destructeurs de la race humaine : la tuberculose, l'alcool et la syphilis, fléaux dont il étudia le rôle social avec une ampleur et un zèle incomparables. Il put montrer que nombre de maladies réputées vulgaires, telles que la pleurésie, l'emphysème et certaines broncho-pneumonies de la rougeole, quoique bénignes et curables, ont une origine tuberculeuse; de même pour certaines arthrites, etc. Le bacille avec ses produits toxiques est bien à l'origine non seulement chez le malade mais aussi dans sa descendance. Landouzy a prouvé que certaines malformations sont la conséquence de la tuberculose de la mère. De plus les bacilles humains ou bovins, injectés aux femelles avant la fécondation, aboutissent chez le nouveau-né *sans tubercules* à la débilité, à toute une série de dystrophies congénitales frappant les organes et les appareils, particulièrement l'appareil cardio-vasculaire.

Si Landouzy a montré ainsi la part énorme qui revient à l'infection tuberculeuse dans nombre de maladies dites vulgaires, il ne s'est pas borné à cette constatation lamentable; par nombre de travaux, d'enquêtes, de discussions dans toutes les capitales du monde, il a dénoncé les causes du mal et indiqué les moyens prophylactifs ou curatifs.

Mais il existe une autre cause de contamination : celle qui se fait par l'alimentation. On avait élevé des doutes intéressés touchant la transmission de la tuberculose par la chair et par le lait des animaux tuberculeux. En Allemagne, en Amérique ces doutes au sujet de l'identité de la tuberculose humaine et de la tuberculose bovine trouvaient une atmosphère sympathique. Au Congrès de Londres en 1902, le savant allemand Robert Koch se prononça résolument contre l'identité des deux virus. Il ne put réfuter pourtant les arguments que lui opposèrent lord Lister et Nocard.

En 1908, au Congrès de Washington, Koch fut encore plus affirmatif dans un milieu économique qui devait inconsciemment désirer son succès.

Les résolutions imminentes du Congrès américain allaient rendre inutiles toutes les mesures prises en France, en Angleterre, en Danemark pour lutter contre la propagation de la tuberculose à l'homme en livrant à l'alimentation des bêtes infectées. Plus de surveillance ni des abattoirs, ni des étables; il fallait renoncer à la lutte que nous considérions comme un grand danger social.

C'est la délégation française qui eut l'honneur de combattre cette dangereuse erreur. Son président Landouzy assuma la lourde et glorieuse tâche de diriger l'action engagée par les Arloing, les Calmette, les Courmont, etc.; de faire tête à Koch, de réduire ses sophismes et de le contraindre enfin, faute d'arguments, à un départ soudain, imprévu, inexpliqué sinon inexplicable. La conviction était faite dans tous les esprits, chez les Américains comme chez tous les autres. L'hygiène publique venait de remporter une victoire et la science française un triomphe sur la science allemande.

Je me sers des propres expressions employées par Bouchard à cette occasion. Je pourrais multiplier les exemples où, dans les Congrès internationaux, Landouzy a porté haut et ferme le drapeau de la science française pour laquelle il réclamait sa place légitime. Je l'ai vu à l'œuvre au dernier Congrès de Physiothérapie de Berlin, en 1913, où j'avais l'honneur de l'accompagner. Il me resterait encore beaucoup à dire sur les services qu'il a rendus comme doyen de la Faculté de Médecine, au Conseil supérieur de l'Instruction publique, dans ses voyages annuels aux stations thermales de France qu'il faisait connaître aux étrangers, etc., mais je dois me borner. Landouzy fut non seulement un grand médecin, mais avant tout un grand Français, un ardent patriote qui jusqu'au dernier jour de sa vie se dépensa sans compter partout où l'intérêt de son pays était en jeu.

MÉCANIQUE DES SEMI-FLUIDES. — *Solutions du problème de la poussée voisines de celle de Rankine et Maurice Lévy, pour les massifs sablonneux et les murs de soutènement à profil rectiligne.* Note de M. J. **Boussinesq**.

I. L'équation (6) de ma Note du 7 mai ([1]), qu'on peut écrire

$$p\left(\frac{dD}{dy} - \frac{dE}{dx} - k\,\Delta_2\chi\right) = 2(XE - YD), \tag{1}$$

et où la parenthèse du premier membre est linéaire par rapport aux dérivées secondes en x et y de l'azimut χ de la pression principale la plus forte dans un massif de sable à l'état ébouleux, tandis que la parenthèse du second membre est linéaire par rapport aux dérivées premières de χ, nous a montré qu'il n'existe pas d'équation du second ordre en χ seul, dont l'intégration

([1]) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 701.

permette, en général, de déterminer cet azimut indépendamment de la pression moyenne p. Il se peut, toutefois, qu'on cherche seulement les solutions du problème de la poussée, *voisines d'une solution particulière déjà connue*, savoir, de la solution Rankine-Lévy, rappelée à la fin de ma Note, où l'azimut χ est constant dans tout le massif : cela arrivera, par exemple, si le mur soutenant le massif fait avec la verticale (en fruit intérieur) un angle i' peu différent de l'angle particulier i imposé par la solution Rankine-Lévy.

Or, alors, cette relation (1) devient précisément l'équation aux dérivées partielles désirée, en χ seul, pourvu qu'on se borne à une approximation, permettant de négliger les carrés et produits des petites corrections $p'-p$ et $\chi'-\chi$ qu'il y a lieu d'apporter aux deux fonctions p et χ du cas Rankine-Lévy déjà traité.

En effet, appelant maintenant χ' l'azimut en question, *devenu un peu variable*, pour le distinguer de sa précédente valeur *constante* χ, et p' la nouvelle pression moyenne, pour la distinguer de p, l'équation (1), écrite avec χ' et p' au lieu de χ et p, pourra néanmoins conserver au premier membre son facteur précédent p, qui n'y multipliera que des quantités petites du premier ordre. Et, vu les expressions de X, Y, D, E données dans ma dernière Note, il viendra, si C, S désignent désormais les deux *constantes* $\cos 2\chi$, $\sin 2\chi$,

$$(2)\quad \begin{aligned} &C\left(\frac{d^2\chi'}{dx^2}-\frac{d^2\chi'}{dy^2}\right)\\ &\qquad +2S\frac{d^2\chi'}{dx\,dy}+k\Delta_2\chi'+\frac{2\Pi}{p}\left[\frac{d\chi'}{dx}\cos(2\chi+\omega)+\frac{d\chi'}{dy}\sin(2\chi+\omega)\right]=0,\end{aligned}$$

équation aux dérivées partielles en χ' seul, linéaire, mais à coefficients variables comme l'inverse de p dans les termes affectés des dérivées premières de χ'.

II. Comme on attribue au massif une profondeur telle que le *sol rigide sous-jacent n'apporte aucune perturbation appréciable*, les conditions du phénomène seront analogues en tous les points d'une droite quelconque r émanée, dans le plan des xy, de l'origine O où se coupent le profil supérieur et celui du mur. Par suite, l'azimut χ' des *éléments plans les moins pressés* (ou de la *pression* principale la plus forte) doit y être pareil sur toute la longueur et ne dépendre que de *l'angle polaire* ou azimut même, θ, de la droite r; et, dès lors, les lignes $\chi'=$ const. étant les rayons r eux-mêmes,

la pression moyenne p' sera, comme l'est déjà p, le produit de r par une fonction de θ seul.

Il y aura donc lieu d'introduire les variables indépendantes r et θ, à la place de $x = r\cos\theta$ et $y = r\sin\theta$. Si ensuite nous posons $\theta = i - \omega + \theta'$, en comptant ainsi les nouveaux angles polaires θ' à partir du *mur idéal* de la solution Rankine-Lévy, l'équation (2), devenue simplement différentielle en θ ou θ', sera, après une transformation détaillée au Chapitre IV du Mémoire cité (destiné aux *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*),

$$(3)\qquad \frac{\cos(\varphi-\theta')}{\cos(\varphi-2\theta')}(\sin\theta')\frac{d^2\chi'}{d\theta'^2} + \left[1 - \frac{\cos\varphi}{\cos(\varphi-2\theta')}\,\frac{\cos(\omega-i)}{\cos(\omega-i-\theta')}\,\frac{\cos(\varphi+i-\theta')}{\cos(\varphi+i)}\right]\frac{d\chi'}{d\theta'} = 0.$$

Or une étude attentive de cette équation montre, dans le même Chapitre IV, que la dérivée première de χ' en θ' ou en θ, a signe constant pour toutes les valeurs de θ et, partout, sa grandeur du même ordre, sauf à l'approche de la surface libre où elle croît indéfiniment. D'autre part, aux distances de la surface libre très petites, là où l'éloignement relatif du mur rend les conditions du phénomène indépendantes de y et où, par suite, χ' tend vers χ, la dérivée de χ' en θ ne peut que s'annuler. Elle sera donc nulle à l'intérieur, *à bien plus forte raison*. Ainsi, *l'azimut χ' ne peut se maintenir voisin de χ dans le corps du massif*, *comme on l'admet*, *que si sa dérivée en θ s'y annule à très peu près*, ou si la solution Rankine-Lévy n'y est voisine d'aucune autre.

III. Mais l'équation différentielle (3), démontrée *pour l'intérieur* de l'intervalle existant entre les deux valeurs extrêmes de θ, notamment aux distances très sensibles de la paroi $\theta = i' - \omega$, n'est nullement obligatoire *près de celle-ci*. Car l'hypothèse, que nous avons faite, de ne chercher aux équations de l'état ébouleux que des intégrales χ' et p' voisines de χ et p, n'exige, pour ces fonctions *continues* χ' et p', une manière déterminée de varier qu'aux assez grandes distances des limites du champ où elles existent. Au contraire, très près de la limite inférieure $\theta = i' - \omega$, rien n'empêcherait, par exemple, la dérivée seconde de χ' de devenir infinie, pour une valeur *critique* $\theta = \theta_0$ convenablement choisie, et, la dérivée première, d'y modifier sa loi de variation; car les écarts en résultant sur χ' n'auraient pas, jusqu'à la limite *voisine* $i' - \omega$, un *champ suffisant pour devenir sensibles*. D'ailleurs, la loi de χ', *quoi qu'elle devienne en deçà de* $\theta = \theta_0$, pourra toujours y être supposée *linéaire* en $\theta - \theta_0$, avec erreurs du second

ordre censées négligeables ici; et il en sera de même de la petite différence $p' - p$.

Posant donc, dans le faible intervalle compris entre $\theta = \theta_0$ et $\theta = i' - \omega$, si c et A sont deux constantes,

$$(4) \qquad \chi' = \chi + \frac{c}{2}(\theta - \theta_0), \qquad p' = p - \Pi A r (\theta - \theta_0),$$

on déterminera *deux* des *trois* arbitraires θ_0, A, c, par la condition que les *deux* équations indéfinies de l'équilibre soient vérifiées à l'entrée $\theta = \theta_0$ du petit *coin exceptionnel* (du massif) mesuré par l'intervalle en question. Or, j'ai reconnu que ces équations y deviennent, si p_0 désigne la valeur $\left(-\frac{\Pi r \cos\theta_0 \sin\omega}{k \sin 2\chi}\right)$ de p pour $\theta = \theta_0$,

$$(5) \qquad \frac{\Pi r A}{c p_0} = -\cot(2\theta_0 - 2\chi) = -\frac{k \sin(2\theta_0 - 2\chi)}{1 - k\cos(2\theta_0 - 2\chi)},$$

double relation où -2χ est le complément de $\varphi + 2i - 2\omega$ et où l'égalité des deux derniers membres donne presque immédiatement $\theta_0 = i - \omega$; après quoi A s'exprime en fonction de c.

Ainsi, *le plan critique* $\theta = \theta_0$ *coïncide forcément avec le mur idéal de la solution Rankine-Lévy,* à partir duquel nos angles polaires s'appellent θ'; et, *quand existe le coin exceptionnel où* χ' *et* p' *diffèrent de* χ *et de* p, on y a

$$(6) \qquad \chi' = \chi + \frac{c}{2}\theta', \qquad p' = p - \frac{c \sin\omega \cos(\omega - i)}{\cos\varphi \sin 2\chi} \Pi r \theta'.$$

La constante c reste disponible pour vérifier, à la paroi $\theta' = i' - i$, la condition de glissement (vers le bas) du massif contre le mur.

IV. *Il n'y a*, dès lors, *aucune place disponible pour le coin exceptionnel, quand on donne* $i' > i$, c'est-à-dire quand le mur réel a *plus de fruit intérieur* que le mur idéal de la solution Rankine-Lévy. Le *gros du massif*, où $\chi' = \chi$ et $p' = p$, s'étend donc alors jusqu'au mur même; et il n'existe aucun ensemble de petits termes correctifs qui, en s'adjoignant à la solution Rankine-Lévy, permette d'exprimer le glissement du massif contre le mur. On en conclut naturellement qu'une couche sablonneuse plus ou moins épaisse, contiguë au mur, sera préservée d'un éboulement *immédiat* par le frottement même du mur et fera corps avec lui, s'il commence à s'ébranler, ou devra lui être fictivement adjointe, comme un solide qui lui serait lié aux premiers instants de la chute.

V. Mais passons au cas, seul usuel, où l'angle i' du mur donné avec la verticale descendante est moindre que i : nous y appellerons δ la petite étendue angulaire $i - i'$ du coin exceptionnel de sable, contigu au mur, où s'appliqueront les formules (6).

Les trois pressions principales relatives aux axes, N'_x, N'_y, T', y excéderont évidemment les expressions N_x, N_y, T correspondant à p et χ seuls, de petits termes, n_x, n_y, t, linéaires en $c\theta'$. Si l'on se souvient que $2\theta_0$, égal à $2i - 2\omega$, est le complément de 2χ, on trouve assez aisément pour ces petits termes la triple formule

$$(n_x, n_y, t) = \frac{2c\Pi \sin\omega \cos\theta_0}{\cos\varphi \sin 2\chi}(\cos^2\theta_0, \sin^2\theta_0, \cos\theta_0 \sin\theta_0)\, r \sin\theta'. \tag{7}$$

J'y ai remplacé θ' par $\sin\theta'$: ce qui est évidemment légitime, mais a l'avantage de permettre la substitution, à $r\sin\theta' = r\sin(\theta - \theta_0)$, du binome, linéaire en x et y, $y\cos\theta_0 - x\sin\theta_0$, et de montrer que ces expressions (7) annulent identiquement les deux sommes

$$\frac{dn_x}{dx} + \frac{dt}{dy}, \quad \frac{dt}{dx} + \frac{dn_y}{dy}.$$

Par suite, les pressions totales

$$N'_x = N_x + n_x, \qquad N'_y = N_y + n_y, \qquad T' = T + t \tag{8}$$

satisfont exactement aux deux équations indéfinies ordinaires de l'équilibre.

On pourra donc se dispenser de supposer δ *très petit*, à la condition d'attribuer au massif, en ce qui concerne le coin exceptionnel contigu au mur, une faible hétérogénéité de nature, savoir, un angle φ' de frottement intérieur *un peu variable* et légèrement supérieur à φ; de telle sorte que l'*obliquité maxima* φ' des pressions par rapport aux éléments plans qui les subissent, définie en chaque point par la formule bien connue

$$\sin^2\varphi' = \frac{(N'_x - N'_y)^2 + 4T'^2}{(N'_x + N'_y)^2} \tag{9}$$

soit précisément celle qui, vu les formules (7) et (8), exprimera l'état ébouleux. Or j'ai ainsi trouvé

$$\frac{\sin^2\varphi'}{\sin^2\varphi} = 1 + \left[\frac{c\cos\varphi\cos\theta_0\sin(\theta_0 - \theta)}{\cos\varphi\cos\theta - c\sin\varphi\cos\theta_0\sin(\theta_0 - \theta)}\right]^2, \tag{10}$$

relation d'où résulte, *dans le coin exceptionnel* d'angle δ, une valeur φ' crois-

sante à mesure qu'on s'approche du mur $\theta = \theta_0 - \delta$, mais n'y atteignant qu'une limite Φ dont l'excédent sur φ est seulement de l'ordre de δ^2, quel que soit c.

VI. L'angle *fictif* φ' de frottement intérieur excédant ainsi quelque peu φ à l'approche du mur, il y a lieu de supposer celui-ci non plus tout à fait rugueux, ce qui donnerait à l'*angle du frottement extérieur* la valeur Φ, mais un peu *poli;* de sorte qu'on puisse lui attribuer une valeur moindre φ_1, à choisir ultérieurement, φ par exemple. Et l'on déterminera l'arbitraire c en conséquence.

Il faudra, à cet effet, évaluer les deux composantes, *tangentielle* $\mathfrak{T}$ et *normale* $(-\mathfrak{N})$, de la pression exercée par le gros du massif, d'après les formules (8), sur les divers éléments plans du coin à profils émanés de l'origine et ayant l'angle polaire θ. On trouve

$$(11)\quad \left\{\begin{aligned} \mathfrak{T} &= p\sin\varphi\left\{\cos\varphi - 2\sin(\theta_0-\theta)\left[\sin(\varphi+\theta_0-\theta) - c\frac{\cos\theta_0\sin(\theta_0-\theta)}{\cos\varphi\cos\theta}\cos(\theta_0-\theta)\right]\right\},\\ -\mathfrak{N} &= p\sin\varphi\left\{\frac{\cos\varphi}{\operatorname{tang}\varphi} - 2\sin(\theta_0-\theta)\left[\cos(\varphi+\theta_0-\theta) + c\frac{\cos\theta_0\sin^2(\theta_0-\theta)}{\cos\varphi\cos\theta}\right]\right\}. \end{aligned}\right.$$

La constante c se déterminera en exprimant que, pour la valeur $\theta = \theta_0 - \delta$ de l'angle polaire, relative au mur, le rapport de $\mathfrak{T}$ à $-\mathfrak{N}$ est $\operatorname{tang}\varphi_1$.

Si l'on choisit, par exemple, $\varphi_1 = \varphi$, il vient presque immédiatement

$$(12)\qquad c = \frac{\cos\varphi\cos(\theta_0-\delta)}{\cos(\varphi-\delta)\cos\theta_0};$$

et l'on trouve alors, pour la poussée $\mathfrak{P}$ par unité d'aire exercée sur le mur, la formule

$$(13)\qquad \mathfrak{P} = \Pi r\cos(\varphi+i'+\delta)\frac{\cos(\omega-i')}{\cos(\omega-i'-\delta)}\,\frac{\cos(\varphi+\delta)}{\cos(\varphi-\delta)}.$$

Dans le même cas, la plus forte valeur Φ de φ', qui se produit au contact du mur, pour $\theta = \theta_0 - \delta$, résultera, d'après (12) et (10), de la relation

$$(14)\qquad \frac{\sin\Phi}{\sin\varphi} = \frac{1}{\cos\delta} = 1 + \frac{\delta^2}{2} + \ldots,$$

résultat extrêmement simple, permettant d'*estimer* le degré d'approximation obtenu par l'assimilation d'un massif homogène donné, dont l'angle de frottement intérieur est φ, au massif hétérogène fictif ainsi imaginé.

VII. On conçoit que la considération de tels massifs hétérogènes, dont

l'état ébouleux se calcule facilement, puisse être utile, d'une autre manière encore, dans l'étude d'un massif *homogène proposé*, de même figure géométrique qu'eux, mais ayant son état ébouleux inabordable à l'intégration. Car il suffira qu'on puisse l'intercaler entre deux tels massifs hétérogènes, l'un plus résistant que lui à l'éboulement, l'autre moins résistant que lui, pour avoir deux évaluations, la première *par défaut*, la seconde *par excès* de sa propre poussée-limite. Et si l'on réussit à rendre ces évaluations assez peu distantes entre elles, elles constitueront deux valeurs approchées, pouvant suffire dans la pratique, de la poussée inconnue qu'on cherche. C'est ce que j'espère montrer dans une Note ultérieure.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les propriétés réfractaires de l'argile.* Note de MM. **H. Le Chatelier** et **F. Bogitch.**

La plupart des briques réfractaires servant à la construction des fours sont faites en argile, matière essentiellement constituée par de la kaolinite

$$2SiO^2Al^2O^3.2H^2O$$

mêlée à différentes impuretés : sable quartzeux en proportions souvent importantes, mica potassique et oxyde de fer. Toutes les bases étrangères diminuent les qualités réfractaires. Leur proportion dans les bonnes argiles ne dépasse pas 4 pour 100.

Pour apprécier les qualités réfractaires d'une argile, on détermine habituellement son point de fusion par la méthode de Seger, sur de petites pyramides triangulaires dont on note la température d'affaissement.

Les argiles rigoureusement pures, exclusivement composées de kaolinite, fondent à 1780°; les argiles très riches en sable quartzeux, renfermant dix fois autant de silice que d'alumine, fondent 100° plus bas, vers 1680°; si elles renferment en plus 4 pour 100 d'oxyde de fer et de bases alcalines, on observe un nouvel abaissement de 100° du point de fusion, qui tombe alors à 1580°.

Ce sont là, de toute façon, des points de fusion très élevés; à leur inspection, on serait tenté de conclure que les briques réfractaires argileuses doivent suffire pour la construction de tous nos fours industriels. Or, il n'en est rien; on n'a jamais pu s'en servir pour les voûtes des fours d'aciéries. On emploie exclusivement pour cet usage les briques de silice, qui donnent toute satisfaction. Et cependant leur point de fusion est exacte-

ment celui de la kaolinite, 1780°. La raison des différences de qualités pratiques de ces matériaux est que l'argile se ramollit progressivement avant de fondre. Dans l'expérience de Seger, la matière s'affaisse sous son propre poids, c'est-à-dire sous une pression de l'ordre de 1^g par centimètre carré; dans les voûtes de four, les pressions exercées sont au moins 1000 fois plus considérables et suffisent pour écraser les briques bien avant leur fusion proprement dite.

Nous nous sommes proposé d'étudier comment se comporte aux températures élevées l'argile soumise à des efforts plus ou moins énergiques. Quelques expériences ont déjà été faites à ce sujet, mais il n'existe à notre connaissance aucune étude systématique sur l'ensemble du problème. M. T.-E. Montgomery a signalé, par exemple, qu'on pouvait différencier les bonnes briques réfractaires des mauvaises en les essayant à 1350° sous une pression de $3^{kg},5$ par centimètre carré (1).

Nos expériences ont été faites dans un petit four de laboratoire de 10^{cm} de diamètre intérieur, chauffé au moyen d'un chalumeau à gaz, disposé suivant les principes indiqués autrefois par M. Schlœsing : homogénéisation parfaite du mélange d'air et de gaz, au moyen de son parcours dans un tube suffisamment long, placé entre le mélangeur et le four; très grande vitesse de circulation du mélange gazeux, non seulement à l'entrée dans le four, mais aussi à l'extérieur de celui-ci, ce qui conduit à en réduire le volume.

L'échantillon découpé en cubes de 1^{cm} de côté est supporté par un cylindre de magnésie fondu au four électrique ou par un morceau d'électrode en charbon, protégé contre l'oxydation par un tube en terre. Pour éviter la fusion de l'échantillon d'argile au contact de la magnésie, les deux matières sont séparées par une couche d'oxyde de chrome. La pression est exercée sur la petite éprouvette par l'intermédiaire d'un cylindre de bauxite cuit préalablement à 1600° et présentant en son centre une cavité hémisphérique où vient appuyer la tige de fer chargée de transmettre la pression. Ce cylindre de bauxite traverse à frottement doux le couvercle du four de façon à refroidir la petite cavité où pénètre la tige de fer. Cela est indispensable pour permettre au métal de résister sans déformation.

La température est mesurée au moyen d'un couple thermo-électrique placé au contact de l'échantillon. La pression est exercée par un levier en fer à l'extrémité duquel on peut suspendre des poids. Ce levier donne à la fois la mesure des efforts exercés et celle des affaissements résultants.

---

(1) Depuis l'achèvement de nos recherches, nous avons eu connaissance d'une étude semblable faite en Angleterre par MM. J.-W. Mellor et B.-J. Moore (*English Ceramic Society*, t. 15, 1916, p. 77). Ces savants ont déterminé le point d'affaissement de briques d'argile, chauffées soit sans aucune charge, soit sous des pressions variant de 8^{kg} à 16^{kg} par centimètre carré. Les résultats sont d'accord avec ceux que nous publions ici.

Le Tableau ci-dessous donne la composition des argiles sur lesquelles ont porté les expériences :

	G.	L.	A.	C.	B.
Alumine	20,0	26,0	26,5	12,6	33
Sesquioxyde de fer	3,4	1,9	3,9	2,4	1,5
Chaux	0,8	0,2	2,0	0,0	0,3
Silice et non dosé (diff.)	75,8	71,9	67,6	85,0	65,2

Une première série d'expériences a porté sur la brique G, brique de qualité médiocre, cuite vers 1200°.

On a cherché d'abord l'effort nécessaire pour produire, à différentes températures, son écrasement. Jusqu'à 1100°, la résistance reste sensiblement invariable, aux erreurs expérimentales près :

Température.	Effort par cm².
15°	190kg
600	185
950	200
1080	180

La rupture se produit brusquement et complètement, comme dans les essais faits à la température ordinaire. Aux températures plus élevées, au contraire, la matière s'affaisse progressivement, elle devient plastique, il n'y a plus à proprement parler de rupture. On a approximativement déterminé l'effort sous lequel l'affaissement devenait considérable, dépassait par exemple 50 pour 100 de l'épaisseur primitive de l'échantillon, la durée de mise en charge étant d'environ 20 secondes.

Température.	Effort par cm².
1300°	65kg
1360°	20kg

La chute de résistance de cette brique devient donc très rapide au-dessus de 1200°.

Pour étudier, d'une façon plus complète, le mode de déformation de l'argile aux températures élevées, il a semblé nécessaire de mesurer à la fois les trois facteurs qui règlent le phénomène : temps, pression et température. L'échantillon était chauffé sous un effort constant à des températures progressivement croissantes; la vitesse d'échauffement, maintenue aussi régulière que possible, variait d'environ 10° par minute; un peu plus au début du chauffage, un peu moins à la fin.

Nous avons étudié successivement l'influence de différents facteurs sur la résistance des briques, plus particulièrement la pression exercée, qui se rattache aux conditions d'emploi, et la température de cuisson initiale qui se rattache aux conditions de fabrication.

Influence de la pression. — La brique G a été chauffée successivement sous des pressions de 10^{kg} et de 1^{kg} par centimètre carré.

Pression de 10^{kg}.			Pression de 1^{kg}.		
Temps.	Température.	Affaissement pour 100.	Temps.	Température.	Affaissement pour 100.
m	o		m	o	
0	1200	0	0	1300	0
6	1320	5	2	1340	3
8	1350	20	4	1370	11
9	1378	31	6	1390	25
10	1390	40	8	1404	44
11	1398	48	11	1415	73

Les écarts entre les températures donnant les mêmes affaissements sont moindres qu'on n'aurait pu le prévoir ; ils n'atteignent pas 50° pour une variation de la pression dans le rapport de 1 à 10.

Influence de la cuisson. — Les expériences ont été faites sur la brique L, de qualité supérieure à celle de la précédente.

Cuisson à 1200°.			Cuisson à 1430°.		
Temps.	Température.	Affaissement pour 100.	Temps.	Température.	Affaissement pour 100.
m	o		m	o	
0	1305	0	0	1320	0
2	1350	2	4	1360	2
4	1390	23	10	1406	5
6	1416	48	14	1440	11
9	1424	54	16	1460	31

Il y a un écart de près de 50° entre les températures donnant les mêmes affaissements ; en réalité, même l'écart aurait été plus grand encore si la vitesse d'échauffement du second échantillon n'avait pas été accidentellement inférieure à celle du premier.

Influence de la pureté de l'argile. — La brique L plus pure que la brique G s'affaisse à des températures plus élevées, comme cela était facile à prévoir. Pour avoir une matière plus pure encore, nous avons fabriqué au labora-

toire de petites briquettes en kaolin lavé. On a employé une partie de kaolin cru et une partie de kaolin calciné; la cuisson a été faite à la température de 1200°. Les affaissements observés sous une pression de 10^{kg}, dans des conditions d'échauffement comparables à celles des expériences précédentes, ont été les suivants :

1400°	5,7 pour 100
1500°	21,7 »

Un essai analogue, fait sur le mélange B pour creusets d'aciérie cuit à 1400°, a donné :

1460°	9 pour 100

Ce résultat est donc comparable à celui obtenu avec le kaolin.

Ce phénomène d'affaissement de l'argile est assez complexe. La matière se tasse d'abord sur elle-même en remplissant les pores vides restés après le moulage. Puis ensuite la matière gonfle en forme de tonneau, se fendant sur les bords quand la pression est trop élevée ou restant compacte comme une masse vitreuse, si la pression est faible et la déformation suffisamment lente.

On pourrait comparer la qualité des briques en déterminant la température pour laquelle l'affaissement est de 20 pour 100 sous une pression de 10^{kg} par centimètre carré exercée pendant 1 minute. Pour les produits que nous avons essayés, cette température varie de 1350° à 1500°. Le choix d'une déformation aussi considérable est motivé par ses avantages au point de vue de la précision des mesures. Mais, bien entendu, les températures auxquelles les briques cessent de pouvoir être employées sous un effort indéfiniment prolongé sont sans doute plus basses.

Pour des pressions de 1^{kg} seulement, indéfiniment prolongées, les températures les plus élevées acceptables doivent varier de 1250° à 1350° suivant les qualités réfractaires de l'argile. Mais de nouvelles expériences sont nécessaires pour préciser cette température limite.

Comment peut-on coordonner ces résultats? Quelle théorie scientifique donner de la fusion des matières argileuses?

Avant cuisson, une bonne brique réfractaire est constituée par un mélange en proportions variables de :

Kaolinite	$2SiO^2.Al^2O^3.2H^2O$
Quartz	SiO^2

Après cuisson à une température suffisamment élevée, entre 1300° et 1500°, pendant un temps très long, plusieurs mois par exemple, comme cela se produit dans les empilages des régénérateurs des fours Siemens, les briques sont finalement constituées par un mélange en proportion variable de :

Sillimanite	$SiO^2.Al^2O^3$
Tridymite	SiO^2

Nous l'avons très nettement observé sur la brique A venant d'un four des usines d'Assailly. C'est là l'état d'équilibre stable correspondant aux températures moyennement élevées, comprises par exemple entre 1000° et 1500°. Si l'on réchauffe une semblable brique vers 1600° et qu'on la refroidisse rapidement, on constate qu'une partie est devenue vitreuse; il y a eu fusion partielle. C'est le mode d'action bien connu de la chaleur sur tous les alliages et mélanges de sels. Ils restent solides et cristallisés jusqu'à une certaine température limite, dite de *fusion eutectique*, à laquelle un des constituants entre totalement en fusion et le second seulement partiellement. Puis, au fur et à mesure de l'élévation de température, le second constituant se dissout progressivement jusqu'à fusion complète.

Dans le cas des composés siliceux, le phénomène est compliqué par la viscosité de la matière fondue, qui est en réalité un verre seulement pâteux et non un véritable liquide. Cela retarde beaucoup l'établissement de l'équilibre. Cette difficulté a empêché jusqu'ici de déterminer le point de fusion réversible de l'eutectique silice-alumine.

Nous avons essayé de déterminer le palier de fusibilité de la silice vitreuse. Un petit cube de 1^{cm} de côté a été chauffé sous une pression constante de 10^{kg}. Il a commencé à céder à 1300° et, le chauffage continuant, il s'est affaissé de 40 pour 100, à la température de 1400°, 10 minutes plus tard. On peut conclure de cette expérience que la silice vitreuse ne doit pas prendre, avant 1500°, une fluidité suffisante pour permettre l'établissement un peu rapide des phénomènes d'équilibre ; cela explique et excuse notre ignorance au sujet du diagramme de fusibilité du mélange tridymite-sillimanite.

Mais les briques, telles qu'on les emploie industriellement, n'ont pour ainsi dire jamais été cuites à une température et pendant un temps suffisant pour être constituées par de la tridymite et de la sillimanite. Il semble que la kaolinite, au moment de sa déshydratation, se décompose en alumine et silice amorphe. Cette silice amorphe se ramollit par l'élévation de tem-

pérature et le fait d'autant plus qu'elle est mêlée à une proportion plus forte de bases étrangères : alumine, et surtout oxyde de fer, chaux et alcalis. Le verre ordinaire est complètement mou à la température de 800°. C'est ce phénomène de fusion progressive de la silice amorphe et non celui de la dissolution réciproque de la tridymite et de la sillimanite que l'on observe habituellement dans la fusion des briques; c'est celui que nous avons mesuré dans la plupart de nos expériences.

Par contre, la silice existant dans l'argile à l'état de quartz conserve cet état ou se transforme en cristobalite, mais ne prend jamais directement l'état amorphe. Elle peut cependant se faire indirectement par dissolution dans le verre, provenant de la kaolinite.

Cette première fusion des briques aux dépens de la silice amorphe est suivie d'une cristallisation de la silice à l'état de tridymite et la fusion normale ne se produit plus alors qu'à une température plus élevée. Une brique chauffée, assez lentement pour donner aux transformations le temps de s'accomplir, doit donc présenter deux zones de fusibilité, séparées par une recristallisation. Une brique fortement cuite ne présente plus la première zone de fusion; elle devient plus réfractaire.

GÉOLOGIE. — *L'avant-pays à l'ouest de la chaîne des Pyrénées.* Note de M. **H. Douvillé**.

Un des traits les plus frappants de la région de l'Adour est l'existence d'une série d'anticlinaux ou de dômes qui font saillie au travers de la plaine tertiaire; ils ont été esquissés immédiatement après le dépôt du Danien et ont ensuite participé à tous les mouvements de la chaîne elle-même, de sorte qu'ils peuvent nous éclairer sur ces mouvements eux-mêmes; ce sont comme dans la Haute-Garonne de véritables *Petites Pyrénées*. En même temps ils ont été plus ou moins arasés, avant et pendant le dépôt des couches tertiaires et constituent des fenêtres qui nous donnent des indications sur la constitution du soubassement de la plaine tertiaire : ils sont généralement accompagnés par un réseau de failles plus ou moins complexes.

La période éocène correspondant tout d'abord à une phase positive d'invasion marine, ses dépôts successifs ont recouvert en transgression les anticlinaux dont il vient d'être question, de sorte que les dépôts les plus anciens se sont formés seulement dans les synclinaux et ont été recouverts, le plus souvent masqués et quelquefois ravinés par les dépôts plus

récents, de là la rareté des affleurements de l'Éocène inférieur. Cette disposition est bien marquée par exemple sur le rivage nord où l'on n'observe aux environs de Royan que quelques lambeaux d'Yprésien, tandis qu'un peu au Sud, dans la dépression de Bordeaux, les sondages profonds ont montré un développement considérable de l'Éocène inférieur.

L'un des mieux connus de ces anticlinaux est celui qui s'étend au sud de Dax de Tercis à Saint-Pandelon : il est constitué par un noyau de Trias, associé à des calcaires liasiques et à des ophites (¹). Ces calcaires rappellent par leur faciès les dépôts des bords du Plateau Central; Seunes y a signalé des Gastropodes, *Acteonina*, *Turritella*, *Trochus*, et des Lamellibranches, *Anisocardia*, qui, d'après les échantillons qui m'ont été communiqués par Ch. Stuart-Menteath, seraient plutôt des *Eotrapezium* à rapprocher des formes du lias de la Vendée; c'est à ce noyau que l'Ophite est associé. Il est lui-même enveloppé par les différentes assises du Crétacé (²) qui ne présentent aucune trace de métamorphisme : c'est d'abord le calcaire blanc de Gauquerot où j'ai recueilli *Toucasia carinata*, surmonté par un banc de brèche (Hébert) à *Rad. cautabricus*, *Cidaris pyrenaica* et *Orbitolina conoidea* (Seunes), signalé également plus à l'Ouest, sous l'église de Tercis et formant probablement le soubassement des assises de Vinport. Celles-ci, d'après les observations de M. Stuart-Menteath, présentent deux niveaux fossilifères séparés par une épaisseur de couches de 15^{m} environ; à la base ce sont des couches où abondent les Spongiaires calcaires et les *Lithothamnium* mamillés associés avec *Polyconites Verneuilli* et *Horiopleura Lamberti* (variété à côtes), tandis qu'au sommet on rencontre une autre variété d'*Hor. Lamberti* associée à de nombreux Brachiopodes (*Ter. Delbosi*), avec *Orbitolina subconcava* et *Barroisia Bertrandi;* ce dernier fossile a été trouvé également à Saint-Paul-de-Fenouillet, à la limite de l'Aptien et de l'Albien. C'est bien vraisemblablement le niveau des couches supérieures de Vinport qui représenteraient l'Albien, les couches inférieures étant encore aptiennes. Du reste

(¹) On sait que l'on confond souvent sous cette dénomination deux séries de roches très différentes, les véritables ophites qui sont triasiques ou jurassiques et des roches néphéliniques du groupe des teschénites qui sont postérieures au Crétacé; ces deux sortes de roches donnant du reste des produits de décomposition analogues.

De même les marnes irisées ont été quelquefois confondues avec les marnes rouges du Crétacé supérieur. Les recherches toutes récentes de M. J. de Lapparent ont montré que ces dernières étaient nettement caractérisées par leur faune de Foraminifères.

(²) Arnaud, *Position stratigraphique des argiles bariolées de Tercis* (*Bull. Soc. géol. de France*, 3e série, t. 15, 1886, p. 16).

les couches à *Orb. subconcava* ont été fréquemment sur d'autres points attribuées au Cénomanien. Celui-ci est représenté près de Tercis par des calcaires à *Caprotina quadripartita*, auxquels succède le Turonien à *Sph. radiosus*. Au-dessus se développent les assises bien connues de la Craie sénonienne de Tercis et d'Angoumé recouvertes par le Danien de Bédat à *Naut. danicus*, et par celui de Bénesse avec *Isaster aquitanicus*, où apparaissent les premières *Nummulites* et les premiers *Orthophragmina*, associés à *Operculina Heberti*.

Ces diverses assises se retrouvent plus ou moins complètes dans les autres dômes ou anticlinaux, et, suivant l'intensité de l'arasement, les différentes couches de l'Éocène peuvent s'appuyer sur une quelconque de celles qui constituent le soubassement; à Dax c'est l'Éocène supérieur qui recouvre le Danien, à Saint-Lon, l'Éocène moyen vient masquer partiellement le Cénomanien, à Bastennes le Lutétien moyen arrive au contact du Trias.

Plus au Sud à Biarritz nous retrouvons sur la plage un dôme bien caractérisé avec son noyau de Trias; mais ici les couches ont pris une direction différente, elles s'infléchissent vers le Sud-Ouest, et les lignes directrices contournent l'extrémité de la chaîne en suivant à peu près le rivage actuel.

Les marnes irisées sont accompagnées de calcaire métamorphique (Lias?) et d'Ophite; il est enveloppé par le Crétacé, inférieur à Orbitolines, moyen à Fucoïdes, supérieur représenté par les calcaires blancs du niveau à *Stegaster;* toutes ces couches sont traversées par un système de failles assez compliquées. Ici c'est le Lutétien moyen qui repose directement sur le noyau du dôme et sans présenter aucune modification métamorphique.

Si nous suivons le bord de la chaîne vers l'Est, on voit apparaître des couches de plus en plus anciennes, le Lutétien inférieur que j'ai signalé à Saint-Barthélemy, puis plus loin encore au-dessous des couches anciennement connues de Bos d'Arros, une grande épaisseur d'Éocène inférieur découvert il y a longtemps déjà par M. Stuart-Menteath, et présentant le même faciès et la même faune que les couches profondes des sondages du Bordelais (*Num. Lucasi*). Plus loin à l'Est les couches inférieures se chargent d'*Alvéolines* (*Alv. subpyrenaica*), le même faciès se retrouvant au sud de la chaîne sur le côté espagnol (mont Perdu).

Suivons maintenant le rivage de l'autre côté de Biarritz, vers le Sud-Ouest: nous rencontrerons d'abord des lambeaux de la Craie supérieure, puis un grand développement du Turonien à Fucoïdes, jusqu'au delà de Saint-Jean-de-Luz.

Ces couches viennent d'être magistralement étudiées aux environs de

Hendaye par mon jeune collègue J. de Lapparent [1] : il y a retrouvé toute la faune rhizopodique qui caractérise dans les Alpes les calcaires de Sewen, des Lagénidés (*Fissurina*) et des *Globigérinidés* parmi lesquelles le curieux Foraminifère cité en Suisse comme *Pulvinulina tricarinata*, mais qui ne semble pas pouvoir être distingué d'une très rare espèce encore vivante décrite autrefois par d'Orbigny comme *Rosalina Linnei*.

Les couches de la Craie supérieure forment la pointe Sainte-Anne au nord d'Abbadia comme l'avait signalé depuis longtemps M. Stuart-Menteath, elles se prolongent de là au nord de Fontarabie vers Passages et jusqu'à Saint-Sébastien, où ce géologue a recueilli les Ammonites caractéristiques (*Pachydiscus gollevillensis*, *P. fresvillensis*).

Entre ces couches et la mer se développe un puissant massif de grès quartzeux grossiers alternant avec des couches plus fines, plus argileuses, rappelant le faciès du Flysch et présentant des empreintes plus ou moins énigmatiques, en particulier le curieux réseau hexagonal désigné par Maneghini sous le nom de *Palæodictyon*.

Dans ces grès, à Passages, M. Stuart-Menteath a signalé dès 1894 l'existence de *Nummulites* et d'*Assilines* (d'après une détermination de Munier-Chalmas); dans les échantillons qu'il a bien voulu me communiquer j'ai pu reconnaître *Alveolina subpyrenaica*, *Nummulites globulus* et d'assez nombreux *Orthophragmina*. C'est une faune incontestablement plus ancienne que celles de Biarritz, et ces assises viennent compléter très heureusement cette coupe aujourd'hui classique.

Ces couches à Alvéolines représentent tout au plus la base de l'Éocène moyen, les grès qui s'étendent au-dessous jusqu'au Crétacé appartiennent alors à l'Éocène inférieur et tout cet ensemble correspond au système de Bos d'Arros, mais avec un caractère plus franchement littoral.

On sait que bien plus loin, sur la côte cantabrique, on retrouve les couches à Alvéolines à la base du bassin éocène de Columbres.

BOTANIQUE. — *Sur les formes arctiques faussement décrites sous le nom de* Chætoceros criophilus *Castr.* Note [2] de M. **L. Mangin**.

Dans une précédente Note [3], j'ai fait connaître la structure du *Chætoceros criophilus* des régions antarctiques. Je me propose dans la présente Note d'examiner les formes arctiques désignées sous le même nom.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 731.

(2) Séance du 23 avril 1917.

(3) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 704.

FORMES ARCTIQUES.

J'ai pu procéder à cet examen grâce à l'obligeance de M. Ostenfeld, de Copenhague, qui a eu l'amabilité de m'adresser des échantillons authentiques de la forme désignée sous le nom de *C. criophilus* et provenant de sept pêches effectuées entre le 57° et le 65° latitude Nord et du 11°35′ longitude Ouest au 45°48′, c'est-à-dire dans la partie de l'Atlantique voisine du cercle polaire, de l'est de l'Islande jusqu'au sud du Groënland.

Ces formes présentent des chaînes rectilignes ou légèrement courbées dont les cornes se dirigent d'abord vers la base de la chaîne en formant avec son axe des angles variant de 25° à 45°; puis elles divergent ensuite plus ou moins en décrivant une concavité vers le sommet de la chaîne (*fig.* 1, I, II). Sous un faible grossissement elles ont donc la même appa-

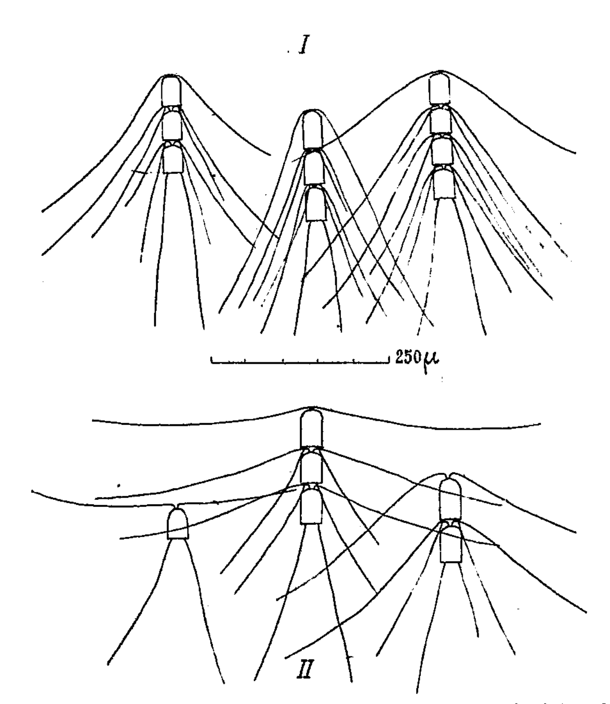


Fig. 1. — Aspect des chaînes des formes arctiques : I, *C. concavicornis* Nob. (*C. criophilus* Gran); II, variété *currens* Clève.

rence que les chaînes du *C. criophilus* antarctique et l'on conçoit qu'elles aient pu être confondues par un examen superficiel; mais l'observation des individus à un grossissement suffisant révèle de profondes différences entre les deux séries de formes.

Dans chaque individu (*fig.* 2) les deux valves sont inégales, la valve supérieure est bombée, la valve inférieure est plate. Les cornes de la valve supérieure ont un mode d'insertion figuré par les divers auteurs, mais seulement

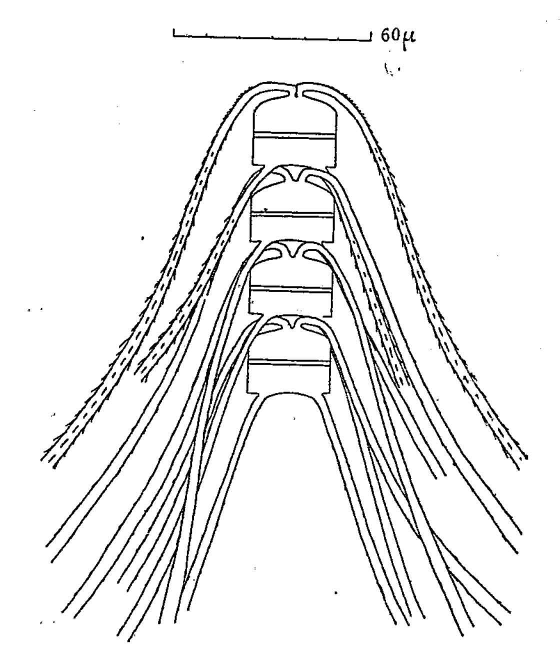


Fig. 2. — Une chaîne de *C. concavicornis* Nob. (*C. criophilus* Gran), vue parallèlement au plan sagittal.

décrit par Jörgensen. Ces cornes s'insèrent près du milieu des valves et ne sont jamais latérales; du point d'insertion, elles se dirigent parallèlement à l'axe de la chaîne en avant ou en haut, puis elles se recourbent plus ou moins brusquement en forme de crosse pour se diriger vers la base de la chaîne; elles laissent entre elles un sinus plus ou moins étroit. En outre, chez l'individu qui occupe le sommet de la chaîne, les cornes antérieures sont coalescentes à la base d'insertion et le sinus est réduit à une petite cavité ou à une fente à peine perceptible (*fig.* 3, I) toujours dilatée à sa base (*fig.* 2). La présence de cette cavité ou de cette fente est le signe de la coalescence des cornes.

Les autres individus de la chaîne ont les cornes antérieures indépendantes malgré la proximité de leur insertion.

Les cornes de la valve inférieure sont insérées assez près des bords; généralement rectilignes dès leur insertion elles prennent une direction légèrement oblique par rapport à l'axe de la chaîne, puis elles se relèvent par une courbure plus ou moins prononcée.

Comme chez le *C. criophilus* antarctique, les cornes sont d'abord minces puis s'élargissent insensiblement. L'individu qui occupe la tête de la chaîne, déjà caractérisé par la coalescence des cornes antérieures à leur base d'insertion, a ces mêmes cornes couvertes d'épines et sur le bord externe voisin de l'insertion une rangée de dents nombreuses et serrées (*fig.* 2). Les cornes des autres individus sont lisses ou présentent seulement des vestiges d'épines.

L'examen des chaînes dans un plan perpendiculaire au plan sagittal n'est pas moins caractéristique. En raison de la dilatation des racines des cornes antérieures, la valve de chaque individu qui est bombée est surmontée d'une sorte d'ampoule formée par la base dilatée des racines (*fig.* 3, II). La crosse qu'elle décrit à ce moment est située dans un plan perpendiculaire

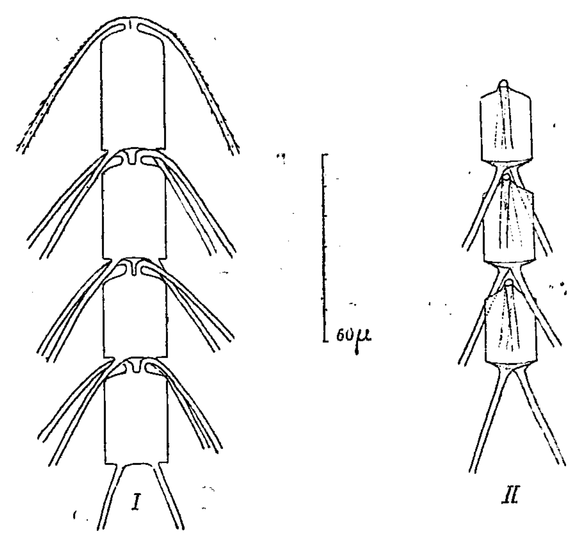


Fig. 3. — Deux chaînes de *C. concavicornis* : I, vue parallèlement au plan sagittal; II, vue perpendiculairement au plan sagittal.

au plan de la figure et l'on aperçoit à son sommet un cercle de la largeur des cornes qui représente la section droite optique de la crosse (*fig.* 3, II). Rien dans cette disposition ne rappelle le dessin de Castracane.

Dans le plan sagittal les fenêtres situées à la limite de séparation de deux individus ont un aspect spécial : élargies en avant elles se rétrécissent en arrière au niveau du sinus séparant les cornes antérieures de l'individu suivant; leur contour rappelle celui du fer d'une hachette et n'a rien de commun avec le contour lancéolé des fenêtres du *C. criophilus* antarctique.

La limite de séparation des valves n'est pas distincte sur les échantillons

frais, mais lorsqu'ils sont secs ou après le traitement des acides on aperçoit nettement une ceinture étroite, sauf chez les cellules allongées, avant la division, où elle devient large.

Enfin les *C. criophilus* arctiques sont toujours un peu plus grêles dans toutes leurs dimensions que les formes antarctiques.

En résumé, les descriptions précédentes et les dessins qui les accompagnent démontrent que la forme antarctique seule répond à la désignation de Castracane : elle constitue le véritable *C. criophilus*.

La forme arctique en diffère essentiellement par le mode d'insertion des cornes et constitue une espèce toute différente, très voisine du *C. Peruvianus* avec lequel elle a été souvent confondue, car elle s'en distingue seulement par les caractères secondaires de l'orientation et de la structure des cornes. Le nom de *C. criophilus* doit donc disparaître de la flore planctonique de l'hémisphère nord. Pour éviter les confusions, je désignerai les formes qu'on y rapportait indûment sous le nom de *C. concavicornis* Nob., de manière à rappeler que les cornes décrivent une courbure dont la concavité est dirigée du côté du sommet de la chaîne.

Le *C. concavicornis* Nob. aura pour synonymes *C. criophilus* Gran non Castr.; *C. criophilus* Jörg. non Castr.; *C. Peruvianus* Vanhöffen; *C. Brightwellii* Gran; *C. borealis* var. *Brightwellii* Clève.

Le vrai *C. criophilus* Castr. est une espèce strictement cantonnée dans les mers antarctiques, elle n'a aucun représentant dans les mers arctiques ou leurs tributaires. Elle est remarquable par la grande constance de ses caractères dans les régions plus éloignées où elle a été récoltée.

Avec le *Corethron Valdiviæ*, l'*Eucampia antarctica*, le *Melosira Sol*, le *Biddulphia striata*, le *C. Schimperianus*, etc., le *C. criophilus* Castr. est une des importantes caractéristiques de la flore planctonique de l'Antarctique.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur la valeur absolue de l'entropie et de l'énergie.* Note (¹) de M. E. Ariès.

Nous nous proposons de montrer aujourd'hui combien était justifié le choix que nous avons fait, dans une de nos précédentes Communications,

(¹) Séance du 7 mai 1917.

d'un état initial, commun à tous les corps, et à partir duquel nous estimions qu'il convenait de mesurer leur entropie ainsi que leur énergie. Rappelons que, pour chaque corps, cet état est défini par les conditions suivantes : le corps est au zéro de la température absolue, il se trouve condensé à l'état de saturation et ne supporte aucune pression. Toute augmentation finie de volume qu'on lui impose, à température constante, n'a d'autre résultat que de lui faire émettre, à tensions fixes ($T = 0, p = 0$), une quantité de vapeur inappréciable et échappant à toute mesure, en sorte que son entropie et son énergie resteront nulles (1).

Toute diminution de son volume, obtenue par l'effet d'une compression à température constante, fait croître sa pression et son énergie, d'abord nulles et qui deviendront positives, mais son entropie restera nulle, ainsi que nous l'avons démontré dans une autre de nos Communications (2). En résumé, un corps, pris au zéro de la température absolue, a une entropie nulle et une énergie nulle ou positive, quelle que soit la pression qu'il supporte, et quel que soit le volume qu'il occupe.

Désignons par v le volume ainsi occupé par le corps à cette température limite du zéro absolu. Faisons-lui subir, *à volume constant*, une succession d'accroissements de température dT, de manière à l'amener à un état quelconque déterminé par son volume primitif v et par la température T qu'il finira par acquérir. Comme il arrive souvent, l'application à ces transformations élémentaires de l'une des lois si fécondes du déplacement de l'équilibre, va nous cenduire à des conclusions assez remarquables.

La loi dont il s'agit nous apprend que chacune de ces transformations s'opérant à volume constant avec une variation positive dT de la température, donnera lieu à une augmentation de l'entropie, le produit $dS\,dT$ devant être nécessairement positif (3). Il en résulte que l'entropie S d'un corps, pris dans un état quelconque défini par son volume et par sa température (v, T), est une quantité positive, sauf au zéro de la température absolue, cas pour lequel cette entropie s'annule.

Dans chacune des transformations élémentaires envisagées, on a pour la variation d'énergie dU la formule classique

$$dU = T\,dS - p\,dv$$

et, puisque $dv = 0$,

$$dU = T\,dS.$$

(1) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 343.
(2) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 593.
(3) E. Ariès, *Chimie physique élémentaire*, t. 1, 1914, p. 24.

dS étant positif, d'après ce qui précède, il en sera de même pour dU. Chaque élévation élémentaire dT de la température donnera lieu à une augmentation de l'énergie; et comme le corps part de la température zéro avec une énergie nulle ou positive, il arrivera nécessairement à la température T et sous le volume v, c'est-à-dire à un état quelconque, avec une énergie positive.

Ces deux importantes conséquences des principes fondamentaux de la Thermodynamique viennent jeter une assez vive lumière sur les notions depuis si longtemps entrevues de *la valeur absolue de l'entropie* et de *la valeur absolue de l'énergie*. Nous venons de voir que l'entropie et l'énergie d'un corps ne peuvent jamais descendre au-dessous de la valeur qu'elles ont à l'état initial que nous avons choisi et défini : cela peut-il signifier autre chose, sinon que l'entropie et l'énergie de ce corps sont des quantités parfaitement déterminées, généralement positives, jamais négatives, et qui sont à mesurer à partir de cet état initial.

Les conditions dans lesquelles l'entropie et l'énergie s'annulent ne doivent pas nous surprendre; elles paraissent assez rationnelles. Un corps maintenu à la température limite du zéro absolu, quelle que soit la pression qu'il supporte, ne peut avoir aucune tendance à transmettre de la chaleur au milieu environnant, qui est au moins à la même température; son entropie, ne pouvant subir aucune diminution, est à considérer comme nulle. Si, en outre, ce corps ne supporte aucune pression, il ne possède aucune force expansive, aucune capacité de travail; ne pouvant céder de l'énergie ni sous forme de chaleur, ni sous forme de travail, son énergie est à considérer comme nulle.

PRÉSENTATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la désignation d'un candidat qui sera présenté à M. le Ministre des Finances pour une place d'Essayeur vacante à l'*Administration des Monnaies*.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 34,

M. Billon obtient . . . . 34 suffrages.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de

deux candidats qui devra être présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts pour la place vacante, au *Bureau des Longitudes*, par le décès de M. le général *Bassot*.

Au premier tour de scrutin, destiné à l'élection du candidat de première ligne, le nombre de votants étant 45,

M. Ch. Lallemand	obtient.	39 suffrages
M. Edouard Perrin	»	6 »

Au second tour de scrutin, destiné à l'élection du candidat de seconde ligne, le nombre de votants étant 38,

M. Edouard Perrin	obtient	32 suffrages
M. P. Appell	»	5 »
M. J. Violle	»	1 suffrage

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne	M. **Ch. Lallemand**
En seconde ligne.	M. **Edouard Perrin**

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats qui devra être présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts pour la place vacante, au *Bureau des Longitudes*, par le décès de M. *G. Darboux*.

Au premier tour de scrutin, destiné à l'élection du candidat de première ligne, le nombre de votants étant 36,

M. P. Appell	obtient.	28 suffrages
M. J. Violle	»	8 »

Au second tour de scrutin, destiné à l'élection du candidat de seconde ligne, le nombre de votants étant 33,

M. J. Violle	obtient.	28 suffrages
M. J. Hadamard	»	2 »
M. P. Appell	»	1 suffrage
M. P. Villard	»	1 »

Il y a un bulletin blanc.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre de l'Instruction publique comprendra :

En première ligne . . . . M. **P. Appell**
En seconde ligne. . . . . M. **J. Violle**

COMMISSIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection de trois Membres de la *Commission du Fonds Bonaparte*, en remplacement de M. *G. Darboux*, décédé, et de MM. *J. Violle* et *A. Haller*, non rééligibles. Deux de ces Membres devront être choisis dans la Division des Sciences mathématiques et le troisième dans la Division des Sciences physiques.

MM. **Émile Picard** et **Ch. Lallemand**, pour la Division des Sciences mathématiques; M. **E.-L. Bouvier**, pour la Division des Sciences physiques, réunissent la majorité absolue des suffrages.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Science française et scolastique allemande, par le Dr G. Papillault.

MM. **R. Bourgeois**, **Ch. Doyère** prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section de *Géographie et Navigation*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la sommation des séries ultrasphériques.* Note [1] de M. **Erwand Kogbetliantz**, présentée par M. Appell.

Je demande la permission d'ajouter à ma Note du 23 avril 1917 (t. 164, p. 626) quelques remarques qui, je l'espère, paraîtront dignes d'attention. Je continue les notations et les désignations de la Note précédente.

---

[1] Séance du 7 mai 1917.

On établit, en se servant de la formule approximative pour $\mathfrak{P}_n^{\lambda}(\cos\theta)$, le résultat fondamental que voici :

$R_n^{(\delta,\lambda)}(x)$ *pour* $-1+\varepsilon \leqq x \leqq 1-\varepsilon$ $(\varepsilon > 0)$ *sont toutes uniformément bornées, si* $\delta > 0$.

Ce résultat et les inégalités

$$|S_n^{(\delta,\lambda)}(x,t)| < \frac{C_6}{(n+1)^{\delta}|x-t|^{\delta+1}\left[\sqrt{(1-x^2)(1-t^2)}\right]^{\lambda}},$$
$$|S_n^{(\delta,\lambda)}(x,t)| < \frac{C_7(n+1)^{\lambda-\delta}}{|x-t|^{\delta+1}\left(\sqrt{1-x^2}\right)^{\lambda}} + \frac{C_8}{(n+1)|x-t|^{2+2\lambda}}$$

permettent de démontrer le théorème suivant :

THÉORÈME C. — *La série* (I) *est sommable* $(C, 0 < \delta < 2\lambda)$ *avec la somme* $f(x)$ *en tout point intérieur* $-1 < x < +1$ *de continuité de* $f(x)$, *si les fonctions* $(1-x^2)^{\lambda-\frac{1}{2}}|f(x)|$ *et* $(1-x^2)^{\frac{\lambda+\delta-1}{2}}|f(x)|$ *sont intégrables dans l'intervalle* $(-1, +1)$; *la sommabilité est uniforme dans l'intervalle intérieur à l'intervalle* $(-1, +1)$ *et compris dans l'intervalle de continuité de* $f(x)$.

Les fonctions $2^{\omega}(1-x)^{-\omega}$ et $2^{\omega-1}[(1-x)^{-\omega}+(1+x)^{-\omega}]$ nous fournissent des exemples qui illustrent les théorèmes B et C; on voit sans peine que la première pour $2\omega \geqq \lambda+1$ ne remplit pas la condition (c') au point $x=-1$ et sa série (I)

$$\frac{2^{\omega}}{(1-x)^{\omega}} \sim \frac{2^{2\lambda}\Gamma(\lambda)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma(\omega)}\Gamma\left(\lambda-\omega+\frac{1}{2}\right)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(n+\lambda)\Gamma(n+\omega)}{\Gamma(n+1+2\lambda-\omega)}\mathfrak{P}_n^{(\lambda)}(x) \qquad \left(\omega < \lambda+\frac{1}{2}\right)$$

pour $2\omega \geqq 1+\delta$ n'est pas sommable $(C, \lambda < \delta < 2\lambda)$ au point de continuité de la fonction développée $x=-1$; de même, si l'on a soin de choisir $2\omega \geqq \lambda+\delta+1$ pour chaque valeur de $\delta < \lambda$, la fonction

$$2^{\omega-1}[(1-x)^{-\omega}+(1+x)^{-\omega}]$$

ne satisfait pas à la condition d'intégrabilité dans $(-1, +1)$ de $(1-x^2)^{\frac{\lambda+\delta-1}{2}}|f(x)|$ et sa série (I) n'est sommable (C, δ) dans le cas de $\delta < \lambda$ en aucun point intérieur $-1 < x < +1$, tout en l'étant pour $\delta > \lambda$.

Ainsi le problème de sommation des séries ultrasphériques par la

méthode des moyennes arithmétiques, posé en 1911 par M. N. Nielsen [1], est complètement résolu.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Théorèmes arithmétiques sur l'intégrale de Cauchy*. Note de M. **Michel Pétrovitch**, présentée par M. Hadamard.

Soit $f(z)$ une fonction analytique, holomorphe à l'intérieur d'une circonférence C de rayon R ayant le point $z=a$ comme centre. Considérons l'intégrale

$$(1) \qquad I_n = \frac{1}{2\pi i}\int \frac{f(z)}{(z-a)^{n+1}}\,dz,$$

prise le long d'un contour fermé compris à l'intérieur de C.

Chaque fois que I_n *a pour* $n = 1, 2, 3, \ldots$ *des valeurs entières réelles* [2], *on peut les déterminer toutes à la fois par des considérations arithmétiques simples à l'aide de la valeur connue d'une certaine expression numérique attachée à la fonction* $f(z)$.

Pour le faire voir, remarquons que l'on a

$$(2) \qquad f(a+z)-f(a) = I_1 z + I_2 z^2 + I_3 z^3 + \ldots$$

et que par suite on aura le résultat suivant découlant de ce qui a été trouvé dans une Note précédente [3] :

Formons l'intégrale définie

$$(3) \qquad W(r, q, \alpha, \beta) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} [f(a+re^{ti})-f(a)]\,\chi(e^{-ti})\,dt$$

qui n'est autre que l'intégrale $V(r, q, \alpha, \beta)$ de la Note précédente après y avoir remplacé sous le signe de somme

$$f(re^{ti})-f(0) \qquad \text{par} \qquad f(a+re^{ti})-f(a),$$

la fonction $\chi(z)$ et les quatre constantes r, q, α, β étant les mêmes que dans $V(r, q, \alpha, \beta)$, la constante h (à l'aide de laquelle se déterminent α

---

(1) N. Nielsen, *Théorie des fonctions métasphériques*, Préface, p. VII. Paris, 1911.

(2) Les considérations qui suivent s'étendent au cas des I_n entiers complexes.

(3) *Sur quelques expressions numériques remarquables. Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 716.

et β) étant un nombre positif, fini et fixe, satisfaisant à la condition

$$\text{val. abs. } I_n < 10^{hn} \tag{4}$$

dont l'existence est assurée par la convergence même de la série (2).

Désignons, comme dans la Note citée, comme *valeur arithmétique complétée* de I_n la suite de chiffres composant I_n précédée d'un nombre de zéros égal à la différence entre hn et le nombre effectif de chiffres de I_n.

L'intégrale $W(r, q, \alpha, \beta)$ *aura pour valeur numérique zéro suivi, comme partie entière, de la partie décimale qu'on formera en rangeant bout à bout les valeurs arithmétiques complétées de la suite des* I_n (¹).

Désignons par H_k l'entier composé du groupe de décimales de W commençant par le premier chiffre significatif qui suit la $\frac{k(k-1)}{2}h^{\text{ième}}$ et finit par la $\frac{k(k+1)}{2}h^{\text{ième}}$ décimale.

Chaque fois que l'intégrale I_n *a pour* $n = 1, 2, 3, \ldots$ *des valeurs égales à des nombres entiers réels, la valeur absolue d'une intégrale quelconque* I_n *coïncide avec l'entier* H_k *de même rang.*

Ainsi la fonction $f(z)$ étant exprimée par exemple en termes finis, ou bien donnée par une intégrale définie simple ou multiple, ou bien comme intégrale d'une équation différentielle, etc., *il suffit de calculer la valeur suffisamment approchée de la seule expression numérique* W *pour avoir du même coup, et sans aucun calcul supplémentaire, les valeurs exactes d'autant d'intégrales* $I_1, I_2, I_3, \ldots$ *qu'on voudra.*

L'intégrale W peut d'ailleurs être remplacée par diverses autres qui lui sont équivalentes. Dans certains cas elle peut même être remplacée par des expressions formées à l'aide de la fonction $f(z)$ par des opérations arithmétiques élémentaires, jouissant de la propriété remarquable qui se rattache à l'expression W dans le cas général. Formons, par exemple, l'expression

$$f(a + 10^{-N}) - f(a) - \frac{M}{10^N - 1} \tag{5}$$

où M et N sont deux entiers positifs.

Chaque fois que l'intégrale I_n *a pour* $n = 1, 2, 3, \ldots$ *des valeurs égales à des nombres entiers compris entre deux nombres positifs fixes, il existera deux*

(¹) Voir la Note citée.

entiers positifs fixes tels que la valeur numérique d'une intégrale quelconque I_k *coïncidera avec l'entier* $M + L_k$, *le nombre* L_k *étant l'entier composé du groupe de décimales de* (5) *commençant par le premier chiffre significatif qui suit la* $(k-1)$ N*ième* *et finissant par la* k N*ième* *décimale de cette expression.*

Lorsque l'intégrale I_n a pour $n = 1, 2, 3, \ldots$ des valeurs égales à des entiers positifs à un seul chiffre, *une intégrale quelconque* I_k *coïncidera avec la* k*ième* *décimale de l'expression numérique*

$$f(a + 0{,}1) - f(a).$$

Dans ce cas, toutes les fois que $f(z)$ est une fonction *rationnelle* de z, les valeurs numériques des I_n se reproduisent *périodiquement* à partir d'un rang n fini. S'il n'en est pas ainsi, la fonction $f(z)$ ne saurait être *méromorphe*, ni rationnelle ni transcendante.

ASTRONOMIE. — *Observations de comètes faites à l'équatorial coudé de l'Observatoire de Lyon.* Note de M. **J. Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

Comparaisons et positions de la comète.

Dates. 1917.	Temps moyen de Lyon.	✶ — ★. Δα.	Δδ.	Nombre de compar.	α apparente.	Log. fact. parall.	δ apparente.	Log. fact. parall.	★.
				I. Comète Wolf (1916 *b*).					
	h m s	m s	′ ″		h m s		° ′ ″		
Avril 26..	15.50.39	−0. 1,85	− 0.17,6	4: 4	20.21.37,72	−9,360	11.14.27,4	+0,711	*a*
» 27..	13.56.14	−0. 6,72	− 1.11,2	8: 8	20.23.52,60	−9,566	11.30. 0,5	+0,745	*e*
» 28..	14. 9. 0	−0. 6,16	+ 1.13,8	10:10	20.26.20,35	−9,551	11.47. 1,7	+0,738	*d*
Mai 2..	14.24.24	+0.11,41	+ 2.17,4	8: 8	20.36. 8,68	−9,528	12.54.27,4	+0,708	*e*
				II. Comète Schaumasse.					
Avril 27..	15.35.43	−0.50,43	+ 0. 5,9	10:10	23. 7.20,29	−9,611	11.24. 3,1	+0,769	A
» 28..	15.28.39	+0.28,24	− 0.43,8	10:10	23. 8.17	−9,614	11.59.39	+0,769	B
Mai 2..	15.28.35	−0.23,36	+ 1.52,3	10:10	23.13. 3,09	−9,614	14.49.26,2	+0,754	C

Remarques. — I. De teinte bleuâtre, la comète, le 26, a une queue d'environ 3′ orientée vers l'Ouest-Sud-Ouest; éclat 10,5. Les jours suivants, l'éclat diminue graduellement; le 2 mai, il est d'environ 11,5 et l'allongement caudal est à peine sensible.

II. L'aspect de la nouvelle comète, le 27, est celui d'une nébuleuse circulaire, de teinte jaunâtre, avec une condensation centrale. Pas de changement appréciable aux observations suivantes.

Positions moyennes des étoiles de comparaison pour 1917,0.

★.	Désignation.	α moyenne.	Réduction au jour.	δ moyenne.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
a.......	Anon. 10e	20.21.37,72	+1,85	11.14.50,0	— 5,0	Rapportée à *b*
b.......	BD + 11,4273	20.24.29,57		11.26.39,7		AG. Leipzig, 7941
c.......	Anon. 10e	20.23.57,46	+1,86	11.31.16,5	— 4,8	Rapportée à *b*
d.......	+ 11,4286	20.26.24,64	+1,87	11.47. 1,7	— 4,7	BB IV + 11,4286
e.......	+ 12,4418	20.35.55,34	+1,93	12.52.14,0	— 4,0	AG. Leipzig, 8066
A......	BD + 11,4951	23. 8. 9,66	+1,06	11.23.54,9	+ 2,3	AG. Leipzig, 9228
B......	+ 11,4949	23. 7.48	+1,08	12. 0.21	+ 2,3	BD + 11,4949
C......	Anon. 9,5	23.13.25,31	+1,14	14.47.31,8	+ 2,1	Rapportée à D
D......	+ 14,4953	23.10.24,43		14.45.33,8		AG. Leipzig, 9253

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude expérimentale du refroidissement de divers métaux par immersion dans l'eau.* Note (1) de MM. **Garvin** et **Portevin**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Le but de ces expériences était d'obtenir les courbes températures-temps correspondant au refroidissement d'échantillons cylindriques homothétiques, de diamètre d variant entre 8mm et 20mm et de longueur $l = 3d$, constitués en métaux différents et trempés à température élevée dans un courant d'eau.

Le mode opératoire consistait à enregistrer photographiquement les déplacements du spot d'un galvanomètre spécial, relié à un couple thermoélectrique ayant sa soudure au centre de l'échantillon.

Nous nous sommes attachés particulièrement à la réalisation des divers desiderata expérimentaux suivants qui avaient déjà été signalés notamment par M. Henry Le Chatelier (2) et réalisés en grande partie par lui et M. Carl Benedicks (3):

1° Il faut employer un galvanomètre à période d'oscillation très courte et convenablement amorti;

2° La résistance du circuit doit être suffisamment élevée pour qu'on puisse négliger les variations de résistance du couple;

(1) Séance du 7 mai 1917.
(2) *Rev. Mét.*, t. 1, 1904, p. 475.
(3) *Journ. Iron Steel. Inst.*, n° 2, 1908, p. 153.

3° Le couple employé et son isolement doivent présenter une inertie thermique aussi faible que possible;

4° Il est indispensable d'assurer un contact positif et toujours identique de la soudure avec l'échantillon : ce point très important n'a pas attiré l'attention de M. Carl Benedicks;

5° Il doit y avoir étanchéité convenable au raccordement de l'échantillon et de son support.

Ces conditions ont été réalisées comme suit :

1° Le galvanomètre employé se compose d'un cadre très léger se mouvant dans le champ magnétique d'un électro-aimant. Le cadre, en dehors du champ, fait 10 oscillations doubles par seconde. En service, il est complètement apériodique.

2° Le couple et le galvanomètre étaient disposés en série avec une boîte de résistances. La résistance de l'ensemble était le plus souvent voisine de 340 ohms.

3° Le couple platine-platine rhodié employé ($d = 0,1^{mm}$) constituait, avec son isolement en tube de quartz ($d = 0,6^{mm}$), une aiguille thermo-électrique descendant dans un trou de $2,5^{mm}$ percé dans les échantillons jusqu'en leur centre. Un élévateur à crémaillère en permettait une manœuvre sûre et rapide.

La soudure était faite en fondant au chalumeau l'extrémité des deux fils accolés et sectionnant par le milieu la petite perle obtenue.

4° Le couple reposait sur le fond de l'échantillon par son propre poids, ce qui assurait un contact permanent et toujours identique, qui était vérifié pendant le chauffage et après la trempe en observant au galvanomètre la perte ohmique produite dans l'un des fils du couple par le courant d'une pile de grande résistance intérieure reliée à ce fil et au porte-échantillon. La cavité de l'échantillon était soigneusement débarrassée de toute impureté.

5° Les échantillons étant vissés au porte-échantillon (en acier à 30 pour 100 de nickel) muni d'un épaulement, il a suffi d'interposer de petites rondelles d'amiante entre les deux surfaces en contact pour assurer un joint étanche.

Les circonstances ne nous permettaient pas d'avoir un matériel perfectionné et nous obligeaient à opérer dans le minimum de temps; nous avions dû nous organiser pour que la succession des mouvements soit parfaitement déterminée à l'avance; les expériences devenaient donc presque automatiques, d'où réduction au minimum des pertes de temps, des accidents et de l'influence de l'équation personnelle des opérateurs.

Dans le dispositif de traitement thermique, l'échantillon reste fixe et les appareils de chauffage et de trempe se déplacent, ce qui est très avantageux pour la mesure des températures. La trempe était effectuée par courant d'eau ascendant débitant $0^l,1$ par seconde.

Pour l'enregistrement, les dispositifs électriques groupés sur une même table

permettaient : de lire la température atteinte par l'échantillon, de vérifier l'état du contact du couple, de mettre en mouvement le cylindre enregistreur, et de déclancher un pendule battant les 0,4 seconde qui donnait sur la courbe une graduation en temps.

Enfin, un système de signaux, pour la plupart automatiques, assurait la liaison des deux opérateurs et commandait leurs mouvements.

Les métaux utilisés ont été : l'argent vierge, l'aluminium, le nickel et un acier à 30 pour 100 de nickel. Les expériences ont été faites au moins deux fois sur échantillons neufs ou remis à neuf.

La concordance des courbes obtenues, qui devrait être parfaite, est généralement satisfaisante pour les échantillons qui doivent se refroidir le moins vite. Pour les autres, les courbes sont souvent assez différentes. Cela tient sans doute non pas tant aux erreurs instrumentales qu'à l'importance relative des conditions de surface. Les courbes présentent un point d'inflexion correspondant au début de la trempe : les remarques suivantes ne concernent que la portion postérieure à ce point.

Il ne nous semble pas possible de représenter ces courbes avec quelque exactitude par une formule mathématique comme celle tirée des travaux de Fourier par M. Mac Cance [1]. Si cela était, la température θ à l'instant t serait donnée par une équation de la forme

$$\theta = \mathrm{F}\left(\frac{t}{\lambda}\right),$$

λ dépendant du diamètre et du métal de l'échantillon; les courbes ne devraient différer que par l'échelle des abscisses : cela n'est vérifié sensiblement que pour des échantillons de diamètres voisins, s'ils sont d'un même métal, et pour ceux de propriétés physiques voisines s'ils sont de deux métaux différents.

Les courbes tracées par réduction d'abscisses, en prenant comme terme de comparaison les échantillons qui se refroidissent le plus lentement, descendent plus rapidement que les courbes expérimentales.

La vitesse de refroidissement augmente légèrement quand on élève la température de trempe comme cela avait déjà été signalé par M. Le Chatelier.

En résumé, il convient d'utiliser non pas les formules établies d'après la théorie analytique de la chaleur, mais bien des courbes établies expérimentalement; ces courbes seront publiées d'autre part. Les comparaisons

[1] *Journ. Iron Steel Inst.*, t. 89, 1914, p. 192.

faites pour mettre en évidence les anomalies thermiques au cours du refroidissement rapide de certains métaux ou alliages doivent tenir compte des remarques précédentes.

GÉOLOGIE. — *Sur les brèches d'âge crétacé des environs d'Hendaye.* Note (¹) de M. **Jacques de Lapparent**, présentée par M. H. Douvillé.

Depuis la pointe Sainte-Anne (au nord du domaine d'Abbadia) jusqu'à Behobie (sur la Bidassoa), on peut suivre avec facilité la série des sédiments crétacés dont est constitué le pays avoisinant Hendaye.

C'est M. Stuart-Menteath qui le premier (²) l'a signalée à l'attention et a montré l'intérêt qu'on pouvait tirer de l'étude de cette région dont les horizons géologiques vont du *Danien* au *Turonien* ou *Cénomanien*.

On voit à la pointe Sainte-Anne les horizons les plus élevés, et à Béhobie on trouve les couches inférieures du *flysch*. Partant donc de ce dernier point et nous dirigeant vers la mer, nous rencontrons trois masses successives de terrain qui contiennent toutes trois des termes bréchiques dont je voudrais préciser les caractères et indiquer les variations.

La première masse, dont la couleur est gris noirâtre, comprend des calcaires, souvent associés à des silex rubanés, des schistes, des calcaires schisteux et des poudingues.

L'étude micrographique montre qu'une grande quantité des calcaires est constituée par un gravier dont les grains sont cimentés par de la calcite largement cristallisée.

Les grains de ce gravier sont formés des restes d'un calcaire riche en *Miliolidés* et en débris de *Lithothamnium*, de morceaux arrondis de coquilles de mollusques, associés à des grains de quartz et à des morceaux de schistes noirs charbonneux.

Le grain devenant plus grossier, le gravier passe au poudingue : celui-ci, que les carriers basques appellent *Ikatzaria* (charbon-pierre), contient souvent de gros galets empruntés les uns aux sédiments plus anciens, d'autres à des calcaires contemporains dont on retrouve les bancs au-dessus et au-dessous.

(¹) Séance du 7 mai 1917.

(²) P.-W. Stuart-Menteath, *Sur les lignes géologiques des environs de l'Observatoire d'Abbadia (Basses-Pyrénées)* (*Comptes rendus*, t. 118, 1894, p. 1363).

P.-W. Stuart-Menteath, *Comptes rendus sommaires de la Société géologique*, 7 mai 1894.

Comme d'une part les petits bancs de ces derniers sont parfois fragmentés sur place, devenant ainsi éléments de poudingue ou de gravier, et que d'autre part on peut trouver au sein de calcaires cristallins peu ou pas graveleux toute la faune des calcaires à *Miliolidés* avec des coquilles indépendantes de toute gangue préexistante, on peut conclure à la quasi-contemporanéité de cette faune et de l'époque de dépôt des calcaires graveleux, à une rapide consolidation de ces sédiments et à l'immédiate dislocation de quelques-uns d'entre eux.

Certains de ces graviers sont plus bréchiques que les autres. Dans ce cas, à côté de la faune des calcaires à *Miliolidés* et des fragments de *Lithothamnium*, apparaissent des individus d'une autre faune, caractérisée en particulier par la présence d'*Orbulines*, de *Globigérines* et de la *Rosalina Linnei*.

Ces termes bréchiques se sont donc formés plus loin du rivage que les graviers. Ils ont un grain relativement fin et affectent l'allure de roches rubanées.

La couleur de la deuxième masse est généralement grise. On en suit très bien la succession des assises en allant par les grèves vers Hendaye-plage à partir du moulin de Haicebea.

Dans cette série les roches rubanées prennent un développement très important. Il en est dont le grain est particulièrement fin et qui souvent contiennent des dalles de silex; elles sont en général peu bréchiques. Les autres, dont le grain est plus grossier et qui sont des calcaires bréchiques à *Rosalina Linnei* passent aux véritables brèches.

Celles-ci, encore à petits éléments, sont principalement formées de morceaux de schistes noirs ou verts associés à des débris de calcaires à *Miliolidés*. Leur ciment est un calcaire schisteux gris essentiellement caractérisé par de petites *Orbulines*, de petites *Fissurines* et des spicules d'éponges monoaxes calcifiés. Leur position par rapport aux autres roches est intéressante :

Elles reposent toujours sur un schiste ou sur un calcaire schisteux et sont toujours surmontées par celles des roches rubanées qui sont des calcaires à Rosalines.

Ici donc le ciment de la brèche est identique aux roches immédiatement sous-jacentes; mais si l'on se dirige vers l'Ouest et qu'on atteigne la troisième masse dont la couleur est rosée ou verdâtre, on constate que si la position des brèches est toujours la même relativement aux différents types des roches, ce sont toutefois les matériaux des calcaires à *Rosalines* qui servent

de ciment. Cependant il est des brèches dont la base possède un ciment schisteux et le sommet un ciment de calcaires à *Rosalines*.

Un peu avant la baie de Loya les brèches deviennent des entités d'une importance considérable. Elles contiennent des blocs de plusieurs mètres cubes de quartzites roses ou verts, et d'autres blocs de fort volume constitués par des schistes verts ou lie de vin et des calcaires à *Miliolidés*.

Dans certains cas la brèche est due au remaniement d'un large banc calcaire qui forme lui aussi d'énormes blocs arrondis associés à des galets de la même roche et aux autres éléments détritiques.

On trouve près de ces brèches des zones schisteuses contenant des lentilles de calcaires dont l'ensemble forme un complexe qui à son sommet se charge d'éléments détritiques et devient bréchique. *A ce point les lentilles de calcaires sont souvent très fortement contournées ainsi que les schistes qui les enveloppent, mais au sommet de la formation le calcaire à Rosalines qui toujours surmonte l'ensemble bréchique n'épouse aucun de ces contournements.* Son allure est toute tranquille : il ne possède aucune autre ondulation que celle de grande courbure qui affecte l'ensemble de tous les sédiments au lieu considéré. Les Foraminifères que contiennent les lentilles de calcaires contournées ne sont ni étirés, ni brisés; ce qui joint aux premiers faits indiqués conduit à penser que le plissement s'est accompli alors que les dépôts étaient encore plastiques, avant que le niveau supérieur ne se soit formé. En d'autres termes le plissement intense de ces zones bréchiques schisteuses a immédiatement suivi l'époque de leur dépôt.

Les brèches se rencontrent dans la masse des terrains roses et verdâtres jusqu'à ce que ceux-ci passent à des schistes noirs. Immédiatement au-dessus de ces derniers (îlot de la baie de Loya) il existe une dernière brèche formée de grosses amandes d'un calcaire à silex dont on voit le passage aux bancs en place à la carrière du Parc des Sports d'Hendaye-plage.

A partir de ce niveau qui peut être considéré avec certitude comme appartenant au Sénonien supérieur, il n'y a plus de brèches. C'est bientôt au-dessus qu'on trouve la zone classique à *Stegaster*, surmontée par des calcaires schisteux qui supportent eux-mêmes les calcaires daniens.

ENTOMOLOGIE. — *Sur quelques points d'anatomie de la Tordeuse du Chêne (Tortrix viridana L.).* Note (¹) de M. L. **Bordas**, présentée par M. Edmond Perrier.

La Tordeuse du Chêne (*Tortrix viridana* L.), qui a occasionné de si grands ravages, en 1915 et 1916, dans nos forêts de l'Ouest, fait son apparition en mai, au moment du développement de l'appareil foliaire.

Elle s'attaque tout d'abord aux bourgeons à fleurs, puis aux feuilles dont elle ronge les parties parenchymateuses.

Les feuilles rongées ne repoussent pas et les arbres meurent environ trois ans après l'attaque des Chenilles. Le bois est à peine bon pour le chauffage.

Vers la fin de la période larvaire, les *Tortrix* roulent les feuilles de diverses façons. Souvent même, elles agglomèrent plusieurs feuilles, se construisent ainsi, à l'aide d'abondants filaments de soie produits par un système de glandes séricigènes relativement très développé, de véritables nids leur servant de retraite et d'abri, et dans lesquels elles se métamorphosent en chrysalides.

L'*appareil digestif* (²) est à peu près rectiligne, sans sinuosités et de longueur sensiblement égale à celle du corps de la larve.

L'*intestin antérieur* est étroit, court et à parois internes plissées. Sa cavité se continue, presque sans ligne de démarcation, avec celle de l'*intestin moyen*. Ce dernier est un tube à peu près régulièrement cylindrique, d'un diamètre triple de celui du précédent. Il occupe la presque totalité de la cavité générale de la Chenille. Ses parois sont régulières, lisses et reçoivent de nombreux tubes trachéens qui se ramifient à sa surface en une multitude de petits ramuscules de plus en plus ténus.

L'entrée de l'*intestin postérieur* est marquée par la présence d'une valvule annulaire en forme de diaphragme à plan perpendiculaire à l'axe de l'organe et à bord irrégulier et frangé.

Le contenu intestinal est formé en presque totalité par des débris de feuilles, non encore complètement digérés.

L'*intestin terminal* est court et comprend une partie antérieure cylindique

---

(¹) Séance du 7 mai 1917.

(²) Comparer avec l'appareil digestif et les tubes de Malpighi des Lépidoptères décrits par L. Bordas dans les *Annales des Sciences naturelles : Zoologie*, 9ᵉ série, 1911.

et un renflement rectal postérieur. Il reçoit, un peu en arrière de la valvule intestinale, les deux conduits terminaux des tubes de Malpighi, dont les deux orifices sont situés aux deux extrémités d'un même diamètre. Ces tubes forment deux faisceaux de chaque côté de l'appareil digestif.

Pendant la première période de la vie larvaire, les *glandes séricigènes* et les *glandes mandibulaires* présentent un développement en rapport direct avec l'artroste physiologique de la Chenille. Les glandes séricigènes secrètent les filaments soyeux dont se sert la Tordeuse pour édifier son nid, fabriquer son cocon et se suspendre même aux feuilles des arbres. Quant aux glandes mandibulaires elles paraissent concourir de façon efficace à la digestion du parenchyme foliaire.

Les *glandes séricigènes* de *Tortrix viridana*, complètement étalées, atteignent parfois une longueur double de celle du corps de la Chenille. Elles sont appliquées contre les parois latérales de la cavité du corps, sous l'intestin, et comprennent trois parties, fort distinctes au point de vue histologique, mais peu différenciées morphologiquement les unes des autres, à savoir : une région sécrétrice, un réservoir collecteur et un canal efférent.

La portion glandulaire de l'organe est très sinueuse et uniformément cylindrique ; sa partie médiane s'élargit et contient le réservoir collecteur qui se continue par les conduits efférents. Ces derniers, toujours sinueux, passent sous l'œsophage, contournent les ganglions sous-œsophagiens et se fusionnent enfin en un canal impair, très court, qui va aboutir à la base de la filière.

Avant de se réunir, les deux canaux excréteurs traversent un massif glandulaire, formé d'un groupe d'*acini* dont l'ensemble constitue les glandes accessoires ou de Lyonnet, qui sont les homologues des glandes de Filippi de la Chenille du Ver à soie.

Les *glandes mandibulaires* de la Tordeuse du Chêne ont la forme de deux longs tubes cylindriques à surface externe lisse, sauf à la partie antérieure où l'on observe quelques bosselures. Complètement étalées, elles atteignent la longueur du corps de la Chenille comme chez les autres espèces phytophages et chez celles qui se nourrissent de fruits (pommes, poires, glands, noix, etc.). On ne constate, sur tout leur trajet, aucune dilatation servant de réservoir collecteur. Dans la région céphalique, chaque organe se rapproche du muscle adducteur mandibulaire et se continue avec le tendon canalicule de ce dernier, puis la glande va s'ouvrir sur le côté interne de la mandibule par un petit orifice ovalaire, entouré d'un cadre chitineux.

Chaque tube glandulaire est recouvert extérieurement d'une *membrane péritonéale* (*Tunica propria*) très mince, portant çà et là des noyaux aplatis et entourés d'une mince zone cytoplasmique.

Au-dessous, vient l'*assise cellulaire* dont les éléments, vus de face, présentent une forme polygonale. En coupe, les cloisons séparatrices sont peu apparentes et se distinguent à peine des trabécules cytoplasmiques radiaires. Chaque cellule contient un protoplasme finement granuleux, avec de nombreuses vacuoles périnucléaires.

Vient ensuite, du côté interne, la *cuticule* ou *intima*, généralement mince, transparente, hyaline, à faces parallèles et sans trace de striations. Elle supporte une mince zone interne de protoplasme finement strié, formant bordure. Chez les Chenilles des Papillons, les glandes mandibulaires sont des organes à fonction double, à la fois digestive et surtout défensive.

ZOOLOGIE. — *Les appendices postcéphaliques des Branchiopodes et leur signification morphologique*. Note ([1]) de M. E. **Sollaud**, présentée par M. Bouvier.

Tous les appendices segmentaires des Crustacés, quelle que soit leur structure, doivent être considérés comme dérivant d'un type ancestral commun, formé de deux branches, l'*endopodite* et l'*exopodite*, portées à l'extrémité d'une pièce basilaire, le *sympodite*; celui-ci comprend trois segments, *præcoxa*, *coxa*, *basis*, et sur le bord externe du segment moyen peuvent s'insérer un ou deux *épipodites*.

Les *Branchiopodes* étant regardés, à juste titre, comme les plus primitifs des Crustacés actuels, les zoologistes se sont efforcés de retrouver chez eux ce type fondamental. Or les homologies sont loin d'apparaître nettement entre les différentes parties constitutives d'une patte foliacée de branchiopode et celles du membre biramé classique. Des opinions fort diverses ont été émises sur la question de ces homologies; aucune d'elles ne me paraît entièrement satisfaisante.

Dans les deux sous-ordres des *Notostraca* et des *Conchostraca*, les appendices postcéphaliques sont construits sur le même plan (*fig.* 1) : ils sont décrits comme formés d'une partie axiale, d'où se détachent six *endites* (1-6)

([1]) Séance du 7 mai 1917.

et deux *exites*. L'exite distal, ou *flabellum* (*Flab.*), est une grande lame, munie de muscles puissants, qui rappelle beaucoup le scaphognathite (exopodite) de la maxille II chez les Décapodes; l'exite proximal est un saccule branchial. La plupart des auteurs, à la suite de H. Milne-Edwards, Huxley, Claus, pensent que le flabellum correspond à l'exopodite, et cette opinion est devenue presque classique; le saccule branchial est habituellement regardé comme un épipodite, et l'on qualifie d'endopodite, soit le sixième endite seul, soit une étendue plus ou moins grande de la portion axiale de l'appendice. D'autres, comme Ray Lankester, considèrent les endites 5 et 6 comme représentant respectivement l'endopodite et l'exopodite, et le flabellum devient alors un épipodite.

Mes recherches, qui ont porté sur *Lepidurus apus* (L.) [*Notostr.*] et *Cyzicus ægyptiacus* Dad. [*Conchostr.*], m'ont amené aux conclusions suivantes : Toute la partie axiale du membre correspond au *sympodite*, et l'on peut y reconnaître les trois segments primordiaux, *præcoxa* (Pr.), *coxa* (Cox.), *basis* (Bas.); le premier porte un seul endite (1); chacun des deux autres en porte deux (2-3, 4-5). Les exites s'insèrent tous deux sur la *coxa* : ce sont *deux épipodites* (Ep^1, Ep^2). Il est très vraisemblable que « l'endite 6 » représente l'*endopodite* (End.) et que l'*exopodite a complètement disparu*. (Les appendices des *Cladocera* se rattachent à ceux des *Conchostraca* et manquent également d'exopodite.)

Chez les *Anostraca*, le bord interne de l'appendice est divisé en six lobes, que l'on a homologués, à tort, avec les six endites des *Notostraca* et des *Conchostraca*. Le long du bord externe on trouve successivement, en se rapprochant de la base : 1° une lame terminale, généralement considérée comme l'homologue du flabellum (pour Sars, elle correspond à « l'endite 6 » et le flabellum n'est pas représenté chez les *Anostraca*); 2° un saccule branchial, regardé comme de nature épipodiale; 3° deux lames branchiales très minces (la lame proximale disparaissant d'ailleurs dans la plupart des genres).

L'étude des appendices chez *Chirocephalus stagnalis* (Shaw) m'a conduit à l'interprétation suivante (*fig.* 2) : Le *sympodite* ne comprend plus que les deux derniers segments, *coxa* et *basis* (Cox., Bas.). Les deux lobes proximaux du bord interne sont les deux endites de la *coxa* (2, 3); les quatre autres lobes (4 à 5) appartiennent à la *basis*, mais les trois premiers (4, 4′, 4″), de dimensions restreintes, sont des subdivisions secondaires d'un seul endite. La lame terminale est l'*endopodite* (End.), qui semble rejeté

sur le bord externe, par suite du grand développement pris par l'endite distal (5) de la *basis*. Le saccule branchial s'insère nettement sur la *basis* : c'est un *exopodite* (Ex.), réduit, et ayant perdu sa forme et sa fonction primitives de rame natatoire. Quant aux deux lames branchiales, elles appartiennent à la *coxa* et sont de nature *épipodiale;* elles correspondent aux deux lobes, proximal et distal, que l'on peut reconnaître dans le *flabellum* des *Conchostraca*; les soies rudimentaires qui existent encore sur leur pourtour et les quelques faisceaux de fibres musculaires qui ont persisté dans la lame distale (au moins chez *Chirocephalus*) montrent bien qu'il s'agit d'un flabellum réduit (Ep²), déchu de son ancienne importance fonctionnelle. L'épipodite proximal (saccule branchial des autres sous-ordres) n'existe pas chez les *Anostraca*.

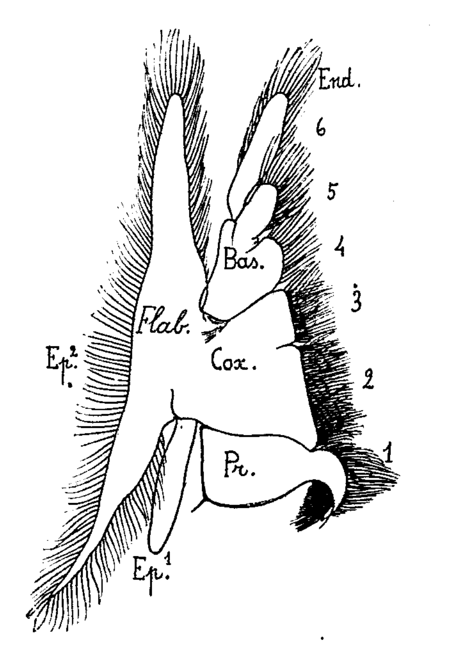


Fig. 1. — CONCHOSTRACA (schém.).

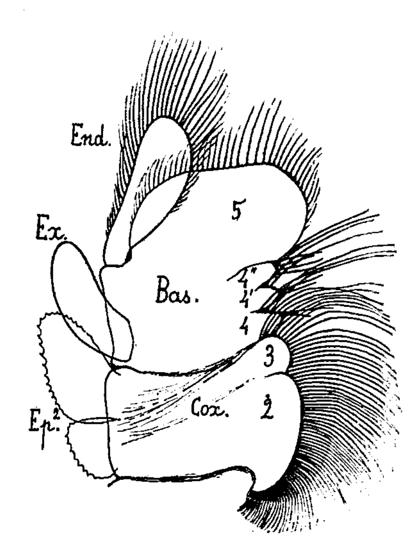


Fig. 2. — ANOSTRACA (schém.).

La disparition complète de l'exopodite chez les *Notostraca*, *Conchostraca* et *Cladocera*, est peut-être due au grand développement pris par l'épipodite distal (flabellum), dont les mouvements déterminent, sous la carapace, la production de courants qui facilitent les échanges respiratoires. Chez les *Anostraca*, où ces échanges s'effectuent plus facilement, par suite de la dis-

parition de la carapace, le rôle de cet épipodite a beaucoup perdu de son importance; de là ses dimensions restreintes et la persistance corrélative de l'exopodite, réduit il est vrai à un saccule branchial.

Par la perte ou la réduction de l'exopodite, les appendices postcéphaliques de tous les Branchiopodes actuels s'éloignent du type biramé fondamental. Par contre, la structure générale du sympodite et de ses annexes (endites et exites), telle qu'elle est réalisée chez les *Notostraca* et surtout chez les *Conchostraca*, paraît bien représenter une structure primitive commune; c'est bien celle que l'on est conduit à prendre comme point de départ pour expliquer les transformations si diverses subies par la portion basilaire des membres ([1]) dans les différents groupes de Crustacés.

MÉDECINE. — *Action de l'étain métallique et de l'oxyde d'étain dans les infections à staphylocoque.* Note de MM. **Albert Frouin** et **R. Grégoire**, présentée par M. Roux.

Le point de départ de nos recherches réside dans les faits suivants :

Il est notoire en Beauce que les étameurs n'ont jamais de furoncles, à ce point que l'étain en poudre est un remède populaire contre cette affection. D'autre part, l'un de nous a constaté que si l'on ajoute de l'étain métallique à un milieu nutritif synthétique additionné d'alcool, dans lequel on ensemence du *Mycoderma aceti*, le développement du microbe n'est pas sensiblement modifié, mais la production d'acide acétique est diminuée ou totalement empêchée.

Nous avons cherché si l'étain exerce une action *in vitro* sur le développement ou la virulence du staphylocoque et étudié l'action thérapeutique de ce métal.

Action de l'étain et de ses composés sur le développement et la virulence des staphylocoques. — L'addition de protochlorure, d'oxyde ou d'étain métallique au bouillon nutritif avant la stérilisation diminue l'abondance de la culture faite en milieu anaérobie. Après le troisième ou quatrième passage, on n'observe plus qu'un développement à peine appréciable si les réensemencements sont faits toutes les 48 heures.

([1]) Peut-être faut-il faire exception pour quelques-uns des appendices segmentaires, par exemple les antennes II.

Dans les bouillons additionnés de 1 pour 100 de lactose, maltose, glucose ou lévulose, on n'observe que peu de différences dans le développement microbien, en culture anaérobie; il en est de même dans le bouillon ordinaire en culture aérobie, mais, dans tous les cas, la virulence du microbe est considérablement diminuée.

Voici les résultats d'une expérience :

Nous avons employé un staphylocoque dont la virulence pour le lapin a été exaltée par trois passages successifs chez cet animal. Les inoculations ont été faites dans le péritoine en employant des cultures de 24 heures en bouillon additionné de divers sels d'étain.

Date.	Numéros.	Poids.	Nature de l'injection.	Survie.
17 décembre 1913...	18	3200 g	3 cm³ culture en bouillon (témoin)	6 jours
» ...	5	2490	3 métastannate de soude	9 »
» ...	54	3110	3 protochlorure d'étain	12 »
» ...	40	2990	3 oxyde d'étain	7 »
» ...	41	2600	3 métal pulvérisé	11 »

Cette expérience, répétée avec un microbe d'une autre origine, a donné des résultats de même ordre.

Effet thérapeutique de l'étain chez les animaux inoculés avec des cultures de staphylocoques. — Les animaux sont inoculés dans le péritoine avec 3$^{cm^3}$ d'une culture sur gélose inclinée, émulsionnée dans 10$^{cm^3}$ d'eau salée à 9^{g} pour 1000.

Les sels d'étain, hydrate, protochlorure, à 5 pour 100, sont dissous dans l'acide tartrique. Les solutions, neutralisées, sont injectées dans les veines; l'injection est faite 12 heures après l'inoculation.

Date.	Numéros des lapins.	Poids.	Date de l'injection.	Produit injecté.	Résultats.
15 janv. 1914...	39	2,280 kg	»	»	Mort le 17
» ...	37	2,260	15 janvier	0^{g},10 chlorure d'étain	» 21
» ...	45	2,130	»	» »	» 24
» ...	38	2,280	»	0^{g},10 hydrate d'étain	» 25

D'après ces résultats, on voit que le chlorure et l'hydrate d'étain injectés 12 heures après l'inoculation intrapéritonéale ont retardé la mort des animaux de 4, 7 et 8 jours.

Effet de l'ingestion de l'oxyde et de l'étain métallique. — Les expériences ont été faites sur 6 chiens qui ont ingéré chaque jour pendant 20 jours 2^{g} d'étain métallique ou d'oxyde d'étain. Les animaux n'ont présenté aucun trouble. Le Tableau suivant indique le poids des animaux au début et à la fin de l'expérience :

Étain métallique. Poids des animaux		Oxyde d'étain. Poids des animaux	
au début.	après 20 jours.	au début.	après 20 jours.
kg	kg	kg	kg
21,000	21,800	23,000	21,000
24,500	25,000	19,000	17,500
9,000	9,300	15,000	14,500

Les animaux qui ont ingéré le métal ont engraissé, ceux qui ont ingéré l'oxyde d'étain ont légèrement diminué de poids. On pourrait admettre, *a priori*, que ces derniers ont absorbé une plus grande quantité de substance, l'oxyde d'étain étant plus soluble que le métal, ce qui a pu avoir une influence sur le métabolisme.

Il n'en est rien. Voici les quantités de métal retrouvées dans l'urine de 24 heures pendant les sept premiers jours de l'expérience :

Oxyde d'étain. — Chien de 15^{kg}.		Étain métallique. — Chien de 9^{kg}.	
g		g	
0,024		0,083	
0,020		0,080	
0,080		0,068	
0,092	Moyenne.. $0^g,0565$	0,080	Moyenne... $0^g,064$
0,032		0,030	
0,080		0,049	
0,068		0,059	

On voit que l'animal qui a ingéré le métal élimine en moyenne 8^{mg} de plus d'étain que celui auquel on a fait ingérer l'oxyde.

Nous avons obtenu des résultats identiques en faisant ingérer 1^g et même $0^g,500$ de métal ou d'oxyde. On peut admettre que dans ces limites la quantité absorbée est indépendante de la quantité ingérée; elle dépend seulement du pouvoir dissolvant des sucs digestifs.

Nous ferons remarquer que les quantités éliminées par l'urine pendant la durée de l'expérience d'ingestion ne correspondent pas aux quantités réellement absorbées pendant cette période. En effet, l'élimination par l'urine continue longtemps après que l'ingestion de l'étain a été supprimée. Chez deux animaux, auxquels on avait fait ingérer de l'étain pendant 7 jours, nous avons retrouvé 18^{mg} d'étain dans l'urine de 24 heures, 27 jours après la dernière ingestion.

Le volume de l'urine a légèrement augmenté. L'indican urinaire est

diminué; il nous a semblé que la diminution était plus marquée chez l'animal qui avait ingéré l'oxyde d'étain.

Conclusions. — Les faits que nous venons d'établir : 1° l'absorption de l'étain métallique et de l'oxyde d'étain par les voies digestives; 2° l'innocuité de ces sels sur l'organisme; 3° l'effet thérapeutique des sels d'étain dans les septicémies expérimentales à staphylocoques; 4° l'action microbicide des sels d'étain dans certaines conditions de culture et l'influence de ces sels sur la virulence des microbes, justifient l'emploi de ces produits dans les maladies à staphylocoques.

Nous n'indiquerons ici que les résultats obtenus dans le traitement de la furonculose. Nos 50 observations personnelles, qui seront publiées ultérieurement en détail, peuvent être résumées de la façon suivante. Nous avons donné *per os* $0^g,500$ à 1^g d'étain métallique ou d'un mélange d'étain et d'oxyde d'étain. Dans tous les cas, la disparition de tous les furoncles existants a été obtenue dans un laps de temps variant entre 5 et 14 jours, sans aucune récidive, même après 6 mois. Plusieurs de ces malades avaient suivi antérieurement, sans résultats appréciables, les traitements habituels ou des vaccinations suivant diverses méthodes.

MÉDECINE. — *Accès graves chez des paludéens atteints de tierce dite* bénigne. Note [1] de MM. **R. Wurtz** et **R. Van Malleghem**, présentée par M. Laveran.

Chez quatre paludéens, revenant de Macédoine, et dont le sang renfermait exclusivement le *Plasmodium vivax*, nous avons observé à l'hôpital Devillas des accès cérébraux et bulbaire. Ces accès différaient complètement des accès ordinaires, peu graves, que nous soignons chez les soldats évacués de Salonique pour paludisme, malades infectés pour la plupart par le *Pl. vivax*, et dont nous avons examiné plusieurs centaines.

Habituellement ces paludéens, traités tous en Macédoine par la quinine, ont, soit un accès isolé, soit deux accès séparés par un jour d'apyrexie (tierce) soit un accès quotidien trois jours de suite (double tierce), soit deux accès tierces se succédant sans interruption (tierce doublée). La

(1) Séance du 7 mai 1917.

durée et l'intensité des accès sont médiocres. Ils durent en général 4 à 6 heures et affectent peu l'état général du malade, sauf dans certains cas de double tierce, renouvelée. Le malade a alors, en 6 jours, six accès quotidiens.

Tout autre a été l'aspect clinique des accès graves, sur lesquels nous attirons ici l'attention : accès cérébraux dans trois cas, avec perte de connaissance, excitation, délire, température de 41° durant plusieurs heures, les malades proférant des propos incohérents, et en proie à une vive agitation (accès délirants).

Tous ces symptômes ont rétrocédé sous l'influence d'une forte dose de quinine, 2^g et $2^g,50$ d'un seul coup. Dans un cas le malade a repris connaissance 10 minutes après l'ingestion du médicament. A trois reprises, chez un malade, il y a eu trois de ces accès délirants.

Le quatrième cas a été un accès syncopal. Le malade, après des tremblements accompagnés d'une vive oppression et des efforts de vomissements, est devenu brusquement cyanosé. La figure et les mains étaient noires. Il a perdu connaissance et n'a point senti une piqûre de caféine faite d'urgence par l'infirmière de la salle : quand l'interne de garde est arrivé, le pouls était redevenu normal. Les périodes de chaleurs et de sueurs ont évolué comme d'habitude. Le malade fut très déprimé à la suite de cet accès.

Chez tous ces paludéens, l'examen du sang n'a montré que le *Plasmodium vivax*, parasite de la tierce bénigne, aussi bien dans l'intervalle des accès que pendant toute leur durée. Jamais, malgré des examens répétés, on n'a pu trouver le parasite de la fièvre tropicale : *Plasmodium falciparum*.

Ce n'est pas la première fois que ces cas graves ont été signalés dans la tierce dite *bénigne*. Armand Delille et ses collaborateurs en ont vu un cas à Salonique.

On peut objecter que ces malades, atteints de symptômes qui tranchent d'une façon si nette sur la marche ordinaire de la fièvre tierce bénigne, étaient infectés par deux parasites : le *Plasmodium vivax* et le *Plasmodium falciparum*, ce dernier ayant provoqué des accès graves. Cela est possible; mais comment se fait-il alors que, pendant ces accès, aussi bien qu'en dehors d'eux, on n'ait trouvé que le *Plasmodium vivax* en quantités considérables, et pas une seule fois le *Plasmodium falciparum* ?

Il y a une autre hypothèse à faire, et qui nous vient à l'esprit à la suite de la remarque suivante : depuis près d'un an que nous étudions ce paludisme de Macédoine, nous avons été frappés de ce fait, c'est qu'au début de nos

observations, sitôt après la grande épidémie estivo-automnale, nous n'avons trouvé pendant les mois d'août, septembre, octobre, novembre, dans le sang des malades, que le *Plasmodium falciparum*, et, dans quelques rares cas, le *Pl. vivax*, lequel s'est substitué ensuite presque exclusivement au *Pl. falciparum*. Nous n'avons plus vu depuis six mois qu'un seul malade infecté par le *Pl. falciparum*. Il serait intéressant de savoir s'il s'agit là d'une simple coïncidence, ou si le même fait a été observé ailleurs.

Dans ces conditions, il est permis de se demander s'il n'y a pas eu transformation du *Pl. falciparum* en *Pl. vivax*; si, d'une façon plus générale, comme le pense et l'a toujours soutenu M. Laveran, l'hématozoaire du paludisme ne serait pas unique, et si les trois espèces classiques de parasites répondant aux trois formes cliniques : tierce bénigne, quarte, tierce maligne (fièvre tropicale, estivo-automnale, etc.), ne sont pas des transformations d'un seul et unique parasite, l'hématozoaire de Laveran.

A 16 heures trois quarts l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Botanique, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *R. Zeiller* :

En première ligne	M. P.-A. DANGEARD
En deuxième ligne	M. MARIN MOLLIARD
En troisième ligne, ex æquo et par ordre alphabétique	MM. PAUL GUÉRIN LOUIS MATRUCHOT

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures et quart.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE FÉVRIER 1917 (*suite et fin*).

Annales de l'Institut océanographique. Tome VII, fasc. VII : *Étude sur les aires de ponte et les déplacements périodiques du thon commun dans la Méditerranée occidentale*, par LOUIS ROULE. Paris, Masson, 1917; 1 fasc. in-4°.

Pour l'humanité, par DARIO VELLOZO, traduit par PH. LEBESGUE et GAHISTO. Coritiba, Parana (Brésil), 1916; 1 fasc.

Nouveaux polyèdres dérivés, par ANTONIO CABREIRA. Extrait des *Trabalhos da Academia de sciencias de Portugal*, 1re série, t. V. Coimbra, Imprimerie de l'Université, 1916; 1 fasc.

Trabajos del laboratorio de investigaciones biológicas de la Universidad de Madrid, publicados por S. RAMÓN CAJAL, t. XIV, fasc. 1° y 2°. Madrid, Nicolás Moya, 1916; 1 fasc. in-8°.

Atti dell' Istituto botanico dell' Università di Pavia, redatti da GIOVANNI BRIOSI; 2e série, t. III et IV. Milano, Bernardoni di C. Rebeschini, 1894 et 1897; 2 vol. in-8°.

Granuloma venéreo, trabalho do Instituto Oswaldo Cruz, par H. C. DE SOUZA ARAUJO. Rio de Janeiro, Ferreira Pinto, 1917; 1 vol. in-8°.

Universidad nacional de La Plata. Observatorio astronómico. *Resultado de las observaciones en la zona* — 52° *a* — 56°, *durante los años* 1913, 1914 *y* 1915, *y en la zona* — 57° *a* — 61°, *durante el año* 1915; t. III. La Plata, Observatorio astronómico, 1916; 1 vol. in-4°.

Matériaux pour la Carte géologique de la Suisse. 50e livraison : *Monographie der Churfisten-Mattstock-Gruppe*, von ARNOLD HEIM; 60e livraison : *Les Hautes-Alpes calcaires entre la Lizerne et la Kander*, par MAURICE LUGEON; 76e livraison, 1re partie : *Zur Tektonik der südöstlichen Schweizeralpen*, von RUDOLF STAUB; 76e livraison, 2e partie : *Geologische Untersuchungen im westlichen Rhätikon*, von DANIEL TRÜMPY. Berne, A. Francke, 1916; 4 fasc. in-8°.

Nouveaux Mémoires de la Société helvétique des sciences naturelles; t. LII, Zürich, Zürcher et Furrer, 1916; 1 vol. in-4°.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 21 MAI 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'en raison des fêtes de la Pentecôte la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 29 mai, au lieu du lundi 28.

ZOOLOGIE. — *Les Batraciens Urodèles rapportés au genre* Euproctus, *leurs rapports éthologiques et phylogéniques* (II) (1). Note (2) de M. **G.-A. Boulenger**.

Ainsi que M. Nesterov le reconnaît lui-même, *Molge Derjugini* est voisin de *M. crocata* Cope (*Strauchi*, Steindachner) d'Arménie et d'Asie Mineure, qu'on ne peut, me semble-t-il, séparer des Tritons proprement dits. Steindachner, en décrivant *M. Strauchi*, d'après deux femelles, comparait cette espèce à *M. cristata* et *marmorata;* mais en même temps que je la rapportais à *M. crocata*, je faisais observer (3) que tout indiquait au contraire un rapprochement de *M. montana*, l'Euprocte de Corse, et la connaissance du mâle est venue depuis confirmer cette supposition. J'étais loin de me douter que la découverte, 25 ans plus tard, de *M. Derjugini* établirait ce rapprochement de façon aussi suggestive. Notons en passant que la description et la figure de *M. Strauchi* indiquent clairement la présence de tubercules isolés parmi les granules glanduleux des téguments, semblables à ceux des Euproctes, quoique privés des aspérités cornées qui les rendent

(1) Voir *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 709.
(2) Séance du 7 mai 1917.
(3) *Proc. Zool. Soc. Lond.*, 1890, p. 32.

parfois si remarquables, et auxquels M. Roule [1] a attaché une importance injustifiée pour la définition du genre *Euproctus*.

M. crocata nous présente tous les caractères requis pour être considéré comme le représentant des ancêtres des Euproctes et il me semble très probable qu'il est le survivant, peu ou point modifié, de la couche dont *M. Derjugini* est dérivé par adaptation à un mode d'existence tout semblable à celui des Euproctes occidentaux, évitant comme eux la lumière et se cachant sous les pierres des torrents et des sources de montagne entre 1000^m et 1500^m d'altitude.

Dans d'autres lignées, l'adaptation des Urodèles aux vicissitudes de la vie à de grandes altitudes s'est manifestée de deux façons différentes et diamétralement opposées l'une à l'autre : suppression complète à la naissance de l'état branchifère d'une part (*Salamandra atra*), sa rétention permanente de l'autre (*Molge alpestris* et *M. Wolterstorffi* néoténiques). Ainsi que l'a fait observer M. Dehaut [2], bien qu'aquatiques à l'époque des amours, les Euproctes, à poumons rudimentaires ou très réduits, au lieu de nager à la manière des Tritons proprement dits, rampent sur le fond ou se cachent sous les pierres de la même façon que les Salamandres terrestres; de plus, la plupart des espèces chez lesquelles l'absence ou la régression des poumons a été constatée vivent dans l'obscurité, ou tout au moins à l'abri de la lumière vive, mode de vie qui tend à rendre les échanges gazeux respiratoires moins actifs. C'est précisément ce qu'a pu observer M. Nesterov chez l'espèce des montagnes du Kurdistan, sur l'anatomie de laquelle il ne nous a pas renseignés; mais l'examen que j'ai pu faire d'un individu adulte m'a convaincu que *M. Derjugini* manque de poumons développés.

M. Nesterov ne nous dit rien non plus de l'accouplement, mais vu le temps très court, quelques heures seulement, qu'il a pu passer dans chacune des localités où il a trouvé ces Tritons, cet acte a pu très bien lui

---

(1) *Comptes rendus*, t. 149, 1909, p. 1092, et t. 150, 1910, p. 121. — Il faut distinguer entre ces tubercules, qui s'élèvent et s'abaissent selon la saison, et les aspérités qui les surmontent; celles-ci, chez les espèces des Pyrénées et de Sardaigne, ne sont d'ordinaire développées que pendant le séjour sur terre et se détachent avec la couche externe de l'épiderme à la mue qui précède la période aquatique ou nuptiale; elles manquent toujours chez l'espèce de Corse, qui ne diffère pas, sous ce rapport, des Tritons proprement dits.

(2) *Matériaux pour servir à l'histoire zoologique et paléontologique des îles de Corse et de Sardaigne*, p. 45. Paris, 1911.

échapper, ce qui est d'autant plus vraisemblable que, chez d'autres espèces, il a lieu souvent la nuit seulement, comme chez les Salamandres; la conformation et le mode de vie de cet Urodèle nous permettent de supposer que les choses se passent comme chez les Euproctes.

Des formes voisines de *M. crocata* ont probablement été les ancêtres des Euproctes européens, et il n'est pas trop hasardeux de suggérer une extension occidentale de ces formes pour expliquer l'origine des espèces des Pyrénées, de la Corse et de la Sardaigne. Sans compter les surprises qu'elle nous réserve encore, la région qui comprend le Caucase, l'Asie mineure et les parties voisines de la Perse, présente une faune d'Urodèles riche et variée, qui pourrait bien avoir été le berceau des Salamandrides de la sous-famille des Salamandrinés de l'Europe, de l'Asie et de l'Amérique du Nord, comme celle-ci aurait été le centre d'origine des Amblystomatinés et des Plethodontinés, groupes plus primitifs et moins richement représentés dans l'ancien monde. N'oublions pas que tout indique pour les Vertébrés inférieurs une fixation des caractères, et, jusqu'à un certain point, de l'aire géographique, à une époque beaucoup plus reculée que pour les Mammifères. La configuration de l'Eurasie postérieurement à la période Miocène n'entre donc pas en ligne de compte au même point que pour ceux-ci.

Cette migration orientale des Urodèles d'Europe s'accorde d'ailleurs bien avec les conclusions de divers zoologistes (1) et botanistes (2) relativement à certains groupes et avec celles auxquelles je suis arrivé indépendamment en tâchant de me faire une idée des rapports phylogéniques qui relient les lézards d'Europe et d'Asie, surtout de la série *Lacerta agilis-viridis-ocellata* et de la section des lézards de murailles (*Podarcis*) que je crois dérivés de *L. agilis*. Ces *Podarcis*, dont les espèces orientales *L. taurica* et *peloponnesiaca* sont les moins modifiées, en se répandant vers l'Ouest, se sont décomposés en de très nombreuses races de *L. muralis*, qui forment plusieurs chaînes dont deux se sont prolongées dans la direction des îles tyrrhéniennes : l'une en passant par les étapes *fiumana* et *campestris* pour aboutir à *serpa* (*sicula*); l'autre, dérivée de la forme type et de la var. *Brueggemanni*, se modifient pour constituer les formes *insulanica*, *quadrilineata*, *tiliguerta*, *Bedriagœ* et *sardoa*. Ces races sont bien distinctes de celles qui habitent la péninsule ibérique et la Barbarie, et l'aire géographique de

(1) Voir SCHARFF, *History of the European Fauna*, 1899, p. 245.

(2) Voir ENGLER, *Versuch einer Entwickelungsgeschichte der Pflanzenwelt*, 1879, *i*, p. 51.

la var. *campestris* indique très clairement une migration de l'Orient, contrairement à ce qui doit avoir eu lieu pour d'autres groupes d'animaux qui donnent un cachet particulier à la faune de la Corse et de la Sardaigne comparée à celle de la péninsule italienne (1). Voici la distribution actuelle de ces diverses formes :

Var. *fiuamana*. — Est de l'Adriatique.
Var. *campestris*. — Nord et nord-est de l'Adriatique, Italie jusqu'à Rome, Elbe, Montecristo, Corse.
Var. *serpa*. — Sicile.
Var. *Brueggemanni*. — Ligurie, Toscane, Elbe.
Var. *quadrilineata*. — Montecristo, Corse, Sardaigne.
Var. *insulanica*. — Pianosa.
Var. *tiliguerta*. — Giglio, Sardaigne, Sicile.
Var. *Bedriagæ*. — Corse (montagnes).
Var. *sardoa*. — Sardaigne (montagnes).

L'enchaînement et l'enchevêtrement de ces races est tel qu'il est difficile, je dirais même impossible, d'en fixer les limites, sauf pour les deux dernières dont les caractères s'accusent plus nettement, quoiqu'elles se ressemblent assez pour qu'on ait proposé de les réunir en une seule.

A mon avis, ces deux formes ulticoles présentent un cas de parallélisme dû à l'adaptation à des conditions de vie analogues et il me semble probable que la première est dérivée d'une forme, éteinte actuellement, dont la var. *insulanica* nous donne une idée assez parfaite; la seconde serait dérivée de la var. *tiliguerta*. On pourrait aussi se représenter la var. *insulanica* comme établissant le passage de la var. *Brueggemanni* à la var. *tiliguerta*, qui, après avoir vécu en Corse, aurait disparu de cette île; dans ce cas celle-ci aurait donné naissance à la fois à la var. *Bedriagæ* et à la var. *sardoa*, ce qui expliquerait peut-être mieux les affinités de ces formes de montagne.

Quelque chose de semblable a dû se produire pour les modèles du genre *Molge*, avec cette différence que les modifications ont été beaucoup plus profondes et que les formes de passage ont entièrement disparu ; disparition bien vraisemblable par suite de l'absence d'eaux stagnantes non saumâtres dans les îles qui représentent les derniers vestiges de la région tyrrhénienne.

Tout comme on a pris les *Lacerta Bedriagæ* et *sardòa* pour des lézards de murailles archaïques, on a suggéré l'idée d'une grande ancienneté des

---

(1) Voir Depéret, *Ann. Soc. Linn. Lyon*, 2e série, t. 44, 1898, p. 121.

Euproctes comparés aux Tritons. Il ne manque pas d'arguments, morphologiques et zoogéographiques, pour démontrer le contraire, mais il serait trop long de les développer ici.

La théorie que je viens d'esquisser explique les rapports phylogéniques des Euproctes de Corse et de Sardaigne et l'absence de toute relation directe entre eux et ceux des Pyrénées et du Kurdistan.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Botanique, en remplacement de M. *R. Zeiller*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 49,

M. P.-A. Dangeard obtient	. . . .	38 suffrages
M. M. Molliard	»	9 »
M. L. Matruchot	»	2 »

M. **P.-A. Dangeard**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu par M. le Président.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

RAPPORTS.

Rapport sommaire de la Commission de Balistique, par M. **P. Appell.**

M. le capitaine **Parodi** adresse :

1° (14 mai 1917) deux Notes complémentaires à celle que la Commission a précédemment enregistrée (*Comptes rendus* du 26 mars 1917).

2° (17 mai 1917) une troisième Note intitulée : *Note sur le calcul numérique des trajectoires par arcs successifs.*

M. le capitaine **Risser** adresse, à la date du 18 mai 1917, une *Note relative à la recherche de la variation de portée résultant de l'effet du vent.*

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** fait connaître à l'Académie les noms des Membres de la *Mission scientifique française* qu'il a décidé d'envoyer aux États-Unis.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les substitutions rationnelles.* Note (¹) de M. P. Fatou.

Lorsqu'on fait l'itération d'une substitution définie par la relation $Z = \theta(z)$, où $\theta(z)$ désigne une fonction rationnelle de la variable complexe z et qu'on cherche à délimiter les domaines de convergence correspondant aux différents *points limites* que peut posséder la substitution, on peut avoir à envisager des circonstances compliquées qui font apparaître comme très difficile la solution générale de cette question.

Il est donc intéressant de signaler une classe particulière mais déjà assez étendue de fonctions rationnelles pour lesquelles le problème peut être entièrement résolu. Ce sont celles qui possèdent un *cercle fondamental*, c'est-à-dire qui transforment en eux-mêmes le contour et l'intérieur d'un cercle.

On peut, au moyen d'une transformation homographique effectuée simultanément sur Z et z, faire en sorte que l'intérieur de ce cercle devienne le demi-plan $y > 0$ $(z = x + iy)$.

Nous avons donc à chercher les conditions nécessaires et suffisantes pour que la substitution $[z \mid \theta(z)]$ transforme en eux-mêmes l'axe réel et le demi-plan supérieur. La solution de ce problème est très facile; on doit avoir

$$\theta(z) = kz + h - \sum_{1}^{p} \frac{a_i}{x - b_i},$$

où toutes les constantes sont réelles et de plus $k \geqq 0$, $a_i > 0$.

(¹) Séance du 14 mai 1917.

Distinguons maintenant plusieurs cas :

I. $k > 1$. — Le point à l'infini est un point limite. Le domaine de ce point comprend la totalité du plan, à l'exception des points d'un ensemble parfait, partout discontinu (P), situé sur l'axe réel.

II. $k = 1$. — Ce cas se subdivise en deux autres :

a. $h \neq 0$. Les choses se passent à peu près comme dans le cas précédent. Le point à l'infini est un point limite dont le domaine de convergence comprend le plan tout entier à l'exception des points d'un ensemble parfait partout discontinu, situé sur l'axe réel, mais qui ici contient le point à l'infini lui-même, c'est-à-dire que le point limite fait partie de la frontière du domaine de convergence vers ce point.

b. $h = 0$. — Dans ce cas, il y a convergence vers le point à l'infini tant au-dessus qu'au-dessous de l'axe réel, mais jamais sur un segment quelconque de cet axe; si l'on prend un segment arbitraire sur $x'x$, ses *conséquents* successifs finissent par recouvrir cet axe tout entier.

III. $0 \leqq k < 1$. — Le point à l'infini cesse d'être un point limite; les points limites doivent être recherchés parmi les solutions de l'équation $\theta(z) = z$, de degré $p+1$; on trouve qu'il y a toujours $p-1$ racines réelles et distinctes, les deux autres pouvant être imaginaires conjuguées, réelles et distinctes ou réelles et confondues.

a. L'équation a toutes ses racines réelles et distinctes. Il y en a une et une seule α pour laquelle $|\theta'(\alpha)| < 1$, donc un seul point limite. En posant $T = -\frac{1}{Z-\alpha}$, $t = -\frac{1}{z-\alpha}$, c'est-à-dire en faisant une inversion qui rejette le point α à l'infini et laisse invariant l'axe réel, on est ramené à une substitution

$$T = \psi(t),$$

ψ étant encore une fonction qui transforme en lui-même le demi-plan supérieur

$$\psi(t) = k't + h' - \sum \frac{a'}{t-b'};$$

mais ici $k' > 1$, puisque l'infini est un point limite.

On est donc ramené au cas I.

b. L'équation aux points doubles a une racine double α. On a alors $\theta'(\alpha) = 1$. En effectuant la même transformation que précédemment on est ramené au cas II.

c. L'équation a deux racines imaginaires conjuguées α et $\bar{\alpha}$. On pose alors

$$T = \frac{Z-\alpha}{Z-\bar{\alpha}}, \qquad t = \frac{z-\alpha}{z-\bar{\alpha}},$$

d'où

$$T = \varphi(t),$$

φ définissant une substitution qui admet le cercle $(t) = 1$ comme cercle fondamental. On prouve de plus que $\varphi(t) = t\psi(t)$, $\psi(t)$ définissant encore une substitution qui laisse invariant le cercle $|t| \leqq 1$. Il devient alors presque évident qu'en posant

$$t_1 = \varphi(t) \ldots t_{n+1} = \varphi(t_n),$$

t_n tend vers zéro ou vers l'infini suivant que $|t| < 1$, ou $|t| > 1$.

Revenant au plan des z nous voyons qu'il y a deux points limites α et $\bar{\alpha}$, dont les domaines respectifs sont le demi-plan supérieur et le demi-plan inférieur.

En résumé, lorsqu'on fait l'itération d'une substitution rationnelle admettant un cercle fondamental C, il peut se présenter trois cas :

1° Il existe deux points limites A et A', conjugués l'un de l'autre par rapport à C et qui ont respectivement pour domaines l'intérieur et l'extérieur de C;

2° Il existe un point limite unique A sur C, dont le domaine comprend tout le plan sauf les points d'un ensemble parfait discontinu (P) situé sur la circonférence, A faisant partie de (P) lorsqu'il est un point limite singulier $[\theta'(\alpha) = 1]$;

3° Il existe un point limite unique A sur C, point limite singulier dont le domaine se compose de l'intérieur et de l'extérieur du cercle, à l'exclusion de la circonférence elle-même qui constitue la frontière du domaine.

ÉLECTROCAPILLARITÉ. — *Influence de la température sur les phénomènes électrocapillaires*. Note [1] de M. **L. Décombe**, présentée par M. Lippmann.

Je me propose dans cette Note d'appliquer aux phénomènes électrocapillaires le second principe de la Thermodynamique en utilisant les impor-

[1] Séance du 14 mai 1917.

tants résultats numériques fournis à cet égard par les expériences de W.-A. Vining [1] et de M. Gouy [2].

Les conditions de réversibilité, et particulièrement l'absence d'électrolyse étant supposées remplies, représentons par

$$dm = X\,dS + YS\,dV + ZS\,dT \tag{1}$$

la quantité élémentaire d'électricité mise en jeu, par

$$dQ = l\,dS + r\,dV + c\,dT \tag{2}$$

la quantité élémentaire de chaleur absorbée et par

$$dU = J\,dQ + A\,dS + m\,dV \tag{3}$$

la variation élémentaire d'énergie de la surface capillaire.

Les trois variables indépendantes S, V, T désignent respectivement la surface du ménisque, la différence de potentiel des électrodes et la température de l'expérience. Les trois fonctions Y, Z et A sont indépendantes de S. La dernière, A, représente la tension superficielle du ménisque.

Appliquons à ce système les trois principes de la Conservation de l'Électricité, de l'Équivalence et de l'Entropie en écrivant que dm, $\frac{dQ}{T}$ et dU sont des différentielles exactes des variables S, V, T.

On obtient aisément les relations

$$X = -\frac{\partial A}{\partial V}, \tag{4}$$

$$Y = -\frac{\partial^2 A}{\partial V^2}, \tag{5}$$

$$l = -\frac{T}{J}\frac{\partial A}{\partial T}. \tag{6}$$

En particulier nous retrouvons dans (4) et (5) les équations classiques de M. Lippmann avec toutefois cette différence que A et, par suite, X et Y doivent être considérées comme pouvant être fonctions de la température T. L'examen de ces formules conduit aux conclusions suivantes :

1. La relation (6) exige que la chaleur latente d'extension de la surface capillaire L soit toujours d'un signe contraire à celui de $\frac{\partial A}{\partial T}$. Or, l'expé-

(1) A. Vining, *Annales de Chimie et de Physique*, 8e série, t. 9, 1906, p. 272.
(2) Gouy, *Ibid.*, 8e série, t. 9, 1906, p. 75.

rience montre que la tension superficielle A décroît lorsque la température augmente (expériences classique de Brünner, Wolf, etc.). Plus récemment, W.-A. Vining a vérifié cette loi pour la surface *mercure-eau acidulée*, et M. Gouy l'a étendue au mercure en contact avec les solutions aqueuses d'un assez grand nombre de substances minérales. *La chaleur latente d'extension du ménisque doit donc être considérée comme généralement positive.*

Cependant les expériences de M. Gouy sur le mercure en contact avec des solutions de sulfate de soude contenant de la résorcine, de la caféine ou de l'amygdaline ont manifesté une augmentation de tension superficielle avec la température. Pour de tels ménisques, la chaleur latente d'extension serait donc négative.

Dans le cas des expériences de W.-A. Vining (mercure-eau acidulée), les résultats pour les quatre températures 16°, 41°, 73°, 86° montrent, en outre, que $-\frac{\partial A}{\partial T}$ et, par suite, la chaleur latente d'extension L croît avec la température.

2. Si, au moyen des nombres donnés par W.-A. Vining pour les quatre températures précédentes, on forme les valeurs de $Y = -\frac{\partial^2 A}{\partial V^2}$, on reconnaît facilement, abstraction faite d'irrégularités imputables à des erreurs d'expériences, que cette quantité peut être regardée comme indépendante de la température.

Or, si l'on se place au point de vue d'Helmholtz, Y représente la capacité, par unité de surface, de la couche double qui se forme à la surface du ménisque. *L'épaisseur de cette couche double est donc, dans les mêmes conditions, indépendante de la température.* Les mêmes valeurs numériques montrent aussi que la quantité Y est indépendante de la différence de potentiel V pour toutes les valeurs de cette variable qui précèdent le maximum de la tension superficielle. Au delà de ce maximum, Y paraît encore demeurer constant, quoique avec une valeur moindre qui d'ailleurs paraît tendre à diminuer légèrement à mesure que la différence de potentiel continue à croître. Il semble donc que le maximum de tension soit accompagné d'importantes modifications dans la couche de passage.

On remarquera à quel point, dans le calcul précédent, le rôle du Principe de la Conservation de l'Électricité est parallèle à celui du Principe de l'Équivalence et à celui du Principe de l'Entropie. Il en est de même dans d'autres applications, en particulier dans l'analyse qui nous a permis (¹)

(¹) L. Décombe, *Journal de Physique*, t. I, 1911, p. 359.

d'identifier la chaleur non compensée dans toute modification purement thermodynamique avec la chaleur de Siemens, et rattacher ainsi la Thermodynamique à l'Électrostatique.

RADIOACTIVITÉ. — *A propos d'une Note de* MM. Debierne *et* Regaud *sur l'emploi de l'émanation du radium condensée en tubes clos*. Note [1] de M. et Mme A. **Laborde**, présentée par M. Moureu.

Les travaux de M. H. Dominici ont montré que les rayons γ, qui représentent seulement une très petite fraction de l'énergie du radium, étaient capables de déterminer des effets physiologiques importants, bien qu'ils soient très faiblement absorbés dans les tissus sur lesquels ils agissent.

D'autre part, l'expérience clinique semble prouver qu'un rayonnement de qualité donnée peut provoquer des effets de valeurs très différentes, selon qu'il est utilisé à forte intensité pendant un temps relativement court, ou bien à faible intensité pendant un temps prolongé, la durée de l'application ne semblant pas compenser la faiblesse de l'intensité.

Dans l'énoncé des conditions d'application clinique du radium et de son émanation, il est nécessaire de tenir compte de trois facteurs :

1° La puissance radioactive du produit utilisé;
2° La durée de l'application;
3° La qualité du rayonnement mis en jeu.

Deux sortes d'appareils sont à considérer: ceux qui renferment du sel de radium en tube clos et ceux qui contiennent de l'émanation, isolément, en tube clos. MM. Debierne et Regaud [2] ont proposé d'uniformiser le langage en exprimant, dans les deux cas, l'énergie dépensée par la quantité d'émanation détruite au cours de l'application.

Nous croyons que la notion de *quantité moyenne* d'émanation présente dans le tube clos pendant la durée de l'application établit également un terme exact de comparaison entre les deux modes d'utilisation de l'énergie du radium.

Cette quantité moyenne Q_m d'émanation est liée à la quantité totale détruite $(Q_1 - Q_2)$ pendant la durée $(t_2 - t_1)$ de l'application, par la for-

(1) Séance du 14 mai 1917.
(2) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 422.

mule simple

$$Q_m = (Q_1 - Q_2) \times \frac{\theta}{t_2 - t_1}$$

(Q_1 et Q_2 sont les quantités d'émanation respectivement présentes au début t_1 et à la fin t_2 de l'application; θ est la vie moyenne de l'émanation).

Dans la pratique $Q_1 - Q_2$ sera donné par les Tables de Kolowrat; $\theta = 5{,}548$ jours $= 133{,}156$ heures.

Il est actuellement d'usage de caractériser une application d'appareil renfermant un sel radique par :

Le poids de radium métal contenu dans l'appareil;

La durée de l'application;

La nature et l'épaisseur des écrans interposés sur le trajet des rayons.

Si cette manière de s'exprimer doit un jour être remplacée par celle que préconisent MM. Debierne et Regaud, il s'écoulera une certaine période de transition pendant laquelle les publications des différents auteurs manqueront d'uniformité.

Nous croyons utile, dans ce seul but pratique, d'établir un parallèle entre les façons équivalentes de s'exprimer, et dans les deux cas :

a. Vis-à-vis des tubes renfermant un sel radique en équilibre;

b. Vis-à-vis des tubes renfermant de l'émanation condensée.

Nous prenons comme exemple une application de 2 heures effectuée avec 100^{mg} de radium métal.

1° Il faudra dire, selon le mode actuel et en introduisant la notion de quantité moyenne d'émanation :

a. 100^{mg} de radium métal agissant pendant 2 heures;

b. 100 millicuries moyens agissant pendant 2 heures.

De ces deux expressions nous déduisons facilement que la quantité d'énergie mise en jeu est celle de 1,5 millicurie d'émanation détruite.

En effet, 1^g de radium en équilibre engendre en 1 heure 7,51 millicuries et la même quantité se détruit pendant le même temps.

1 curie moyen, agissant pendant 1 heure, correspond à la destruction de

$$\frac{1000 \times 1}{133{,}156} = 7{,}51 \text{ millicuries.}$$

2° Il faudra dire, pour exprimer les mêmes faits selon MM. Debierne et Regaud :

a. 1,5 millicurie d'émanation détruite en 2 heures;

b. 1,5 millicurie d'émanation détruite en 2 heures.

De cette manière unique d'exprimer les deux procédés d'application, nous déduirons facilement que la puissance des appareils est égale à celle de 100^{mg} de radium métal ou de 100 millicuries moyens.

Ces différentes façons d'exprimer le même fait sont équivalentes, et la pratique seule nous dira lesquelles prévaudront.

Personnellement, nous attribuons quelque avantage au langage actuel, car, avec la notion de quantité moyenne d'émanation, il présente directement à l'esprit la nature et la puissance de l'appareil.

La notion nouvelle apportée par MM. Debierne et Regaud est importante et doit être également utilisée. Elle précise le phénomène physique qui relie entre eux les rayonnements émis par les deux sortes d'appareils.

PHYSICO-CHIMIE. — *Absorption des radiations ultraviolettes par les dérivés iodés du méthane.* Note [1] de MM. **Massol** et **Faucon**, présentée par M. J. Violle.

Continuant nos recherches sur l'absorption des radiations ultraviolettes par les dérivés halogénés du méthane, nous avons étudié les quatre dérivés iodés, purs ou dilués dans l'alcool éthylique absolu, et comparé leurs spectres avec ceux de l'iode en dissolution dans le même alcool.

En observant méthodiquement avec des dissolutions récentes de plus en plus étendues, et sous des épaisseurs variables, nous avons constaté l'existence de trois bandes d'absorption :

a. La première bande s'étend de $\lambda = 495$ à $\lambda = 420$ (max. $\lambda = 470\text{-}465$) et recouvre tout le bleu et le violet visible.

b. La deuxième plus étroite va de $\lambda = 389$ à $\lambda = 339$ (max. $\lambda = 355$).

c. Enfin la troisième bande, encore plus étroite, de $\lambda = 300$ à $\lambda = 275$ (max. $\lambda = 288\text{-}287$).

La dissolution d'iode à 1 : 1000e donne la première et la troisième bande sous des épaisseurs de 5^{mm} à 20^{mm}; la deuxième bande est seulement indiquée à 30^{mm}; au delà l'absorption est complète.

La dissolution à 1 : 5000e donne les trois bandes sous des épaisseurs croissant de 5^{mm} à 60^{mm}.

---

(1) Séance du 14 mai 1917.

La dissolution à 1 : 10 000e donne la troisième bande de 10^{mm} à 25^{mm}; la deuxième bande de 30^{mm} à 50^{mm}; la première bande commence à apparaître pour les grandes épaisseurs 70^{mm} à 80^{mm}.

Enfin la dissolution à 1 : 100 000e ne donne plus que la troisième bande sous les épaisseurs de 50^{mm} à 80^{mm}.

Ces résultats montrent la nécessité de faire varier la concentration et les épaisseurs; elles montrent aussi combien est élevé le pouvoir absorbant de l'iode pour certaines radiations. Cette sensibilité rend les recherches plus délicates, car les composés étudiés doivent être complètement exempts d'iode libre; or quelques-uns d'entre eux sont très instables et facilement décomposables.

Le chlore et le brome perdent complètement leur coloration dans leurs combinaisons avec le méthane, la large bande d'absorption qui caractérise leurs spectres ultraviolets disparaît complètement. Le pouvoir colorant de l'iode, beaucoup plus intense, persiste dans le tétraiodure de carbone et l'iodoforme, mais le méthylène biiodé et l'iodure de méthyle sont incolores; les trois bandes du spectre de l'iode permettront-elles de révéler sa présence ou les transformations qu'il a pu subir dans ces diverses combinaisons? C'est ce qu'il était intéressant de rechercher.

Tétraiodure de carbone CI^4. — Beaux cristaux rouge vif renfermant 97,69 pour 100 d'iode; composé très instable; nous avons dû le préparer, le purifier et examiner rapidement ses dissolutions qui s'altèrent en mettant de l'iode en liberté. Les dissolutions dans l'alcool sont rouges; très étendues, elles passent au jaune. Elles sont très absorbantes pour les radiations invisibles, nous avons dû les diluer fortement; celles à 1 : 3000e et 1 : 6000e nous ont donné les meilleurs résultats.

La dilution à 1 : 6000e donne un spectrogramme comparable à celui de l'iode à 1 : 10000e avec deux bandes correspondant à la deuxième et la troisième de l'iode. La deuxième bande ($\lambda = 385$ à 330) est très intense; son maximum est légèrement déplacé : $\lambda = 345$ (au lieu de $\lambda = 355$ pour l'iode); et lorsque l'épaisseur de la couche absorbante augmente, elle s'élargit vers les grandes longueurs d'onde et atteint $\lambda = 450$, sans qu'à aucun moment la première bande de l'iode apparaisse à la limite du violet visible. La troisième bande est semblable à celle de l'iode, avec le même maximum; mais elle s'élargit un peu plus vers les courtes longueurs d'onde et atteint jusqu'à $\lambda = 230$.

Iodoforme CHI^3. — En cristaux jaunes renfermant 96,70 pour 100

d'iode. Son pouvoir colorant est intense, ses dissolutions dans l'alcool sont jaune d'or et conservent une légère teinte jaune pâle aux grandes dilutions. Ses spectrogrammes présentent deux larges bandes semblables à celles de l'iode (deuxième et troisième) et du tétraiodure de carbone.

La bande située à $\lambda = 370\text{-}325$ a son maximum un peu déplacé vers les courtes longueurs d'onde : $\lambda = 335$ (au lieu de 345 pour CI^4 et 355 pour I). De même que pour CI^4 cette bande s'élargit vers la grande longueur d'onde lorsque augmentent la concentration ou l'épaisseur des dissolutions.

L'autre bande a son maximum à $\lambda = 288\text{-}287$, elle est la même que celles de l'iode et du tétraiodure de carbone.

La dilution à 1:5000ᵉ est la plus favorable pour l'observation des bandes; le pouvoir absorbant est si grand qu'à 1:100000ᵉ on distingue encore les deux bandes qui ont seulement diminué de largeur et d'intensité.

Méthylène biiodé CH^2I^2. — Liquide incolore, complètement transparent pour les radiations visibles. Les spectogrammes ne donnent qu'une seule bande, très large : $\lambda = 330$ à 262, dont le maximum $\lambda = 288$ coïncide avec celui des bandes de l'iode, de CI^4 et de CHI^3. Mais ici la bande a une forme complètement différente, elle est plus étalée vers les grandes longueurs d'onde, recouvrant le faisceau de radiations $\lambda = 330$ à 315 qui sépare les deux bandes de l'iode; tandis que le faisceau très intense de radiations $\lambda = 375$ à 340 qui est absorbé par I, CI^4 et CHI^3, passe avec toute son intensité.

Iodure de méthyle CH^3I. — Liquide incolore, beaucoup plus transparent que le précédent. Il laisse passer toutes les radiations visibles, mais dans l'ultraviolet il donne une bande d'absorption tout à fait caractéristique $\lambda = 270$ à 240. On l'observe avec la dilution à 1:5000ᵉ sous des épaisseurs variant de 3^{mm} à 7^{mm}; la position du maximum vers $\lambda = 250$ est difficile à préciser. Cette bande ne correspond à aucune de celles qui ont été observées avec l'iode et les trois dérivés du méthane déjà étudiés.

En résumé, on retrouve dans les dérivés iodés du méthane les propriétés absorbantes sélectives de l'iode, mais profondément modifiées et même transformées, de telle sorte que chacun de ces composés présente un spectre particulier.

La première bande de l'iode libre ($\lambda = 470$) ne se retrouve dans aucune des combinaisons étudiées.

La deuxième bande de l'iode ($\lambda = 355$) se retrouve dans le tétraiodure

et l'iodoforme, mais fortement élargie vers les grandes longueurs d'onde, et avec son maximum légèrement déplacé.

La troisième bande de l'iode ($\lambda = 288$) se retrouve avec le tétraiodure et l'iodoforme, un peu élargie vers les courtes longueurs d'onde; avec le biiodure de méthylène elle est complètement transformée et fortement élargie du côté des grandes longueurs d'onde.

Enfin, avec l'iodure de méthyle, apparaît une nouvelle bande, dans les radiations à courtes longueurs d'onde à $\lambda = 250$ environ.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les bromures de zirconyle.* Note [1] de M. **Ed. Chauvenet**, présentée par M. A. Haller.

La zircone hydratée se dissout très facilement dans l'acide bromhydrique, après évaporation suffisante à froid sur l'acide sulfurique; la dissolution laisse déposer le bromure de zirconyle $ZrOBr^2.8H^2O$ [2]. En opérant l'évaporation à chaud, Knopp [3] a mentionné la formation d'une combinaison à laquelle il a attribué la constitution

$$ZrO.BrOH.4H^2O,$$

d'après le même auteur, les deux produits suivants se déposeraient à l'ébullition : $ZrBr(OH)^3.2H^2O$ et $ZrBr(OH)^3.H^2O$; enfin, si la dissolution est très étendue, on obtiendrait de la zircone libre. De son côté Pajkull [4] a signalé l'existence de deux hydrates $ZrOBr^2.13H^2O$ et $ZrOBr^2.14H^2O$.

Tels étaient les faits connus.

L'étude des combinaisons oxychlorées du zirconium m'avait conduit à classer celle-ci en deux groupes :

a. Hydrates du chlorure de zirconyle $ZrOCl^2$ ($ZrOCl^2$ anhydre n'a pas été isolé);

b. Hydrates de l'oxychlorure complexe $ZrOCl^2.ZrO^2$ ($ZrOCl^2.ZrO^2$ anhydre a été isolé).

On sait d'autre part que les chlorures métalliques présentent de grandes analogies avec les bromures; pour ces raisons, il m'a paru intéressant de

(1) Séance du 7 mai 1917.
(2) Weibull, *Jahrb.*, t. 2, 1887, p. 553.
(3) Knopp, *Ann.*, t. 159, 1871, p. 36.
(4) Pajkull, *Jahrb.*, 1873, p. 263, et 1879, p. 241.

reprendre la chimie des combinaisons oxybromées de cet élément dans l'espoir de trouver des dérivés de constitution semblable à celle des oxychlorures.

L'évaporation suffisante au bain-marie d'une dissolution bromhydrique de $Zr(OH)^4$ laisse déposer un produit se présentant en aiguilles feutrées, lesquelles, desséchées à 15° dans un courant d'air ordinaire jusqu'à poids constant, répondent à la formule $ZrOBr^2.8H^2O$; c'est l'hydrate de Weibull. Contrairement aux indications de Knopp, c'est le même hydrate qui prend naissance quel que soit le mode d'évaporation employé; je n'ai donc pas retrouvé les combinaisons signalées par cet auteur.

Quant aux hydrates décrits par Pajkull, ils n'existent pas; en effet, si $ZrOBr^2.8H^2O$ est totalement débarrassé d'acide bromhydrique, il n'absorbe pas trace d'eau; mais il n'en est pas de même si les cristaux ont retenu HBr libre; dans ce cas les aiguilles prennent plusieurs molécules de H^2O. Ce produit est très soluble dans l'eau; sa chaleur de dissolution est de $-2^{Cal},01$; dans l'air sec et dans le vide sec, $ZrOBr^2.8H^2O$ perd de l'eau et l'hydrate obtenu est $ZrOBr^2.3,5H^2O$; sa chaleur de dissolution est $+9^{Cal},01$. C'est le dernier terme d'hydratation du bromure de zirconyle; en effet l'hydrate précédent est stable jusqu'à 60°-70°; mais dès qu'on dépasse cette température, il abandonne de l'eau et de l'acide bromhydrique conformément à la réaction

$$2ZrOBr^2.3,5H^2O = ZrOBr^2.ZrO^2 + 2HBr + 6H^2O.$$

J'ai constaté en outre qu'une dissolution étendue de bromure de zirconyle $\frac{N}{100}$ laisse précipiter, après plusieurs mois, ce même oxybromure complexe. Ce dépôt n'est donc pas constitué par de la zircone, ainsi que l'a signalé Knopp. D'ailleurs, par la variation de la conductivité électrique, j'ai pu suivre l'hydrolyse qui s'est effectuée de la manière suivante :

$$2ZrOBr^2 + H^2O = ZrOBr^2.ZrO^2 + 2HBr.$$

La conductivité moléculaire a varié lentement de 421 à 528; ce nombre n'ayant pas été dépassé et d'autre part la nature du précipité n'ayant pas changé, on peut conclure que $[ZrOBr^2.ZrO^2]$ ne paraît pas devoir s'hydrolyser plus profondément.

D'autre part, en ajoutant de l'éther à une dissolution alcoolique de bromure de zirconyle, j'ai isolé un hydrate de l'oxybromure complexe $[ZrOBr^2.ZrO^2.12H^2O]$.

Enfin au rouge et dans un courant d'acide bromhydrique sec, l'oxybromure complexe se scinde en $ZrBr^4$ volatil et en ZrO^2 fixe :

$$2ZrOBr^2.ZrO^2 = ZrBr^4 + 3ZrO^2.$$

En résumé, comme avec le chlore, le zirconium fournit avec le brome trois séries de combinaisons :

La première comprend le bromure de zirconium $ZrBr^4$;

Les deux autres sont constituées, l'une par les hydrates du bromure de zirconyle $ZrOBr^2$ (lequel ne paraît plus devoir exister anhydre),

$$ZrOBr^2.8H^2O \quad \text{et} \quad ZrOBr^2.3,5H^2O;$$

l'autre par l'oxybromure complexe $[ZrOBr^2.ZrO^2]$ anhydre et l'hydrate $[ZrOBr^2.ZrO^2.12H^2O]$.

Enfin l'action de la chaleur décompose la combinaison précédente en $ZrBr^4$ et en ZrO^2.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une anomalie de solubilité de la spartéine.* Note (¹) de M. **Amand Valeur**, présentée par M. Charles Moureu.

Quand on mêle des solutions aqueuses de carbonate de sodium et de sulfate neutre de spartéine, on observe, suivant les conditions de concentration et de température, soit un simple trouble, soit une séparation d'huile qui surnage; parfois enfin l'addition du carbonate de sodium laisse le mélange absolument transparent. C'est ainsi que, à la température de 15°, deux solutions au $\frac{1}{10}$ de sulfate de spartéine et de carbonate de sodium (en CO^3Na^2 anhydre) peuvent être mêlées à volumes égaux (ce qui correspond à 4^{mol} de CO^3Na^2 pour 1^{mol} de sulfate de spartéine), sans qu'une précipitation s'ensuive.

Ce mélange perd sa limpidité vers 30°, devient de plus en plus trouble puis lactescent à mesure que la température s'élève. Si on le soumet alors au refroidissement, il passe de nouveau et en sens inverse, par les mêmes phases, pour redevenir incolore un peu au-dessous de 30°. On pouvait attribuer ce phénomène soit à la formation de sulfate basique de spartéine, premier stade de l'action du carbonate de sodium sur le sulfate neutre de spartéine, soit à la mise en liberté de la base elle-même. En ce qui con-

(¹) Séance du 14 mai 1917.

cerne le sulfate basique, ce sel, d'ailleurs très soluble, n'a été obtenu jusqu'ici qu'en solution et ne semble pas présenter d'anomalie au point de vue de la solubilité. Au contraire, nous avons constaté qu'une solution aqueuse saturée de spartéine se trouble pour une très faible élévation de température; si on l'étend d'eau, on obtient une solution qui se trouble à des températures d'autant plus élevées que la dilution est plus grande. Le phénomène est apparent pour des solutions dont le titre n'est pas inférieur à $0^g,14$ de spartéine pour 100^{cm^3} du mélange. Le carbonate de sodium, agissant sur le sulfate neutre de spartéine, met donc en liberté la base, dans une réaction d'ailleurs limitée.

Cependant, comme la spartéine est beaucoup moins soluble dans les solutions de carbonate de sodium que dans l'eau pure, ce sel intervient encore pour rendre la réaction beaucoup plus sensible. C'est ainsi qu'une solution de spartéine à $0^g,01$ pour 100 dans le carbonate de sodium à $12^g,26$ de CO^3Na^2 pour 100^{cm^3} trouble encore nettement par immersion dans l'eau bouillante.

Le carbonate de sodium ne fait pas que reculer la limite de sensibilité de la réaction, il rend encore suffisamment nette la détermination des températures de démixtion, pour qu'elle puisse servir de base au dosage des solutions aqueuses de spartéine.

Nous avons préparé avec de la spartéine incolore, récemment distillée, et possédant le pouvoir rotatoire indiqué par MM. Moureu et Valeur : soit $\alpha = -2°46'$ pour $0^{dm},5$, des solutions de titres divers dans le carbonate de sodium à 5^g de CO^3Na^2 pour 100^{cm^3}, et déterminé les températures de démixtion de ces solutions. Les résultats ont été les suivants :

Concentration pour 100^{cm^3}.	Température de trouble.	Concentration pour 100^{cm^3}.	Température de trouble.
cg	°	cg	°
21	23,4	12	39,8
19,5	24	10,5	43,5
18	25	9	47
16,5	28,6	7,5	53
15	33,5	6	60,2
13,5	36,5	4,5	72,5

Si l'on représente ces résultats par une courbe, en portant en abscisses les concentrations en spartéine et en ordonnées les températures, on constate que, entre les concentrations 9 et 18, la courbe se réduit sensiblement à une droite.

Entre ces limites, une variation de concentration de 1^{cg} pour 100 entraîne

un écart de température de 2°,5 environ. Ces conditions se prêtent donc au dosage de la spartéine en solution aqueuse et, en particulier, à la détermination de la solubilité de la base dans l'eau.

Nous avons opéré sur une solution aqueuse saturée à 10°,8, séparée de l'excès de base par centrifugation puis filtration au papier. Cette solution fut amenée, par addition convenable d'eau et de CO^3Na^2, à des dilutions au quart, au cinquième et au sixième, la concentration en CO^3Na^2 étant pour chacune d'elles de 5^g pour 100^{cm^3}. La détermination des concentrations par la mesure des températures de démixtion de ces solutions a fourni les nombres suivants, qui expriment la solubilité de la spartéine à 10°,8 dans 100^{cm^3} de solution : $0^g,552$; $0^g,560$; $0^g,558$; soit $0^g,556$ en moyenne.

Il est intéressant d'observer que l'anomalie de solubilité que présente la spartéine se rencontre également dans quelques bases pipéridiques et notamment dans la conicine.

Les travaux de MM. Ch. Moureu et A. Valeur ayant établi que la spartéine renferme au moins un noyau pipéridique, c'est sans doute à l'influence de ce noyau qu'il convient de rapporter l'anomalie de solubilité constatée pour la spartéine.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Acidylsemicarbazides et acides acidylsemicarbaziques.* Note [1] de M. **J. Bougault**, présentée par M. Charles Moureu.

Les acidylsemicarbazides, comme les amides, peuvent être représentés théoriquement par deux schémas correspondant à deux séries de composés tautomères : un schéma acide (I) et un schéma basique (II)

$$R.C\begin{cases}OH\\ N.NH.CO.NH^2\end{cases} \quad (I). \qquad R.C\begin{cases}O\\ NH.NH.CO.NH^2\end{cases} \quad (II).$$

Ceux que j'ai obtenus récemment [2], par action de l'iode et du carbonate de soude sur les semicarbazones des acides α-cétoniques, répondent au schéma basique, ainsi que cela paraît démontré par l'existence d'un chlorhydrate, stable à l'état libre, mais dissociable par l'eau.

Lors de mes précédentes Communications, j'ai fait remarquer que le benzoylsemicarbazide, préparé par mon procédé à partir de la semicarba-

---

(1) Séance du 14 mai 1917.

(2) *Comptes rendus*, t. **163**, 1916, p. 237 et 305.

zone de l'acide phénylglyoxylique, paraissait différent du benzoylsemicarbazide que Widmann et Cleve [1] ont obtenu par l'action de l'anhydride benzoïque sur la semicarbazide et auquel ils attribuent le même schéma.

Il était intéressant de décider si les deux composés étaient identiques, les différences signalées pouvant résulter d'une erreur, ou s'ils étaient réellement différents, et, dans ce cas, si cette différence pouvait s'expliquer par le fait qu'ils appartenaient aux deux types théoriquement prévus. Pour arriver à une conclusion certaine, la nécessité s'imposait d'étudier comparativement les deux produits.

J'ai donc préparé le benzoylsemicarbazide de Widman et Cleve. Il s'obtient aisément par le procédé qu'indiquent les auteurs. On peut aussi l'obtenir en partant du chlorhydrate de semicarbazide par action de l'anhydride benzoïque ou du chlorure benzoïque en présence de pyridine; ces modifications d'un même procédé conduisent qualitativement au même résultat.

Le produit obtenu montre toutes les propriétés que lui attribuent Widman et Cleve; il fond bien à 225° et est nettement différent du mien, qui fond à 240°. Outre l'écart entre les points de fusion, une propriété chimique capitale du composé de Widman et Cleve accentue les différences et nous éclaire sur la constitution à lui attribuer : il est nettement acide, car il se dissout dans la lessive de soude diluée, d'où l'acide chlorhydrique le précipite inaltéré.

Cette propriété conduit à le représenter par le schéma qui met en relief cette acidité, savoir

$$C^6H^5.C\begin{matrix}\diagup OH \\ \diagdown\!\!\diagdown N.NH.CO.NH^2\end{matrix}$$

Il se trouve ainsi distingué avec netteté du produit que j'ai obtenu et qui doit s'écrire

$$C^6H^5.C\begin{matrix}\diagup\!\!\diagup O \\ \diagdown NH.NH.CO.NH^2\end{matrix}$$

ainsi que je l'ai démontré.

Il résulte de là que nous connaissons maintenant les produits correspondant aux deux formules théoriquement possibles : 1° les composés appartenant à la forme *acide* sont obtenus par l'action de la semicarbazide sur les anhydrides et les chlorures d'acides; 2° les composés appartenant à la forme *basique* ne peuvent être obtenus jusqu'ici que par le moyen détourné

---

(1) *Ber. d. d. chem. Gesell.*, t. 31, 1898, p. 378.

que j'ai indiqué : action de l'iode et du carbonate de soude sur les semicarbazones d'acides α-cétoniques convenablement choisis.

Il conviendrait pour les distinguer de dénommer les premiers *acides acidylsemicarbaziques*, et de réserver aux seconds le nom d'*acidylsemicarbazides*.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence d'une zone de roches écrasées, longue d'environ* 200^{km}, *dans la région Ouest du Massif Central français.* Note (¹) de M. G. **Mouret**, présentée par M. Pierre Termier.

La région Ouest du Massif Central de la France, depuis la vallée de l'Aveyron jusqu'à celle de la Vienne, est occupée, comme le reste du Massif, par des schistes cristallins et des granites; mais ce qui caractérise cette région, c'est la présence, au sein des roches acides, granites et gneiss, de roches avec éléments basiques, granites à amphibole, amphibolites, etc., de leptynites amphiboliques représentant un stade intermédiaire de transformation des amphibolites, enfin de serpentines dont la traînée principale, participant à l'allure des terrains cristallins, dessine un grand arc de cercle convexe vers le Nord, de Thiviers (Dordogne) à Najac (Aveyron) par la Roche-l'Abeille.

Cette région, si riche en schistes basiques, témoins très réduits d'anciens terrains éruptifs ou plus probablement calcaires qui devaient en couvrir la majeure partie, est entourée par une autre région formée de terrains d'une composition primitive différente, car les intercalations de schistes basiques, sous quelque forme que ce soit, y sont extrêmement rares.

D'après nos explorations, la limite entre les deux régions, l'une formant un bas plateau, l'autre ce qu'on appelle la Montagne, limite assez nettement accusée par la topographie, est généralement tranchée; elle est, de plus, jalonnée par d'importants filons de quartz, par des serpentines, du Lonzac (Corrèze) à Najac, enfin par les bassins houillers du chenal d'Argentat. De chaque côté de cette limite, la distribution et l'allure des schistes cristallins diffèrent, et nous avons été ainsi amené à la considérer, sous le nom de *faille d'Argentat*, comme représentant une ligne de dislocation (²). Un peu

(¹) Séance du 14 mai 1917.

(²) G. Mouret, *Sur la limite occidentale du massif granitique d'Eymoutiers (Haute-Vienne)* (*Bull. Soc. géol. de France*, 4ᵉ série, t. 11, p. 47-68).

sinueuse, dirigée à peu près du SSE au NNO, elle prolonge, très exactement, à partir d'Asprières (Aveyron), la limite occidentale du massif de granite situé à l'est de Villefranche-de-Rouergue; elle se suit, avec les mêmes caractères, jusqu'à Bourganeuf.

L'objet de cette Note est de signaler, relativement à cette limite, une particularité qui en précise la nature, et qui permet d'en reconnaître, au delà de Bourganeuf, à défaut d'autres indices, le prolongement probable.

Dès le début de nos études dans le Massif Central, nous avons reconnu, en 1885, et signalé en 1890, entre Tulle et Argentat (Corrèze), une modification des leptynites qui, sur une épaisseur assez grande, forment là, accolées à la limite, un terrain « trituré et disloqué » dans lequel notamment est creusée la vallée de la Souvigne et qui sert de substratum au Houiller de Saint-Chamant. Cette modification que nous n'avions pas, à cette époque, songé à rattacher à un phénomène général de chevauchement, s'atténue ou même disparaît au sud de la vallée de la Dordogne; on doit cependant noter, des environs de Bagnac à Asprières, la présence d'une zone argileuse de broyage, peu épaisse, le long de la limite des deux régions.

Au nord de Tulle, les roches écrasées persistent, mais elles présentent un faciès différent, car les leptynites ont disparu pour faire place aux gneiss et à des granites d'un type particulier. Examinées en plaques minces, certaines de ces roches avaient paru comprendre des éléments clastiques; d'autres roches, vers Eymoutiers, contenant des éléments assez gros et parfaitement arrondis, ont été considérées, et l'on pouvait s'y tromper, comme des roches sédimentaires peu modifiées. Sur les feuilles de la Carte géologique détaillée (Brive, Tulle, Limoges, Guéret), elles sont figurées ou mentionnées comme quartzites, arkoses et poudingues.

Amené à douter de ces déterminations quand, en 1911, nous avons étudié sur place les poudingues à gros éléments signalés par Le Verrier, nous avons, à la suite d'une exploration faite en 1912, soumis, au mois d'avril 1913, à M. Termier (qui avait été le seul, jusque-là, avec M. Friedel, à reconnaître dans le Plateau Central l'existence d'une zone continue de roches cristallines écrasées) quelques échantillons des roches en question; l'éminent géologue n'a pas hésité à y reconnaître des mylonites bien caractérisées et à confirmer ainsi l'assimilation de ces roches à celles de la vallée de la Souvigne, dont quelques-unes, au reste, étaient exactement du même type. En définitive il n'existe, le long du grand accident d'Argentat, que des roches entièrement cristallines, sans aucune trace, actuellement, d'éléments clastiques; mais ces roches sont, pour la plupart, ou laminées ou même complètement broyées.

Une dernière exploration, faite en 1914, nous a permis de poursuivre la zone écrasée au delà de Bourganeuf. A Bourganeuf même, outre les roches cristallines triturées, marquées sur la feuille de Guéret comme terrain houiller, une partie de la ville repose sur un affleurement de granites écrasés, que Grüner a reconnus aussi, en 1868, aux environs, et qu'il a décrits comme grauwackes. Ces granites écrasés et autres roches de même type, nous avons pu les suivre d'une manière continue dans la direction du Nord-Ouest; elles appartiennent à une zone argileuse de teinte claire qui tranche sur les granites normaux et les gneiss encaissants, et constituent, par exemple, la butte du Moulin de Murat, près de Montarichard, point signalé par M. de Launay dans une Note sur des roches écrasées du Plateau Central [1]. La zone d'écrasement limite, au Sud, le massif granitique de Guéret; nous l'avons suivie, sauf une courte interruption près du moulin de Murat, jusqu'au village de Monjourde, près Fromental, au sud de la Souterraine; mais, à partir de la ligne ferrée de Paris à Limoges, la grande invasion du granite à mica blanc en efface toute trace.

De tout ce qui précède, on peut tirer la conclusion que la « faille d'Argentat » doit être considérée comme une ligne de contact anormal, accompagnée de brèches de friction, s'étendant sur près de 200^{km} de longueur, d'Asprières (Aveyron) à Fromental (Haute-Vienne), et probablement aussi au delà de ces deux limites, séparant toujours des terrains plus ou moins riches en schistes basiques de terrains qui en sont dépourvus. Ce sont ceux-ci qui s'enfoncent sous les *mylonites* de la zone broyée; de sorte que les premiers paraissent constituer une masse de recouvrement, venue de l'Ouest ou du Sud-Ouest à une époque que l'on ne saurait préciser, mais antérieure à l'époque stéphanienne, et chevauchant sur le noyau granitique et gneissique du Massif Central.

GÉOLOGIE. — *Les éléments du relief du Massif volcanique des Monts-Dore. Importance des dômes, des dômes-coulées et des culots cratériques.* Note de M. **Ph. Glangeaud**, présentée par M. Pierre Termier.

Le Massif volcanique des Monts-Dore a une constitution géologique très complexe. Les travaux de Michel-Lévy et ceux que M. Lacroix a publiés et continue de publier sur la minéralogie, la pétrographie et le dynamisme volcanique, nous permettront de connaître essentiellement la

(1) L. de Launay, *Sur quelques roches écrasées du Plateau Central* (*Comptes rendus*, t. 156, 13 mai 1913, p. 1434-1439).

région à ces points de vue. Mais les données relatives à la *géologie*, à l'*hydrologie souterraine* et à la *géographie physique* du Massif étaient jusqu'ici très incomplètes. Certains territoires, tels que le volcan de l'Aiguiller, le groupe adventif et le versant sud et sud-ouest du Sancy étaient presque vierges d'observations géologiques.

J'ai consacré, pendant plusieurs années, de nombreuses journées d'explorations à cette *région volcanique, glaciaire et hydro-minérale*, infiniment variée, qui est, vraisemblablement, à cet égard, la plus instructive de l'Europe. Je donnerai ici quelques-uns des résultats obtenus.

Les Monts-Dore, qui couvrent une surface d'environ 900^{km^2} (6 fois la superficie du Vésuve), sont constitués, ainsi que je l'ai déjà indiqué [1], par *trois centres ou groupes volcaniques principaux juxtaposés*, et *deux groupes de superposition*, édifiés sur un substratum fortement disloqué, que j'ai fait récemment connaître. Le plus important, qui est aussi le plus élevé (alt. 1886^m) et le plus régulier, est le *volcan du Sancy*, situé au Sud et bordé au Nord-Ouest par le *groupe éruptif : Banne d'Ordanche* (alt. 1515^m), *Puy Loup*, *Puy Gros* et au Nord-Est par le *volcan de l'Aiguiller* (alt. 1547^m), *Ouire-Baladou*, tandis que le versant nord-est supporte le premier groupe de superposition, massif et très bossué (*groupe adventif Angle* (alt. 1728^m), *Mone-Tache* (alt. 1636^m). Ces unités dominent une série de *volcans périphériques* du même âge (Saut-de-la-Pucelle, Jonas, Saint-Pierre-Colamine, Maisse, etc.), qui ne font pas partie du Massif proprement dit des Monts-Dore, car ils sont édifiés à l'Est et en contre-bas de cette région.

Dès la fin du Pliocène moyen et jusqu'au Quaternaire supérieur, ce territoire volcanique fut recouvert de glaciers, qui le décapitèrent de ses cônes éruptifs, lui enlevèrent son manteau de projections et de parties meubles et l'entaillèrent de profondes vallées. Ainsi déchus de leur splendeur primitive, les Monts-Dore furent réduits à une région montagneuse présentant à sa surface une véritable *carapace de laves*, ayant joué le rôle de cuirasse contre l'érosion. Ce *relief vulcano-glaciaire* subit ensuite une régénération partielle au *Quaternaire supérieur*, durant lequel l'activité interne dressa, en maints endroits, de nouveaux cônes éruptifs (Montchalm, Montcineyre, Compéret, Servières, etc.), d'où partirent de longues coulées (qui moulèrent généralement des thalwegs glaciaires) et qui constituent le *second groupe de superposition* d'âge et de constitution différents du premier.

Les éléments du complexe volcanique des Monts-Dore sont très divers.

---

(1) Ph. Glangeaud, *Les volcans d'Auvergne* (Clermont, 1908, 2e édition).

Ils comprennent surtout des *cinérites*, des *brèches*, des produits de *nuées ardentes* et de *coulées boueuses* (MM. Lacroix et Boule), plus de 250 *coulées de lave* de composition variée, dont l'épaisseur oscille de quelques mètres à plus de 200^m (coulées de Bozat, des Crebasses, de la Védrine, etc.), coulées formant des *plateaux* ou d'énormes *bourrelets*, avec en général des abrupts sur le front et les flancs érodés.

Il existe aussi, principalement dans la région du Sancy, de Chaudefour, et au sud de la Banne d'Ordanche, plus d'une centaine de *filons*, dont quelques-uns, isolés par l'érosion, constituent de véritables *murailles verticales* imposantes, et des plus pittoresques (Rancunes, Crête de Coq, Aiguille Chabans, etc.).

J'ai compté plus de 125 *volcans secondaires* sur les flancs des unités volcaniques principales ; mais, en dehors des volcans quaternaires, ces volcans, qui possédaient un cône éruptif généralement pourvu d'un cratère, ne sont plus représentés aujourd'hui que par des *culots cratériques*, seuls ou reliés à une coulée. Le Pic du Sancy, le Piton de la Banne d'Ordanche, le Roc de Cuzeau, le Mont Pouget, Chambourguet de Besse, etc., sont les types les plus caratéristiques de ces restes d'appareils éruptifs qui ont joué un rôle important aux diverses périodes glaciaires.

En outre des éléments précités, les traits les plus vigoureux et les plus originaux du relief sont constitués par un grand nombre de collines formant un bossellement très marqué dans les Monts-Dore et comprenant des *dômes* dont l'édification se fit comme celle du dôme classique de la montagne Pelée, et d'autres éléments de forme voisine et que je désignerai sous le nom de *dômes-coulées*.

Les dômes et les dômes-coulées, qui sont très polymorphes, ont été *édifiés à plusieurs époques* et se montrent par suite à *différents niveaux*, mais principalement à la fin des éruptions des Monts-Dore. C'est pour cette raison qu'on les observe surtout à la surface du Massif en question. L'attention avait déjà été attirée sur quelques-uns des premiers par MM. A. Lacroix et Boule.

Les dômes-coulées peuvent être considérés comme des dômes offrant un bourgeonnement, une forte extrusion du magma, sur un des flancs, ayant donné naissance à une coulée épaisse. Il existe des rapports étroits, au point de vue topographique, entre les dômes-coulées et certains culots cratériques.

La hauteur des dômes oscille entre 50^m et 500^m. Je citerai parmi les plus typiques : ceux de Mareilh et de Diane (très réguliers), de Baladou (très

aplati), des Monaux, de Bozat, du Capucin, du Puy Gros (érodé sur deux versants), ceux du Puy Corde, rappelant les *sucs* du Velay, d'Hautechaux (alt. 1715^{m}) au sud du Puy de la Tache, en forme de toit très aigu, avec des pentes de 80 pour 100, etc.

Les dykes célèbres de la Tuilière, de la Sanadoire et de Moneyron correspondent vraisemblablement à la base de dômes démantelés. Les Puys de l'Ouire, de la Tache, du Barbier, de Surin, de l'Angle, de la Garde, de la Grange, etc. sont des dômes-coulées.

Dômes et dômes-coulées sont constitués par des *laves rhyolitiques*, *trachytiques*, *trachy-andésitiques*, *trachy-phonolitiques* et *phonolitiques*.

Deux de ces édifices volcaniques les plus remarquables et les plus considérables des Monts-Dore, *le dôme de trachyte phonolitique de Bozat* et le *dôme-coulée rhyolitique de la Gâcherie*, n'étaient pas connus. Le premier, enveloppé latéralement sur la moitié de son pourtour par l'épaisse coulée de trachyte de Bozat (postérieure comme âge), constitue le plus grand dôme trachy-phonolitique des Monts-Dore, car il dépasse comme dimensions l'ensemble des Roches Tuilière et Sanadoire et est comparable au Mezenc. Le second, qui *mesure environ* 450^{m} *de haut* et 1500^{m} de long (sensiblement les dimensions du Puy de Dôme), comprend les diverses coulées rhyolitiques étudiées par Michel-Lévy. Entre ces coulées, les *brèches* et les *cinérites* que ce géologue a cru voir sont, en réalité, d'autres coulées de rhyolite. Les coulées de cette lave s'accumulent, sans interposition étrangère, depuis l'altitude 940 jusqu'à l'altitude 1400 ; et cette énorme masse de lave acide, une des plus puissantes de l'Europe, forme une *protubérance* du volcan de la Banne d'Ordanche, allongée du Sud au Nord, enfouie sous les coulées postérieures, et partiellement découverte par l'érosion.

AÉROLOGIE. — *Sur la détermination de la densité de l'air en fonction de l'altitude*. Note (¹) de M. L. **Ballif**.

La présente Note a pour objet d'indiquer une méthode de détermination de la densité de l'air en fonction de l'altitude, par l'observation de l'ascension d'un ballon libre.

Considérons un ballon de volume invariable V, lesté d'une masse a ; appelons z son altitude, $\delta_A(z)$ la densité de l'air en chaque point, et soit δ_H la densité de l'hydrogène. Si l'on représente la résistance de l'air sur le

(¹) Séance du 7 mai 1917.

ballon par une expression de la forme $KS\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 \delta_A(z)$, où S représente la surface d'une section diamétrale du ballon, l'équation du mouvement d'ascension sera

$$(1) \qquad (a + V\delta_H)\frac{d^2z}{dt^2} = -ag + V[\delta_A(z) - \delta_H]g - KS\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 \delta_A(z).$$

Si nous déterminons z en fonction du temps, nous pourrons en déduire $\left(\frac{dz}{dt}\right)$ et $\left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)$ par des dérivations graphiques ou numériques et dans la formule (1) tout sera connu sauf $\delta_A(z)$ qui sera donné par la formule

$$\delta_A(z) = \frac{(a + V\delta_H)\left(\frac{d^2z}{dt^2} + g\right)}{Vg - KS\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}.$$

Comme dans cette formule tout est connu en fonction du temps, mais que, d'autre part, on connaît z en fonction du temps, et par suite t en fonction de z, on aura δ_A en fonction de z.

La détermination de z s'obtient par le moyen de deux observateurs observant simultanément le ballon à l'aide de deux théodolites qui donnent l'azimut et l'angle de site du ballon; une triangulation graphique donne immédiatement l'altitude du ballon en fonction de ces deux éléments.

La méthode indiquée fournit en même temps la vitesse et la direction du vent en chaque point de l'atmosphère, si l'on suppose le vent horizontal comme première approximation. Mais, si l'on veut pousser plus loin, l'analyse de la courbe obtenue permet de vérifier l'exactitude de cette hypothèse et de déterminer la direction complète du vent sur les ballons-sondes.

L'avantage de la méthode indiquée plus haut est qu'il n'est pas nécessaire de retrouver le ballon, puisque son ascension inscrit elle-même la loi cherchée.

Remarque. — On peut être amené, pour éviter l'éclatement du ballon, à le laisser ouvert. Presque rien n'est changé dans les équations, à la condition de supposer, ce qui n'introduit qu'une erreur négligeable, qu'il y a un rapport *constant* h entre la densité de l'hydrogène et celle de l'air, quand la pression et la température varient. La formule devient alors

$$\delta_A(z) = \frac{a\left(\frac{d^2z}{dt^2} + g\right)}{\left[(1-h)g - \frac{d^2z}{dt^2}\right]V - KS\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}.$$

BOTANIQUE. — *Sur un nouveau type d'alternance des générations chez les Algues brunes* (Dictyosiphon fœniculaceus). Note de M. C. SAUVAGEAU, présentée par le Prince Bonaparte.

Le genre *Dictyosiphon*, type d'une famille de Phéosporées où les seuls organes reproducteurs connus sont les sporanges uniloculaires, eut son heure de célébrité, voici plus de quarante ans, lorsque Areschoug décrivit une conjugaison entre germinations de zoospores du *D. hippuroides*. L'interprétation des faits énoncés par le savant suédois souleva quelque doute ([1]); cependant ces faits n'ont été ni confirmés ni contredits par de nouvelles observations. Murbeck ([2]), auteur d'une monographie du *D. fœniculaceus*, espèce très voisine du *D. hippuroides*, obtint des zoospores en abondance qui mouraient sans germer; Kuckuck ([3]), étudiant la même espèce à Helgoland en 1900, 1901 et 1909, les vit germer après 24 heures, mais ne put obtenir les stades ultérieurs. Je me suis demandé si le *Dictyosiphon* ne présenterait pas des phénomènes comparables à l'alternance des générations que j'ai fait connaître chez les Laminaires ([4]).

L'unique représentant de la famille sur nos côtes est le *D. fœniculaceus*, actuellement moins commun à Cherbourg qu'au temps de Le Jolis; il y forme de grosses touffes longues de 30^{cm} à 60^{cm} et apparaît en juillet pour disparaître au début de l'automne. Un envoi de mon très obligeant confrère de Cherbourg, M. Corbière, reçu le 14 septembre 1916, m'a permis d'établir des cultures. Des déhiscences sur lames de verre fournirent des filaments que j'ai conservés jusqu'au milieu de janvier; des filaments obtenus dans une cuve fructifièrent après plus de cinq mois de culture, à la fin de février; ils étaient le gamétophyte du *Dictyosiphon*.

La déhiscence s'effectue à toutes les heures du jour. Les zoospores, d'environ 7^{μ} sur 4^{μ}, munies d'un seul chromatophore et d'un point rouge donnant insertion aux cils, se fixent du côté opposé à la fenêtre et s'arron-

---

(1) C. SAUVAGEAU, *Remarques sur la reproduction des Phéosporées*. Paris, 1896.

(2) Sv. MURBECK, *Ueber den Bau und die Entwickelung von* D. foeniculaceus. Christiana, 1900.

(3) P. KUCKUCK, *Die Fortpflanzung der Phaeosporeen*. Oldenburg, 1912.

(4) SAUVAGEAU, *Comptes rendus*, t. 161, 1915; t. 162, 1916; t. 163, 1916. Depuis ces publications, deux autres espèces de nos côtes, *L. Cloustonii* et *L. Lejolisii* m'ont pareillement fourni des plantules. L'alternance des générations paraît générale.

dissent avec un diamètre de $4^{\mu},5$ à 5^{μ} environ. La germination des embryospores est générale et presque immédiate; 24 heures après, elles avaient produit un tube rampant long de une à trois fois leur diamètre et large de 2^{μ}. Ce prothalle s'allonge rapidement; après 3 jours, il présente déjà une ou deux cloisons. A aucun moment il ne se produit de conjugaison et l'erreur d'Areschoug fut sans doute causée par une accumulation exagérée de zoospores. Trois semaines après, le prothalle mesure 100^{μ} à 300^{μ}; il a émis en des points quelconques des branches rampantes de direction variée; certaines de ses cellules sont longues et grêles, d'autres courtes et trapues; l'embryospore reste distincte ou grossit et produit une branche. La croissance et la ramification continuent et vers la cinquième semaine apparaissent de longs poils sessiles, incolores, larges de 3^{μ} à 4^{μ}. Les plus grands prothalles atteignent 1^{mm} de diamètre environ; leurs cellules longues sont larges de 5^{μ}; les cellules courtes, devenues toruleuses, sont larges de 6^{μ} à 10^{μ}; chacune possède un ou deux chromatophores, un noyau, une ou deux gouttelettes huileuses et de très fins globules de fucosane. A la fin de février apparurent des gamétanges pluriloculaires étroits, cylindriques obtus, de préférence sur les cellules toruleuses; ils comprennent deux à douze logettes unisériées, souvent trois ou quatre, l'inférieure appartenant parfois au filament lui-même; chacune renferme un seul gamète, avec chromatophore supérieur ou latéral et point rouge très net; les cloisons séparant les logettes disparaissent avant la déhiscence et les gamètes s'arrondissent; la déhiscence est terminale et assez lente. Les gamètes, à peine différents des zoospores, mesurent environ 6^{μ} sur 4^{μ}. Le prothalle du *Dictyosiphon* ressemble donc à un *Streblonema* (1).

En examinant des prothalles entre lame et lamelle, j'ai maintes fois assisté à la déhiscence; la plupart des gamètes ne s'évadent guère du lacis des filaments; 1 heure après, ils s'arrêtent, s'arrondissent et se désagrègent. Dans les cultures cellulaires, ils se dirigent vers le bord opposé à la fenêtre, mais leur petit nombre dans chaque gamétange, leur déhiscence à toutes les heures de la journée ne favorisent pas l'observation et je n'ai pu assister à la fécondation; certains se détruisent; d'autres, parthénogénétiques, s'entourent d'une membrane, mesurent alors 4^{μ}; parmi ceux-ci, des globules arrondis, un peu plus larges, possédant un noyau, deux chromatophores et deux points rouges, ne pouvaient être que des zygotes; l'isogamie

(1) *Streblonema* tel que je l'ai défini (*Note préliminaire sur les Algues du golfe de Gascogne*, 1897), et non dans le sens adopté par De Toni (*Sylloge Algarum*).

s'effectue sans doute, comme chez l'*Ectocarpus siliculosus*, entre un gamète arrêté et un gamète motile.

La germination des zygotes et des gamètes parthénogénétiques, précédée d'une augmentation de diamètre qui empêche bientôt de les distinguer les uns des autres, commence peu après. Elle émet un tube rampant et, à l'extrémité du même diamètre, un long poil dressé incolore; le filament s'allonge, se ramifie, produit des poils, ressemble à un petit prothalle. Vers la fin d'avril, certaines cellules se cloisonnèrent, produisirent un petit massif saillant pilifère qui prit bientôt la forme d'une étroite pyramide de cellules à paroi externe bombée. Quand cette pyramide atteint 100^{μ} à 150^{μ}, son sommet unisérié s'allonge par sa cellule terminale et l'on reconnaît le cloisonnement caractéristique du *Dictyosiphon*. La germination des zygotes ou des gamètes parthénogénétiques fournit donc un protonéma générateur de plantules.

Le cycle de la végétation des Laminaires de nos côtes comprend un gamétophyte hétérogame dioïque et un sporophyte ou Laminaire proprement dite; celui du *Dictyosiphon* est plus complexe; il comprend un gamétophyte isogame probablement monoïque, un protonéma microscopique et un sporophyte ou *Dictyosiphon* proprement dit. On ne connaissait rien de semblable chez les Algues brunes.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Cristallisation et propriétés d'un monoglucoside β de la glycérine obtenu antérieurement par synthèse biochimique.* Note de MM. **Em. Bourquelot**, **M. Bridel** et **A. Aubry**, présentée par M. Ch. Moureu.

Il y a deux ans, en faisant agir l'émulsine (c'est-à-dire un ferment spécial, la glucosidase β, contenu dans l'émulsine) sur une solution de glucose dans la glycérine, nous avons déterminé la glucosidification de cet alcool trivalent et obtenu un produit que nous avons décrit comme un mélange des deux monoglucosides prévus par la théorie [1].

N'ayant pas réussi, à cette époque, malgré des essais nombreux et variés, à faire cristalliser ce produit, nous avons dissous ce qui nous en restait dans de l'alcool absolu et ajouté, à la solution, de l'éther anhydre de façon à provoquer une précipitation partielle (mai 1915).

(1) *Recherches sur la glucosidification biochimique de la glycérine.* I. *Glucosidification par la glucosidase* β (*Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 823).

On a placé ensuite le flacon au fond d'un compartiment ménagé dans une glacière, et dans lequel la température a toujours été inférieure à $+5^\circ$ ou $+6^\circ$.

Au mois de février dernier, on s'est aperçu qu'il s'était formé quelques cristaux; on les a écrasés avec une baguette de verre et, en 15 jours, le précipité pâteux s'est pris entièrement en cristaux qui ont fini par se séparer sous forme de petites masses irrégulièrement sphériques, composées de prismes allongés.

On a essoré ces cristaux à la trompe et, comme ils étaient très solubles dans l'alcool, on les a lavés avec un peu d'éther, après quoi, on les a mis sécher dans le vide sulfurique.

Ces cristaux présentaient une saveur d'abord légèrement sucrée, puis un peu amère. Ils fondaient en bloc à $+130^\circ$-135°. Leur solution aqueuse ne réduisait pour ainsi dire pas la liqueur cupro-sodique.

Pouvoir rotatoire. — Le pouvoir rotatoire de ce glucoside a été déterminé sur le produit desséché successivement à $+60^\circ$, puis à $+95^\circ$ et enfin à $+100^\circ$. On a trouvé

$$\alpha_D = -28^\circ,16 \qquad (p = 0,4528;\ v = 15;\ l = 2;\ \alpha = -1^\circ,42').$$

Si l'on se reporte à nos recherches antérieures, on voit que ce glucoside doit être le plus lévogyre des deux glucosides résultant de l'action du ferment.

Hydrolyse chimique. — Pour effectuer l'hydrolyse sulfurique du produit, on a mélangé 5^{cm^3} de la solution aqueuse qui en renfermait $3^g,01866$ pour 100^{cm^3} (ou $0^g,4528$ pour 15^{cm^3}) avec 5^{cm^3} d'acide sulfurique dilué à 6^g pour 100^{cm^3}. Le liquide ainsi préparé renfermait donc, pour 100^{cm^3}, $1^g,5093$ de glucoside et 3^g de SO^4H^2; on l'a chauffé à l'autoclave, à 107°-108°, pendant 2 heures. Après refroidissement, on l'a examiné au polarimètre; il accusait, pour $l = 2$, une rotation de $+1^\circ 6'$ et il renfermait, pour 5^{cm^3}, $0^g,0516$ de glucose ou $1^g,0312$ pour 100^{cm^3}. (Théorie pour un monoglucoside : glucose $1^g,068$ et rotation $+1^\circ 7'$.)

Hydrolyse biochimique. — On a mélangé 5^{cm^3} de la solution aqueuse renfermant $3^g,01866$ de glucoside pour 100^{cm^3} avec 5^{cm^3} d'une macération d'émulsine accusant au polarimètre ($l = 2$) une rotation de $-32'$. Examiné 10 jours plus tard, ce mélange liquide accusait $+50'$, ce qui correspond,

en tenant compte de la rotation gauche de la solution d'émulsine ajoutée, à $+1°6'$. L'hydrolyse était donc complète, en tout cas aussi avancée que celle qu'on avait obtenue avec l'acide sulfurique dilué.

Ce monoglucoside de la glycérine est le premier dérivé sucré de cet alcool qui ait été obtenu à l'état cristallisé.

MÉDECINE. — *La stéréo-radioscopie*. Note de M. **Lièvre**, présentée par M. d'Arsonval.

Depuis longtemps déjà l'attention des spécialistes était attirée sur la stéréo-radioscopie. L'idée de voir directement sur l'écran les images en relief devait séduire tous les radialogues. MM. Villard en France et Mackensie Davidson en Angleterre ont été les premiers à poser les principes de la radio-stéréoscopie. Mais jusqu'alors les difficultés d'exécution avaient empêché ce mode d'examen cependant si précieux de sortir du domaine du laboratoire.

La nécessité imposée par la guerre d'opérer vite et à coup sûr devait faire reprendre la question. Depuis un an déjà nous nous sommes consacrés, mon manipulateur Brion et moi, à l'étude des moyens pratiques d'obtenir le relief en radioscopie, et nous avons été assez heureux pour résoudre le problème. L'appareil que nous avons présenté au Service de santé de l'Armée permet, sous un volume restreint, d'obtenir directement une vue stéréoscopique des images projetées sur l'écran. Dorénavant le chirurgien verra les projectiles dans leur plan réel, connaîtra leur rapport entre eux et avec les plans osseux, et appréciera la distance qui sépare dans tous les sens ses instruments des projectiles cherchés.

Nous nous servons indifféremment de deux ampoules ordinaires ou d'une seule ampoule à double anticathode. Le rendement est meilleur si l'on dispose d'un tube bianodique, mais ce genre de tube encore peu répandu dans le commerce n'est pas indispensable. Les deux anticathodes actionnées alternativement au moyen d'un commutateur tournant placé dans le circuit du secondaire projettent sur l'écran une double image. Cette double image vient impressionner la rétine en passant par un obturateur formé de deux disques tournant en sens inverse, dont les pleins et les ajourements correspondent aux périodes de fermeture et d'ouverture du courant sur l'anticathode correspondante. Le synchronisme entre ces deux opérations est obtenu d'une façon parfaite grâce à un dispositif spécial.

L'appareil est léger, peu encombrant et s'adapte à n'importe quelle installation fixe ou mobile fonctionnant sur courant continu ou alternatif. Il permet l'examen dans la position horizontale pour l'opération et dans la position verticale.

Bien mieux le jeu d'un simple inverseur permet, sans bouger le patient, d'avoir à volonté le relief vrai ou le relief inverse. Enfin son emploi ne présente pour les opérateurs et les malades pas plus de dangers que les appareils ordinaires puisque chacune des deux sources fonctionnant alternativement, la quantité de rayons émis n'est pas supérieure à celle fournie par une seule ampoule à fonctionnement continu. Il est même permis d'affirmer que la précision immédiate des localisations obtenues par la vision stéréoscopique évitera bien des radiodermites en raccourcissant singulièrement les recherches préliminaires et en supprimant les déplacements d'ampoules ou du malade, auxquels les opérateurs sont obligés de se livrer avec l'instrumentation actuellement employée.

MÉDECINE. — *Origine et prophylaxie du coup de chaleur.* Note (¹) de M. **Jules Amar**, présentée par M. Laveran.

I. Le *coup de chaleur* (Heat-stroke des Anglais) a une origine essentiellement *toxique. Sa cause déterminante est dans les toxines produites par la fatigue musculaire, et l'insuffisante oxygénation du sang.*

Établissons d'abord ce premier point.

J'avais effectué, par des températures de 35° à 39° *à l'ombre*, sur plusieurs ouvriers et soldats, des expériences de fatigue, soit en leur faisant transporter un sac pesant 60^{kg}, soit en les entraînant au cycle ergométrique à 192 tours par minute et 3^{kg} au frein (²). Et j'ai constaté :

1° Qu'à l'ombre comme au soleil, un travail intense, prolongé, conduit, vers la 5ᵉ ou 6ᵉ heure, à des troubles fonctionnels et aux signes annonciateurs du coup de chaleur : étourdissements, somnolence, céphalalgie, pâleur du visage (terrassiers, coltineurs, cultivateurs);

2° Qu'un travail cadencé, coupé de repos fréquents, de même qu'une

(¹) Séance du 14 mai 1917.

(²) Organisation physiologique du travail : Paris, 1917 (Dunod et Pinat, éditeurs). Il s'agit d'hommes de 20 à 40 ans, robustes *et n'absorbant pas d'alcool :* mariniers, terrassiers, cultivateurs, soldats.

activité modérée ne menaçaient *jamais* l'état physiologique (mariniers, surveillants de port).

Et je notai surtout que la résistance à la chaleur, pour un même degré de fatigue, était plus grande lorsque la personne pouvait *respirer amplement*, grâce à des vêtements larges et légers. Tel était le cas des mariniers agissant sur des avirons, des hâleurs commandant des treuils à manivelles.

Il n'y a donc pas de coup de chaleur sans effet de fatigue, et l'accident ne s'observe pas, ou s'observe rarement, si l'on assure une bonne ventilation pulmonaire. Telle fut, déjà en partie, la conclusion de Laveran et Regnard (¹).

II. Avec un tel point de départ, j'ai repris mes recherches sur la fatigue dans ses rapports avec la respiration. J'en résume les principales données.

C'est avant tout, que les *grands efforts* musculaires, violents, brusques, gênent la respiration; et la ventilation est inférieure de 25 à 30 pour 100 de ce qu'elle serait dans un *travail périodique*, rythmé, nécessitant des efforts aussi élevés.

Ensuite, la chaleur intense de l'atmosphère produit sur l'homme, non pas la polypnée, mais une *dyspnée* caractéristique, à inspirations courtes, n'introduisant dans les poumons qu'une masse d'air insuffisante. Et cet air est, par sa dilatation thermique, *pauvre en oxygène*.

Enfin, le port de vêtements étroits, l'attitude penchée du thorax, diminuent de 20 pour 100, en moyenne, la quantité d'air respiré.

Or, si, d'une part, il y a toujours fatigue (c'est-à-dire intoxication) quand survient le coup de chaleur; et si, d'autre part, cet accident est favorisé par toutes les circonstances qui gênent la respiration libre et large, il s'ensuit que :

L'oxygène du sang permet de lutter contre le coup de chaleur en détruisant les toxines de fatigue. Et nous savons que l'oxygène est, à cet égard, un antitoxique puissant.

Aussi bien, ai-je trouvé *infiniment utile* de faire faire, aux hommes qui accomplissent une besogne dure, des *respirations très profondes*, à des moments choisis convenablement pour couper le travail. Dans ces conditions, on absorbe *trois fois plus d'oxygène* que dans le cas des respirations ordinaires, et trois fois plus d'air traverse les poumons (sans variations sensibles du taux d'oxygène). Il est clair que les effets de l'intoxication de fatigue

(¹) *Bull. Acad. Méd.*, 27 novembre 1894.

sont plus soudains sur un organisme déjà affaibli, celui des *alcooliques* tout spécialement; et que les affections pulmonaires et cardiaques abaissent considérablement la résistance au coup de chaleur.

Conclusions. — De ces observations, il résulte que :

Le coup de chaleur est une intoxication de fatigue favorisée par une mauvaise oxygénation du sang ([1]).

Et l'on doit préconiser, à l'usage des soldats surtout, les moyens prophylactiques suivants :

Laisser au thorax et aux épaules le maximum de liberté;

Adopter des vêtements larges, légers, sans col ni cravate;

Rejeter toute charge lourde vers les reins;

Faire, aux moments nécessaires, des respirations forcées de 3' chacune environ, la tête penchée en arrière, la bouche ouverte;

Enfin renifler un mélange d'eau et de vinaigre, et s'en mouiller le visage. Ce liquide provoque une sensation de fraîcheur qui stimule les réflexes respiratoires (rhino-pharyngiens).

MÉDECINE. — *La vaccination chimique des réactions arsenicales.* Note ([2]) de M. **R. Dalimier**, présentée par M. Laveran.

Les recherches expérimentales de M. Danysz ([3]) ont montré que, chez les animaux, l'injection préalable d'une petite dose de luargol prévenait la réaction de l'organisme aux fortes doses. Nous avons recherché si cette vaccination chimique était aussi efficace chez l'homme. Les observations que nous résumons ci-dessous apportent une confirmation complète à cette hypothèse ([4]).

Observation I. — Caporal infirmier Ch..., 30 ans. Syphilis à 18 ans. Tabès fruste. Intolérance complète au 914. A plusieurs reprises au cours de ces dernières années, on a tenté des injections de 914; à la première injection *comme aux suivantes* réaction violente; crise nitritoïde avec vomissements, etc. L'intolérance est absolue et permanente.

([1]) On sait que cette opinion fut celle de Claude Bernard, en 1871.

([2]) Séance du 14 mai 1917.

([3]) J. Danysz, *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 535.

([4]) Les réactions de quelque importance sont exceptionnelles avec le disodo-luargol, c'est pourquoi nous ne pouvons rapporter un plus grand nombre de cas.

En janvier 1917, on vaccine le malade avec $0^g,03$ de luargol; aucune réaction, pas d'albumine. Le lendemain, on injecte $0^g,05$ de disodo-luargol, pas de réaction. On continue la série des doses croissantes : $0^g,10$; $0^g,15$; $0^g,20$ sans aucun incident. Deux autres doses de $0^g,20$ sont également bien supportées. Le départ du malade fait suspendre le traitement à ce moment-là.

Observation II. — Adjudant P..., 39 ans. Chancre induré en 1904. Gomme du nez ayant provoqué l'effondrement des cartilages. Pas d'ozène.

Commence en février une série d'injections de disodo-luargol; pas d'albumine; supporte sans réaction les trois premières doses : $0^g,05$; $0^g,10$; $0^g,15$. Après la quatrième injection ($0^g,20$), légère réaction : rougeur de la face, sensation de chaleur au visage, pas de nausées, pas de vomissements. Ces troubles durent une demi-heure et disparaissent spontanément. A la cinquième injection ($0^g,20$), ils se reproduisent dans les mêmes proportions; on constate de l'albumine dans les urines. La sixième injection a consisté dans la vaccination chimique. Le malade, qui avait encore de l'albumine dans les urines, reçoit une injection intraveineuse de $0^g,02$ de disodo-luargol. A la septième injection, *l'albumine a totalement disparu* des urines. Le malade reçoit $0^g,15$ de disodo-luargol; pas de réaction, pas d'albumine.

On continue le traitement par trois injections de $0^g,20$; l'albuminurie ne s'est plus reproduite et le malade n'a plus eu de réaction, si légère fût-elle.

Observation III. — M..., journaliste, 40 ans. Chancres suspects à 18 ans. Depuis 1907, signes de tabes : crises gastriques, puis douleurs fulgurantes, etc. Actuellement, incoordination motrice des membres inférieurs et supérieurs, Argyll, Romberg; abolition totale des réflexes patellaires; troubles de la sensibilité au niveau du pied et de la main gauches; troubles visuels très marqués de l'œil droit, état général très précaire : diarrhée permanente, incontinence du sphincter anal, albuminurie prononcée; anémie profonde. Sur ses supplications, nous consentons à tenter de le soigner. 15 avril 1917, Wassermann positif dans le sang, on injecte $0^g,025$ de disodo-luargol; bien supportés. 20 avril, même dose; 24 avril, même dose; ce jour-là, il existe $1^g,40$ d'albumine et beaucoup de phosphates dans les urines. Le 27, l'albumine a diminué ($0^g,25$); les phosphates sont toujours abondants. On injecte $0^g,025$. Après l'injection, l'albuminurie n'est plus que de $0^g,15$. Le 1er mai, plus d'albumine. On injecte $0^g,025$. Le 5 mai, albumine, néant; on injecte encore $0^g,025$ de disodo-luargol.

Ce malade cachectique a vu disparaître sa diarrhée et son incontinence sphinctérienne, son albuminurie avec $0^g,15$ de médicament répartis en six injections, dans l'espace de 20 jours. Nous avons utilisé jusqu'ici seulement des doses vaccinantes, inférieures à 3^{cg}, pour préparer le terrain à un traitement plus rigoureux. Nous avons été frappés de voir disparaître avec ces vaccinations répétées, les signes de probabilité d'intolérance.

De ces trois observations se dégagent des indications d'ordre pratique utiles pour les médecins :

1° *Vaccination systématique.* — La vaccination chimique peut être mise en œuvre systématiquement, dans tous les cas, avant chaque série d'injections. Il suffit pour la réaliser d'injecter dans les veines la veille, ou même simplement quelques heures avant l'injection, une dose de médicament *inférieure à* $0^{cg},03$ (dilution de 1 pour 100 ou 200). C'est la *dose vaccinante.* Cette précaution donnera plus de confiance aux médecins qui ne sont pas encore très versés dans les questions de chimiothérapie, mais elle constitue avec le disodo-luargol, si bien supporté dans l'immense majorité des cas, un luxe inutile; on pourra la réserver par contre avec un grand profit aux cas où, d'avance, on sera amené à penser qu'une probabilité de réaction existe : syphilis secondaire en pleine évolution et non encore soignée, malades cachectisés ou ayant des émonctoires suspects [albuminurie, phosphaturie prononcée ([1])], intolérants aux autres arsenics organiques, etc. La plupart du temps alors la vaccination systématique, répétée autant de fois qu'il sera nécessaire, permettra d'accorder le bénéfice de traitements extrêmement actifs à des individus chez lesquels on aurait, sans elle, rejeté *a priori* cette thérapeutique.

Dans la pratique courante, il est plus simple d'avoir recours à la *vaccination extemporanée.* L'immunisation chimique se réalise si rapidement qu'il suffit la plupart du temps de quelques minutes pour l'obtenir. On peut donc, au commencement de chaque injection thérapeutique, faire pénétrer dans la veine 1^{cg} ou 2^{cg} de médicament, s'arrêter pendant 1 ou 2 minutes et finir ensuite de vider la seringue dans la veine avec la lenteur convenable. Cette technique est d'une grande simplicité et n'exige de l'opérateur qu'un peu de patience et d'immobilité.

2° *Vaccination occasionnelle.* — C'est celle qu'on est amené à pratiquer lorsque, consécutivement à une injection, on a observé des phénomènes réactionnels. Avec le disodo-luargol, qui ne donne lieu que rarement aux signes d'une intolérance toute relative du reste, on pourra cependant observer quelquefois des troubles vaso-moteurs au moment où l'on atteint les doses de 0,20, 0,25 ou 0,30. La vaccination chimique fait disparaître ces troubles et prévient leur retour : elle permet, par conséquent, dans ce cas encore, de poursuivre un traitement dans des conditions aussi bonnes qu'il est de règle de les rencontrer normalement.

([1]) Voir J. Danysz, *Annales de l'Institut Pasteur*, mars 1917.

La vaccination chimique contre les réactions arsenicales semble devoir être adoptée en thérapeutique humaine; elle apporte la sécurité dans les cas normaux, elle permet de traiter les intolérants et elle recule encore les limites des contre-indications, déjà si réduites, de l'arsénothérapie.

M. L. **Hartmann** adresse une nouvelle Note sur la *Variation systématique de la valeur de la force vive dans le choc élastique des corps.*

M. F. **Garrigou**, à propos de la Note de M. *R.-M. Gabrié*, parue dans les *Comptes rendus* du 7 mai (¹), adresse à l'Académie un exemplaire de sa brochure de 1883 : *Richesses thermales et avenir de Dax*, où était indiquée la possibilité d'utiliser, comme force motrice, les eaux de la source chaude de la Nèhe.

La séance est levée à 16 heures et quart.

E. P.

(¹) (Tome 164, p. 729). Cette Note était le résumé du document contenu dans le pli cacheté n° 8127, reçu par l'Académie en la séance du 12 janvier 1914 et ouvert dans la séance du 5 mars 1917 (*Comptes rendus*, t. 164, p. 384). E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de mars 1917.

France-Allemagne. Problèmes miniers.— Munitions.— Blocus.— Après-guerre, par L. de Launay. Paris, Armand Colin, s. d.; 1 vol. in-16. (Présenté par l'auteur.)

Some compounds of boron, oxygen and hydrogen, by Morris W. Travers, N. M. Gupta, R. C. Ray. London, H. K. Lewis, 1916; 1 fasc. in-12. (Présenté par M. Haller.)

Joseph-Nicolas Delisle, sa biographie et sa collection de cartes géographiques à la Bibliothèque nationale, par Albert Isnard. Paris, Imprimerie nationale, 1915; 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. Bigourdan.)

Bulletin de la Société de Pathologie exotique, t. IX, 1916. Paris, Masson; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Laveran.)

Histoire de la science nautique portugaise. Résumé, par Joaquim Bensaude. Genève. Kundig, 1916; 1 farc. in-8°. (Présenté par M. Bigourdan.)

Nos erreurs sur les évaluations de notre consommation en viande pendant la guerre et des ressources de nos cheptels, par Navaizard. Tramayes (S.-et-L.), chez l'auteur, 1916; 1 fasc. in-16.

Annales du Bureau central météorologique de France, publiées par A. Angot : année 1913, II. *Observations*. Paris, Gauthier-Villars, 1917; 1 vol. in-4°.

Bibliographie des travaux scientifiques (Sciences mathématiques, physiques et naturelles) publiées par les sociétés savantes de la France, par J. Deniker; t. I, 3e livraison. Paris, Imprimerie nationale, 1916; 1 fasc. in-4°. (Présenté par M. A. Lacroix.)

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 29 MAI 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. *P.-A. Dangeard* pour occuper, dans la Section de Botanique, la place vacante par le décès de M. *R. Zeiller*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **P.-A. Dangeard** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce que le Tome LIV (2e série) des *Mémoires de l'Académie des Sciences de l'Institut de France* est en distribution au Secrétariat.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. le professeur *Sabine*, de l'Université Harvard, qui assiste à la séance.

GÉOLOGIE. — *Les Orbitoïdes de l'île de la Trinité.* Note [1] de M. **H. Douvillé**.

J'ai donné précédemment [2] un aperçu de l'importance des Orbitoïdes dans le Tertiaire de l'île de la Trinité, d'après les explorations du Dr Tobler; le Dr Zyndel a continué ces recherches et m'a communiqué un grand

---

(1) Séance du 21 mai 1917.
(2) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 87.

nombre d'échantillons. Il a malheureusement disparu dans le torpillage du *Laconia*, au moment où il rentrait en Angleterre.

J'ai pu ainsi compléter mes déterminations et paralléliser avec plus de précision les formations du Tertiaire américain avec celles de l'Europe.

En Amérique les Lépidocyclines apparaissent immédiatement au-dessus du Claibornien, dans le Jacksonien inférieur (Bartonien), tandis qu'en Aquitaine on ne les connaît qu'au sommet de l'Oligocène. MM. Lemoine et R. Douvillé avaient montré que les formes américaines qu'ils avaient pu étudier, différaient par leur nucléoconque des espèces de l'Eurasie: *Eulepidina*, à loges spatuliformes et à nucléoconque du type embrassant, et *Nephrolepidina* à loges ogivales et à nucléoconque du type réniforme; dans les formes américaines au contraire la nucléoconque était formée de deux loges subégales (*Isolepidina* H. Douv.).

Or ce dernier groupe ne correspond en réalité qu'au type primitif, et dès le Stampien supérieur on voit apparaître à côté de lui des *Eulepidina* et des *Nephrolepidina* comme en Aquitaine et certaines espèces comme *Is. Chaperi* présentent même des formes de passage aux types européens. Dans les *Isolepidina* les loges peuvent du reste être ou spatuliformes ou ogivales.

J'ai pu distinguer les niveaux suivants :

I. Le niveau inférieur à *Orth. varians, O. Archiaci* et *Num.* cf. *striatus* comprend un poudingue très caractéristique, formé presque entièrement de Foraminifères et de fragments de *Lithothamnium;* il passe à des grès de plus en plus fins, moins fossilifères. Il a été reconnu à Point-Bontour (niveau inférieur), à l'embouchure de l'Aripero, où il a fourni en outre *Oligopygus costulatus* [2], et dans la chaîne méridionale à Galfa point, et vers son extrémité orientale, dans les bassins de la Navett, du Lizard's et du Stone 39 river; il est alors presque toujours surmonté par des couches plus récentes; aux sources du Navett il a présenté en outre une assez grande Nummulite (*N.* cf. *irregularis*). J'ai attribué ce niveau à l'Auversien.

Une faune un peu différente, paraissant à peu près du même âge, a été recueillie dans l'île Farallon par le Dr Zyndel : *Op.* cf. *ammonea Num.* cf. *striatus, Rot. clymenoïdes* Guppy, *Olig. ovum serpentis*. M. Bagg avait également attribué cette couche à l'Éocène, mais en rapprochant l'Operculine d'*O. complanata* qui en réalité est une espèce oligomiocène.

---

(1) Des formes voisines (notamment *Ol. Wetherbyi*) sont signalées par Cooke (*loc. cit.*) dans le Jacksonien de la Floride.

II. Les niveaux plus élevés sont surtout représentés par des calcaires à *Lithothamnium* de couleur blanc jaunâtre. Les plus anciens échantillons ont été recueillis par M. Tobler, à Stone 39 river; le calcaire présente là de très nombreuses Orbitoïdes à moitié décomposées, de sorte qu'elles se brisent toujours suivant la couche équatoriale et qu'il est très difficile de constater la disposition des couches latérales; il est caractérisé par *Num. floridensis*, *Orth.* (*Asterodiscus*) *stellata*, *Isolepidina supera*, *Pliolepidina*, et semble correspondre au niveau à Orbitoïdes étoilées signalé par Cooke sur la Chipola river (Alabama), auquel j'ai fait allusion plus haut et qui correspond aux couches à *Zeuglodon* (Jacksonien supérieur ou *Ludien*).

III. Le niveau supérieur des environs de San Fernando paraît un peu plus élevé que le précédent; il présente également des Nummulites (*N. Heilprini*) et des *Orthophragmina* étoilés (*Ast. asteriscus* Guppy), mais les *Isolepidina* sont représentés par une forme pustuleuse paraissant plus évoluée que l'espèce de l'Alabama. On peut la décrire comme suit :

Isolepidina pustulosa, sp. nov. : forme lenticulaire, plus ou moins renflée, atteignant environ 10^{mm} de diamètre; le réseau superficiel, visible quand la surface est un peu usée, est assez différent suivant les échantillons; les plus caractérisés (*fig.* 1) présentent de nombreuses pustules ayant environ un tiers de millimètre de diamètre et séparés par des lignes de logettes circulaires très petites, disposées sur une seule rangée dans la partie centrale; les piliers diminuent d'importance dans les parties latérales. Dans d'autres échantillons les pustules manquent dans la région superficielle où l'on n'observe qu'un petit nombre de piliers, mais en usant la surface on voit apparaître en profondeur les gros piliers caractéristiques séparées par les lignes simples de logettes.

La coupe équatoriale montre que les grandes formes sont microsphériques (B), le réseau présente alors (*fig.* 2) de nombreuses logettes très petites, arrondies en avant et *ne se touchant pas* latéralement.

Les formes mégasphériques (A), très abondantes, sont notablement plus petites, leur diamètre n'atteignant guère que 3^{mm}; la surface est couverte de piliers rapprochés mais plutôt polygonaux (*fig.* 3), ainsi que les logettes interposées; le réseau de la couche équatoriale est également formé de logettes nettement arrondies en avant (*fig.* 4) et qui souvent ne se touchent pas latéralement, comme dans les formes B; elles sont un peu plus grandes. La nucléoconque est nettement formée de deux loges subégales.

A côté de ces échantillons on en rencontre d'autres à peu près de même

taille, mais qui en diffèrent par leur forme plus renflée au milieu et plus amincie sur les bords; la surface est également couverte de piliers, mais ils sont plus petits, plus espacés et surtout ils sont reliés au milieu par des crêtes minces dessinant de grandes mailles irrégulières (*fig.* 5). La coupe équatoriale montre qu'il s'agit d'un *Pliolepidina* à nucléoconque pluricellulaire; je la désignerai comme *Pl. Tobleri*. Les logettes équatoriales paraissent moins franchement arrondies en avant que dans l'espèce précédente.

Fig. 1 et 2. *Isol. pustulosa* B. — Fig. 3 et 4. *Isol. pustulosa* A. — Fig. 5 et 6. *Pliol. Tobleri.*

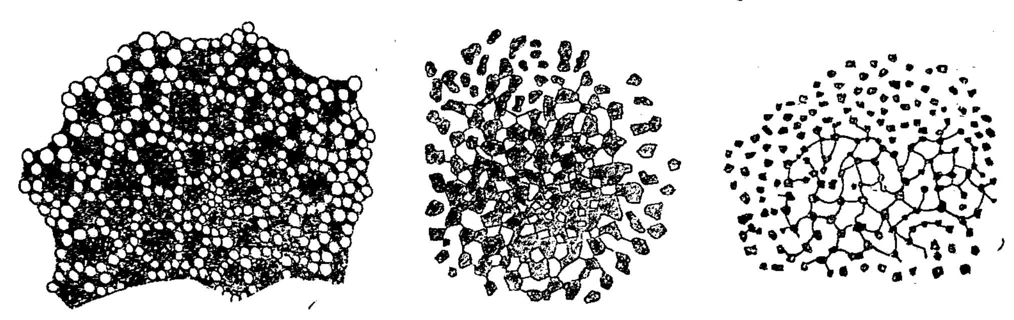


Fig. 1 (gr. 15 fois env.). Fig. 3 (gr. 15 fois env.). Fig. 5 (gr. 15 fois env.).
Coupes parallèles au plan équatorial montrant la disposition des piliers.

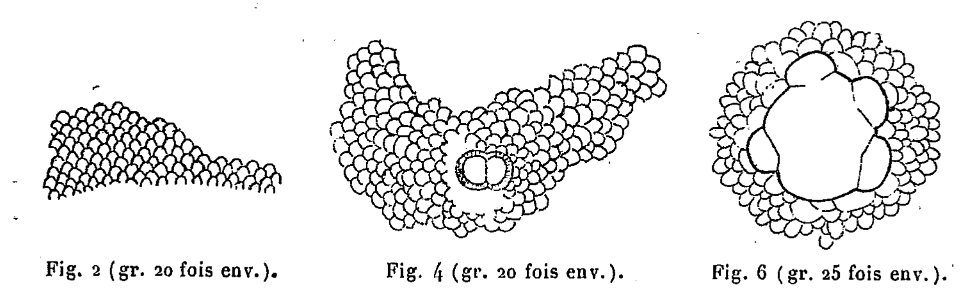


Fig. 2 (gr. 20 fois env.). Fig. 4 (gr. 20 fois env.). Fig. 6 (gr. 25 fois env.).
Coupes par le plan équatorial.

L'ensemble de cette petite faune est bien caractérisé; comme je l'ai indiqué précédemment, elle correspondrait à la base du Stampien. Elle a été rencontrée d'abord à Point Bontour; les deux espèces caractéristiques, *Ast. astericus* et *Isol. pustulosa*, ont été retrouvées à Soldado rock, dont le niveau se trouve ainsi oligocène inférieur et non éocène inférieur, comme l'avait pensé M. Bagg (*in* Maury). Elles ont été retrouvées également associées avec des *Pliol. Tobleri*, à Lizard's spring. La roche est ici un peu différente, elle est plus ou moins rubéfiée et présente quelques rares

Nummulites et des *Lithothamnium;* les grains de glauconie y sont assez fréquents. La carrière de Morne diablo, qui a fourni *Isol. pustulosa* et des *Nummulites*, serait encore probablement du même niveau.

IV. Les niveaux plus élevés sont caractérisés par l'apparition des types de l'Eurasie, *Eulepidina* et *Nephrolepidina*, à côté desquels persistent les *Isolepidina;* les déterminations deviennent alors très difficiles quand les échantillons ne sont pas dégagés, puisqu'il faut pour chaque espèce connaître la forme de la nucléoconque. Les Nummulites du type *vascus* persistent à ce niveau, qui doit être attribué au Stampien supérieur.

Il a été reconnu à Head La Lune river (Z. 4) avec *Eul.* cf. *gigantea*, *Nephr.* cf. *marginata*, à Blacksoil river (Z. 7), Petit Pilote (Z. 8) et Mappipire river (Z. 9) avec *Eul. formosa* bien caractérisé et des *Nephrolepidina*, sur le flanc oriental du Kapurridge (Z. 11), où *Eul. formosa* est associé avec *Isolepidina pustulosa*, dans le haut bassin du Lizard's river (*Isolepidina* du type ogival et *Eul.* cf. *dilatata*), à la source de Navett (T.) avec *Isolepidina pustulosa* et *Eul. formosa* et à la partie supérieure des couches de Stone 39 river (T. 5) (*Isolepidina* du type ogival et *Eul.* cf. *dilatata*).

Dans ces couches *Eul. formosa* rappelle tout à fait les formes asiatiques.

V. Un dernier niveau est caractérisé par la disparition des Nummulites et le développement des *Eulepidina* et des *Nephrolepidina;* les *Isolepidina* ne sont plus guère représentés que par le groupe d'*Is. Giraudi*. Je citerai Erin point (Z. 2) avec *Eul. formosa*, *Eul. gigantea*, *Neph.* cf. *marginata*, A et B, et de nombreux *Spiroclypeus*, Cortez trace (Z. 6) (*Eul.* cf. *dilatata*, *Is. Chaperi*, *Is. Giraudi*), Mappipire river, (Z. 10) (*Eul. formosa*, *Nephrolepidina*, *Is.* cf. *Giraudi*). Je considère ce niveau comme Aquitanien.

Le Tableau ci-après (p. 846) résume la succession des couches.

Je vais passer rapidement en revue les diverses localités fossilifères reconnues par le Dr Tobler (T.) et le Dr Zyndel (Z.) en suivant l'ordre géographique, d'abord sur le rivage ouest :

San Fernando (T., Z.) : Les couches à Orbitoïdes de Point Bontour forment un anticlinal au milieu des marnes à Globigérines, blanches, grises ou chocolat; le noyau est formé par les couches à *N.* cf. *striatus* et *Orth. varians*, il est enveloppé par des marnes sableuses noirâtres à nodules de *Lithothamnium* avec *N. floridensis*, *Asterodiscus asteriscus*, *Isol. pustulosa*, *Pliol. Tobleri*.

Ile de Farallon (Z.) : sur le prolongement du même anticlinal, grès à *Operculines* avec *N.* cf. *striatus*, *Olig. ovum serpentis*, *Rot. clymenoides*.

Embouchure de l'Aripero (T.) : bloc de calcaire gréseux, Auversien avec *Nummulites* et *Oligopygus* cf. *costulatus*.

NÉOGÈNE.

Miocène...	Burdigalien....	Couches de Cumana à *Tur. tornata*.
	Aquitanien....	Calc. d'Erin point et de Cortez trace à *Isol. Giraudi*, *Isol.* cf. *Chaperi*, *Eul. formosa*, *Eul. gigantea*, *Nephr.* cf. *marginata*, *Spiroclypeus*.

ÉOGÈNE.

Oligocène.	Stampien sup..	Calc. supérieur à *Lithothamnium* de l'extrémité orientale de la chaîne méridionale, *Num.* cf. *vascus*, *Isolepidina pustulosa* et *Isol.* du type ogival, *Eulepidina formosa*, *Eul.* cf. *dilatata*.
	Stampien inf...	Couches de San-Fernando, de Soldado et de la chaîne méridionale à *Num. floridensis*, *Asterodiscus asteriscus*, *Isolepidina pustulosa* et *Isol.* du type ogival, *Pliolepidina Tobleri*, *Olygopygus* sp.
Éocène. ..	Priabonien	Calc. à *Lithothamnium* inférieur de la chaîne méridionale : *Num. floridensis*, *Asterodiscus stellatus*, *Isolep. supera*, *Pliolepidina*.
	Auversien.....	Poudingue et grès à *Lithothamnium* de Point Bontour et de la chaîne méridionale, grès à Operculines de Farallon : *Num.* cf. *striatus*, *N.* cf. *irregularis*, *Operculina* cf. *ammonea*, *Orthophr. varians*, *O.* cf. *Archiaci*, *Oligopygus* cf. *costulatus*, *Ol. ovum serpentis*, *Rotularia clymenoides*.
	Lutétien......	Couches à *Cardita densata* (*planicosta* auct.).

Puis sur l'anticlinal du Sud, de l'Ouest à l'Est :

Soldado rock (Z.) : Mlle Maury signale dans la couche 2, *Vener. planicosta* et M. Bagg attribue la couche 6 à l'Éocène inférieur, en réalité elle renferme la faune de la couche supérieure de Point Bontour, *Asterodiscus asteriscus*, *Isol. pustulosa* et en outre *Oligopygus* sp.

Galfa point (Z. 1) : Poudingue à fragments de *Lithothamnium* avec *Orthophragmina* et *Nummulites* (Auversien).

Erin point (Z. 2) : Calcaires gris cendré avec *Lithothamnium*, *Eulep. formosa*, *E. gigantea*, *Nephr.* cf. *marginata* A et B, *Spiroclypeus*.

Morne Diablo (carrière) (T. 3, Z. 3) : Calcaire blanc à *Lithothamnium* avec *Nummulites* et *Isol. pustulosa*.

Head of la Lune river (Z. 4) : Calcaire jaunâtre à *Lithothamnium* avec *N.* cf. *vascus*, *Eul.* cf. *gigantea*, *Nephr.* cf. *marginata*.

Head of Mariquita branch (Z. 5) : Échantillons dégagés d'*Eul. formosa* et d'*E.* cf. *dilatata*.

Cortez trace (Z. 6) : Calcaire à *Lithothamnium* avec *Eul.* cf. *dilatata* et *Isolepidina* cf. *Giraudi*.

Black soil river (Z. 7) : Calcaire à *Lithothamnium* avec *Nummulites* et *Eul.* cf. *dilatata*.

Petit Pilote river (Z. 8) : Calcaire gréseux grisâtre à *Lithothamnium; Nummulites*, *Eul. formosa*, *Nephrolepidina*.

Mappipire river, South (Z. 9, 10) : Roche brune décomposée avec grains de glauconie : *Lithothamnium*, *Nummulites*, *Eul. formosa*, *Nephrol.* cf. *præmarginata*.

Kapur ridge, east side (Z. 11) : Au sommet, calcaire à *Lithothamnium*, avec *Nummulites, Eul. dilatata*, *Eul. formosa*, *Nephr.? præmarginata*, — à la base grès grossier glauconieux à *Num. vascus*, *Isol.* cf. *pustulosa*, *Eul. formosa*.

A l'extrémité orientale de la chaîne méridionale, dans les hauts bassins du Lizard (T. 4, Z. 18 à 23), du Stone 39 river (T. 5, Z. 30 à 32) et du Navett (T., Z. 25 à 28), la succession paraît partout à peu près la même : au sommet, des calcaires à *Lithothamnium* où l'on peut distinguer plusieurs niveaux caractérisés de haut en bas pour les faunes suivantes :

(Z. 22, 25) : *Isolepidina* cf. *Chaperi*, formes de passage à *Eulepidina*, avec ou sans *Nummulites*.

(T. 5, Z. 21) : *Nummulites*, *Isolepidina* du type ogival, *Eulep.* cf. *dilatata*.

(Z. 28) : *Num. vascus*, *N. floridensis*, *Isol. pustulosa*, *Pliol. Tobleri*.

(T. 5) : *Num. floridensis*, *Asterodiscus stellatus*, *Isol. supera*, *Pliol. Tobleri*.

Au-dessous affleurent sur presque tous les points les petits poudingues et les grès de l'Auversien avec fragments de *Lithothamnium*, *Num.* cf. *striatus*, *N.* cf. *irregularis* et *Orthophragmina* (T. 4, Z. 23, 27 à 32).

Le Prince **Bonaparte** fait hommage à l'Académie du troisième fascicule de l'Ouvrage qu'il publie sous le titre de *Notes ptéridologiques* et dans lequel il étudie et décrit les collections de Fougères qu'on veut bien lui offrir pour ses herbiers, ou seulement lui communiquer à fin de détermination.

Dans le présent fascicule, entièrement consacré à l'île de Java, l'auteur donne les résultats de l'examen de deux importantes collections, récoltées dans cette île, et les déterminations des 99 espèces et des 13 variétés qu'elles renferment.

PHYSIOLOGIE. — *Des avantages au point de vue hygiénique, économique et social d'un changement dans le nombre, l'horaire et l'importance des repas.* Note de M. J. **Bergonié.**

Les horaires de la vie et des habitudes sociales doivent être scientifiquement étudiés, afin d'arriver à la fois à un plus grand bien-être et à un meilleur rendement en travail productif. D'autre part, cette époque-ci est propice à des modifications profondes qu'on n'aurait pu tenter en temps normal, parce que l'utilité des économies ou d'un meilleur rendement se fait sentir davantage et parce que les préjugés et la routine sont moins défendus.

A la suite d'études théoriques et expérimentales sur la répartition rationnelle des repas dans le cycle nycthéméral, dont j'ai communiqué certains résultats à l'Académie ([1]), je me suis demandé si le temps employé par les travailleurs du commerce et de l'industrie pour les allées et venues que nécessite le repas du milieu du jour et pour ce repas lui-même ne pouvait pas être mieux utilisé, autant dans leur intérêt propre que dans celui de leurs patrons.

Pour en décider, la question primordiale à résoudre est une question physiologique : celle d'une répartition adéquate de la ration alimentaire de ces travailleurs entre deux repas, pris l'un avant leur rentrée dans les ateliers ou bureaux, l'autre après leur sortie.

Le tracé de la courbe de la variation des dépenses d'un homme normal en calories à chaque instant, de minuit à minuit, m'avait permis de conclure qu'au point de vue physiologique le repas du milieu du jour est irrationnel, parce qu'il est pris, approvisionnement maximum d'énergie, peu de temps avant que cette courbe de nos besoins de cette même énergie atteigne l'un de ces minima ([2]), et trop tard après la période dangereuse de déficit énergétique, souvent conseillère d'alcool, qui suit le si insuffisant premier déjeuner du matin.

Irrationnel encore, le gros dîner du soir entre 19^h et 21^h, parce que ne correspondant, sauf pour les travailleurs nocturnes, à aucune demande prochaine d'énergie. D'où, par le fait de cet approvisionnement nutritif à contre-temps et comme conséquences : un repos incomplet, des intoxica-

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 961 et 1079.
([2]) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 962.

tions alimentaires, une surcharge du foie, des surpressions dangereuses (heure nocturne de l'hémorragie cérébrale), etc.

Pour être d'accord avec l'horaire de nos besoins de chaleur et de travail mécanique (pour être en *phase*, comme disent les électriciens), les provisions d'énergie par l'alimentation doivent se faire, le matin, vers $7^{h}30^{m}$, sous forme d'un repas principal, riche de 1500^{cal} à 2000^{cal}, et le soir vers 18^{h} par un repas secondaire de 1000^{cal} à 1200^{cal} (1).

En dehors de la variation des heures des repas aux diverses époques et chez les divers peuples, une expérience de près de 10 ans m'a démontré qu'en même temps que rationnel il était simple et facile d'adapter notre organisme à cette modification d'heure et d'importance des repas et qu'il en résultait des avantages considérables pour la santé.

Si l'on fait choix de la saison chaude pour adopter ce nouvel horaire et cette nouvelle répartition de la ration alimentaire, saison pendant laquelle la valeur énergétique de cette ration est minima, et si l'on s'astreint à faire, entre 18^{h} et 19^{h}, un dîner léger, il suffit de quelques jours pour avoir faim le matin, 1 à 2 heures après le lever, et n'avoir, à midi, que de la répulsion pour les aliments. On constate de plus que la durée de la traversée de l'intestin s'augmente et que le rendement digestif s'accroît.

Bien que d'autres questions subsidiaires soient pratiquement et prudemment à l'étude, telle que celle de la continuité du travail pendant 8 heures, il n'en est pas moins vrai que rien ne s'oppose physiologiquement à ce que la journée de travail de 8 heures, limitée entre 9^{h} et 17^{h}, par exemple, s'écoule tout entière sans repas intercalaire, laissant ainsi *seize heures consécutives* de liberté à l'ouvrier et à l'employé.

Quelques-uns des avantages de cette réforme sociale seraient :

Un plus complet et plus long repos;

Une grosse économie dans les transports en commun, les repas pris hors du domicile, l'usure des vêtements, etc.;

La possibilité de logements extra-urbains pour les travailleurs;

Une aide efficace à la lutte contre l'alcoolisme;

La facilité d'une instruction complémentaire théorique pour l'ouvrier et surtout pour l'apprenti;

Des heures moins anormales pour les réunions corporatives ou autres;

(1) *Essai sur la répartition rationnelle de l'alimentation de l'homme* (*Revue scientifique*, 27 avril et 1er mai 1915, p. 138).

L'organisation possible de consultations médicales en fin de journée, sans perte de salaire;

La diminution sensible, par cessation et reprise du travail, de pertes de temps, d'erreurs, de malfaçons, etc.;

Une vie de famille plus complète et moins hachée, etc.

CORRESPONDANCE.

M. George-E. Hale adresse l'expression de ses sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *G. Darboux*.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *La vida de un sabio útil :* Ferran, par Marcos-Jesus Bertran.

2° British antarctic Expedition 1907-9 under the command of sir E.-H. Shackleton. *Reports on the scientific Investigations : Geology*, vol. II. *Contribution to the Palæontology and Petrology of South Victoria Land.*

3° *Catalogues and measures of double stars*, by Robert Jonckheere. (Présenté par M. B. Baillaud.)

4° F. Schrader. *Essai sur la représentation topographique des roches.* (Présenté par M. Ch. Lallemand.)

MM. E. Leclainche, C. Moussu, H. Vallée prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Économie rurale, par le décès de M. *Chauveau*.

M. Maurice Leblanc prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section des Académiciens libres, par le décès de M. *Landouzy*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les intégrales multiples des variétés algébriques.* Note de M. S. Lefschetz.

1. Soit $F(x, y, z, t) = 0$ l'équation d'une variété algébrique, irréductible, à trois dimensions, à singularités ordinaires F, et considérons les inté-

grales

$$J = \iiint \frac{P(x, y, z, t)}{F'_t} dx\,dy\,dz, \qquad J_z = \iint \frac{P(x, y, z, t)}{F'_t} dx\,dy$$

(P, polynome adjoint),

respectivement relatives à F, et à ses sections hyperplanes $z = \text{const.}$, ou H_z. D'après M. Picard une période quelconque $\pi(z)$ de J_z est de la forme

$$\pi(z) = \sum m_i \int_b^{b_i} \Omega_i(y, z)\,dz,$$

les notations étant à peu près les mêmes que dans son *Traité des fonctions algébriques de deux variables*. Soient $z = c$ un hyperplan tangent à F, A son point de contact, et supposons que $b_i = b_k$, pour $z = c$. En remarquant qu'une section plane voisine de A n'a en général que deux points de ramification voisins de ce point, on voit que $\Omega_i = \Omega_k$ pour z voisin de c. On en conclut, par des considérations classiques de lacets, que quand z tourne autour de c tout se passe comme si m_i et m_k étaient permutés, sans que les chemins d'intégration pour les intégrales dans l'expression de $\pi(z)$ le soient. Donc π est algébrique au voisinage de c. Comme elle a au plus $n!$ valeurs (n classe de H_z), qu'elle est régulière à l'infini, cette fonction est algébrique en z. Ainsi :

Toutes les périodes de l'intégrale double J_z *sont algébriques en* z.

M. Picard avait démontré jadis (*Comptes rendus*, t. 134, 1902, p. 169) que ces périodes satisfont à une équation différentielle linéaire du type régulier. On voit que l'intégrale générale de cette équation doit être algébrique.

2. Les cycles à trois dimensions de la variété F se partagent en deux catégories : 1° ceux engendrés par des cycles à deux dimensions de H_z quand z décrit un chemin fermé convenable, ou réductibles à des cycles de cette nature; 2° ceux qui ne peuvent être obtenus ainsi. Les premiers sont les *cycles effectifs*. Soient R'_3 le nombre de ces cycles, $1 + R_i$ la connexion à i dimensions de F, $1 + r_i$ celle de H_z, ou si l'on veut d'une section hyperplane arbitraire H de F, si les axes sont arbitraires. On a d'ailleurs $R_i = R_{6-i}$, $r_i = r_{4-i}$, $R_1 = r_1$.

Le théorème que nous venons de démontrer permet de ramener l'étude des périodes de l'intégrale triple J, par rapport aux cycles effectifs, à celle des périodes d'une intégrale abélienne convenable. On montre aisément qu'en défalquant du nombre de ces périodes celui des résidus à l'infini, on

obtient ainsi R'_3. On en déduit alors la formule

$$R'_3 = I_3 + 2R_2 - 3R_1 - 4,$$

où I_3 est l'invariant de Zeuthen-Segre. En comparant avec une formule donnée par M. Alexander (*Rendiconti dei Lincei*, août 1914), ceci donne $R'_3 = R_3 - R_1$. Effectivement on peut montrer qu'il y a R_1 cycles à trois dimensions non effectifs, traces des cycles à cinq dimensions sur une surface H arbitraire. Les périodes de J par rapport à ces cycles sont nulles. Ainsi J *n'a que des périodes par rapport aux cycles effectifs*.

3. Passons à la considération des *intégrales de deuxième espèce*. Il est commode d'adopter pour elles la définition suivante : Une intégrale triple J sera dite de deuxième espèce si, A étant une quelconque de ses surfaces d'infini, il existe une intégrale

$$(1) \qquad \iiint \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z}\right) dx\, dy\, dz$$

(U, V, W, fonctions rationnelles),

telle que la différence entre les deux soit finie au voisinage d'un point quelconque de A. Les intégrales (1) sont les intégrales *impropres* de deuxième espèce, les autres étant les intégrales *propres* de même espèce. Ces intégrales peuvent avoir des résidus par rapport à leurs surfaces d'infini, mais non par rapport à leurs courbes d'intersection.

Considérons maintenant un système linéaire $|E|$ de surfaces, ∞^4 au moins, à courbe caractéristique irréductible, et tel que nul point de F ne soit multiple pour toute E qui y passe. En se servant des propriétés de certains cycles à deux dimensions que j'ai considérés récemment (*Rendiconti dei Lincei*, fév. 1917), on montre que *le nombre* ρ *de* kE *est égal à celui de* F, pourvu que l'entier k soit supérieur à une certaine limite. Dans les mêmes conditions, et en se basant en partie sur cette propriété, on ramène toute intégrale de deuxième espèce à une autre, à résidus nuls, et à une seule surface d'infini générale dans $|kE|$. Il en résulte l'*invariance* des intégrales propres de deuxième espèce pour toute transformation birationnelle de F en une autre variété à singularités ordinaires.

D'après ce que l'on vient de voir, il suffit d'étudier les intégrales à une seule surface d'infini kE. Voyons d'abord celles qui sont impropres de seconde espèce. Soit

$$(2) \qquad \iiint R(x, y, z, t)\, dx\, dy\, dz = \iiint \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z}\right) dx\, dy\, dz$$

l'une d'elles. Posons, avec M. Picard,

$$R = \frac{\partial \varepsilon}{\partial z}$$

et considérons l'intégrale double de différentielles totales

$$(3) \qquad \iint U\,dy\,dz + V\,dz\,dx + (W - \varepsilon)\,dx\,dy.$$

Pour que les périodes de (2) *soient nulles, il faut et il suffit que les résidus polaires de* (3) *soient aussi ceux d'une intégrale double de différentielles totales*

$$(4) \qquad \iint H\,dy\,dz + K\,dz\,dx + L\,dx\,dy \qquad (H, K, L \text{ rationnelles}).$$

Ceci se démontre en mettant sous une forme spéciale les intégrales à une seule surface d'infini kE, à périodes nulles.

Le nombre λ d'intégrales (2) sans intégrale (4) correspondante est un invariant numérique de F, analogue à l'invariant ρ de M. Picard, et comme lui capable d'une interprétation transcendante, bien entendu à l'aide des intégrales doubles de différentielles totales, et non plus des intégrales simples. On trouve enfin facilement, pour le nombre ρ_0 d'intégrales propres de deuxième espèce, la formule fondamentale

$$\rho_0 = I_3 + 2R_2 - 3R_1 - 4 - \lambda,$$

formule tout à fait semblable à celle de M. Picard dans la théorie des intégrales doubles de surfaces algébriques.

On peut obtenir des résultats tout à fait analogues à ceux de cette Note dans le cas des variétés à un nombre quelconque de dimensions.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les généralisations de la méthode de Walter Ritz.* Note [1] de M. **Nicolas Kryloff.**

Vu l'importance de la méthode proposée par l'illustre physicien suisse, il y a intérêt à l'appliquer à un système mécanique ayant un nombre fini de degrés de liberté.

Dans le cas où le degré de liberté est égal à n, en admettant que le potentiel soit une forme quadratique et homogène, on aboutit au système suivant des équations différentielles :

$$(1) \quad \frac{d^2 x_i}{dt^2} - A_{i1}x_1 - A_{i2}x_2 - A_{i3}x_3 - \ldots - A_{in}x_n = f_i \qquad (\text{où } i = 1, 2, 3, \ldots, n;\ A_{ik} = A_{ki}),$$

---

[1] Séance du 21 mai 1917.

qu'il s'agit d'intégrer, ayant égard aux conditions frontières

$$(2)\qquad x_i(a)=x_i(b)=0 \qquad (\text{pour } i=1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ n).$$

On envisagera l'intégrale

$$(3)\qquad \mathrm{I}=\int_a^b\left\{\frac{1}{2}\sum_1^n\left[\frac{dx_i}{dt}\right]^2+\frac{1}{2}[\mathrm{A}_{11}x_1^2+2\mathrm{A}_{12}x_1x_2+\mathrm{A}_{22}x_2^2+\ldots+\mathrm{A}_{i1}x_1^2+2\mathrm{A}_{i2}x_1x_2+\ldots]+\sum f_i x_i\right\}dt,$$

dont la première variation s'annule en vertu de (1), (2); pour trouver les fonctions x_i, qui *minimisent* I, on trouve les conditions

$$(4)\qquad \frac{d\mathrm{I}_m}{du i_n}=\int_a^b\left(\frac{dx_{im}}{dt}\frac{d\psi_k}{dt}+\left[\sum_{l=i1}^n \mathrm{A}_{il}x_{lm}+f_i\right]\psi_k\right)dt=0,$$

où I_m est le résultat de la substitution dans I des séries finies $x_{im}=\sum_{k=1}^m a_{ik}\psi_k$; par l'introduction des nombres arbitraires α_{ik}, le système (4) peut être présenté sous la forme utile pour la suite

$$(5)\qquad \int_a^b\left\{\frac{dx_{im}}{dt}\frac{d\mathrm{X}_{im}}{dt}+\left[\sum_{l=1}^n \mathrm{A}_{il}x_{lm}+f_i\right]\mathrm{X}_{im}\right\}dt=0,$$

où $\mathrm{X}_{im}=\sum_{k=1}^m \alpha_{ik}\psi_k$.

Cela acquis, posons $y_i=x_{im+n}-x_{im}$ et formons la différence de deux valeurs non minimisées de I; la combinaison de l'expression ainsi obtenue avec les équations (5), prises pour la valeur de l'index égale à $(m+n)$, donne pour $\mathrm{I}_{m+n}-\mathrm{I}_m$ l'expression suivante, où l'on a ainsi pris en considération les conditions de minimum,

$$(6)\qquad \mathrm{I}_{m+n}^0-\mathrm{I}_m^0=-\int_a^b\left\{\frac{1}{2}\sum\left[\frac{d(x_{im+n}-x_{im})}{dt}\right]^2+\frac{1}{2}[\mathrm{A}_{11}(x_{im+n}-x_{1m})^2+2\mathrm{A}_{12}(x_{1(m+n)}-x_{1m})(x_{2(m+n)}-x_{2m})+\ldots]\right\}dt,$$

car, vu l'indétermination des coefficients α_{ik}, on a pu évidemment poser

$$\mathrm{X}_{i(m+n)}=y_i.$$

Si l'on démontre à présent que les I possèdent la borne inférieure, on en

conclut, au moyen de la relation (6), que $|I^0_{m+n} - I^0_m| < \varepsilon$, où ε est arbitrairement petit; par conséquent

$$\int_a^b \left[\frac{d(x_{i(m+n)} - x_{im})}{dt}\right]^2 dt < \varepsilon,$$

d'où l'on aboutit à la conclusion que les x_{im} convergent uniformément vers certaines fonctions continues x_i.

Pour prouver l'existence de la borne inférieure de I, quand aux x_i on substitue les fonctions vérifiant les conditions de continuité et les conditions aux frontières, il n'y a qu'à partir d'un système $x_i^{(1)}$ des intégrales des équations différentielles données, certainement existantes, et poser

$$x_i = x_i^{(1)} + x_i^{(2)},$$

d'où

$$(7) \qquad x_i^{(1)}(a) = -x_i^{(2)}(a), \qquad x_i^{(1)}(b) = -x_i^{(2)}(b),$$

vu les conditions frontières imposées aux x_i; le résultat de la substitution, au moyen de l'intégration par parties, prend la forme suivante :

$$(8) \quad \mathrm{I} = \int_a^b \left\{\frac{1}{2}\sum\left[\frac{dx_i^{(1)}}{dt}\right]^2 + \frac{1}{2}[\mathrm{A}_{11}x_1^{(1)2} + \mathrm{A}_{12}x_1^{(1)}x_2^{(1)} + \ldots] + \sum f_i x_i^{(1)}\right\} dt$$
$$+ \int_a^b \left\{\frac{1}{2}\sum\left[\frac{dx_i^{(2)}}{dt}\right]^2 + \frac{1}{2}[\mathrm{A}_{11}x_1^{(2)2} + \mathrm{A}_{12}x_1^{(2)}x_2^{(2)} + \ldots]\right\} dt$$
$$+ \int_a^b \sum x_i^{(2)}\left[-\frac{d^2x_i^{(1)}}{dt^2} + \mathrm{A}_{i1}x_1^{(1)} + \mathrm{A}_{i2}x_2^{(1)} + \ldots + f_i\right] dt + \sum\left[x_i^{(2)}\frac{dx_i^{(1)}}{dt}\right]_b^a,$$

qui peut s'écrire

$$\mathrm{I} = \mathrm{I}_0 + \int_a^b \left\{\frac{1}{2}\sum\left[\frac{dx_i^{(2)}}{dt}\right]^2 + \frac{1}{2}[\mathrm{A}_{11}x_1^{(2)2} + \mathrm{A}_{12}x_1^{(2)}x_2^{(2)} + \ldots]\right\} dt,$$

où I_0 est connu; vu le signe de la forme sous le signe de l'intégrale, cela prouve que $\mathrm{I} \geqq \mathrm{I}_0$, c'est-à-dire l'existence de la borne inférieure. Pour établir l'existence des dérivées de ces fonctions limites x_i et pour trouver les équations différentielles qu'elles vérifient, il n'y a qu'à intégrer par parties les équations (5), ce qui donne

$$(9) \qquad \int_a^b \left\{-x_{im} + \left[\int_a^t\int_a^t\left(\sum_{l=1}^n \mathrm{A}_{il}x_{lm} + f_i\right)dt^2\right]\right\}\frac{d^2\mathrm{X}_{im}}{dt^2}\,dt$$
$$- \left[\int_a^t\int_a^t\left(\sum_{l=1}^n \mathrm{A}_{il}x_{lm} + f_i\right)dt^2\right]_{t=b}\left[\frac{d\mathrm{X}_{im}}{dt}\right]_{t=b} = 0,$$

et choisir les coefficients arbitraires α_{ik} de façon que

$$\lim_{m=\infty} X_{im} = X_i, \quad \lim_{m=\infty} \frac{dX_{im}}{dt} = \frac{dX_i}{dt}, \quad \lim_{m=\infty} \frac{d^2X_{im}}{dt^2} = \frac{d^2X_i}{dt^2},$$

où les X_i, tout en étant arbitraires, possèdent les deux premières dérivées et s'évanouissent avec leurs premières dérivées aux points frontières. En passant à la limite, dans la formule (9), on a

$$\int_a^b \left[-x_i + \int_a^t \int_a^t \left(\sum_1^n A_{il} x_l + f_i \right) dt^2 \right] \frac{d^2X_i}{dt^2} dt = 0,$$

d'où l'on conclut aisément

$$\frac{d^2x_i}{dt^2} - \sum_{l=1}^{n} A_{il} x_l = f_i.$$

Dans un travail plus étendu qui paraîtra ailleurs, nous avons établi que la méthode de Ritz s'applique aussi avec succès à la recherche effective, dans certains cas, des solutions des équations intégro-différentielles, aux dérivées ordinaires et des équations intégrales de la première et de la deuxième espèce, en attirant l'attention sur les simplifications qui se produisent quand les fonctions, suivant lesquelles on développe la solution cherchée, sont les fonctions *singulières* correspondant au problème; dans le travail susdit, il a été démontré aussi qu'en mettant en jeu l'appareil analytique de Ritz, on aboutit à la limite, dans les recherches des solutions *singulières* des équations intégrales et des équations différentielles, à un système linéaire d'équations en nombre infini, dont le déterminant *converge absolument*, et auquel, par conséquent, s'appliquent les résultats de M. Koch; la recherche des solutions des équations intégrales et différentielles non homogènes a été aussi traitée par la méthode des déterminants infinis.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la formation d'équations intégrales admettant les fonctions hypersphériques comme solutions fondamentales.* Note de M. **J. Kampé de Fériet**, présentée par M. P. Appell.

Pour étudier le développement d'une fonction arbitraire $F(x_1, \ldots, x_p)$ en série de fonctions hypersphériques [1]

$$U^{(s)}_{m_1,\ldots,m_p}(x_1, \ldots, x_p) \quad \text{ou} \quad V^{(s)}_{m_1,\ldots,m_p}(x_1, \ldots, x_p),$$

[1] Pour les notations, cf. *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 912 et 1392, ou ma Thèse *Sur les fonctions hypersphériques*, Paris, 1915.

il peut être utile de considérer celles-ci comme les solutions fondamentales d'une équation intégrale; c'est ce que j'ai fait dans une Note (¹) précédente, où j'ai donné un noyau de Fredholm, obtenu en généralisant une méthode de D. Hilbert. Cette méthode ne conduisant d'ailleurs qu'à cet unique noyau, il me paraît intéressant d'indiquer un procédé permettant de former sans peine un grand nombre de noyaux nouveaux.

En me bornant ici, pour plus de simplicité, au cas d'une seule variable, je rappelle que les polynomes $U_n^{(s)}(x)$ sont définis par

$$(1-2ax+a^2)^{-\frac{s}{2}} = \Sigma a^n U_n^{(s)}(x) \qquad (s = \text{entier positif}).$$

On sait que l'intégrale

$$\int_{-1}^{+1} (1-x^2)^{\frac{s-1}{2}} U_m^{(s)}(x)\, U_n^{(s)}(x)\, dx$$

n'est différente de zéro que si $m = n$. Donc, si $K(x, y)$ désigne une fonction représentée dans le domaine $(-1 \leqq x,\ y \leqq +1)$ par le développement

$$K(x, y) = \Sigma \alpha_n U_n^{(s)}(x)\, U_n^{(s)}(y),$$

il est clair que $U_n^{(s)}(x)$ est une solution fondamentale de l'équation intégrale

$$\varphi(x) = \lambda \int_{-1}^{+1} (1-y^2)^{\frac{s-1}{2}} K(x, y)\, \varphi(y)\, dy.$$

Ceci étant, la remarque suivante permet de former aisément des fonctions telles que $K(x, y)$:

Soit $F(x)$ *une fonction représentée, dans l'intervalle* $(-1 \leqq x \leqq +1)$, *par la série uniformément convergente*

$$F(x) = \Sigma A_n U_n^{(s)}(x), \tag{1}$$

la fonction

$$K(x, y) = \int_0^{\pi} F\left[xy + \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}\cos\omega\right] \sin^{s-1}\omega\, d\omega \tag{2}$$

admet, dans le domaine $(-1 \leqq x,\ y \leqq +1)$, *le développement*

$$K(x, y) = 2^{s-1}\Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right) \Sigma A_n \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+s)} U_n^{(s)}(x)\, U_n^{(s)}(y). \tag{3}$$

(¹) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 747.

Cette proposition se démontre en remplaçant F par la série (1) dans l'intégrale (2) et en s'appuyant sur la formule connue

$$\int_0^\pi U_n^{(s)}\left[xy+\sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}\cos\omega\right]\sin^{s-1}\omega\,d\omega = 2^{s-1}\Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right)\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+s)}U_n^{(s)}(x)\,U_n^{(s)}(y).$$

Appliquons ceci à quelques exemples :

1° Soient les trois fonctions

$$F_1(x)=(1-2ax+a^2)^{-\frac{s}{2}},\qquad F_2(x)=e^{iax},\qquad F_3(x)=(b-x)^{-s}\qquad (a<1;\ b>1)$$

pour lesquelles respectivement (¹)

$$A_n^{(1)}=a^n,\qquad A_n^{(2)}=\left(\frac{a}{2}\right)^{-\frac{s}{2}}\Gamma\left(\frac{s}{2}\right)i^n\left(n+\frac{s}{2}\right)J_{n+\frac{s}{2}}(a),\qquad A_n^{(3)}=(2n+s)\,Q_n^{(s)}(b).$$

L'intégrale (2) s'exprime par des transcendantes classiques et conduit (en posant $x=\cos\theta$, $y=\cos\varphi$) aux résultats suivants :

$$\begin{aligned}K_1&=[1-2a\cos(\theta+\varphi)+a^2]^{-\frac{s}{2}}F\left[\frac{s}{2},\frac{s}{2},s,\frac{4a\sin\theta\sin\varphi}{1-2a\cos(\theta+\varphi)+a^2}\right]\\&=\Sigma a^n\frac{\Gamma(s)\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+s)}U_n^{(s)}(\cos\theta)\,U_n^{(s)}(\cos\varphi),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}K_2&=\sqrt{\frac{\pi a}{2}}(\sin\theta\sin\varphi)^{\frac{1-s}{2}}e^{ia\cos\theta\cos\varphi}J_{\frac{s-1}{2}}[a\sin\theta\sin\varphi]\\&=2^{s-2}\Gamma^2\left(\frac{s}{2}\right)\Sigma i^n(2n+s)\frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(n+s)}J_{n+\frac{s}{2}}(a)\,U_n^{(s)}(\cos\theta)\,U_n^{(s)}(\cos\varphi),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}K_3&=[b-\cos(\theta+\varphi)]^{-\frac{s}{2}}[b-\cos(\theta-\varphi)]^{-\frac{s}{2}}\\&=\Sigma(2n+s)\frac{\Gamma(n+1)\Gamma(s)}{\Gamma(n+s)}Q_n^{(s)}(b)\,U_n^{(s)}(\cos\theta)\,U_n^{(s)}(\cos\varphi).\end{aligned}$$

2° La fonction

$$\pi F_4(x)=\operatorname{Log}\frac{2}{1-x}=1+\sum_1^\infty\frac{2n+1}{n(n+1)}X_n(x)$$

conduit pour les polynomes de Legendre $X_n=U_n^{(1)}$ à un noyau classique (²); en effet, l'intégrale (2), qui admet ici le développement

$$K_4(x,y)=1+\sum_1\frac{2n+1}{n(n+1)}X_n(x)\,X_n(y),$$

(¹) $Q_n^{(s)}(b)$ désigne, comme d'habitude, la fonction de deuxième espèce.

(²) Cf. Ed. Goursat, *Cours d'Analyse mathématique*, t. III, 1914, p. 539.

se ramène à une intégrale calculée par Poisson et a pour expression

$$K_4(x, y) = \text{Log}\frac{2}{1+x}\frac{2}{1-y} \quad \text{pour} \quad -1 \leq y \leq x \leq +1,$$

$$K_4(x, y) = \text{Log}\frac{2}{1-x}\frac{2}{1+y} \quad \text{pour} \quad -1 \leq x \leq y \leq +1.$$

GÉOGRAPHIE. — *Sur une Carte du Massif de Gavarnie et du Mont-Perdu.* Note de M. F. **Schrader**, présentée par M. Ch. Lallemand.

La Carte de la région de Gavarnie et du Mont-Perdu, levée par moi et dessinée à l'échelle du $\frac{1}{20000}$, est, par son origine, le premier en date de mes travaux d'orographie pyrénéenne. Par sa réalisation, et lorsque les parties encore inachevées seront venues s'y joindre, elle sera vraisemblablement la dernière de mes cartes de haute montagne.

Mes essais, vieux de plus de 45 ans, d'une représentation au $\frac{1}{20000}$ du cirque de Gavarnie et des montagnes voisines seraient probablement demeurés dans l'oubli où je les avais laissé tomber pour les remplacer par des cartes d'échelles plus modestes, sans l'impulsion donnée aux levés de haute montagne par le groupe de topographes alpinistes qui ont fondé, depuis quelques années déjà, la Commission de Topographie du Club alpin français; parmi eux je dois d'abord citer mes amis Henri et Joseph Vallot, Paul Helbronner, le capitaine Maury, etc. Les beaux travaux des premiers dans les Alpes sont connus de l'Académie; le dernier, en collaboration avec M. l'ingénieur Eydoux, avait depuis plusieurs années formé le projet de grouper un certain nombre d'explorateurs des Pyrénées et de préparer sur des données vraiment scientifiques, avec l'approbation et l'aide bienveillante du Service géographique de l'Armée, les bases d'une carte au $\frac{1}{20000}$ d'une partie de la frontière franco-espagnole, en se réservant l'homologation des résultats partiels, appuyés sur la triangulation géodésique révisée et complétée. Pour ce travail de base, le Service géographique mettait généreusement à leur disposition les résultats des calculs des géodésiens officiels. Ce travail a été commencé, et se poursuivra vraisemblablement après la fin de la guerre. Ce n'est pas à moi qu'il appartient d'en parler plus longuement. Je dois cependant mentionner que l'éditeur, M. H. Barrère, y prend part également comme collaborateur.

Par une circonstance singulière, non seulement l'échelle de la Carte projetée était celle du $\frac{1}{20000}$, envisagée par moi dès 1872, mais la région de Gavarnie et du Mont-Perdu paraissait aux initiateurs de l'œuvre nouvelle devoir être éliminée du programme de leur travail futur, à cause des difficultés, plus apparentes que réelles, de son étude orographique. C'est ainsi que, sur les conseils de mes amis topographes et alpinistes, je fus amené à revenir sur le terrain de mes premières recherches. L'œuvre que

je présente aujourd'hui a été publiée à la veille même de la mobilisation (31 juillet 1914). Deux régions encore inachevées, le Cirque de Troumouse et la Vallée d'Arazas, paraîtront, si mes espérances se réalisent, dès que le retour de la paix me permettra la reprise des études sur le terrain.

Aux signaux de premier ordre, intangibles, du réseau géodésique français, et à quelques autres points de deuxième et troisième ordre, j'ai ajouté un réseau complémentaire de points moins importants, observés au théodolite; sur cet ensemble a été établie la triangulation générale de la Carte, en liaison avec le canevas du projet de carte de MM. Maury et Eydoux, préparé avec la collaboration de M. H. Vallot.

J'ai rencontré, au cours de mon travail, la plus grande bienveillance de la part du Service géographique de l'Armée, et je tiens à lui en exprimer ma gratitude.

Indépendamment de l'emploi du théodolite pour le réseau fondamental, j'ai surtout employé, pour la construction de ma topographie, l'orographe dont je me suis toujours servi dans mes travaux pyrénéens, la règle à éclimètre du colonel Goulier, avec les légères modifications que j'y ai apportées pour l'étude des montagnes, et enfin la restitution photographique. Les points déterminés dans les vallées et les tracés de route ont été reliés à la topographie enveloppante, par des itinéraires déclinés. C'est dans cette partie du travail que se sont rencontrées les différences les plus notables entre l'ancien et le nouveau figuré du terrain.

Grâce à la bienveillance du Service du Nivellement général de la France, les résultats les plus récents des opérations de ce Service m'ont été fréquemment communiqués, dès l'achèvement des calculs, et en certains points les agents du Service ont été autorisés à pousser leur travail jusqu'à mes diverses stations, donnant à celles-ci toute la précision désirable. J'en témoigne ici ma sincère reconnaissance.

Pour une carte à l'échelle du $\frac{1}{20000}$, l'expression du terrain ne pouvait reposer que sur l'emploi des courbes de niveau. Ces courbes, espacées de 20^m, s'interrompent cependant à la rencontre des parties rocheuses escarpées, si fréquentes dans ce massif calcaire où les murs absolument verticaux forment un des traits dominants du paysage. Pour exprimer les formes de ces escarpements et définir leur expression topographique en même temps que géologique, j'ai suivi les principes exposés dans mon *Essai sur la représentation topographique du Rocher*, publié en 1911 par la Commission de Topographie du Club alpin français. J'espère avoir ainsi apporté quelque perfectionnement dans la représentation de cette partie

délicate de la topographie des régions montagneuses, qui, jusqu'à présent, de l'avis d'un juge aussi autorisé que le général Berthaut, dans sa *Topologie*, avait été considérée comme la plus difficile à représenter suivant des principes vraiment scientifiques.

Le degré de précision des cotes d'altitude varie nécessairement avec la valeur des moyens employés pour les obtenir. Celles obtenues au moyen d'observations faites au théodolite ont été considérées, après un examen critique, comme ayant une valeur prédominante et en quelque sorte directrice pour le reste du travail. Les altitudes déduites des observations à l'orographe, à la règle à éclimètre Goulier ou provenant de restitutions photographiques, bien que donnant le plus souvent des valeurs très approchées de celles résultant du théodolite, ont été considérées comme de valeur secondaire et nécessairement subordonnées aux premières, partout où elles entraient dans la détermination des mêmes points. Il va sans dire que, étant donnée la méthode suivie pour la construction de la Carte, aucune cote d'altitude n'a été empruntée à la Carte au $\frac{1}{80000}$

Un grand nombre des nouvelles cotes s'appliquant à des points notables, donnent des résultats très rapprochés de ceux de la Carte au $\frac{1}{80000}$, ou même identiques, mais n'en sont pas moins le résultat d'observations et de calculs indépendants.

Enfin la détermination des noms marqués sur la Carte a été faite après une discussion des diverses formes générales ou locales avec les sociétés ou groupements les plus autorisés en matière de Toponymie, de façon à obtenir, pour cette partie si controversée de la Géographie régionale, les plus sérieuses garanties d'exactitude à la fois linguistique, topographique ou historique.

ACOUSTIQUE. — *Les çrutis de la musique des Hindous, les tiers de ton de celle des Arabes et l'acoustique musicale.* Note de M. **Gabriel Sizes**, transmise par M. C. Saint-Saëns.

Devant l'évidence des faits, aucun auteur ancien ou moderne ne conteste que de tout temps les peuples furent sensibles à la résonance des consonances parfaites : quinte, quarte et octave, et qu'ils les prirent pour base de leur système musical. Il n'est pas moins évident qu'au VIe siècle avant J.-C., Pythagore détermina les rapports numériques des intervalles d'*une gamme déjà fort ancienne* en usage chez les peuples hindous. Les auteurs de l'antiquité étudiés par A. Gevaert dans sa remarquable *Histoire de la*

musique (Gand, 1875, particulièrement vol. I, ch. IV) ne laissent aucun doute à cet égard.

Dans les Traités en langue sanscrite et dans la plus récente étude en anglais de P. R. Bhandarkar (Bombey, 1912), il est explicitement dit : que leur gamme primitive commença par 4 sons, puis 7, pour atteindre 22 sons, y compris l'octave, appelés *çruti*. Ce fut l'origine du *tétracorde* sur lequel repose tout le système musical de l'antiquité grecque, de l'*heptacorde* de Terpandre (VIII[e] siècle avant J.-C.) et de la gamme *chroma-commatique* de 22 sons de Pythagore.

Certains musicographes ont émis l'hypothèse : que les çrutis étaient « de même valeur » et qu'ils divisaient l'octave « en 22 parties égales », c'est-à-dire *un intervalle* un peu plus grand que le *quart de ton* et plus petit que le *tiers*. Dans aucun texte rien ne justifie cette interprétation : *çruti* a pour racine *çru* qui signifie *entendre; çruti : le fait d'entendre une transmission orale*. Ce nom se rapporte donc à *son :* que l'on *entend* et qui se *transmet;* et non à une *mesure* quelconque. On ne peut arguer qu'il existe une acoustique spéciale à l'usage des Hindous; or un tel intervalle, dans le rapport 129 : 125, est incompatible avec la valeur des intervalles d'une gamme d'origine consonnante.
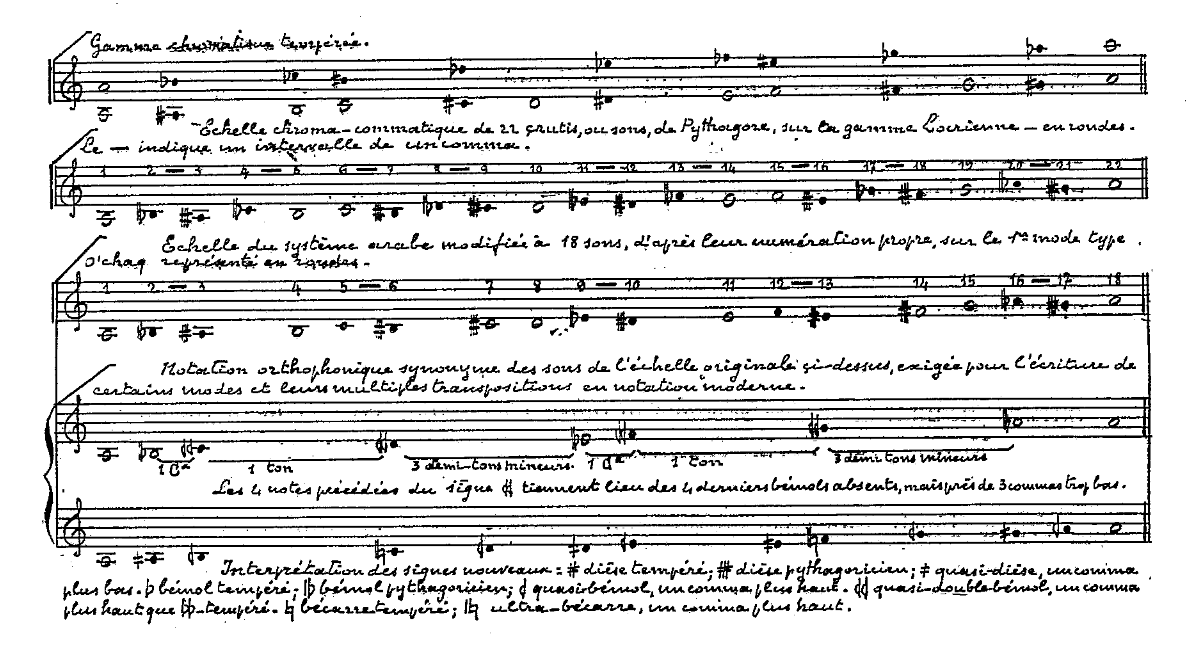
Les deux principaux Traités en sanscrit (le *Bharata* et *Kallinata*) confirment cette interprétation en s'accordant à dire : qu' « au moyen des trous d'une flûte les *hommes sages* devraient produire des *notes* de 2, 3 et 4 çrutis : en *faisant trembler le doigt*, en *ouvrant un trou à moitié ou tout à fait*. D'autres sages, comme Vena, considèrent qu'un çruti est de 9 espèces ». Il est indiscutable qu'il s'agit : de *hauteurs différentes* d'un même çruti (ou son), ayant un rapport intime avec les diverses *fonctions mélodiques* ou *modales* de certains sons.

Mais la codification de ces *fonctions modales* dans l'usage des *chroai* (nuances) fut l'œuvre de l'antiquité grecque, particulièrement de Terpandre, Pythagore et Aristoxène, du VIII[e] au IV[e] siècle (avant J.-C.). On retrouve les diverses espèces mentionnées de « çrutis » dans les sons des multiples espèces de genres : *diatonique*, *chromatique* et *enharmonique*, et dans les fonctions modales de certains sons dans les *chroai* dont les principales sont : l'*eclysis*, l'*ecbolé* et le *spondiasme* (1); sans oublier la hauteur particulière des douze sons de « l'échelle chromatique tonale tempérée »

---

(1) Dans le *tétracorde enharmonique*, le demi-ton est partagé en *deux quarts de ton*. Dans les *chroai* on trouve *trois espèces de tons* équivalant à 9 : 8, 10 : 9 et 8 : 7; *cinq espèces* de l'intervalle appelé *diésis*.

dont toute l'antiquité a fait usage. Tout démontre qu'on ne saurait voir dans la *gamme consonante* hindoue : que les 22 sons de la gamme chroma-commatique déterminée par Pythagore.



Une erreur analogue s'est produite dans la considération de la gamme arabe, dont la principale étude a été faite par M. Villoteau dans les Volumes VI, XIII et XIV du remarquable Ouvrage *Description de l'Égypte* publié par Panckoucke il y a près d'un siècle. Tous les auteurs de Traités arabes traduits et étudiés dans cet Ouvrage affirment : que leur gamme est formée au moyen des consonances parfaites; que l'accord des nombreux instruments qu'ils possèdent suit cette règle fondamentale; et qu'enfin ils tiennent leur système musical des Grecs, des Perses et des Hindous. L'« échelle tonale » est graduée sur les 12 degrés chromatiques tempérés. Leur gamme complète est formée de 18 sons, octave comprise. Leur méthode synthétique d'accord équivaut à deux séries distinctes de quintes partant du son qu'ils nomment « rast », *ré;* la première ascendante : *ré, la, mi, si, fa*♯, *ut*♯, *sol*♯, *ré*♯, *la*♯, *mi*♯, *si*♯; la seconde descendante : *ré, sol, ut, fa, si*♭, *mi*♭, *la*♭. Les quatre derniers termes : *ré*♭, *sol*♭, *ut*♭, *fa*♭, qui compléteraient la gamme pythagoricienne, *sont absents;* ce qui occasionne des troubles graves dans les rapports des sons de certains modes très usités.

L'adoption de ce système ainsi que celui des 12 modes principaux, qu'ils

transposent sur les 17 degrés de la gamme, soit 204 « circulations » ou gammes notées dans les Traités, furent l'œuvre des auteurs du « Messel » arabe. On trouve dans ces gammes des intervalles de *un comma* qui alternent avec d'autres qui atteignent *une tierce mineure moins un comma;* des *tons mineurs*, inexistants, à la place de *tons majeurs;* mais jamais des *tiers de ton* comme on l'a prétendu par erreur.

L'étude du système musical des peuples orientaux conduit aux mêmes conclusions. La gamme occidentale elle-même n'est qu'une adaptation moderne des doctrines pythagoricienne et aristoxénienne.

Nous donnons à la page 863 un Tableau comparatif des sons des trois systèmes : tempéré, hindou-pythagoricien et arabe, en notation moderne appropriée.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les combinaisons de la zircone avec l'acide sulfurique.* Note [1] de M. **Ed. Chauvenet**, présentée par M. A. Haller.

On a décrit une dizaine de combinaisons du zirconium avec l'acide sulfurique :

$(SO^4)^2Zr.SO^4H^2$,	$(SO^4)^2Zr.2ZrO^2$,
$(SO^4)^2Zr$,	$3(SO^4)^2Zr.4ZrO^2$,
$(SO^4)^2Zr.ZrO^2$,	$SO^3.2ZrO^2$,
$2(SO^4)^2Zr.ZrO^2.15H^2O$,	$(SO^4)^2Zr.5ZrO^2$,
$7(SO^4)^2Zr.5ZrO^2.38H^2O$,	$3(SO^4)^2Zr.5ZrO^2$.

Les renseignements relatifs à l'obtention et aux propriétés de plusieurs de ces produits étant peu précis (d'ailleurs il m'a été impossible d'en reproduire un certain nombre), j'ai tenté de rechercher toutes les combinaisons possibles du zirconium avec l'acide sulfurique et de déterminer ensuite les conditions dans lesquelles elles prennent naissance. J'ai utilisé dans ce but la méthode classique qui consiste à suivre la variation des propriétés de mélanges des constituants en fonction de la composition. Mais j'ai été limité dans le choix de la propriété que je devais étudier, tant à cause de l'insolubilité de la plupart des produits (mélanges ou combinaisons) qu'à cause de l'étendue assez restreinte de la zone de stabilité des combinaisons engendrées. C'est la méthode des densités que j'ai adoptée.

(1) Séance du 21 mai 1917.

J'ai donc fait des mélanges très variés de zircone et d'acide sulfurique, mais de composition connue; ils ont été desséchés ensuite à 200°, de manière à les avoir rigoureusement anhydres (j'ai vérifié qu'à cette température il y avait seulement départ d'eau). Les densités ont été déterminées par la méthode du flacon, en me servant de nitrobenzine purifiée comme liquide de comparaison. Toutes les précautions ont été prises pour rendre les erreurs négligeables (refroidissement complet des produits et expulsion de l'air en particulier). Enfin toutes les mesures ont été faites sensiblement à la même température, soit 12°,4, et rapportées à l'eau. Voici les résultats des mesures :

SO^4H^2.	ZrO^2.	Densité.	SO^4H^{24}.	ZrO^2.	Densité.
mol.	mol.		mol.	mol.	
2	0,25	2,05	2	2,50	3,49
2	0,50	2,20	2	2,60	3,52
2	1	2,50	2	2,80	3,57
2	1,25	2,78	2	3	3,62
2	1,50	3,02	2	3,50	3,65
2	1,75	3,20	2	4	3,69
2	2	3,40	2	5	3,79
2	2,25	3,45	2	6	3,87
2	2,40	3,47			

De l'examen de la courbe construite avec ces données on tire la conclusion suivante : existence de sept brisures comprises respectivement entre $0^{mol},25$ et 1^{mol} de zircone, 1^{mol} et 2^{mol}, 2^{mol} et $2^{mol},4$, $2^{mol},4$ et $2^{mol},6$, $2^{mol},6$ et 3^{mol}, 3^{mol} et 4^{mol}, 4^{mol} et 6^{mol}; la courbe présente donc six points anguleux correspondant aux compositions :

SO^4H^2.	ZrO^2.	Formules brutes.
mol.	mol.	
2	1	$(SO^4)^2Zr$
2	2	$(SO^4)^2Zr.ZrO^2$
2	2,4	$5(SO^4)^2Zr.7ZrO^2$
2	2,6	$3(SO^4)^2Zr.5ZrO^2$
2	3	$(SO^4)^2Zr.2ZrO^2$
2	4	$(SO^4)^2Zr.3ZrO^2$

Les produits suivants n'existeraient donc pas :

$(SO^4)^2Zr.SO^4H^2$, $3(SO^4)^2Zr.4ZrO^2$,
$2(SO^4)^2Zr.ZrO^2$, $(SO^4)^2Zr.5ZrO^2$.
$7(SO^4)^2Zr.5ZrO^2$,

En fait j'ai retrouvé facilement les six produits mentionnés plus haut, tandis qu'il m'a été impossible de reproduire les cinq derniers.

PHYSIOLOGIE. — *Chronaxie normale des muscles du membre inférieur de l'homme. Leur classification fonctionnelle et radiculaire par la chronaxie.* Note (¹) de M. GEORGES BOURGUIGNON.

Dans des travaux antérieurs (²) j'ai montré que la chronaxie classe les muscles du membre supérieur de l'homme à la fois suivant leur systématisation radiculaire, leurs fonctions et leur distance à la moelle.

Au membre supérieur, la chronaxie répartit les muscles en quatre groupes (nos 1, 2, 3, 4) qui se résument ainsi :

	Flexion et ses antagonistes.	Extension.
Mouvements du bras sur l'épaule et de l'avant-bras sur le bras	$0^s,00012$ (n° 1)	$0^s,00022$ (n° 2)
Mouvements de la main sur l'avant-bras et des doigts sur la main	$0^s,00027$ (n° 3)	$0^s,00055$ (n° 4)

En étudiant le membre inférieur, j'ai retrouvé les mêmes lois qu'au membre supérieur.

Mais, au lieu de quatre groupes, la chronaxie ne permet de reconnaître dans le membre inférieur que trois groupes.

Premier groupe. — Le premier groupe est constitué par tous les muscles qui sont innervés par les deuxième, troisième et quatrième lombaires.

La chronaxie moyenne de ce groupe est de $0^s,00014$.

Il comprend tous les muscles innervés par le nerf crural et le nerf obturateur, auxquels s'ajoutent le grand fessier et le jambier antérieur.

Deuxième groupe. — Le deuxième groupe est constitué par tous les muscles innervés par les troisième, quatrième et cinquième lombaires.

La chronaxie moyenne de ce groupe est de $0^s,00035$.

Il comprend tous les muscles innervés par le sciatique poplité externe, moins le jambier antérieur.

Troisième groupe. — Le troisième groupe est constitué par les muscles innervés par la cinquième lombaire, les première et deuxième sacrées.

Sa chronaxie moyenne est de $0^s,00058$.

(¹) Séance du 21 mai 1917.

(²) GEORGES BOURGUIGNON, *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 956; t. 163, 1916, p. 68; t. 164, 1917, p. 243. — *Société de Biologie*, t. 79, 17 juin et 1er juillet 1916, p. 584 et 637.

Il comprend tous les muscles innervés par le sciatique à la cuisse moins le grand fessier, et tous les muscles innervés par le sciatique poplité interne à la jambe et au pied. Les filets nerveux destinés aux muscles de la cuisse, se détachant en réalité de la portion interne au tronc du sciatique, ce groupe est donc constitué par tous les muscles innervés par le sciatique poplité interne, moins le grand fessier.

La classification des muscles du membre inférieur, suivant les origines radiculaires de leurs nerfs, ressort donc nettement de cette étude.

Au point de vue fonctionnel, j'ai été obligé d'abandonner les expressions d'extension et de flexion, car les mouvements homologues de la cuisse et de la jambe sont de nom contraire et l'on ne voit la classification fonctionnelle que difficilement en employant ces expressions. Aussi, au lieu de considérer les mouvements de la cuisse, de la jambe et du pied, par rapport à l'articulation, je les ai considérés par rapport à la verticale. Dans ces conditions, je distingue les mouvements d'arrière en avant et les mouvements d'avant en arrière de la cuisse, de la jambe et du pied. Il est alors facile de voir que les premier et deuxième groupes comprennent tous les muscles qui produisent les mouvements d'arrière en avant de la cuisse (flexion de la cuisse sur le bassin), de la jambe (extension de la jambe sur la cuisse) et du pied (flexion dorsale du pied et extension des orteils).

Le troisième groupe comprend tous les muscles qui produisent les mouvements d'avant en arrière de la cuisse (extension de la cuisse sur le bassin), de la jambe (flexion de la jambe sur la cuisse) et du pied (flexion plantaire du pied et flexion des orteils).

Le grand fessier, qui a la même chronaxie que les muscles qui produisent le mouvement d'arrière en avant de la cuisse sur le bassin, est synergique de ces muscles dans la marche.

De même, le jambier antérieur empêche la pointe du pied de tomber, lorsque la cuisse se porte d'arrière en avant. Nous retrouvons donc au membre inférieur la synergie de certains muscles, assurée par l'égalité de leurs chronaxies.

Enfin, il est facile de voir que la chronaxie des muscles de la région antéro-externe de la jambe est plus grande que celle des muscles antérieurs de la cuisse.

Du côté postérieur, les différences sont moindres; mais tandis que les muscles à la cuisse ont des chronaxies comprises entre $0^s,00050$ et $0^s,00055$, ceux de la jambe et du pied ont des chronaxies comprises entre $0^s,00055$ et $0^s,00066$. Nous retrouvons donc la loi de la croissance de la chronaxie en fonction de la distance à la moelle.

Tous ces faits ressortent nettement du Tableau suivant :

Origines radiculaires.	Muscles.	Chronaxie moyenne.	Groupe. (Groupement par la chronaxie)	Chronaxie moyenne du groupe.	Fonction.
L_2 L_3 L_4	Grand fessier	s 0,00010	n° 1	s 0,00014	Mouvements d'arrière en avant : Cuisse (+ 1 antagoniste, jambe, pied).
	Grand adducteur	0,00011			
	Couturier	0,00014			
	Droit interne	0,00014			
	Droit antérieur	0,00010			
	Vaste interne	0,00012			
	Vaste externe	0,00017			
	Moyen adducteur	0,00018			
	Jambier antérieur	0,00020			
L_3 L_4 L_5	Long péronier latéral	0,00037	n° 2	0,00035	Mouvements d'arrière en avant : Pied.
	Extenseur commun	0,00033			
	Pédieux	0,00037			
L_5 S_1 S_2	Biceps	0,00055	n° 3	0,00058	Mouvements d'avant en arrière : Cuisse, jambe, pied.
	Demi-membraneux	0,00050			
	Jumeau interne	0,00060			
	Jumeau externe	0,00055			
	Fléch. commun	0,00060			
	Add. du gros orteil	0,00066			

Il est à remarquer que les différences entre les chronaxies des deuxième et troisième groupes, au membre inférieur, sont moindres qu'entres celles des premier et deuxième groupes, d'une part, et des troisième et quatrième groupes, d'autre part, au membre supérieur.

Il est facile de s'expliquer les différences entre le membre supérieur et le membre inférieur par ce fait que les mouvements sont beaucoup moins complexes et les synergies beaucoup plus nombreuses au membre inférieur qu'au membre supérieur.

Conclusions. — 1° La chronaxie classe les muscles du membre inférieur suivant les mêmes lois qu'au membre supérieur. Cette classification est une classification fonctionnelle qui se superpose à la systématisation radiculaire.

2° De même que les fonctions du membre inférieur sont plus simples que celle du membre supérieur, de même les groupes fonctionnels constitués par la chronaxie sont moins nombreux au membre inférieur qu'au membre supérieur.

BIOCHIMIE COMPARÉE. — *Sur l'hélicorubine.* Note de MM. **Ch. Dhéré** et **G. Vegezzi**, présentée par M. A. Dastre.

L'hélicorubine est un pigment rougeâtre qui se trouve contenu dans la bile de l'escargot. Ce pigment a déjà attiré et retenu l'attention d'un certain nombre de physiologistes : Sorby, Krukenberg, Max Munn, Dastre et Floresco. Les travaux sur l'hélicorubine des auteurs que nous venons de nommer ont mis en évidence bien des particularités remarquables qu'offre cette matière colorante; ils ont, pourtant, laissé sans réponse plusieurs des questions importantes que suggère cette étude. Cette constatation nous a déterminés à entreprendre des recherches assez étendues sur l'hélicorubine, recherches qui seront exposées ailleurs d'une façon détaillée et dont nous ne voulons que signaler ici les principaux résultats :

1° La bile d'escargot, additionnée d'alcali, présente un spectre d'absorption rappelant celui de l'hémochromogène alcalin, bien que les deux bandes soient notablement décalées vers l'extrémité rouge. En plus de ces deux bandes, qui ont été signalées par tous les observateurs et qui constituent le spectre caractéristique de l'hélicorubine *alcaline* (le seul connu jusqu'à présent) nous avons découvert que l'hélicorubine alcaline, convenablement purifiée [1], possède une *troisième bande*, située dans l'indigo et le violet (λ axe $= 427^{\mu\mu}$ environ).

2° L'hélicorubine *acide* offre un spectre d'absorption analogue à celui de l'hélicorubine alcaline, sauf que la première bande est *nettement dédoublée* : elle est « géminée ».

3° L'hélicorubine se transforme facilement en un produit d'oxydation quand, en solution acide, elle est agitée à l'air. Cette combinaison oxygénée, cette *oxyhélicorubine*, est caractérisée par un spectre bien différent d'aspect de celui de l'hélicorubine, mais également à trois bandes. La première bande est étendue de $\lambda\, 580^{\mu\mu}$ à $563^{\mu\mu}$; la seconde (qui est notablement plus large et plus foncée que la première), de $\lambda\, 547^{\mu\mu}$ à $519^{\mu\mu}$. Quant à la troisième bande, elle est située dans le violet et a pour axe $\lambda\, 415^{\mu\mu}$ (sensiblement le même axe que la troisième bande de l'oxyhémoglobine).

---

(1) La bile de l'escargot contient, en effet, un autre pigment, brunâtre, que nous proposons d'appeler *hélicofuscine*. Ce pigment, qui ne présente pas de bande d'absorption, éteint fortement les rayons les plus réfrangibles (bleus et violets); sa présence dans la bile empêche de voir la troisième bande de l'hélicorubine.

4° En traitant l'hélicorubine par de l'alcool acidifié, on la décompose et l'on obtient une *hélicohématine* tout à fait analogue, par ses propriétés spectrales, à l'hématine des Vertébrés. Cette hélicohématine fournit, par réduction en milieu alcalin, de l'hémochromogène typique.

5° Si l'on oxyde l'hélicorubine par le permanganate de potassium, il se forme un dérivé offrant, après réduction, une *bande d'absorption dans le jaune* (λ axe = $587^{\mu\mu}$), dérivé analogue à celui que fournit l'hématine des Vertébrés dans les mêmes conditions.

6° Sous l'action des acides (tartrique et acétique) et en présence d'un réducteur approprié (hydrosulfite de sodium), l'hélicohématine donne naissance à de l'*hématoporphyrine* facile à reconnaître grâce à sa fluorescence rouge.

7° D'après ce qui vient d'être dit, l'hélicorubine semble apparentée à l'hémoglobine, dont elle peut être considérée, en quelque sorte, comme une forme à la fois embryonnaire et ancestrale. Cette manière de voir avait déjà été plus ou moins exprimée par Sorby et par Mac Munn, mais sans preuves suffisantes à l'appui de leur opinion.

L'hélicorubine, en solution légèrement acide (ce qui est précisément le cas dans la sécrétion biliaire), passant aisément de l'état réduit à l'état oxydé et inversement, se comporte sans doute dans l'intestin de l'escargot comme un *pigment respiratoire*.

MÉDECINE. — *Influence du traumatisme sur la gangrène gazeuse expérimentale et sur le réveil de cette infection.* Note de MM. **H. Vincent** et **G. Stodel**, présentée par M. A. Dastre.

L'inoculation expérimentale, dans les muscles de la cuisse du cobaye, du *Bacillus perfringens* cultivé en bouillon ordinaire, ne donne pas lieu, d'une manière constante, à l'apparition de la gangrène gazeuse. D'après nos expériences, cette inoculation est restée négative chez 75 pour 100 des cobayes.

Certaines races ont un pouvoir pathogène très faible, même à dose élevée. Il en est d'autres cependant qui sont beaucoup plus actives.

A l'exemple d'un certain nombre d'autres microbes anaérobies, le *B. perfringens* ne paraît donc pas être un microbe pathogène obligé. Très répandu dans le tube digestif de l'homme et des animaux ainsi que dans les substances organiques et les cadavres en putréfaction, ce bacille vit, grâce

à ses ferments protéolytiques, aux dépens de la matière organique morte. C'est ce qui explique sa prédilection pour les plaies par éclat d'obus dans lesquelles les tissus broyés réalisent un substratum inerte très favorable.

Puisqu'il ne se multiplie que plus rarement lorsque cette condition fait défaut, c'est qu'il existe, pour le *B. perfringens*, comme pour le bacille tétanique et le *B. fusiformis* (¹), certains facteurs adjuvants dont l'absence explique, chez les animaux, le résultat négatif de l'inoculation, et dont la coexistence permet, au contraire, sa pullulation. Celle-ci ne peut être amorcée *in vivo* que lorsque le *B. perfringens* trouve un terrain nutritif à vitalité diminuée ou éteinte.

Il est possible d'en apporter la vérification expérimentale.

On inocule, dans la masse musculaire de la cuisse du cobaye, $0^{cm^3},5$ à 1^{cm^3} de culture inactive chez les cobayes témoins. L'animal étant anesthésié, on pratique, aussitôt après, à l'aide d'une tenaille, l'écrasement partiel des muscles inoculés. Or, en pareil cas, la gangrène gazeuse survient à coup sûr, le plus souvent en moins de 18 heures.

Injecté en tissu sain, le bacille est, au contraire, fréquemment sans effet. Que devient-il dans ce dernier cas ? Disparaît-il, et à quel moment ?

Si, chez des cobayes n'ayant présenté aucun lésion après l'inoculation du virus, on provoque, plusieurs jours après, l'attrition des muscles par le procédé indiqué ci-dessus, on voit apparaître la gangrène gazeuse.

Cette apparition est possible pendant une période dont l'extrême limite expérimentale est de 12 jours. En d'autres termes, la tumeur gangréneuse s'est manifestée lorsque le traumatisme est intervenu 2 jours, 5 jours, 6 jours, 7 jours et 9 jours après l'inoculation du bacille. Dans un cas, le résultat a été positif même après 12 jours : le cobaye a guéri, mais après avoir offert la lésion caractéristique avec nombreux bacilles, dont beaucoup sporulés, dans les muscles.

Ainsi réveillée par le traumatisme, la gangrène gazeuse a souvent, surtout si l'inoculation est récente (2 à 6 jours auparavant), une incubation brève en moins de 18 heures, et une marche rapidement mortelle, avec œdème envahissant et suintant, crépitation, perte des poils, abondance considérable de bacilles dans la lésion.

(¹) H. Vincent, *Annales de l'Institut Pasteur*, 25 octobre 1896, et *Société de Biologie*, 23 mars 1901.

En conséquence, *même alors qu'il est silencieux*, *le* B. perfringens *ne disparaît pas immédiatement des tissus*. Il se conserve, manifestant ainsi une phase de *microbisme latent* pendant laquelle il ne détermine aucune lésion.

Chez l'homme blessé, une contusion, un traumatisme intercurrent de quelque nature qu'il soit, peuvent donc amener un réveil d'infection et déclencher le processus gangréneux.

Là est sans doute l'explication de certains cas tardifs de gangrène gazeuse après 4 jours, 6 jours et même 18 jours (A. Quénu et J. Chalier, etc.). Trifaud a signalé des cas semblables, après opération chez des blessés anciens.

La séance est levée à 16 heures.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 10 avril 1917.)

Dans l'énoncé des publications signalées par M. le Secrétaire perpétuel :

Page 571, lignes 3 et 4, *au lieu de* Edmond Perrin, *lire* Édouard Perrin.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 4 JUIN 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE DES SEMI-FLUIDES. — *Intercalation d'un massif sablonneux homogène donné, mais dont l'état ébouleux a ses équations inintégrables, entre deux certains massifs hétérogènes de même figure, qui se prêtent facilement aux calculs d'équilibre-limite*. Note de M. **J. Boussinesq**.

I. J'ai montré, dans une Note du 14 mai (¹), que certains massifs sablonneux *fictifs*, à profil supérieur rectiligne faisant un angle donné ω au-dessus de l'horizon, soutenus par un mur à profil également rectiligne coupant le profil superficiel précédent en un point O du plan vertical des xy qu'ils déterminent ensemble, peut affecter, au voisinage du mur, un angle variable φ' de frottement intérieur, réglé juste de manière à y rendre facile le calcul de l'état ébouleux ou d'équilibre-limite et, par suite, celui de la poussée correspondante éprouvée par le mur; tandis que ces calculs seraient, au contraire, inabordables pour le massif de même figure, mais *censé homogène*, que les ingénieurs ont à considérer le plus souvent dans la pratique. Et alors la poussée-limite que celui-ci exerce sur son mur de soutènement semble ne pouvoir être évaluée, ou tout au moins *appréciée*, qu'en intercalant le massif réel entre deux massifs fictifs de pareille forme, dont l'un résisterait plus que lui à l'éboulement, grâce à des angles de frottement intérieur et extérieur partout aussi grands ou plus grands que le sien, et dont l'autre résisterait moins que lui, grâce à des angles de frottement partout égaux au sien ou moindres. On pourra admettre, en effet, que les poussées directement évaluables de ces deux massifs fictifs fourniront deux limites, respectivement inférieure et supérieure, comprenant ou

(¹) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 760.

encadrant entre elles sa propre poussée. Et il faudra tâcher de resserrer assez ces limites, pour qu'elles en constituent deux valeurs, l'une, *par défaut*, l'autre, *par excès*, réellement approchées.

II. Je me bornerai ici, pour simplifier et fixer les idées, au cas assez ordinaire d'un mur vertical, où la coupe suivant xOy de tous nos massifs occupera, entre la verticale descendante (profil du mur) émanée de l'origine et le profil du talus supérieur pris pour axe des y, l'espace angulaire $\omega + \frac{\pi}{2}$ (l'axe des x faisant l'angle ω avec cette verticale). Nous y définirons les divers points (x, y) du massif au moyen du rayon vecteur $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ et de son angle polaire ou *azimut* θ donnant $x = r\cos\theta$, $y = r\sin\theta$, azimut ainsi compté à partir de l'axe des x.

Cela posé, chaque massif fictif sera homogène assez loin du mur, ou aura un certain angle *constant* φ de frottement, depuis le profil supérieur jusqu'au rayon vecteur r qui fait avec la verticale descendante l'angle particulier δ défini par la formule

$$\delta = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{\omega' - \omega}{2}, \tag{1}$$

où ω' désigne l'angle aigu, plus grand que ω, dont le sinus a la valeur

$$\sin\omega' = \frac{\sin\omega}{\sin\varphi}. \tag{2}$$

Nous appellerons θ_0 l'azimut $\delta - \omega$ de ce premier rayon vecteur au-dessous duquel l'angle partout continu de frottement intérieur deviendra une fonction φ' de θ graduellement croissante, à mesure que θ s'abaissera jusqu'à la valeur négative $-\omega$ atteinte au contact du mur, ou à mesure que $\theta_0 - \theta$ grandira de zéro à δ.

La valeur la plus forte Φ de φ', réalisée pour $\theta_0 - \theta = \delta$, sera reliée à un angle aigu positif auxiliaire ε, tel que

$$\frac{\sin\Phi}{\sin\varphi} = \frac{1}{\cos\varepsilon}, \tag{3}$$

et qui caractérisera l'écart relatif de Φ à φ.

Quant aux autres valeurs de φ', intermédiaires entre φ et Φ, elles résulteront de la formule (10) de la Note citée,

$$\frac{\sin^2\varphi'}{\sin^2\varphi} = 1 + \left[\frac{c\cos\varphi\cos\theta_0\sin(\theta_0 - \theta)}{\cos\varphi\cos\theta - c\sin\varphi\cos\theta_0\sin(\theta_0 - \theta)}\right]^2, \tag{4}$$

où c est une constante à déterminer par la condition que les équations (11) de la même Note donnent sur le mur vertical (pour $\theta_0 - \theta = \delta$) une poussée inclinée sous l'horizon de l'angle φ_1 du frottement extérieur.

En tenant compte de (3), on trouve ainsi

$$(5) \qquad c = \frac{\cos\varphi \cos(\theta_0 - \delta)}{\cos(\varphi - \varepsilon)\cos\theta_0} \frac{\sin\varepsilon}{\sin\delta}, \qquad \frac{\tang\varphi_1}{\sin\varphi} = \frac{\cos(\varphi - \varepsilon + 2\delta)}{\cos\varepsilon - \sin\varphi\sin(\varphi - \varepsilon + 2\delta)}.$$

Enfin, dans le cas simple $\varphi_1 = \varphi$, la formule (14) de la même Note donne $\varepsilon = \delta$, et la précédente (13) fait connaître la poussée-limite $\mathfrak{P}$ alors exercée sur le mur par unité d'aire,

$$(6) \qquad \mathfrak{P} = \Pi r \frac{\cos\omega \cos^2(\varphi + \delta)}{\cos(\omega - \delta)\cos(\varphi - \delta)}.$$

III. En général, on obtiendra une assez bonne limite *inférieure* pour la poussée d'un massif homogène, en prenant, dans cette formule (6), φ et φ_1 égaux à l'angle connu de frottement intérieur de ce massif, puisque le massif hétérogène fictif auquel cette formule conviendrait rigoureusement ne diffère du massif réel que par des coefficients $\tang\varphi'$ de frottement intérieur des couches sablonneuses contiguës au mur, un peu plus grands que $\tang\varphi$, dans des rapports dont l'inverse est compris entre 1 et $\cos\delta$, ou qui n'excèdent guère l'unité que de 6 pour 100 au plus, même quand δ acquiert une valeur aussi forte que 20°.

Et la même formule (6) fournira une limite supérieure souvent presque aussi bonne de la poussée cherchée, en observant que l'équation (3) peut s'écrire, d'après (1) où δ n'est autre que ε,

$$(7) \qquad \frac{1}{\sin\varphi}\cos\left[\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{2}\left(-\omega + \arcsin\frac{\sin\omega}{\sin\varphi}\right)\right] = \frac{1}{\sin\Phi},$$

puis en attribuant par tâtonnement à φ, dans le premier membre de (7), une valeur telle qu'il en résulte précisément pour Φ, au second membre, l'angle de frottement donné du massif homogène. Car, alors, le massif fictif aura toutes ses couches moins résistantes à l'éboulement que le massif réel, à l'exception de sa couche touchant le mur qui a bien l'angle de frottement Φ, mais où le frottement extérieur sera supposé, lui aussi, moindre qu'il n'est en réalité. Le massif exercera donc une poussée plus forte que la poussée réelle.

Le tâtonnement sera même supprimé pour un *terre-plein horizontal*, cas où l'on a, dans (1),

$$\omega = 0, \qquad \omega' = 0, \qquad 2\cos^2\delta = 1 + \sin\varphi$$

et où il vient, par suite, en résolvant une équation du second degré,

$$(8) \qquad \sin\varphi = \frac{\sin\Phi}{4}\left(\sin\Phi + \sqrt{8+\sin^2\Phi}\right).$$

Ce cas simple d'un terre-plein horizontal est, d'ailleurs, plus désavantageux pour la méthode que celui d'un talus montant; car δ y atteint de plus fortes valeurs (jusqu'à 22°,5 pour $\Phi = 45°$) et l'hétérogénéité des massifs fictifs s'y accuse davantage.

IV. Un autre inconvénient de la limite supérieure ainsi obtenue est l'altération de la direction de la poussée, celle-ci n'y faisant pas avec la normale au mur (tirée hors du massif) son véritable angle de frottement extérieur Φ. Il peut donc être désirable d'obtenir une autre limite supérieure, où l'on n'aurait plus $\varepsilon = \delta$, ni $\varphi_1 = \varphi$, mais plutôt $\varphi_1 = \Phi$, afin que les deux limites entre lesquelles on intercale la poussée effective expriment deux forces de même direction qu'elle, ou n'en différant que par la grandeur, *non par la qualité*, et lui soient mieux comparables. Alors l'équation (3) devient

$$(9) \qquad \sin\varphi_1 = \frac{\sin\varphi}{\cos\varepsilon}, \qquad \text{d'où} \qquad \left(\frac{\tang\varphi_1}{\sin\varphi}\right)^2 = \frac{1}{\cos^2\varepsilon - \sin^2\varphi};$$

et la seconde équation (5) élevée au carré, d'où l'on éliminera le rapport $\frac{\tang^2\varphi_1}{\sin^2\varphi}$, devient aisément, par quelques réductions suivies d'une extraction exacte de racine carrée [1],

$$(10) \qquad \sin(\varphi + 2\delta - \varepsilon) = \frac{\sin\varphi}{\cos\varepsilon} = \sin\Phi; \qquad \varphi + 2\delta - \varepsilon = \Phi.$$

Substituons à 2δ, dans la dernière (10), sa valeur, tirée de (1), et, en isolant ω', puis portant dans (2) l'expression de ω' obtenue, nous trouverons

$$(11) \qquad \cos(\varphi + 2\delta - \omega) = \frac{\sin\omega}{\sin\varphi}.$$

---

[1] Ces calculs montrent aussi que, si l'on divise le dernier membre de la seconde (5), élevé au carré, par le dernier de (9), il vient identiquement

$$\frac{\tang^2\varphi_1}{\tang^2\Phi} = 1 - \left[\frac{\sin\varphi - \cos\varepsilon\sin(\varphi - \varepsilon + 2\delta)}{\cos\varepsilon - \sin\varphi\sin(\varphi - \varepsilon + 2\delta)}\right]^2$$

et que Φ est le maximum de φ_1.

Multiplions maintenant celle-ci par $\cos\varepsilon = \frac{\sin\varphi}{\sin\Phi}$. Il vient

$$\cos\varepsilon\cos(\varphi + 2\delta - \omega) = \frac{\sin\omega}{\sin\Phi}. \tag{12}$$

Enfin, remplaçons $\varphi + 2\delta$, d'après la dernière (10), par $\Phi + \varepsilon$; et, en substituant au produit de deux cosinus la demi-somme de deux cosinus, nous aurons

$$\cos(\Phi - \omega + 2\varepsilon) = 2\frac{\sin\omega}{\sin\Phi} - \cos(\Phi - \omega), \tag{13}$$

relation à second membre tout connu, qui permettra d'obtenir $\Phi - \omega + 2\varepsilon$ ou, par suite, l'inconnue ε.

On en déduira φ par la formule $\sin\varphi = \sin\Phi\cos\varepsilon$, puis δ par (11). Après quoi, la dernière (10) fournira une vérification de tous les calculs.

Enfin, la limite supérieure correspondante de la poussée par unité d'aire, que nous appellerons $\mathfrak{P}'$ afin de la distinguer de la limite inférieure (6), sera

$$\mathfrak{P}' = \Pi r\cos\varepsilon\cos(\varphi + \delta)\frac{\cos\omega\cos(\varphi + 2\delta - \varepsilon)}{\cos(\omega - \delta)\cos(\varphi - \varepsilon)}. \tag{14}$$

V. Les formules précédentes s'appliquent aisément au cas d'un terre-plein horizontal, pratiquement le plus simple et le plus important, mais ici le plus défavorable au point de vue du resserrement des limites, en raison des fortes valeurs qu'y atteignent δ, ε et les degrés d'hétérogénéité des massifs fictifs.

L'angle ω s'y annulant, 2δ y est le complément de φ; et l'on trouve d'abord, pour la limite inférieure $\mathfrak{P}$, la valeur $\Pi r\frac{1 - \sin\varphi}{\cos\varphi(1 + 2\sin\varphi)}$. Si, par exemple, φ égale 45°, le coefficient de Πr y est

$$\frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1} = 3 - 2\sqrt{2} = 0{,}1716 \text{ environ.}$$

Quant au calcul de la limite supérieure $\mathfrak{P}'$, la formule (13) y donne

$$\Phi + 2\varepsilon = \pi - \Phi \qquad \text{ou} \qquad \varepsilon = \frac{\pi}{2} - \Phi;$$

et l'on trouve ensuite

$$\sin\varphi = \sin^2\Phi, \qquad \delta = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2},$$

enfin

$$\mathfrak{P}' = \Pi r \frac{\sin\Phi\cos\Phi}{\sin(\Phi+\varphi)} \operatorname{tang}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right).$$

Pour $\Phi = 45°$, il vient

$$\varphi = 30°, \qquad \sin(\Phi+\varphi) = \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}, \qquad \mathfrak{P}' = \Pi r \frac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{3}}.$$

Le coefficient numérique de Πr y revient à

$$\frac{3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{6} = 0,2989,$$

fraction dont l'excès sur la limite inférieure 0,1716 atteint presque les trois quarts de celle-ci.

VI. Heureusement qu'on se borne en général, surtout dans les expériences de laboratoire, à étudier des équilibres-limite *de rotation* où les murs sont des parois mobiles autour d'un axe fixe horizontal connu, et où la poussée ne figure dans l'équation du phénomène que par son *moment*. C'est donc ce moment seul ou, ce qui revient au même, une *certaine* composante de la poussée, qui a de l'importance et qu'il s'agit d'intercaler entre deux limites peu distantes. J'espère montrer prochainement qu'on y réussit assez bien, même dans ce cas désavantageux d'un terre-plein horizontal.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection des deux Membres de la *Commission de vérification des comptes de l'année* 1916.

MM. **H. Deslandres** et **A. Dastre** réunissent la majorité des suffrages.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de la Guerre** annonce à l'Académie qu'il a nommé M. C. Jordan Membre du *Conseil de perfectionnement de l'École polytechnique*, pour la durée des hostilités, en remplacement de M. *H. Léauté*, décédé.

M. **Albert Robin** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la Section des Académiciens libres.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Deux conférences sur la Nomographie, par Maurice d'Ocagne. I. *Principes de Nomographie*. II. *Application des nomogrammes à alignement aux différents cas de résolution des triangles sphériques*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation conforme.* Note de M. **Paul Montel.**

1. *Représentation conforme de l'intérieur d'un domaine simplement connexe.* — Considérons des ensembles (D), en nombre infini : je dirai qu'un point P est *uniformément intérieur* à une infinité d'ensembles (D) si ce point est le centre d'un cercle intérieur à chacun de ces ensembles. L'ensemble des points P uniformément intérieurs à une infinité des ensembles (D) s'appellera l'*ensemble limite complet intérieur* (D_C) des ensembles (D). L'ensemble des points P uniformément intérieurs à tous les ensembles (D), sauf peut-être un nombre fini d'entre eux, s'appellera l'*ensemble limite restreint intérieur* (D_R) des ensembles (D). Si les ensembles (D_C) et (D_R) coïncident, nous dirons que les ensembles (D) admettent un *ensemble limite intérieur* (D_C) ou (D_R).

Supposons que les ensembles (D) soient des domaines simplement connexes bornés dans leur ensemble et contenus dans le plan de la variable complexe Z et soit $f(z)$ une fonction faisant la représentation conforme, sur l'intérieur de (D), de l'intérieur du cercle (d) de rayon *un* contenu dans le plan de la variable complexe z. Les fonctions $f(z)$ correspondant aux différents domaines (D) sont bornées dans leur ensemble : elles forment une famille normale et toute suite infinie de ces fonctions admet au moins une fonction limite $F(z)$.

Toute fonction limite $F(z)$ *fait la représentation conforme de l'intérieur du cercle* (d) *sur l'intérieur d'un domaine* (D′) *dont tous les points appartiennent à* (D_C).

Inversement, tout domaine formé de points de (D_C) *fait partie d'un domaine* (D′) *correspondant à une fonction limite* F(*z*), *pourvu qu'il existe dans le premier domaine un point* P *dont les correspondants sur* (*d*) *admettent au moins un point limite intérieur à* (*d*).

On déduit aisément du résultat précédent que tout domaine ouvert simplement connexe, borné ou non, du plan des Z peut être représenté d'une manière conforme sur le domaine ouvert du cercle (*d*) de rayon *un*, de manière qu'à un élément de contact intérieur à (D) corresponde un élément de contact intérieur à (*d*) arbitrairement choisi ([1]).

2. *Correspondance entre les points frontières.* — La représentation conforme du domaine ouvert simplement connexe (D) sur le domaine ouvert (*d*) est, comme on sait, complètement déterminée par la condition que deux éléments de contact, arbitrairement choisis dans (D) et (*d*), se correspondent. L'étude de la correspondance qui en résulte pour les points des frontières (C) et (*c*) de ces domaines a été faite par Riemann lorsque (C) est formée par un ou plusieurs arcs analytiques. Le cas d'un contour non analytique a été étudié d'abord par M. Painlevé ([2]), puis, dans le cas général, par M. Carathéodory ([3]).

On peut faire cette étude en utilisant seulement les théorèmes généraux de la théorie des fonctions analytiques et en leur adjoignant la proposition suivante :

Soit $f_1(z), f_2(z), \ldots, f_n(z), \ldots$ *une suite infinie de fonctions analytiques bornées dans leur ensemble dans l'intérieur d'un domaine connexe* (Δ). *Si cette suite converge uniformément sur un arc* (γ) *arbitrairement petit du contour limitant le domaine, elle converge aussi uniformément dans tout domaine intérieur à* (Δ) *et dont la frontière peut comprendre des portions de* (γ).

([1]) Ce dernier théorème a déjà été établi par M. Osgood, par une voie différente [*On the existence of Green's function for the most general simply connected plan region* (*Trans. Am. Math. Soc.*, 1900, p. 310)]. En utilisant des suites normales de fonctions, M. Carathéodory a démontré cette même proposition pour certains domaines simplement connexes [*Untersuchungen über die konformen Abbildungen von festen und veränderlichen Gebieten* (*Math. Annalen*, 1912, p. 107)].

([2]) *Sur la théorie de la représentation conforme* (*Comptes rendus*, t. **112**, 1891, p. 653).

([3]) *Ueber die gegenseitige Beziehung der Ränder bei der konformen Abbildung des Inneren einer Jordan'schen Kurve auf einen Kreis* (*Math. Annalen*, 1913, p. 305) et *Ueber die Begrenzung einfachzusammenhängender Gebiete* (*Math. Annalen*, 1913, p 323).

Ce théorème, qui est une généralisation nouvelle d'une proposition classique de Weierstrass, permet de montrer d'abord qu'à tout point accessible Z_0 de (C) correspond un point z_0 de (c) tel que $f(z)$ ait pour limite Z_0 lorsque z tend vers z_0 par un chemin quelconque intérieur à (c). On établit, en effet, que, dans le cas contraire, $f(z)$ aurait pour limite la constante Z_0 sur un arc de (c). C'est l'extension au cas d'un point accessible quelconque, de la méthode que M. Picard [1] a fait connaître pour un point Z_0 commun à deux arcs analytiques distincts de (C). On déduit aisément de ce qui précède l'étude du cas où tous les points du contour sont accessibles et, en particulier, que la représentation conforme d'un domaine limité par une courbe simple de Jordan sur un cercle est biunivoque et continue pour les points des frontières, c'est-à-dire pour les domaines fermés.

Le même théorème permet l'étude de la correspondance entre les frontières pour les points z_0 de (c) tels que le domaine d'indétermination de $f(z)$, lorsque z tend vers z_0 par des chemins intérieurs à (d), ne se réduise pas à un point. Soit F l'ensemble des valeurs limites obtenues; cet ensemble, qui est un continu linéaire, est la somme de l'ensemble F_0 des valeurs limites de $f(z)$ sur tout chemin non tangent en z_0 à la circonférence et d'un autre ensemble F'_0. Le continu F forme un *bout* de la frontière (C); sur ce bout, les points P_0 de F_0 sont des points principaux et les points de F'_0 sont des points accessoires. Les premiers se distinguent des autres par la propriété suivante : il existe une infinité de coupures du domaine (D), ayant pour limite le point P_0 et dont chacune sépare ce point d'un point fixe arbitrairement choisi dans (D) [2].

Imaginons une suite infinie d'arcs de courbes (l_0), (l_1), ..., (l_n), ..., intérieurs à (d), aboutissant en z_0 d'un même côté du diamètre passant en ce point, et tels que l'ordre de contact de ces courbes avec le cercle (c) croisse avec n. Si F_n désigne l'ensemble des valeurs limites de $f(z)$ sur l'arc (l_n), on a les inégalités $F_0 \leqq F_1 \leqq F_2 \leqq \ldots \leqq F_n \leqq \ldots$ On peut donc dire que *l'ensemble des valeurs limites de $f(z)$ sur des arcs de courbes aboutissant en z_0 s'accroît de plus en plus quand augmente l'ordre du contact de ces courbes et du cercle.*

---

(1) *Cours à la Faculté des Sciences de Paris en* 1888. *Traité d'Analyse*, 1re édition, 1893, et 2e édition, t. II, p. 307.

(2) Voir Carathéodory, *loc. cit.*, et Lindelöf, *Sur un principe général de l'Analyse et ses applications à la théorie de la représentation conforme* (*Acta Societatis Scientiarum Fennicæ*, 1915).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques problèmes qui impliquent des fonctions non mesurables*. Note de M. W. SIERPIŃSKI.

Nous dirons qu'un problème implique des fonctions non mesurables, si, en admettant ce problème résolu (affirmativement), on en déduit *sans l'axiome du choix* l'existence des fonctions non mesurables. Par exemple le problème d'existence d'un ensemble bien ordonné ayant la puissance du continu implique des fonctions non mesurables.

Le but de cette Note est d'appeler l'attention sur quelques autres problèmes de la théorie des ensembles et certaines questions d'analyse qui impliquent l'existence des fonctions non mesurables.

On regarde dans la théorie des ensembles comme bien démontré que l'ensemble de tous les sous-ensembles dénombrables du continu a la puissance du continu. Or, nous allons démontrer que ce problème implique des fonctions non mesurables.

Admettons, en effet, que l'ensemble de tous les sous-ensembles dénombrables du continu a la puissance non supérieure à celle du continu. Il existe donc une correspondance d'après laquelle à tout ensemble dénombrable de nombres réels E correspond un nombre réel $f(E)$, de telle sorte qu'aux ensembles E différents correspondent toujours des nombres $f(E)$ différents.

Soit maintenant x un nombre réel donné. Désignons par $E(x)$ l'ensemble de tous les nombres $x+r$, r étant un nombre rationnel quelconque : on voit sans peine que ce sera un ensemble dénombrable et que nous aurons toujours $E(x)=E(x')$ pour $x-x'$ rationnel et $E(x)\neq E(x')$ pour $x-x$ irrationnel.

A tout nombre réel donné x correspondra donc un nombre réel $\varphi(x)=f[E(x)]$, et il suit des propriétés de $E(x)$ et $f(E)$ que nous aurons $\varphi(x)=\varphi(x')$ pour $x-x'$ rationnel et $\varphi(x)\neq\varphi(x')$ pour $x-x'$ irrationnel.

Or, je dis que toute fonction $\varphi(x)$ jouissant de cette propriété est non mesurable [1].

Admettons, pour le démontrer, que $\varphi(x)$ est mesurable et posons $\psi(x)=\varphi(x)-\varphi(-x)$: ce sera donc aussi une fonction mesurable.

---

[1] M. H. Lebesgue a démontré cela pour une classe particulière de fonctions $\varphi(x)$ [pour lesquelles $\varphi(x)-x$ est toujours rationnel] (voir *Bull. Soc. math. de France*, t. 35, p. 210).

Désignons par N l'ensemble de tous les nombres réels x satisfaisant à l'inégalité $\psi(x) > 0$: la fonction $\psi(x)$ étant mesurable, l'ensemble N le sera donc aussi.

Nous allons maintenant démontrer que l'ensemble N est non mesurable dans tout intervalle. Désignons, en effet, par Q l'ensemble de tous les nombres irrationnels n'appartenant pas à l'ensemble N : pour tout x de Q nous aurons $\psi(x) < 0$ et réciproquement, ce qui résulte de la définition de l'ensemble N et de la remarque que l'égalité $\psi(x) = 0$, c'est-à-dire $\varphi(x) = \varphi(-x)$, subsiste, d'après les propriétés de $\varphi(x)$, pour x rationnel et seulement pour x rationnel. Je dis maintenant que pour tout r rationnel et tout x irrationnel, des deux nombres x et $2r - x$, l'un appartient à N et l'autre à Q : pour le prouver, il suffit de remarquer que, d'après la définition de $\psi(x)$ et la propriété de $\varphi(x)$, nous avons toujours pour r rationnel $\psi(2r - x) = -\psi(x)$. Or, tous les nombres de N et de Q sont irrationnels, puisque pour x rationnel nous avons $\psi(x) = 0$. Donc les ensembles N et Q sont images symétriques l'un de l'autre, pour tout point à abscisse rationnelle r comme centre de symétrie.

Soit maintenant (a, b) un intervalle donné quelconque et admettons que la partie de l'ensemble N contenue dans (a, b) est mesurable. Or, soit (a_1, b_1) un intervalle aux extrémités rationnelles contenu dans (a, b), d'ailleurs quelconque, et désignons par N_1 et Q_1 les parties respectives de N et Q contenues dans (a_1, b_1) : N_1 sera donc un ensemble mesurable. Les ensembles N_1 et Q_1 sont superposables, comme images symétriques l'un de l'autre [le milieu de (a_1, b_1) étant le centre de symétrie] : donc ils ont la même mesure et cette mesure sera égale à la moitié de la longueur de (a_1, b_1), puisque les points de (a_1, b_1) n'appartenant ni à N ni à Q (comme rationnels) font un ensemble dénombrable.

Il s'ensuit qu'on pourrait décomposer l'intervalle (a, b) en deux ensembles qui ont la même mesure dans tout intervalle aux extrémités rationnelles, contenu dans (a, b). Or, comme on sait, on démontre sans peine (sans l'axiome du choix) que c'est impossible.

Nous avons donc démontré que la fonction $\varphi(x)$ ne peut être mesurable. Le problème sur la puissance de l'ensemble de tous les sous-ensembles dénombrables du continu implique donc des fonctions non mesurables.

On regarde aussi comme bien démontré que l'ensemble de toutes les fonctions de la deuxième classe de M. Baire a la puissance du continu. Or nous démontrerons que ce problème implique des fonctions non mesurables.

Admettons, en effet, que l'ensemble de toutes les fonctions de la

deuxième classe de M. Baire a la puissance du continu : je dis qu'il en résulte, sans l'axiome du choix, que l'ensemble de tous les sous-ensembles dénombrables du continu a une puissance non supérieure à celle du continu.

Soit D un ensemble dénombrable de nombres réels. Désignons par $f_D(x)$ une fonction d'une variable réelle qui est égale à 1 pour tous les points x de D et égale à 0 pour tous les autres x : ce sera évidemment une fonction de la première ou deuxième classe dans la classification de M. Baire. A tout ensemble dénombrable D de nombres réels correspond donc une fonction $f_D(x)$ déterminée et aux ensembles D différents correspondront évidemment des fonctions $f_D(x)$ différentes. Donc il existe une correspondance biunivoque entre l'ensemble de tous les sous-ensembles dénombrables du continu et un sous-ensemble de l'ensemble de toutes les fonctions de la première et deuxième classe de M. Baire.

D'après notre hypothèse l'ensemble de toutes les fonctions de la deuxième classe a la puissance du continu; or il résulte (sans l'axiome du choix) des recherches de M. Baire sur les fonctions discontinues que l'ensemble de toutes les fonctions de la première classe a la puissance du continu. L'ensemble de tous les sous-ensembles dénombrables du continu aurait donc une puissance non supérieure à celle du continu, ce qui implique des fonctions non mesurables, comme nous l'avons démontré plus haut.

Nous avons donc démontré que le problème sur la puissance de l'ensemble de toutes les fonctions de la deuxième classe de M. Baire implique des fonctions non mesurables. Il en est de même, à plus forte raison, pour l'ensemble de toutes les fonctions représentables analytiquement. Nous pouvons donc affirmer que *l'existence des fonctions non mesurables est aussi bien démontrée que le théorème d'après lequel l'ensemble de toutes les fonctions représentables analytiquement a la puissance du continu.*

Je finirai en signalant encore un problème qui implique des fonctions non mesurables : c'est le problème d'existence d'un ensemble ordonné ayant la même puissance que l'ensemble de toutes les fonctions d'une variable réelle.

ASTRONOMIE. — *Éléments de la comète* 1917 *b* (*Schaumasse*). Note de MM. **G. Fayet** et **A. Schaumasse**, présentée par M. B. Baillaud.

Les observations utilisées sont celles obtenues les 25 avril, 8, 14 et 22 mai 1917, par M. Schaumasse, à l'aide de l'équatorial coudé ($0^m,40$ d'ouverture) de l'Observatoire de Nice.

Plusieurs orbites ont été calculées, dont une sans faire d'hypothèse sur l'excentricité, mais la parabole apparaît encore suffisante pour représenter d'une manière satisfaisante les observations considérées.

Voici les éléments paraboliques qui paraissent les meilleurs :

$$T = 1917 \text{ mai } 18{,}2102, \text{ temps moyen de Greenwich.}$$

$$\left.\begin{aligned} \Omega &= 9^\circ.40'.\ 6'' \\ i &= 158.43.39 \\ \omega &= 119.\ 9.10 \end{aligned}\right\} 1917{,}0$$

$$\log q = 9{,}883198$$

Représentation des lieux intermédiaires :

	O. — C.	
	$\cos\beta\, d\lambda$.	$d\beta$.
1917. Mai 8.........	+5″	−4″
» » 14.........	+3″	−3″

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de la vitesse de refroidissement sur la température de transformation et la structure des aciers au carbone.* Note [1] de MM. **Portevin** et **Garvin**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

On sait, depuis les travaux d'Osmond, que les températures de transformation au refroidissement d'un acier au carbone se trouvent abaissées lorsque, toutes choses égales d'ailleurs, on fait croître la vitesse moyenne de refroidissement, et ceci dans une mesure et d'une manière que l'on ignore, surtout lorsque cette vitesse devient comparable à celles que l'on obtient en trempant de petits échantillons dans l'eau (intervalle 700°-$100^\circ < 10$ secondes). En d'autres termes on ne connaît pas, pour les aciers au carbone, la position, dans l'échelle des températures, de la transformation lors de la trempe en fonction de la vitesse de refroidissement; cela tient aux difficultés expérimentales que présente l'étude thermique des refroidissements de faible durée totale.

Les travaux de M. Le Chatelier, continués par ceux de MM. Lejeune et Benedicks, avaient spécialement pour but de connaître l'influence des conditions de trempe sur la vitesse de refroidissement de l'acier, et ce n'est qu'isolément que l'on y rencontre des indications concernant le point de transformation.

Pour obtenir des vitesses de refroidissement variables on peut, soit

---

(1) Séance du 21 mai 1917.

modifier les conditions de trempe pour des échantillons identiques, soit modifier la masse des échantillons, les conditions de trempe restant les mêmes; ce dernier moyen est de beaucoup le plus maniable et permet d'obtenir au centre de l'échantillon telle vitesse moyenne que l'on désire. On peut critiquer dans ce procédé l'écart qui existe entre les vitesses de refroidissement des régions centrales et périphériques de l'échantillon qui, par suite, ne se transforment pas à la même époque; mais de toute façon on mesure la température du point en contact avec la soudure du couple, et il est possible de discerner l'influence des autres portions de la masse et de leur attribuer la part qui leur revient dans le phénomène enregistré.

Les difficultés signalées plus haut ont été surmontées en adoptant le dispositif expérimental décrit dans une Note précédente [1] où l'on trouvera toutes indications utiles. Nous avons donc opéré sur des cylindres homothétiques de diamètres variant de 8^{mm} à 20^{mm} et de hauteur $h = 3d$, pris dans des aciers de nuances diverses.

Une autre difficulté provient de la lenteur des transformations à basse température; le dégagement de chaleur s'étend sur un grand intervalle de temps et le relèvement de la courbe est à peine discernable, et il faut recourir à la comparaison avec un métal sans point de transformation.

Les conditions dans lesquelles cette comparaison est valable et possible ont été précisées dans la Note précitée; elles conduisent à l'utilisation comme terme de comparaison d'aciers trempés au-dessous de leur point de transformation et, à la suggestion de M. Le Chatelier, de l'acier à 30 pour 100 de nickel.

On aurait pu aussi, pour lever cette dernière difficulté, utiliser la méthode dilatométrique : mais elle nécessite l'emploi d'échantillons longs et minces, dont la température est très difficile à mesurer et dont on ne peut réaliser avec certitude le refroidissement homogène sur toute la longueur par immersion dans un liquide.

Les résultats obtenus peuvent se résumer ainsi :

1° Pour un acier donné et une température initiale de trempe donnée, l'abaissement du point de transformation pour des vitesses de refroidissement croissantes ne s'opère pas d'une manière progressive, et la transformation d'abord bien marquée à haute température sur les courbes est rejetée ensuite brusquement à basse température et ne peut plus alors s'observer sur les courbes que par la méthode de comparaison.

La figure 1 montre un exemple de la disparition du point de transformation à haute température pour des vitesses de refroidissement graduellement croissantes et la figure 2 montre la transformation lente à basse température.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 51.

2° Il y a donc des valeurs critiques de la vitesse de refroidissement marquant le changement dans la position et l'allure de la transformation.

3° Lorsqu'il y a transformation à haute température, on obtient de la troostite, lorsqu'il n'y a transformation qu'à basse température, de la martensite. Dans les aciers autres que l'eutectique, la troostite est toujours accompagnée du constituant proeutectique.

La discontinuité d'aspect entre la troostite et la martensite correspond bien à la discontinuité d'allure des courbes et au rejet de la transformation à basse température. On peut dire que la troostite est formée des mêmes constituants que la perlite à la grosseur des éléments près; l'écart de dureté provient de l'état de division des phases cémentite et ferrite.

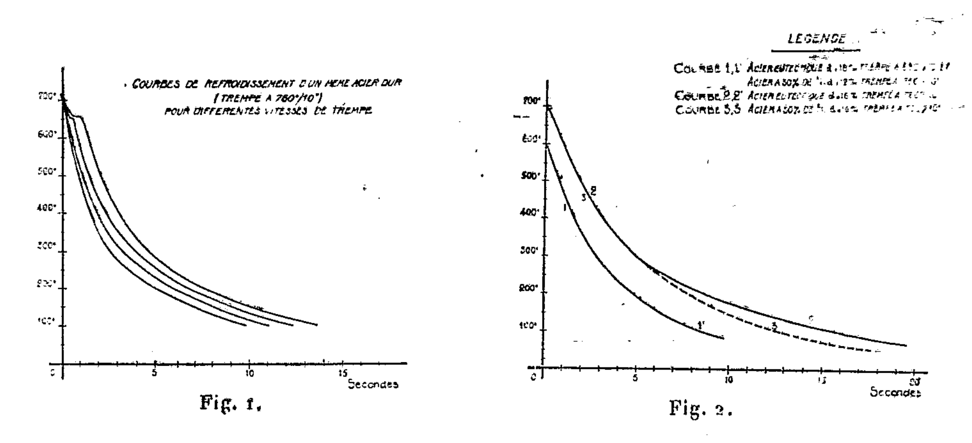


Fig. 1. Fig. 2.

Quant à la martensite, son existence est corrélative d'une transformation qui s'amorce à basse température et s'opère avec une vitesse relativement faible; des expériences très récentes de C.-F. Brush et Sir R. Hadfield (¹) ont d'ailleurs mis en évidence un dégagement de chaleur à la température ordinaire dans les aciers après la trempe. Cette transformation est incomplète puisque par réchauffage on observe un dégagement irréversible de chaleur, déjà sensible à 100° (²), mais on ne saurait dire dans quelle mesure la présence d'austénite intervient dans ce dernier phénomène, car on ne peut apprécier les quantités relatives de ces constituants.

4° Lorsqu'il existe simultanément de la troostite et de la martensite, la courbe marque à la fois une anomalie à haute et une à basse température donnant l'apparence d'un dédoublement de la transformation.

(¹) *Proc. Roy. Soc.*, A, 93, avril 1917, p. 188.

(²) H. SCHOTTKY, *Ferrum*, t. 1, 1913, p. 274.

5° L'élévation de la température initiale, pour des conditions de trempe données, tend à rejeter la transformation à basse température.

6° La valeur critique de la vitesse de refroidissement, pour une température initiale donnée, dépend de la composition de l'acier. Elle ne varie pas toujours dans le même sens que la teneur en carbone de l'acier; il paraît y avoir un minimum pour la teneur eutectique.

Sous cet aspect, les phénomènes de trempe de l'acier ont des analogies avec ceux de surfusion et de sursaturation.

La notion de vitesse critique de trempe et l'influence de la température sur ce facteur ainsi acquises pour les aciers au carbone se retrouvent dans la trempe des aciers complexes : aciers nickel-chrome et chrome-tungstène, pour lesquels les phénomènes de dédoublement et de rejet à basse température des transformations sont facilement observables puisqu'ils ont lieu pour des refroidissements beaucoup moins rapides. Ces conceptions sont donc susceptibles d'une généralisation étendue et jouent un rôle prépondérant dans l'étude des deux phénomènes importants accompagnant la trempe des aciers : la pénétration de trempe et la génération des tapures.

BOTANIQUE. — *Sur quelques Microthyriacées.* Note [1] de M. G. **Arnaud**, présentée par M. L. Mangin.

Nous avons indiqué récemment [2] la constitution générale du groupe des Microthyriacées; les caractères de certains types méritent une étude plus précise.

1. *Mycélium et hyphopodies.* — Le *Microthyrium microscopicum*, type du genre et de la famille, est resté mal connu jusqu'ici; en particulier, tous les auteurs ont passé sous silence le mycélium et Theissen, dans un travail récent, a exclu du genre toutes les espèces qui possédaient un mycélium externe. Cependant, *M. microscopicum* présente un mycélium externe brun clair qui rampe à la surface de la feuille et qui présente la disposition que nous avons décrite [3] chez *Microthyrium cantareirense* P. Henn. (synonyme, d'après Theissen, d'*Asterinella Puiggarii*, type du genre *Asterinella*), c'est-à-dire que presque toutes les cellules du mycélium envoient un prolongement qui perfore la cuticule et forme au-dessous d'elle un appareil absor-

---

(1) Séance du 29 mai 1917.

(2) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 574.

(3) *Comptes rendus*, t. 159, 1915, p. 807.

bant; par suite, le genre *Asterinella* est probablement à réunir au genre *Microthyrium*, quoique chez *M. microscopicum* les ascospores n'aient été observées qu'à l'état de maturité incomplet et incolores.

La disposition du mycélium chez les deux *Microthyrium* cités permet de comprendre dans la nature d'organes les *hyphopodies* (hyphopodies ordinaires ou hyphopodies capitées de Gaillard) que les mycologues ont interprétés diversement; ces appendices, qui existent chez les *Meliola* comme chez les Microthyriacées stolonifères, ont été considérés d'abord comme des conidies, puis comme des organes femelles; ce sont simplement les *vestibules* des suçoirs ou plus généralement le point de réunion du mycélium externe avec le mycélium interne. Le mot *hyphopodie* a reçu des acceptions diverses : pour préciser, on peut appeler *stigmocystes* les cellules qui portent le canal de pénétration dont la projection apparaît dans la cellule comme un point clair, et *stigmopodies* les rameaux qui portent les stigmocystes, quand ces rameaux sont différenciés du mycélium ordinaire. Les deux termes se confondent quand les stigmopodies sont unicellulaires. Chez les *Microthyrium*, toutes les cellules du mycélium externe sont des stigmocystes non différenciés. Chez d'autres Microthyriacées il y a seulement quelques stigmocystes dispersées sur les filaments et renflées en forme de nœuds; chez *Lembosia globulifera* Pat., de tels stigmocystes ne se rencontrent que sur certains rameaux, ce qui est un premier indice d'une différenciation; enfin, chez les *Meliola* et la plupart des Microthyriacées stolonifères, les stigmocystes sont portés à l'extrémité de rameaux spéciaux courts formés d'une ou deux cellules : ce sont les stigmopodies.

Ces stigmopodies ont une forme et une disposition remarquablement fixes chez les types précédents, mais on trouve ailleurs des organes analogues, moins nettement différenciés; L. Mangin (¹) a décrit et figuré une disposition assez semblable chez le mycélium rampant de *Leptosphæria herpotrichoides* et un peu aussi chez *Ophiobolus graminis*.

II. *Disposition des asques*. — Chez les Microthyriacées, le tissu ascogène se trouve en général à la base du conceptable d'où les asques se dressent verticalement et parallèlement. Chez les *Microthyrium* (inclus *Asterinella*) et quelques types voisins, les conceptables restent très plats, le tissu ascogène forme une couronne périphérique d'où les asques convergent vers le centre, ou plus exactement vers le sommet très bas du conceptable; au centre on

(¹) L. MANGIN, *Sur le Piétin ou maladie du pied du blé* [(*Bull. Soc. Myc. de France*, t. 15, 1899, p. 211 (p. 228, pl. XII, fig. 1 *a*, 2 *a* et pl. XIII)].

trouve souvent une colonne de tissu stérile paraphysoïde. Les *Trichothyrium* présentent la même disposition et ne sont que des *Microthyrium* adaptés au parasitisme sur un autre champignon superficiel (*Meliola* en général), mais ici le tissu paraphysoïde est nul ou très réduit.

Persuadé que les *Microthyrium* n'ont pas de mycélium externe, Theissen a placé dans ce genre le *Clypeolium Loranthi* Har. et Karst. qui forme le type d'un nouveau genre que l'on peut considérer comme un *Microthyrium* rhizomateux et dont la diagnose est la suivante :

« *Hariotula* gen. nov. Conceptables externes du type *Microthyrium*, naissant en grand nombre sur un mycélium commun interne; ascospores bicellulaires incolores ou brunes. Type *H. Loranthi* (Har. et Karst.) *nob.* Chez le type, le mycélium est subcuticulaire et les spores (non mûres) sont hyalines. »

III. *Microthyriacées phragmosporées.* — Les Microthyriacées superficielles ont presque toutes des spores bicellulaires; les exceptions sont très rares. Cependant deux espèces ont des spores pourvues de plusieurs cloisons et constituent deux genres voisins.

Halbania cyathearum Racib. présente un mycélium peu abondant, mais bien net, sans stigmocystes, certaines ramifications pénètrent par les stomates pour se mettre en relation avec le mycélium interne; ce mode de pénétration est peut-être général chez les Microthyriacées parasites des Filicinées, tandis qu'il est extrêmement rare chez les espèces du même genre, groupe parasite des Angiospermes.

Meliola clavispora Pat. est le type d'un nouveau genre de Microthyriacées qui se distingue du précédent par la présence des stigmopodies unicellulaires; les remarquables suçoirs de l'espèce ont été décrits précédemment [1] :

« *Patouillardina* nov. gen.; mycélium externe pourvu de stigmopodies et produisant des conceptacles externes de Microthyriacées; sans paraphyses; asques verticaux, parallèles, ellipsoïdes ou ovoïdes; ascospores brunes à plusieurs cloisons parallèles; type *P. clavispora* Pat. *nob.* »

Le genre phragmosporé *Amazonia* Theissen est placé par son auteur parmi les Microthyriacées, nous pensons qu'il doit rester dans les Méliolées (Dothidéacées stolonifères), malgré son apparence microthyrioïde; le type *A. psychotriæ* Th. est une ancienne variété de *Meliola asterinoides* Winter.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 159, 1915, p. 807.

PHYSIOLOGIE. — *A propos de l'horaire des repas.* Note de M. **Amar**, présentée par M. Dastre.

Dans une Note, insérée aux *Comptes rendus* du 29 mai dernier (t. 164, p. 848), M. Bergonié fixe entre 2500^{cal} et 3200^{cal} par 24 heures la ration alimentaire *de travail* d'un adulte, ouvrier ou employé; et il propose de donner cette provision d'énergie « le matin, vers $7^h 30^m$, sous forme d'un repas principal, riche de 1500^{cal} à 2000^{cal}, et le soir vers 18^h, par un repas *secondaire* (il veut sans doute dire : un *second* repas) de 1000^{cal} à 1200^{cal} (p. 849), ajoutant : « La journée de travail de 8 heures, limitée entre 9^h et 17^h par exemple, s'écoule tout entière sans repas intercalaire, laissant ainsi 16 *heures consécutives* de liberté à l'ouvrier et à l'employé ».

Les *expériences* de M. Bergonié, qui l'ont pu conduire à nous proposer ces règles physiologiques de la vie active de l'homme, ne sont pas connues. Si elles étaient publiées, il serait aisé de les confronter avec des faits depuis longtemps acquis, notamment avec les résultats des mesures calorimétriques de l'École américaine d'Atwater.

Mais on peut, on doit immédiatement répondre que la ration de travail de l'ouvrier, à laquelle M. Bergonié assigne un maximum de 3200^{cal}, dépasse généralement 4000^{cal}, et il est rare qu'elle s'abaisse à 3000^{cal}. Au surplus, l'auteur ne considère pas la seule saison d'été.

Reste la *répartition des heures de repas*.

Déjà en 1914, dans deux Notes des *Comptes rendus* (t. 158, 1914, p. 961 et 1079), M. Bergonié demandait que l'horaire de nos repas fût changé. Considérant la courbe des variations de la température extérieure, « le cycle nycthéméral » qui, pour une part seulement, règle notre dépense d'énergie, il dit : « Rationnellement, les disponibilités d'énergie, à chaque heure du cycle, devraient être commandées par la variation des besoins prochains.... On peut, s'appuyant sur les données acquises, essayer de tracer la courbe des besoins d'énergie du sujet à chaque heure, comme on a tracé la courbe des besoins électriques d'un réseau ou d'un secteur de ville, en comptant en ordonnées les dépenses énergétiques et en abscisses les heures ([1]). »

Avant d'aller plus loin, notons que les variations de température du milieu extérieur n'ont pas la même allure tous les jours de l'année et que ouvriers et employés vivent, en général, dans des bureaux et des ateliers à température à peu près *invariable*.

([1]) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 961.

Ces milieux obligent évidemment à une certaine déperdition de calorique, mais bien faible en comparaison de la dépense d'énergie que nécessite le *travail effectif*. Il est donc clair que :

Le cycle nycthéméral ne conditionne pas le mouvement énergétique de l'organisme animal. C'est affaire uniquement de l'action musculaire, du travail sous toutes ses formes, et du milieu atmosphérique.

Même à cet égard, M. Bergonié émet des considérations que condamnent les vrais principes de la Physiologie. Il s'agit, pense-t-il, « de faire correspondre les disponibilités d'énergie à la demande, *au même instant* »; et, reprenant sa comparaison avec un secteur électrique : « Quand, interroge-t-il, faudra-t-il charger les grilles? » (¹).

Il importe de rectifier cette analogie, car la marche du moteur vivant est gouvernée, *heureusement*, par d'autres lois que les moteurs de l'industrie. Il ne livre pas du travail parce que, *au même instant* et en proportion, de l'énergie a été mise à sa disposition, faute de quoi il s'arrêterait. Non, absolument non. C'est, au contraire, le travail produit qui détermine et règle la consommation; le moteur animé pourrait travailler malgré la discontinuité, l'interruption de son alimentation. Il vit uniquement sur ses réserves anciennes. Chauveau, après Claude Bernard, avait démontré que : « Ce n'est pas ce qu'on mange *actuellement* qui fournit l'énergie employée aux travaux physiologiques de l'organisme, mais bien le potentiel fabriqué avec ce qu'on a mangé *antérieurement* » ; ce qui avait permis de conclure à « une vie sans à-coups, à l'abri des accidents de la consommation qui, sur les moteurs usuels, seraient fatals, en produisant leur arrêt complet » (²).

Il n'y a donc nulle nécessité, il y aurait plutôt inconvénient, à « charger les grilles », à alimenter l'homme « au même instant » où il doit travailler.

Que devient alors le nouvel horaire de M. Bergonié? A la vérité, ce savant avait préconisé, il y a trois ans, une répartition toute différente, savoir : un repas de 1500^{cal} fixé à 7^h30^m; « un autre repas sera bien placé vers 16^h30^m (thé), petit repas de 300^{cal} à 400^{cal} environ; enfin un troisième repas, moyen, vers 20^h (dîner), de 700^{cal} à 800^{cal} (³) ». Aujourd'hui, il n'est plus question que de 7^h30^m et 18^h (au lieu de 20^h).

N'importe. Retenons cette dernière formule, et voyons s'il convient d'adopter 7^h30^m et 18^h. M. Bergonié déclare avoir voulu, uniquement,

(¹) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1079.

(²) JULES AMAR, *Le moteur humain*, p. 178, Paris, 1913; *Organisation physiologique du travail*, p. 104 et 145; Paris, 1917 (Dunod et Pinat, éditeurs).

(³) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1081 et 1082.

« être d'accord avec l'horaire de nos besoins de chaleur et de travail mécanique [être en *phase*, comme disent les électriciens (¹)] ». Mais, à l'exception des travailleurs de nuit et des noctambules, c'est à partir de 18ʰ, ou mieux de 20ʰ, qu'on a le moins besoin d'énergie : on vient de quitter le travail; les muscles sont reposés et laissent aux organes digestifs la possibilité d'exercer leurs fonctions d'élaboration et de mise en réserve des aliments, pour une dépense future d'énergie.

La nuit, cette dépense s'atténue beaucoup, et ce n'est qu'au réveil, au cours du travail de la matinée, que nos réserves trouveront leur utilisation rationnelle. Toute surcharge alimentaire serait alors sans effet utile pour l'activité musculaire.

Aussi bien, l'heure de *midi* est-elle indiquée par les enseignements physiologiques les plus sûrs. A midi, on est au repos, le besoin d'énergie traverse un *minimum* (chiffres d'Atwater); on est à même d'accumuler des réserves, sans compter, pour l'ouvrier, le bénéfice de cette trêve au labeur de la journée, la réparation mieux assurée d'un organisme souvent fatigué, un repas de plus en famille.

L'habitude de prendre deux repas principaux, à midi et vers 8ʰ du soir, complétés par un petit déjeuner au réveil, se justifie donc au point de vue de l'*hygiène expérimentale et des lois de l'énergétique humaine*. Il convient enfin de rappeler ce qui fut établi en 1912 devant l'Académie (²). D'un ensemble de recherches précises on avait déduit que les *aliments hydrocarbonés* sont déjà utilisables 30 *minutes* après leur ingestion et font économiser 5 pour 100 sur la dépense de force, tandis que les *azotés* sont d'une utilisation onéreuse pendant les deux premières heures qui suivent le repas.

Dans ces conditions il serait avantageux, tout en travaillant et mangeant à nos heures habituelles, de consommer en abondance les féculents et les fruits, et de consacrer 90 *minutes* en moyenne à chacun des deux principaux repas.

MÉDECINE. — *Le temps nécessaire à l'apparition de la propriété antivirulente du sérum est fonction de la quantité de vaccin inoculée.* Note (³) de M. **L. Camus**, présentée par M. A. Laveran.

Dans une Note précédente (⁴) j'ai fait connaître que l'immunité vaccinale

(¹) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 849.
(²) Jules Amar, *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 528.
(³) Séance du 29 mai 1917.
(⁴) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 338.

ne se produit pas toujours dans le même laps de temps, j'ai montré que l'organisme réagit avec une vitesse notablement différente suivant la quantité de vaccin mise en jeu. On peut ainsi obtenir, soit une immunisation rapide en injectant une forte dose de vaccin, soit une immunisation lente en employant une dose faible. C'est en observant les éruptions de vaccinations d'épreuves pratiquées après un temps plus ou moins éloigné de la première inoculation que j'ai mis ce fait en évidence. Cette méthode est très sûre, mais elle a l'inconvénient de ne pouvoir indiquer le moment précis où apparaît l'immunité. On sait, en effet, qu'entre l'inoculation et le début de la formation des pustules vaccinales, il y a une phase latente de 2 à 3 jours au minimum et il s'ensuit que le résultat négatif d'une vaccination d'épreuve n'implique pas fatalement que l'organisme était déjà immunisé au moment de la deuxième inoculation; l'immunité ayant pu s'établir pendant cette phase latente. Pour apprécier l'état d'immunité de l'organisme à un moment déterminé, il faut se servir d'une méthode qui permette d'éliminer l'influence du temps d'incubation, et c'est justement l'avantage que présente l'étude de l'activité virulicide du sérum des animaux immunisés. Le sérum sanguin d'un sujet immunisé, comme l'ont bien mis en évidence les belles recherches de MM. Béclère, Chambon et Ménard, fait perdre au vaccin mis à son contact tout ou partie de son activité, de telle sorte que l'inoculation du mélange (sérum d'immunisé + vaccin) est plus ou moins inefficace chez un animal réceptif au vaccin.

J'ai étudié, ici même, à plusieurs reprises [1], la propriété antivirulente du sérum sanguin des lapins immunisés et je désire montrer aujourd'hui que cette propriété donne d'intéressants renseignements sur la question du temps nécessaire à l'immunisation en fonction de la quantité de vaccin.

On reconnaîtra sans difficulté, je crois, à la lecture de cette Note, que la propriété virulicide, de même que l'immunité cutanée, apparaît d'une façon plus précoce quand la dose de vaccin introduite dans l'organisme est plus grande.

Parmi mes expériences je résumerai seulement les deux suivantes qui ont été faites simultanément sur deux animaux aussi identiques que possible. Ces deux lapins presque de même poids furent placés dans les mêmes conditions de vie et reçurent une injection intraveineuse de vaccin, l'un de $0^{cm^3},00005$, l'autre de $0^{cm^3},2$ par kilogramme. Quatre prises de sang, pour l'étude du sérum, furent faites à chaque animal; la première avant l'injection, la deuxième au cinquième jour, la troisième au huitième jour et la quatrième au douzième jour. Au cinquième jour, immédiatement après la deuxième saignée, on a pratiqué une vaccination d'épreuve d'une étendue très limitée,

---

[1] *Comptes rendus*, t. 146, 1908, p. 991 et 1117; t. 155, 1912, p. 75 et 237.

d'une part, sur la peau du dos par stries et, d'autre part, sur le bord des narines par piqûres.

Chez le premier animal la faible quantité de vaccin injectée n'a modifié ni la température, ni le poids; cette inoculation n'a d'ailleurs été suivie d'aucune formation de pustules. La vaccination d'épreuve a seulement provoqué pendant 3 jours une élévation de température de un degré en moyenne et l'apparition d'éléments vaccinaux aux points d'inoculations.

Chez le deuxième animal, la forte injection de vaccin a déterminé 5 jours de fièvre pendant lesquels la température s'est élevée à 41°,7. Les pustules spontanées ont apparu le troisième jour aux orifices naturels et à leur pourtour et ont évolué régulièrement. La courbe du poids, deux jours après l'apparition des pustules, s'est notablement abaissée, comme il est de règle, et ne s'est relevée que lentement ensuite.

α. *Renseignements fournis par la vaccination d'épreuve.* — La vaccination d'épreuve faite au cinquième jour a montré que le lapin qui avait reçu la faible injection n'avait presque rien perdu de sa réceptivité naturelle, tandis que le second, à la suite de la forte injection, était devenu à peu près complètement réfractaire à la vaccination.

Chez le premier, quatre stries de 2,5 centimètres pratiquées sur la peau du dos rasée, avec une dilution à $\frac{1}{1000}$ de vaccin très actif, se sont recouvertes respectivement de 9, 5, 12 et 5 belles pustules, tandis que chez le second, quatre stries semblables ont fait simplement apparaître de minces croûtelles sans caractère pustuleux. Les narines et la muqueuse buccale piquées en quatre points avec la dilution à $\frac{1}{10}$ du même vaccin ont donné chez le premier lapin quatre pustules un peu plus petites que celles provoquées chez un animal témoin et dont la dessiccation a été un peu plus précoce, alors que chez le deuxième lapin les mêmes piqûres n'ont donné lieu à aucune réaction.

β. *Renseignements fournis par l'étude de l'activité virulicide du sérum.* — Cette recherche a mis nettement en évidence que le sérum de l'animal qui a reçu la plus faible dose de vaccin est devenu virulicide beaucoup plus tardivement que celui du lapin qui a reçu la plus forte dose.

Les sérums des trois premières saignées pratiquées au lapin qui a reçu la faible dose de vaccin se sont montrés complètement inactifs, seul celui de la quatrième saignée s'est révélé actif.

Le sérum du lapin qui avait reçu la forte dose de vaccin était non seulement plus fortement virulicide à la quatrième saignée, mais il était déjà doué de cette propriété à la troisième et même un peu à la deuxième saignée.

Voici d'ailleurs, à titre d'exemple, les résultats fournis par l'ensemencement, sur la peau d'un animal réceptif, des huit mélanges de sérum et de vaccin :

	Sérums du lapin qui a reçu	
	la faible dose.	la forte dose.
Le mélange (vaccin + sérum 1re saignée) a donné (pustules)...	60	47
Le mélange (vaccin + sérum 2e saignée) a donné (pustules)...	67	19
Le mélange (vaccin + sérum 3e saignée) a donné (pustules)...	75	3
Le mélange (vaccin + sérum 4e saignée) a donné (pustules)...	12	3

Les résultats de ces deux procédés d'étude de l'immunité, la vaccination

d'épreuve d'une part et la détermination de l'activité virulicide du sérum d'autre part, ont une concordance remarquable. La vaccination d'épreuve est inefficace à une époque d'autant plus précoce que la quantité de vaccin primitivement employée est plus forte; et de même, le pouvoir virulicide du sérum apparaît beaucoup plus tôt quand la quantité de vaccin inoculée est plus grande ([1]).

En somme, que l'état d'immunité soit estimé d'après la réaction cutanée à une vaccination d'épreuve ou qu'il soit apprécié d'après le développement de l'activité virulicide du sérum, il est nettement démontré qu'on ne doit plus se contenter, comme autrefois, d'envisager simplement le temps écoulé après l'inoculation, mais qu'il faut en outre tenir compte de la quantité de vaccin qui a servi à provoquer l'immunité. L'apparition de l'immunité est, en définitive, fonction non seulement du temps, mais aussi de la quantité de vaccin mise en jeu.

A 16 heures l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Économie rurale, par l'organe de son Doyen, M. Th. Schlœsing, présente la liste suivante de candidats à la place devenue vacante par le décès de M. *Chauveau* :

En première ligne	M. **Leclainche**
En deuxième ligne, ex æquo	MM. **Moussu**
et par ordre alphabétique	**Vallée**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures.

E. P.

([1]) Si une méthode suffisamment sensible pouvait révéler la moindre activité virulicide du sérum, il est probable qu'on en reconnaîtrait l'existence beaucoup plus tôt après la vaccination et l'on serait amené à conclure que ce qui varie réellement à l'origine avec la quantité de vaccin employée, ce n'est pas l'époque du début de la réaction mais bien la quantité de substance virulicide formée.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 JUIN 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce que le Tome VII (1820-1823) des *Procès-verbaux des séances de l'Académie tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août* 1835, publiés, conformément à une décision de l'Académie, par MM. les Secrétaires perpétuels, est en distribution au Secrétariat.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur les molybdate, tungstate et vanadate ammonio-cobaltiques; dosage et séparation du cobalt.* Note de M. **Adolphe Carnot.**

J'ai signalé depuis longtemps ([1]) l'intérêt que présente l'emploi de l'eau oxygénée pure, soit pour caractériser par voie humide la présence du cobalt même en quantité minime en mélange avec d'autres métaux, notamment avec le nickel, soit pour le doser par pesée ou par la méthode volumétrique. Il me suffit de rappeler que : 1° sous l'influence de l'eau oxygénée et d'un alcali fixe, le cobalt passe à l'état de sesquioxyde, tandis que le nickel reste à l'état de protoxyde, ce qui permet ensuite un dosage exact du premier par liqueurs titrées; 2° dans une solution contenant les deux métaux en même temps qu'un excès de chlorure d'ammonium et d'ammoniaque libre, le cobalt seul est peroxydé et forme un sel *ammonio-cobaltique*, qui peut être précipité par le molybdate d'ammonium dans des conditions déterminées ([1]).

([1]) *Comptes rendus*, t. 108, p. 741, et t. 109, p. 109 (1889); *Annales. des Mines*, juin 1895.

Je me propose de revenir aujourd'hui sur ce dernier point, en apportant à mes anciennes observations des précisions nouvelles, avec quelques rectifications qui résultent de mes expériences récentes, et en profitant de ce que les travaux de Frémy, de Genth et de Gibbs, de Rose, de Jœrgensen, de Petersen, de Wagner, de Copaux, etc. ont conduit à une théorie maintenant assez satisfaisante, au sujet de la constitution des composés cobalt-ammoniés.

Les *sels ammonio-cobaltiques* qu'on peut produire directement, à froid ou à température très modérée, par l'eau oxygénée se rangent dans la classe des composés *pentammoniés;* ce sont des sels roséo- ou purpuréo-cobaltiques. On les obtient de la façon suivante :

Dans la solution du sel cobalteux additionnée de chlorure d'ammonium en excès, on verse de l'ammoniaque et ensuite de l'eau oxygénée; on voit aussitôt la coloration passer du rose clair au brun rouge, très foncé et même presque noir, si la solution est un peu concentrée. La teinte s'éclaircit par agitation, en même temps qu'il y a décomposition du bioxyde d'hydrogène et dégagement abondant de très petites bulles d'oxygène, par suite de décomposition de l'eau oxygénée par l'ammoniaque. La coloration passe par le brun rouge et arrive peu à peu au rouge pourpre ou au rose, suivant que la teneur en cobalt est plus ou moins élevée. La transformation demande un temps assez long à froid dans les solutions très étendues; elle peut être complète en 1 heure avec des solutions concentrées, surtout si l'on a soin de les agiter fréquemment. Elle se fait en quelques minutes, et la solution devient rouge ou rose si l'on chauffe doucement; les petites bulles gazeuses se dégagent alors abondamment vers 90°-95°. Si l'on continuait à chauffer, il se formerait de grosses bulles, bien faciles à distinguer des précédentes; mais il convient de ne pas aller jusque-là et d'éviter l'ébullition, parce que le sel changerait de composition en devenant lutéo-cobaltique.

Au début de la réaction à froid, il se produit vraisemblablement du chlorure *roséo-cobaltique*, appelé aussi *aquo-pentamine-cobaltique*, que la théorie représente par la formule : $[Co(AzH^3)^5 H^2O] Cl^3$.

Mais il y a transformation graduelle, sous l'action de l'ammoniaque et d'une température ménagée, en chlorure *purpuréo-cobaltique :*

$$[Co(AzH^3)^5 Cl] Cl^2.$$

Si l'on chauffe davantage, il y a production d'un sel de cobalt *hexammonié*, en même temps que précipitation partielle du cobalt à l'état d'hydrate de

sesquioxyde. Le chlorure resté dissous est du chlorure *lutéo-cobaltique*, dont la composition est représentée par la formule : $Co(AzH^3)^6 Cl^3$.

1° *Molybdates ammonio-cobaltiques.* — Ces trois chlorures ammonio-cobaltiques sont susceptibles de fournir, après neutralisation par un acide, des précipités presque semblables avec le molybdate d'ammonium; mais, si l'on se place au point de vue du dosage du cobalt, il faut écarter l'emploi de la solution lutéo-cobaltique, puisqu'elle ne contient plus la totalité du cobalt. Les deux autres peuvent être utilisées pour le dosage; elles produisent des précipités de colorations un peu différentes, plus violets pour la première, plus roses pour la seconde, mais qui, par la dessiccation, semblent devenir identiques.

La solution purpuréo-cobaltique a l'avantage de se préparer aisément et sûrement, comme il vient d'être dit, soit à froid, soit à chaud; elle donne un précipité de couleur très caractéristique, d'un rose fleur de pêcher.

Pour produire et recueillir intégralement ce précipité, il faut d'abord procéder avec soin à la neutralisation de l'ammoniaque libre au moyen d'un acide, qui peut être l'acide chlorhydrique en général ou quelquefois l'acide acétique. La neutralisation se reconnaît un peu à la coloration de la liqueur, qui passe assez visiblement du rose pur au jaune rose, mais plus sûrement au moyen d'une petite bande de papier tournesol, qui du bleu passe au violet rose. Il faut toujours terminer par une goutte d'acide dilué, pour être certain que l'ammoniaque est entièrement neutralisée.

La liqueur étant froide et convenablement étendue (de 100^{cm^3} à 500^{cm^3}, selon sa coloration, qui varie avec la teneur en cobalt), on y verse une quantité suffisante de molybdate d'ammonium en dissolution, que l'on a préparée une fois pour toutes en chauffant un poids mesuré de cristaux de ce sel dans un poids d'eau vingt fois égal, de manière à pouvoir apprécier la quantité de réactif que l'on verse. Il se fait aussitôt un précipité rose fleur de pêcher, qui se rassemble rapidement, après une agitation vive et un peu prolongée de la fiole. On ajoute quelque peu du réactif pour s'assurer si la précipitation est complète. Après agitation et repos, la liqueur doit être limpide et ne pas se troubler par deux ou trois gouttes du réactif; elle est incolore s'il n'y a pas d'autre métal colorant, ou légèrement jaunâtre si le liquide contenait encore un peu d'eau oxygénée qui a pu agir sur l'acide molybdique; mais la présence du composé jaune, qu'on a appelé *acide permolybdique*, n'a aucune influence sur la précipitation.

Le précipité rose doit être lavé par décantation et sur filtre; il est très facilement soluble dans le moindre excès d'ammoniaque; il l'est aussi, mais un peu moins, dans les acides très dilués, ce qui justifie les précautions indiquées. Il est, au contraire, bien insoluble dans les solutions de sels neutres et dans l'eau distillée. Je m'en suis assuré par différents essais et cela a une véritable importance pour le dosage; car on peut sans crainte soumettre le précipité à un lavage très complet par l'eau pure, afin de lui enlever l'excès du réactif et tous les sels solubles. Sa composition, déterminée par plusieurs analyses, est la suivante :

$$Co^2O^3.10AzH^3.6MoO^3 + nH^2O.$$

On peut songer à plusieurs moyens de faire servir ce précipité au dosage du cobalt. Je me suis arrêté, après essai, à la pesée directe faite sur filtres équilibrés, après dessiccation vers 110°, de manière à éliminer complètement l'eau, sans risquer d'avoir aucune perte de gaz ammoniac par décomposition du sel. Le précipité rose, en se déshydratant, prend une coloration violette et ensuite lilas gris.

L'ammoniac n'est libéré qu'à une température notablement plus élevée, mais toujours au-dessous du rouge sombre. En chauffant sur une petite flamme la matière desséchée, devenue grise, dans une capsule de porcelaine, on la voit passer au noir sur les bords et peu à peu sur les différents points de sa surface, en même temps qu'on peut percevoir nettement l'odeur ammoniacale.

La coloration noire est due au dégagement du gaz ammoniac précédemment combiné dans le sel, accompagné d'une réduction portant à la fois sur le sesquioxyde de cobalt et sur une partie de l'acide molybdique. Si l'on continue à chauffer à l'air, la teinte noire disparaît par suite d'une réoxydation partielle. Si l'on allait plus loin, on s'exposerait à une perte d'anhydride molybdique. On ne peut donc pas arrêter l'opération à une point précis où la matière présenterait une composition bien définie. C'est ce qui m'a fait préférer, en définitive, la pesée sur deux filtres équilibrés.

La matière, desséchée à 110°, répond à la formule :

$$CO^2O^3.10AzH^3.6MoO^3 \quad \text{(poids moléculaire} = 600).$$

On devra, en conséquence, affecter au poids trouvé le coefficient 0,1966 pour calculer le cobalt métallique ($2Co = 118$) et le coefficient 0,2500 pour calculer le protoxyde ($2CoO = 150$).

2° *Tungstates et vanadates ammonio-cobaltiques.* — L'analogie de beaucoup de propriétés des *molybdates*, des *tungstates* et des *vanadates* m'a fait penser que ces deux dernières classes de sels pourraient fournir avec les solutions ammonio-cobaltiques des réactions plus ou moins semblables à celles des molybdates. L'expérience l'a confirmé.

Choisissant de préférence les sels roséo-cobaltiques ou purpuréo-cobaltiques obtenus au moyen de l'eau oxygénée, j'ai obtenu, avec le *tungstate d'ammonium* ou avec le *tungstate de sodium*, un précipité rose de tungstate tout à fait semblable au molybdate, également insoluble dans l'eau pure et facilement soluble dans les acides dilués et surtout dans l'ammoniaque. Reçu sur un double filtre, après lavage et dessiccation vers 110°, il répond à la formule :

$$Co^2O^3.10\,AzH^3.6\,WO^3 + n\,H^2O.$$

Sous l'action de la chaleur, il tend à donner, par suite de réduction partielle, une matière d'un joli bleu; la calcination à l'air en fait une poudre grise.

Le *vanadate d'ammonium*, versé de même dans une solution exactement neutralisée de chlorure purpuréo-cobaltique, produit tout d'abord un précipité rose jaunâtre; mais, en ajoutant une plus grande quantité du réactif, le précipité change peu à peu de coloration; il passe au jaune brunâtre ou au jaune souci, lorsque le vanadate est en excès dans la solution très faiblement acide. L'examen de ces deux précipités, difficiles à obtenir nettement isolés l'un de l'autre, tend à faire admettre les deux formules suivantes, abstraction faite de l'eau :

$CO^2O^3.10\,AzH^3.3\,Va^2O^5$ pour le précipité rose,
$CO^2O^3.10\,AzH^3.6\,Va^2O^5$ pour le précipité jaune.

Ces sels, desséchés et chauffés, passent au brun et entrent aisément en fusion en formant une scorie noirâtre.

Ni les tungstates, ni surtout les vanadates à raison du mélange des deux sels, ne paraissent convenir aussi bien que les molybdates pour le dosage du cobalt.

3° *Séparation du cobalt et du nickel.* — Les sels de nickel ne sont pas transformés en sels suroxygénés, comme ceux du cobalt, par l'eau oxygénée en présence du chlorure d'ammonium et de l'ammoniaque. Ils forment des sels doubles ammonio-nickeleux, dont la coloration est bleue en présence d'un excès d'ammoniaque, verte s'il y a un petit excès d'acide. Le molyb-

date d'ammonium peut donner, dans ce dernier cas, si la concentration est assez grande, un précipité cristallin d'un vert très clair, que j'avais déjà signalé en 1889, et qui a été présenté beaucoup plus récemment comme un caractère distinctif du nickel, mais qui, je le répète, ne se produit visiblement qu'avec des solutions relativement concentrées.

La séparation des deux métaux ne se présente guère, en analyse, que dans les deux cas où il y a prédominance du cobalt avec très peu de nickel ou prédominance du nickel avec très peu de cobalt, ce que l'on sait en général d'avance d'après la nature ou l'origine du minerai ou du produit industriel.

S'il y a beaucoup moins de nickel que de cobalt, on ne devra opérer que sur quelques centigrammes de matière. Après dissolution et séparation des métaux précipités par l'ammoniaque, on appliquera immédiatement la méthode indiquée plus haut pour la formation du sel purpuréo-cobaltique, puis on neutralisera et précipitera par le molybdate. Le précipité bien lavé sera exempt de nickel et fournira le dosage du cobalt.

Le nickel pourra ensuite être précipité, après addition de quelques gouttes d'ammoniaque, par une solution alcoolique de diméthylglyoxime (¹) ou de α-benzyldioxime (²). La présence d'un peu de molybdate ammoniacal n'apporte aucune difficulté dans ce mode de dosage du nickel à la suite du cobalt. Il ne faudrait pas inverser l'emploi des deux réactifs; car la présence de la dioxime empêcherait la réaction du cobalt.

Si le nickel est en proportion dominante, on peut opérer sur $0^g,50$ et 1^g; on procédera de la même façon pour former un premier précipité ammonio-cobaltique dans une solution très étendue, qu'on filtrera le plus tôt possible, avant la formation assez lente du molybdate ammonio-nickeleux. Le précipité sera redissous par de l'ammoniaque diluée, dont l'excès sera neutralisé jusqu'à très légère acidité; on ajoutera un peu de molybdate d'ammonium pour rendre complète la nouvelle précipitation du cobalt et achever le dosage. On réunira les deux solutions filtrées contenant la totalité du nickel, on chassera l'ammoniaque par ébullition avec un excès de soude et l'on ajoutera du brome ou de l'hypobromite de sodium pour transformer l'hydrate nickeleux en $Ni^2O^3.2H^2O$.

4° *Séparation du cobalt et des autres métaux dont les sels sont solubles dans*

---

(1) Brunck, *Zeitsch. f. anal. Chemie*, 1907, et *Ann. Chim. anal.*, 1908.
(2) Atak, *The Analyst*, 1913, et *Ann. Chim. anal.*, 1913.

l'ammoniaque avec sels ammoniacaux. — S'il y a du *manganèse* dans la solution, on l'éliminera dès le début, en même temps que le fer, par l'emploi d'eau oxygénée et d'ammoniaque en faible excès. L'opération sera renouvelée sur le précipité des deux oxydes ferrique et manganique, s'il est un peu volumineux. A la solution filtrée, on appliquera la méthode du molybdate.

S'il y a du *zinc* ou du *cadmium* avec le cobalt, on devra d'abord transformer le sel cobalteux en sel purpuréo-cobaltique, puis neutraliser entièrement l'ammoniaque. On fera alors la précipitation par le molybdate; mais il sera bon de redissoudre par l'ammoniaque le précipité, qui peut retenir un peu de sel étranger, et de faire une seconde précipitation.

On opérera à peu près de même, si la solution renferme du *cuivre;* mais ce métal paraît se fixer dans le précipité rose plus aisément que les autres métaux solubles dans l'ammoniaque. Il est donc encore plus nécessaire de renouveler deux fois la précipitation du molybdate purpuréo-cobaltique.

Dans ces différents cas, la méthode n'est à recommander que si l'on a en vue le dosage seul du cobalt; car la présence du molybdate, ajouté comme réactif, compliquerait beaucoup le dosage ultérieur des autres métaux : zinc, cadmium ou cuivre.

M. Depéret présente à l'Académie un Ouvrage intitulé : *Monographie de la faune de Mammifères fossiles du Ludien inférieur d'Euzel-les-Bains (Gard).*

Cette belle faune représente une intéressante étape d'évolution entre deux faunes bien connues : celle du gypse de Paris illustrée par Cuvier et celle des grès bartoniens du Castrais étudié par Noulet et par M. Stehlin. J'ai pu ainsi étudier les *mutations intermédiaires* et les préciser avec soin.

D'autre part, je considère ce Mémoire comme une application des méthodes rigoureuses de la Paléontologie moderne, consistant à suivre d'étage en étage d'une part les mutations descendantes, de l'autre les mutations ancestrales de chaque espèce étudiée.

Comme je l'ai exposé en 1905 à l'Académie dans une série de Notes, on aboutit le plus souvent à deux hiatus : l'un placé au sommet du *rameau phylétique* et correspondant à l'extinction totale du rameau presque toujours par voie de *gigantisme;* l'autre placé à la base du rameau et correspondant à une brusque migration d'origine lointaine et très souvent inconnue.

En ce qui concerne la faune d'Euzel, sur 21 rameaux étudiés, 12 ne dépassent pas le Ludien, 3 s'éteignent à la fin du Sannoisien, 6 atteignent mais ne dépassent pas le milieu de l'Oligocène. Aucun d'eux ne se perpétue dans le Néogène ni dans la faune actuelle.

En ce qui concerne leur origine, 2 seulement peuvent être suivis jusqu'à l'Eocène inférieur, 11 datent du Lutécien, 4 du Bartonien, 4 du Ludien inférieur. Nous avons ainsi la démonstration de l'existence d'une grande migration lutécienne, ayant entraîné un véritable renouvellement de la faune des Mammifères terrestres éocènes de la région européenne.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Changements de la dilatation des alliages de fer et de nickel sous l'action de divers traitements thermiques ou mécaniques.* Note de M. **Ch.-Éd. Guillaume.**

Des recherches dont les résultats ont été présentés récemment à l'Académie ([1]) ont montré que la dilatabilité de l'invar est abaissée par la trempe et par l'écrouissage, tandis qu'elle est relevée par une chauffe avec refroidissement lent. J'ai poursuivi, de façon il est vrai moins complète et moins systématique, sur d'autres alliages de fer et de nickel, des investigations de même nature, dont les résultats sont condensés dans cette Note.

Les alliages ont tous été préparés aux aciéries d'Imphy, où ont été effectués également une partie des traitements thermiques et tous les étirages; d'autres traitements thermiques ont été pratiqués par mes soins; enfin, M. E. Baudin, chef des travaux de fabrication à la Manufacture nationale de Sèvres, a bien voulu soumettre quelques tiges à un recuit au four à porcelaine. Ces tiges, enfermées dans un tube de fer qu'on avait achevé de remplir avec du sable siliceux, furent portées à une température voisine de 1000°, et refroidies en trois ou quatre jours. Elles furent trouvées incrustées de sable, à tel point qu'elles agissaient comme des meules sur les outils d'acier. Plusieurs des tiges ainsi recuites ayant été reconnues moins dilatables qu'avant le traitement, alors qu'on s'attendait à une action de sens contraire, on a été tout naturellement conduit à penser qu'elles avaient subi des modifications d'ordre chimique, et l'on en a ramené trois à l'état naturel, par une chauffe au rouge cerise avec refroidissement à l'air.

Les alliages sur lesquels j'ai opéré possédaient les compositions données ci-après :

([1]) *Comptes rendus,* t. 163, 1916, p. 654, 741, 966.

Numéros des coulées.	Composition des échantillons (p. 100). Ni.	Mn.	Si.	C.
1843	27,5	1,2	0,4	0,4
133	27,6	0,2	0,5	0,4
765	28,7	0,5	0,2	0,2
1186	42,9	1,8	0,2	0,2
743	43,0	0,8	0,2	0,1
1265	49,8	1,6	0,3	0,1
3411	55,8	0,9	0,3	0,2
502	69,0	1,1	0,2	0,2

Le manganèse agissant dans l'alliage en quelque mesure comme remplaçant du fer, les deux premiers alliages du Tableau sont beaucoup plus éloignés l'un de l'autre qu'il ne résulterait de leur teneur en nickel.

Entre les divers états d'un même alliage, le coefficient des termes quadratiques a présenté, dans plusieurs cas, des changements notables qui dépassent nettement les erreurs possibles des observations ; mais l'examen de ces changements et les conclusions que l'on peut en tirer pour la constitution des alliages sortiraient du cadre de cette Note. On s'est donc borné à donner, dans la dernière colonne du Tableau ci-après, la valeur de ce coefficient qui semble normale pour chacun des alliages (moyenne des nombres considérés comme normaux).

Le coefficient du premier terme a été rapporté à la température de 20°, qui est très voisine de celle pour laquelle il présente le maximum de sécurité.

Numéros des coulées.	$10^6.\alpha_{20}$. Naturelle.	Trempée.	Recuite à Imphy.	Recuite à Sèvres.	Naturelle.	Trempée et étirée (¹).	$10^9.\beta$.
1843	11,42	11,92	12,76			12,06	+34,6
133	13,73	14,03	14,45			13,79	+23,4
765	11,61	11,26	11,09	10,42	11,20	10,86	+26,4
1186	7,98	7,71		7,23	7,07	6,98	− 4,3
743	7,35	7,19		7,17	7,09	6,48	− 2,4
1265	9,86	9,78	10,03	10,10		9,48	− 1,2
3411	11,08	10,93		11,12		10,67	+ 1,2
502	12,01	11,98	11,96	11,88		11,94	+ 4,5

L'examen des nombres ci-dessus montre que, pour les deux alliages de

(¹) Allongée par étirage, dans la plupart des cas, de 50 pour 100.

la plus faible teneur en nickel (alliages à peine magnétiques à la température ordinaire), tous les traitements thermiques et même l'étirage ont relevé la dilatation; les actions sont notables pour le premier alliage, beaucoup plus faibles pour le deuxième. Pour le troisième, tous les traitements abaissent la dilatation, et le retour à l'état naturel montre que cet abaissement est réel pour le recuit. Les alliages suivants se comportent à la façon de l'invar, mais avec des changements sensiblement plus faibles. Pour le dernier, enfin, la trempe et l'étirage abaissent la dilatation; quant au recuit avec refroidissement au four, il a conduit également à un faible abaissement; mais, le retour à l'état naturel n'ayant pas été effectué, on ne sait pas encore si cet abaissement est dû à des causes chimiques ou thermiques; la première hypothèse est probable. Pour cet alliage, les autres changements sont environ vingt fois plus petits que ceux observés dans l'invar après des traitements analogues.

On voit donc que, si l'on part des premiers alliages réversibles, en élevant progressivement la teneur en nickel, on trouve d'abord des changements en partie de sens contraires de ceux qui ont été constatés pour l'invar; puis ces changements prennent tous le même signe que dans l'invar, mais vont en s'atténuant, pour n'être plus que difficilement perceptibles aux teneurs où l'anomalie elle-même est près de disparaître. Ces changements semblent donc intimement liés à l'anomalie; ils croissent, s'annulent, ou même se renversent avec elle.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur les conditions de formation du coke.* Note de MM. Georges Charpy et Marcel Godchot.

Les conditions de formation du coke sont bien connues dans leur ensemble, mais n'ont cependant pas fait l'objet de déterminations quantitatives précises. Cette étude, qui n'est pas nécessaire avec les houilles à coke proprement dites, aurait grand intérêt quand il s'agirait d'utiliser des charbons à composition limite; elle permettrait sans doute, d'une part, d'améliorer la qualité du coke fourni par des houilles médiocres; d'autre part, d'étendre sensiblement la gamme des houilles considérées comme utilisables à ce point de vue.

Comme première contribution à cette recherche, nous nous sommes proposé, au cours de l'étude que nous poursuivons sur certains charbons

du centre de la France, d'établir une méthode de laboratoire permettant de multiplier les essais dans des conditions très variées et toujours bien précisées. Pour définir la qualité du coke, nous avons employé la résistance à la compression, exprimée en kilogrammes par centimètre carré, facile à mesurer au moyen d'une petite machine à levier.

Le charbon à essayer est pulvérisé et soigneusement tamisé de façon à n'être formé que de grains ayant sensiblement la même grosseur (tamis 120); on le maintient pendant quelques jours dans une atmosphère saturée de vapeur d'eau à la température de 18°-20° pour l'amener à un état d'humidité déterminé. La poudre est alors tassée dans un petit tube en terre réfractaire et comprimée sous une pression de 5^{kg} par centimètre carré. Le tube, fermé à ses deux extrémités par des disques en tôle solidement maintenus, est ensuite chauffé dans un four électrique de masse suffisante pour que l'introduction du charbon ne produise pas de modification appréciable dans le régime de chauffage.

Cette méthode ne s'appliquera peut-être pas sans quelques modifications à tous les charbons; avec ceux que nous étudions, elle fournit de petits cylindres de coke parfaitement réguliers (12^{mm} de diamètre sur 20^{mm} de hauteur) faciles à essayer à la compression et qui, dans les mêmes conditions, donnent toujours des chiffres sensiblement constants, comme on le verra dans le Tableau reproduit plus loin.

Après avoir vérifié d'après cette méthode des faits déjà connus relativement à l'influence néfaste sur la cokéfaction de l'oxydation des charbons (étudiée notamment par M. Boudouard) et du chauffage progressif de la houille, nous nous sommes proposé de déterminer comment variait la résistance du coke avec la température de cuisson, dans les limites admissibles en pratique. Pour cela, le tube chargé de charbon était introduit brusquement dans le four préalablement porté à une température $t°$ et maintenu à cette température pendant 1 heure. Nous reproduisons dans le Tableau ci-après les résultats obtenus sur trois charbons provenant des mines de Noyant (Allier), les Ferrières (Allier) et Saint-Eloy (Puy-de-Dôme) que nous avons déjà examinés dans une Note antérieure (¹) cokéfiés à 650°, 800° ou 1000°.

Chaque expérience était répétée six fois dans les mêmes conditions; nous reproduisons les résultats individuels en même temps que la moyenne pour mettre en évidence la précision de la méthode et établir que les écarts accidentels sont beaucoup moindres que les différences observées :

(¹) *Sur l'oxydation des houilles* (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 745).

Température de cokéfaction.	Charbon de Saint-Éloy. Résultats individuels.	Charbon de Saint-Éloy. Moyenne.	Charbon des Ferrières. Résultats individuels.	Charbon des Ferrières. Moyenne.	Charbon de Noyant. Résultats individuels.	Charbon de Noyant. Moyenne.
	Résistance à la compression, en kilogrammes par centimètre carré.					
	kg		kg		kg	
650°	20, 22, 19, 17, 20, 21	19,85	18, 19, 21, 17, 20, 19	19,0	99, 98, 94, 100, 104, 105	100,0
800°	31, 29, 36, 35, 34, 32	32,9	27, 30, 31, 28, 34, 33	30,5	92, 98, 93, 94, 90, 95	93,6
1000°	35, 36, 38, 41, 40, 42	38,7	49, 44, 48, 42, 43, 46	45,0	39, 33, 36, 38, 35, 37	36,3

L'influence de la température est considérable et, croyons-nous, plus marquée qu'on ne l'aurait supposé *a priori*. Mais ce qui est surtout frappant, c'est qu'elle ne se produit pas dans le même sens pour les différents charbons. Alors que les charbons de Saint-Éloy et des Ferrières, qui ne donnent à basse température qu'un coke à 20^{kg} pratiquement inemployable, fournissent à 1000° un coke à 40^{kg} encore médiocre certainement, mais néanmoins utilisable pour certains emplois, le charbon de Noyant donne, à 650°, un coke de 100^{kg}, de bonne qualité et, à 1000°, un produit presque inférieur à celui des autres houilles. Ces différences s'accentuent plutôt quand on complique le traitement thermique. Ainsi, si après avoir chauffé à 650° on monte graduellement la température jusqu'à 1000°, on observe que les cokes de Saint-Éloy ne sont pas sensiblement améliorés, tandis que celui de Noyant arrive à 130^{kg} de résistance, ce qui correspond aux très bons cokes métallurgiques.

Nous comptons revenir sur l'origine de ces écarts, mais nous croyons utile de signaler dès maintenant l'importance considérable que présente, au point de vue de la fabrication du coke, la détermination, pour chaque charbon, du *traitement thermique* le plus favorable à la qualité du coke produit.

RAPPORTS.

Rapport sommaire présenté, au nom de la Commission de Balistique,
par M. P. Appell, sur une Note de M. R. Risser.

L'Académie, dans sa séance du 21 mai 1917, a reçu de M. **R. Risser** une deuxième *Note relative à la recherche de la variation de la portée résultant de l'effet du vent.*

En raison des circonstances actuelles, la publication de cette Note doit être différée.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section d'Économie rurale, en remplacement de M. *A. Chauveau*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 49,

M. Leclainche obtient	. . . .	24 suffrages
M. Moussu	»	24 »
M. Vallée	»	1 suffrage

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 49,

M. Leclainche obtient	. . . .	26 suffrages
M. Moussu	»	23 »

M. **Leclainche**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu par M. le Président.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Solution d'un problème remarquable relatif à la nouvelle table de diviseurs des nombres, par M. Ernest Lebon.

MM. **Paul Janet** et **S. Pozzi** prient l'Académie de vouloir bien les comprendre au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la division des Académiciens libres.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les formes biquadratiques à indéterminées conjuguées et à coefficients entiers.* Note de M. **Gaston Julia**.

Il s'agit ici des formes

$$\begin{aligned}f(x, y) = {} & ax^2x'^2 + bx^2x'y' + b'xyx'^2 + cx^2y'^2 \\ & + c'x'^2y^2 + dxyx'y' + exyy'^2 + e'x'y'y^2 + fy^2y'^2\end{aligned}$$

(a, d, f entiers réels; b et b', c et c', e et e' entiers complexes conjugués).

I. Pour qu'une telle forme se décompose en produit de deux formes d'Hermite

$$f(x, y) = (\alpha_1 xx' + \beta_1 xy' + \beta'_1 x'y + \gamma_1 yy')(\alpha_2 xx' + \beta_2 xy' + \beta'_2 x'y + \gamma_2 yy'),$$

on trouve qu'il faut qu'en écrivant le polynome $\varphi(z, z') = f(z, 1)$ sous la forme

$$\varphi(z, z') = f(z, 1) = pz'^2 + qz' + r$$

(p, q, r étant des trinomes du deuxième degré en z),

on ait identiquement

$$q^2 - 4pr = P^2,$$

P *étant un trinome du deuxième degré en* z. Cette condition étant remplie, $\varphi(z, z') = 0$ représente un système de deux cercles ([1]) et les racines du trinome P sont :

([1]) Nous supposons d'abord que chacun de ces cercles a une équation en (ξ, η) à coefficients réels ($z \xi + i\eta$).

1° Ou bien les *points communs à ces deux cercles* si ces points communs sont réels;

2° Ou bien les *points limites du faisceau déterminé par ces deux cercles* si les points communs sont imaginaires.

Dans tous les cas P *aura ses coefficients entiers* puisque $q^2 - 4pr$ a ses coefficients entiers.

On peut même reconnaître aisément que la forme de Dirichlet dont les racines sont les racines de P est une de ces formes particulières (étudiées dans mes Notes des 20 novembre et 4 décembre 1916) qui engendrent des corps *simplement quadratiques*, et qui *se conservent par une infinité de substitutions modulaires hyperboliques*. On sait aussi qu'*il existe une infinité de formes d'Hermite indéfinies à coefficients entiers*, CONTENANT *une telle forme de Dirichlet*.

De là se tirent plusieurs conclusions :

1° Si les formes f_1 et f_2 en lesquelles f se décompose sont indéfinies et ont des demi-sphères représentatives sécantes, le cercle d'intersection Γ représentera la forme de Dirichlet F précédente aux racines $P(z) = 0$. La réduction de f se fait à l'aide des mêmes substitutions que celle de F (voir *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 619); à cause des propriétés rappelées de F, les réduites de f formeront *une suite périodique* composée d'un *nombre fini de formes* se reproduisant périodiquement une infinité de fois. Si donc la forme f a ses coefficients entiers, on voit qu'il se produit le même fait que pour les formes quadratiques binaires indéfinies à coefficients entiers réels, le nombre des réduites *est fini*.

2° Il existe un *groupe cyclique de substitutions modulaires hyperboliques qui conservent la forme biquadratique f envisagée*, lorsque f satisfait aux conditions du 1°.

3° Toujours dans les mêmes conditions, on peut, *d'une infinité de manières*, trouver deux formes d'*Hermite* Φ *et* Ψ, *indéfinies*, *à coefficients entiers*, *à demi-sphères représentatives sécantes suivant le demi-cercle* Γ, et telles que l'on ait identiquement

$$f = A\Phi^2 + 2B\Phi\Psi + C\Psi^2,$$

A, B, C étant trois nombres *rationnels réels* tels que $B^2 - AC > 0$.

4° Si l'on envisage maintenant les cas où les formes f_1 et f_2 de décomposition ne sont pas toutes deux indéfinies et à demi-sphères représentatives sécantes, on voit que f peut encore toujours se ramener au type

$$f = A\Phi^2 + 2B\Phi\Psi + C\Psi^2,$$

Φ et Ψ étant des formes d'Hermite à coefficients entiers, dont les cercles représentatifs du plan $O\xi\eta$ *n'auront jamais de point commun réel;* A, B, C sont rationnels, réels, et $B^2 - AC > 0$. Φ et Ψ peuvent être définies ou indéfinies.

Conclusion. — Les formes biquadratiques à coefficients entiers décomposables en un produit de deux formes d'Hermite se ramènent à l'une ou l'autre des deux catégories suivantes bien distinctes :

Première catégorie. — Les formes de décomposition sont indéfinies et leurs demi-sphères représentatives sont sécantes suivant Γ. f se ramène au type

$$A\Phi^2 + 2B\Phi\Psi + C\Psi^2 \qquad (A, B, C \text{ entiers réels; } B^2 - AC > 0)$$

d'une infinité de façons, mais *toujours* Φ *et* Ψ *seront des formes d'Hermite indéfinies, à coefficients entiers et à demi-sphères représentatives sécantes suivant* Γ.

Deuxième catégorie. — Toutes les formes biquadratiques décomposables qui n'entrent pas dans la première catégorie. On les ramène, d'une infinité de façons, au type

$$A\Phi^2 + 2B\Phi\Psi + C\Psi^2 \qquad (A, B, C \text{ entiers réels; } B^2 - AC > 0),$$

mais *jamais* Φ *et* Ψ, *formes d'Hermite à coefficients entiers, ne seront deux formes indéfinies à demi-sphères représentatives sécantes.*

Si Φ est définie, son point représentatif est sur Γ; si Φ est indéfinie, sa demi-sphère représentative est orthogonale à Γ.

Toute forme de la première catégorie est conservée par un *groupe cyclique infini de substitutions modulaires hyperboliques.*

Elle a un *nombre limité de réduites* se reproduisant périodiquement.

Une forme quelconque de la deuxième catégorie n'a *qu'une réduite*, mais elle n'admet pas, *en général*, de substitution modulaire automorphe. Certaines classes seulement de formes de la deuxième catégorie admettent des *groupes finis de deux ou trois substitutions modulaires elliptiques;* on en a facilement les types canoniques.

On voit l'analogie des deux catégories avec les formes quadratiques binaires réelles indéfinies et définies à coefficients entiers.

II. f peut se décomposer en un produit tel que

$$A(xx' - \alpha xy' - \beta x'y + \gamma yy')(xx' - \alpha' x'y - \beta' xy' + \gamma' yy')$$

de deux formes qui sont *conjuguées l'une de l'autre* sans être chacune une forme d'Hermite. Cela arrive si la quartique $\varphi(z, z') = 0$ comprend *deux cercles imaginaires conjugués* [dont les équations en (ξ, η) ont des coefficients conjugués]. Les considérations du I relatives à $P(z)$ subsistent, et l'on montre qu'on peut toujours ramener f au type

$$A\Phi^2 + 2B\Phi\Psi + C\Psi^2 \qquad (A, B, C \text{ entiers réels}; \ B^2 - AC < 0).$$

Φ et Ψ auront des propriétés identiques à celles des première et deuxième catégories de I, selon que la quartique $\varphi(z, z') = 0$ aura ses points doubles *réels* ou imaginaires conjugués.

NAVIGATION. — *Les atterrages, en temps de brume, des grands ports français sur l'océan Atlantique.* Note de M. **J. Renaud**, présentée par M. Ch. Lallemand.

Les *atterrages* sont les parties de la terre qui servent aux marins à déterminer leur position en approchant des côtes. Avec les perfectionnements apportés à l'éclairage et au balisage, l'*atterrissage*, c'est-à-dire l'opération qui consiste à reconnaître la terre, n'offre, par temps clair, aucune difficulté. Il n'en est pas de même en temps de brume; les atterrages sont alors constitués par la forme et par la nature des fonds sous-marins. Comme un navire à grande vitesse doit pouvoir arriver rapidement à sa destination quel que soit l'état de l'atmosphère, il est important d'étudier à ce point de vue les conditions que présentent les ports destinés à recevoir les paquebots transatlantiques.

Un bâtiment venant des ports de l'Amérique du Nord peut parfois traverser l'Océan sans que l'état du ciel lui permette de faire des observations astronomiques. S'il se rend au Havre, il fait route vers la pointe Sud-Ouest de l'Angleterre. En cas de brume, comme il a sur sa droite la large entrée de la Manche, il s'écartera de la côte anglaise, sans la reconnaître, et il infléchira sa route sur la droite pour se diriger vers la presqu'île du Cotentin. Pendant ce trajet il pourra en sondant déterminer approximativement sa position, car les fonds de la Manche vont en diminuant à peu près régulièrement à mesure qu'on pénètre dans cette mer. Si, en approchant de la côte française, la visibilité est encore insuffisante, le navire, se maintenant par des profondeurs supérieures à 30^m, contourne la pointe de Barfleur et s'engage dans la baie de Seine où il a l'avantage de trouver des profondeurs progressivement décroissantes. En se dirigeant vers la

partie Sud de la baie, il pourrait, grâce à la disposition des courbes de niveau, connaître par la sonde sa distance exacte à la côte et se rendre au mouillage du Havre en suivant une ligne brisée. Mais, bien que le relief sous-marin de la partie Est de la baie se prête moins bien à la détermination d'une position précise, les paquebots n'hésitent pas à faire depuis les abords de Barfleur une route directe vers le Havre; car il a suffi de mouiller une cloche sous-marine à une distance convenable de la rade pour qu'ils puissent par ce moyen rectifier leur route et arriver facilement au mouillage sans avoir aperçu la terre. Ainsi : large ouverture, en entonnoir, de la Manche; puis, dans cette mer, profondeurs diminuant régulièrement en allant vers l'Est; enfin, dans la baie de Seine, plage sous-marine en pente douce permettant, avec les précautions habituelles, de faire route sans aucun risque d'échouage; telles sont les conditions naturelles qui font du Havre, à ce point de vue, un port privilégié.

Bien différent est l'atterrissage d'un paquebot qui traverse l'Océan à destination de Brest. Quelle que soit l'incertitude de son point estimé, le navire ne pourra infléchir sa route ni à droite, ni à gauche; il devra se diriger sur la pointe, hérissée de récifs, de la côte du Finistère. De plus, en approchant de la terre, le bâtiment est soumis à des courants traversiers violents dont il est difficile d'estimer la vitesse et qui ont sur sa route une influence d'autant plus grande qu'il est obligé de ralentir son allure par suite de la brume. Aussi, même si les observations astronomiques de la journée précédente ont été satisfaisantes, ces parages sont-ils trop dangereux pour qu'on puisse tenter l'entrée de la rade sans avoir vu la terre. Les récifs sont accores; quelques instants après avoir reconnu par la sonde une profondeur supérieure à 100^{m}, le navire peut rencontrer un écueil et sombrer corps et biens.

Sans doute, il existe une méthode qui permet à un marin entraîné à ce genre de recherches de conduire son navire jusqu'à l'avant-goulet de Brest sans avoir aperçu la terre; mais, pour la pratiquer, il est indispensable de procéder à de longs tâtonnements, incompatibles avec les nécessités d'une navigation à grande vitesse. Il faut commencer par reconnaître, en le traversant plusieurs fois, l'éperon sous-marin qui prolonge, au large, la chaussée de Seine. On perdrait ainsi l'avantage que possède Brest d'être le point le plus rapproché des côtes de l'Amérique du Nord. Les distances de New-York à Brest, au Havre, à Saint-Nazaire, à La Pallice et au Verdon sont respectivement de 2954, 3130, 3063, 3118 et 3112 milles marins. La durée de la traversée de l'Océan par Brest n'est donc abrégée, pour des paquebots rapides, que d'environ 7 heures par rapport à celle du Havre, de La Pallice ou du Verdon, et de 5 heures par rapport à celle de Saint-Nazaire.

Il faut ajouter que, d'après un dépouillement portant sur 16 années d'observations faites, de 1892 à 1907, au sémaphore d'Ouessant, la fréquence moyenne de la brume est de 12 pour 100 dans ces parages, avec un maximun de 17 pour 100 pendant le mois de juin et un minimum de 7 pour 100 pendant le mois de novembre. Les brumes d'une durée de 24 heures consécutives règnent pendant 10 jours par an en moyenne; celles qui persistent pendant 48 heures sont au nombre de trois par an environ.

Il résulte de ces conditions que la situation de Brest, admirable à beaucoup de points de vue et notamment pour un port de guerre, n'est pas favorable à l'escale des transatlantiques.

Entre Penmarc'h et l'entrée de la Gironde s'étend, devant la côte, un grand plan incliné qui relie les abîmes de l'Océan aux petits fonds qui précèdent le rivage; sur ce plateau les profondeurs de 300^m à 50^m diminuent à peu près régulièrement à mesure qu'on approche de la terre. Le navigateur peut ainsi déterminer par la sonde sa distance à la côte. De plus, sur le sable qui recouvre cet immense glacis s'étale une bande de vase, véritable fleuve de boue d'une largeur moyenne de 40^{km}. Cette particularité, outre le grand intérêt qu'elle présente pour l'Océanographie, donne au marin un nouveau moyen de reconnaître sa position. Enfin Rochebonne, le seul écueil qui existe dans ces parages, est facile à éviter en ayant soin de sonder fréquemment.

En approchant de la côte, après avoir atteint la ligne des fonds de 50^m, on ne trouve pas, au voisinage des grands ports, une plage sous-marine analogue à celle de la baie de Seine. Il n'est pas possible d'arriver au mouillage de Saint-Nazaire ou du Verdon avec la seule indication de la sonde. Seul sur cette partie de la côte, le Pertuis d'Antioche peut être pratiqué, par brume, sans danger; devant son entrée, le sol sous-marin est divisé en zones assez distinctes pour permettre de se diriger avec les renseignements donnés par la profondeur de l'eau et la qualité du fond. La fosse d'Antioche étant atteinte, on gagne sans difficulté le mouillage des Basques, devant La Rochelle, en suivant à la sonde le bord Sud de la fosse. Ces conditions constituent, pour le port de La Pallice, une situation nautique avantageuse.

Les considérations qui précèdent n'auraient plus la même importance si, grâce aux progrès de la science, on arrivait à fixer la position exacte d'un navire par les signaux hertziens qui sont installés pour essais. Mais, avec les moyens dont on dispose actuellement, il serait imprudent de ne pas

tenir compte des conditions naturelles des atterrages, dans le choix d'un point d'escale d'une ligne transatlantique.

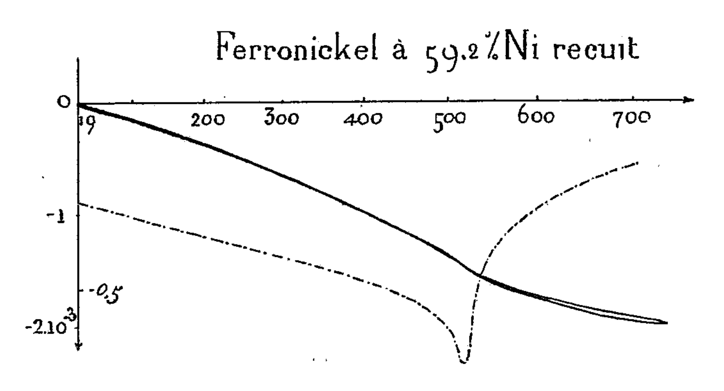
PHYSIQUE. — *Dilatomètre différentiel enregistreur.*
Note de M. **P. Chevenard**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

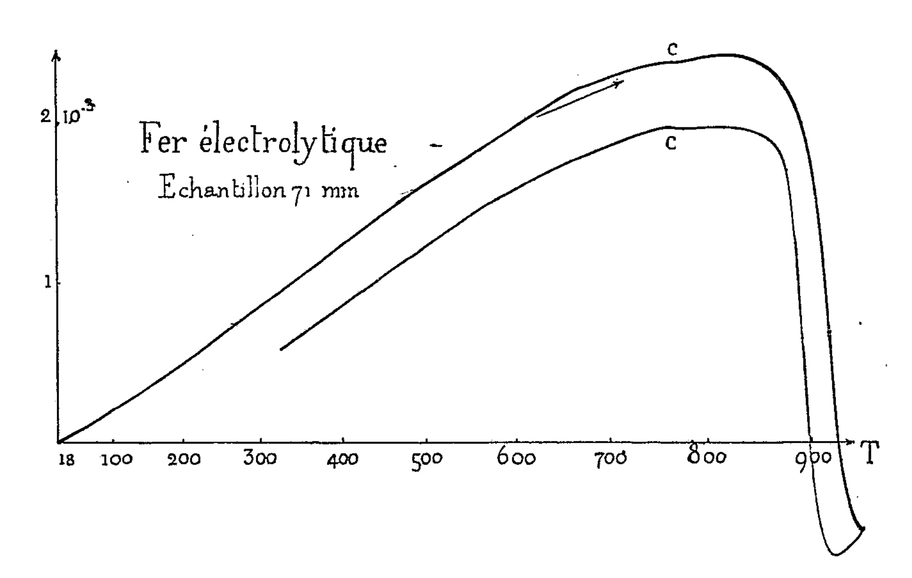
Le dilatomètre qui va être décrit a été créé en vue de l'analyse thermique des aciers et de l'étude de la dilatabilité des alliages spéciaux. L'appareil rapporte la dilatation du métal étudié à celle d'un étalon convenablement choisi; il trace automatiquement une courbe dont l'ordonnée est, par suite, la différence des dilatations des deux échantillons; la température, de son côté, est repérée par la dilatation de l'étalon, qui parcourt l'axe des abscisses.

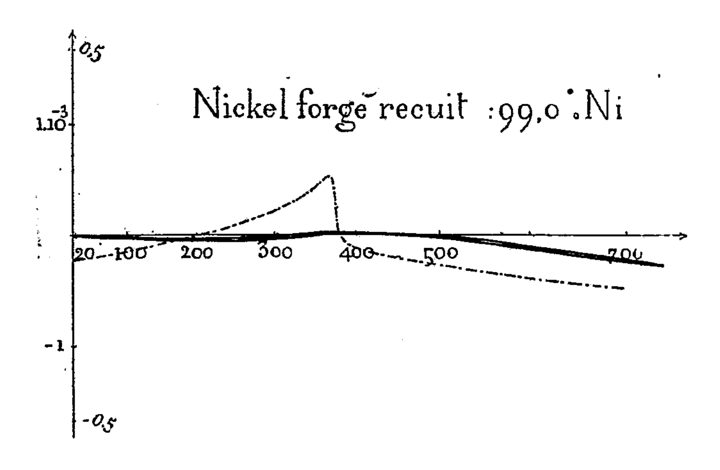
Les éprouvettes ont la forme de cylindres terminés d'un côté par une face plane, de l'autre par une pointe arrondie; elles sont contenues dans deux tubes de silice juxtaposés, fermés à un bout, et peuvent être portées à la même température au moyen d'un four électrique à résistance, garni intérieurement d'un moufle métallique. Deux tiges de silice, intérieures aux tubes, pressées par des ressorts de rappel sur les faces terminales planes des éprouvettes, reportent au dehors du four les dilatations de ces éprouvettes, et les transmettent à un levier optique. Ce levier, muni d'un miroir, est pivoté sur trois pointes disposées aux sommets d'un triangle rectangle. La pointe de l'angle droit et une autre pointe se déplacent, perpendiculairement au miroir, respectivement de la dilatation de l'étalon et de la dilatation de l'échantillon étudié. La troisième pointe conserve par rapport aux tubes de silice un niveau invariable; elle repose dans une rainure qui empêche toute rotation du levier optique dans son plan. La longueur des échantillons est en général de 50^{mm}.

L'amplification dans le sens de l'ordonnée atteint 300 fois; elle a été mesurée au moyen d'un calibre de verre déterminé avec une haute précision par M. Ch.-Ed. Guillaume. Le tarage thermométrique de l'abscisse a été obtenu par comparaison avec un couple Le Chatelier.

Aux vitesses usuelles de chauffe et de refroidissement (200 à 300 degrés par heure) et en dehors des phénomènes thermiques de transformation, l'écart de température des deux éprouvettes n'excède jamais 2 degrés. La transformation allotropique d'un acier crée un écart *de sens connu* de l'ordre de 5 degrés.


Ferronickel à 59,2 % Ni recuit
0
19
200
300
400
500
600
700
-1
-0,5
-2.10^-3


2 10^-3
Fer électrolytique
Echantillon 71 mm
1
c
c
18
100
200
300
400
500
600
700
800
900
T


0,5
1.10^-3
Nickel forgé recuit : 99,0 % Ni
20
100
200
300
400
500
700
-1
-0,5

L'étalon employé pour l'étude des aciers est un alliage de nickel et de chrome (10 pour 100 Cr) appelé *baros*. Le baros, très peu oxydable, doué d'une résistance mécanique élevée à chaud, a une capacité calorifique moyenne à peu près égale à celle des aciers. Il est amagnétique et, par suite, dépourvu d'anomalie thermique ; sa loi de dilatation, presque exactement réversible, peut se représenter de 0° à 900° par une formule parabolique : $\alpha = 12,80.10^{-6}$; $\beta = 4,33.10^{-9}$. En raison de l'existence du terme quadratique, les abscisses croissent plus vite que les températures correspondantes, et les courbes sont ainsi anamorphosées.

L'appareil, simple, robuste et sensible, complètement à l'abri des trépidations, permet, par l'emploi de la méthode différentielle, de déceler les plus faibles singularités dilatométriques.

La courbe du ferro-nickel à 59,2 pour 100 Ni fait ressortir, en la dégageant de l'allongement thermique normal, *la contraction anomale* qui accompagne la transformation magnétique. Dans le domaine des ferro-nickels réversibles, cette contraction, maxima pour la composition correspondant à Fe^2Ni, tend vers zéro quand la teneur en nickel s'approche de 68 pour 100. De cette teneur au nickel pur, la singularité de dilatation réapparaît, mais avec *un sens différent* : les diagrammes du ferro-nickel à 59,2 pour 100 Ni et du nickel forgé et, d'une manière plus évidente, leurs courbes dérivées (tracées en traits et points), affectent en effet des dispositions symétriques par rapport à l'axe des températures.

La disparition du magnétisme du fer électrolytique entraîne un changement d'allure de la courbe de dilatation, comparable à celui qui s'observe dans le cas du ferro-nickel à 59,2 pour 100 Ni, mais disposé symétriquement par rapport à l'axe des températures. Pour mettre ce fait en relief, on a rendu, par un choix convenable de la longueur des échantillons (fer : 71^{mm}, baros : 50^{mm}) la région « bêta » à peu près horizontale. On note vers 760° le crochet C observé par M. C. Benedicks (1) ; ce crochet, dont l'amplitude croît avec la vitesse de chauffe ou de refroidissement, semble dû à un écart de température des deux éprouvettes provoqué par la chaleur de la transformation magnétique réversible.

---

(1) C. Benedicks, *Expériences sur l'allotropie du fer* (*Journal of the Iron and Steel Institute*, mai 1914).

GÉOLOGIE. — *Limites de l'Aquitanien marin dans la région provençale.* Note (1) de MM. **J. Repelin** et **L. Joleaud**, présentée par M. Pierre Termier.

Les dépôts aquitaniens des environs de Carry ont été pendant longtemps considérés comme les plus orientaux des affleurements marins de cette époque dans la région provençale, si l'on excepte ceux à caractère plutôt lagunaire d'Eguille et de la Trevaresse, près d'Aix. La découverte faite par M. Depéret de fossiles marins dans une zone argileuse intercalée dans les formations saumâtres du bassin de Marseille, au cap Janet, commença à montrer que la mer n'était pas éloignée du rivage actuel. La faune trouvée dans cette assise, *Cyrena semistriata* Desh., *Psammobia massiliensis* Dep., *Lucina ornata* Ag., *Corbula* sp., *Potamides plicatus* Brug., *Pot. submargaritaceus* Braun, *Cerithium bidentatum* Defr., avait cependant encore un caractère mixte. La limite, vers le Nord, semblait à peine atteindre le massif jurassique de la Nerthe. Une nouvelle découverte, faite en 1908, apporta des précisions au sujet de cette limite d'extension des dépôts aquitaniens. Il s'agissait de curieuses poches dans les dolomies jurassiques, mises en évidence par l'exploitation de ces roches et situées à une grande hauteur au-dessus du niveau actuel de la mer. Nous les avons photographiées dès leur découverte pour garder une preuve indiscutable de leur existence. Elles étaient remplies d'un calcaire rosé, grenu, analogue à certaines assises de l'Aquitanien de Carry, qui nous a fourni dès 1908 des fossiles tels que des Huîtres, des Lamellibranches divers en mauvais état de conservation et des débris de *Scutelles*. Le caractère franchement marin de cette faune est donc indiscutable. Un an après environ, l'un de nous signala (2) de nombreux fossiles trouvés par M. le Dr Gilles dans une de ces poches près de la batterie de la Corbière, à la carrière de l'Aiguillon. C'étaient des moules externes et internes de *Trochus*, *Haliotis*, *Ostrea*, *Arca*, *Cardium*, *Lucina*, avec des coquilles de *Potamides* et des moules internes de *Cyclostomes* et d'*Helix*. Vasseur, à qui M. Joleaud avait soumis ces fossiles, devait les étudier, mais à sa mort le travail n'avait pu être abordé. Nous l'avons repris récemment et nous sommes arrivés à un résultat intéressant.

Les précisions que ne pouvaient nous fournir les fossiles marins, dont la plupart sont communs à l'Aquitanien inférieur, moyen et supérieur, nous

(1) Séance du 4 juin 1917.

(2) L. Joleaud, *Bull. Soc. linn. de Provence*, t. 2, 1911, p. 95.

ont été fournies par la présence de *Helix Moroguesi* Brongn. qui, contrairement aux indications de M. Dollfus [1], peut être considérée comme caractéristique de l'Aquitanien inférieur, niveau à *Helix Ramondi* Brongn. Il est nécessaire d'insister sur ce point. Les gisements cités par Noulet dans son *Mémoire sur les coquilles fossiles des terrains d'eau douce du sud-ouest de la France* et tous ceux que nous connaissons appartiennent à ce niveau, et nous n'avons jamais recueilli cette forme dans l'Aquitanien supérieur. Les gisements de la Beauce et de l'Orléanais sont également, comme l'indique Deshayes, dans le calcaire de Beauce.

Les fossiles marins trouvés avec cet *Helix* et que nous avons pu étudier en prenant les empreintes des moules externes sont : *Potamides margaritaceus* Brocch., *Pot. submargaritaceus* Braun, var. *rhodanicus* Font., *Pot. pseudocostellatus* Font., *Ostrea aginensis* Tournouer, et un cyclostome du groupe du *Cyclostoma Draparnaudi* Math., mais plus allongé et à tours plus nombreux. Les Lamellibranches appartiennent aux genres déjà cités, mais sont spécifiquement indéterminables. Il y a donc là une association des formes marines de Carry, des formes saumâtres du bassin d'Aix et de formes terrestres contemporaines de *H. Ramondi*.

La situation élevée de ces poches, ainsi que la présence de *Potamides* du bassin d'Aix, paraît indiquer une relation directe avec ce bassin par-dessus la chaîne de la Nerthe avant la surrection du Miocène. C'est la conclusion à laquelle l'un de nous était déjà arrivé pour le Sannoisien et le Stampien (Rupélien) et qu'il convient d'étendre également à l'Aquitanien.

La limite entre la zone marine et la zone lagunaire devait se trouver un peu à l'ouest du méridien de Marseille. Peut-être remontait-elle assez haut dans la vallée du Rhône [2]. En tous cas la mer s'étendait sur l'emplacement de la chaîne de la Nerthe comme l'indique la position du petit lambeau que nous avions signalé en 1900 [3] à l'est des Valletons (entre les Martigues et Saint-Pierre) et qui, contrairement à ce que nous pensions alors, doit être attribué à l'Aquitanien (bancs à Bryozoaires).

Quant à la zone continentale, elle était certainement très rapprochée, comme le prouve la présence de nombreuses formes terrestres évidemment charriées par les eaux de ruissellement au milieu des eaux marines. La découverte d'un équivalent marin des couches à *Helix Ramondi* sur le littoral provençal à la base des assises de Carry, à peu près dans les mêmes

---

(1) G. Dollfus, *Bull. Serv. Carte géol.*, t. 19, nº 124, 1908-1909, p. 64.

(2) L. Joleaud, *Comptes rendus*, t. 144, 1907, p. 345, et *Bull. Soc. géol. de Fr.*, 4e série, t. 8, 1908, p. 41-42.

(3) J. Repelin, *Bull. Soc. géol. de Fr.*, 3e série, t. 28, p. 247.

conditions que cela se présente dans le Bordelais, confirme l'attribution de ces couches à l'Aquitanien inférieur. Il est naturel de faire débuter l'étage aquitanien avec le commencement de la transgression marine.

BOTANIQUE. — *Les Palmiers à crin végétal de Madasgascar.* Note de M. **Henri Jumelle**, transmise par M. Gaston Bonnier.

L'origine botanique du crin végétal qu'exporte régulièrement la côte orientale de Madagascar est restée très longtemps incertaine. Wright est le premier qui, en 1894, ait rapporté cette sorte de piassava à un Palmier, qui est le *vonitra* des Betsimisaraka et que le botaniste anglais nomma *Dictyosperma fibrosum*. Or Baillon, d'autre part, vers la même époque, avait désigné sous le nom de *Dypsis Thouarsiana* un Palmier qui, disait-il, était le « vounouthre » de Sainte-Marie. Malheureusement les descriptions de Wright et de Baillon étaient, l'une et l'autre, si incomplètes que, ainsi que nous le faisions remarquer dès 1906, malgré l'impression qu'on pouvait avoir qu'il s'agissait d'une seule et même espèce, il était impossible de se prononcer. En 1911, M. Beccari, de Florence, créait le genre *Vonitra;* et le *Dictyosperma fibrosum* devenait le *Vonitra fibrosa*, pendant que le *Dypsis Thouarsiana* était désormais le *Vonitra Thouarsiana;* mais M. Beccari lui-même n'osait pas identifier les deux espèces. Cette identification n'a été faite qu'ultérieurement par nous en 1913.

Nous la confirmons aujourd'hui, après l'examen de nouveaux échantillons, mais en ajoutant (c'est le but de cette Note) que ce *Vonitra Thouarsiana* Becc. (avec toute la synonymie précédente) n'est pas le seul *Vonitra* qui croisse et puisse être exploité comme producteur de piassava sur le versant oriental de Madagascar. Dans les mêmes régions que ce *V. Thouarsiana*, on rencontre encore un autre *Vonitra* qui, à côté de caractères génériques communs, présente des particularités spécifiques bien distinctes.

Comme le *V. Thouarsiana*, cet autre Palmier, que nous appellerons *Vonitra utilis*, a un tronc qui est souvent ramifié et, en outre, présente à sa base de nombreux rejets. Ses grandes feuilles, à segments isolés et rédupliqués, ont, comme celles du *V. Thouarsiana*, une gaine tubulaire fermée, qui se continue, à l'opposé du pétiole, par une longue languette triangulaire, analogue à celle que présentent les gaines d'autres Palmiers malgaches à albumen ruminé, tels que le *Phloga polystachya* Noronh. et le *Beccariophœnix madagascariensis* Jum. et Perr. Les grandes inflorescences, deux ou trois fois ramifiées, de notre nouvelle espèce sont, comme celles

de l'autre espèce orientale, et celles aussi du *Vonitra crinita* Jum. et Perr., troisième espèce du Sambirano, d'aspect un peu flexueux, dû à ce que les glomérules triflores sont insérés, sans bractée axillante, sur de légères dépressions des axes des épis. Tous les *Vonitra* enfin ont, dans la fleur mâle, des anthères basifixes, à loges subglobuleuses, un peu écartées à la base, alors que les anthères des *Neodypsis* sont dorsifixes et elliptiques.

Mais les principaux caractères distinctifs du *Vonitra utilis* comparé au *V. Thouarsiana* sont : un tronc beaucoup plus robuste (30^{cm} à 40^{cm} de diamètre, au lieu de 10^{cm} à 12^{cm}); des feuilles plus grandes, avec une gaine et une languette plus fortes; des segments foliaires plus longs et plus larges; des inflorescences plus amples, avec des épis floraux plus épais (5^{mm} au lieu de 2^{mm}); des fruits notablement plus gros (25^{mm} à 26^{mm} sur 24^{mm} à 25^{mm}, au lieu de 22^{mm} sur 20^{mm}), à péricarpe deux fois plus épais. En outre, dans le *V. Thouarsiana*, le pétiole, long de 45^{cm} et large de 18^{mm}, est revêtu, comme la face inférieure de la gaine, d'une abondante pubescence rousse et est tout d'abord un peu concave en dessus, mais ensuite rapidement plan, ou même un peu convexe, tandis que chez le *Vonitra utilis*, ce pétiole, de même longueur, mais large de 40^{mm}, est glabre, ainsi que la gaine, et concave sur toute sa face supérieure. Les deux espèces sont donc nettement différentes.

Sur l'une et l'autre, *le piassava est fourni*, non par la spathe florale, comme on l'a autrefois prétendu, mais *par la gaine foliaire, et, plus spécialement, par la partie de cette gaine qui correspond à la languette oppositipétiole*. De bonne heure, cette gaine éclate suivant sa ligne médiale ventrale (en simulant alors deux grandes stipules); et ses tissus, dans la partie fendue, se dissocient en longs filaments bruns, qui sont le produit commercial.

Nous ne pouvons toutefois préciser si les deux espèces sont également exploitées et fournissent la même qualité de piassava, car toutes deux croissent dans les mêmes régions, le *V. utilis* semblant seulement rechercher un peu plus que le *V. Thouarsiana* les bords des cours d'eau. Personne n'ayant jusqu'alors signalé les différences des deux *vonitra*, nous ignorons, dans ces conditions, si ces différences sont connues des indigènes récolteurs. Remarquons seulement que, d'après les gaines de dissociation que nous avons examinées, et qui ont été recueillies par M. Perrier de la Bâthie, les filaments qui se dégagent de celles du *V. utilis* semblent plus réguliers, plus propres, et d'un aspect qui rappelle mieux celui du piassava commercial que les filaments du *V. Thouarsiana*, quoique les uns et les autres aient d'ailleurs la même structure anatomique et correspondent à des faisceaux libéro-ligneux entourés chacun d'un étui fibreux.

BIOLOGIE. — *Du rôle de quelques* Ichneumonides *comme auxiliaires de l'arboriculture forestière*. Note de M. L. **Bordas**, présentée par M. Edmond Perrier.

Dans un grand nombre de cas, certains Hyménoptères peuvent devenir de précieux auxiliaires dans la lutte sans merci entreprise par l'homme, depuis peu d'années, contre les insectes ennemis de nos cultures et de nos arbres fruitiers ([1]). Le rôle de ces auxiliaires est surtout de limiter la propagation des espèces parasites et d'établir ainsi, dans la nature, une sorte d'équilibre entre le parasite et son hôte. Or, parmi les défenseurs de nos forêts (Épicéas, Pins, Chênes, etc.), il convient de citer tout spécialement les deux espèces (*Ichneumonides*) suivantes, appartenant à la sous-famille des *Pimplinæ* : les *Rhyssa* Graven. et les *Ephialtes* L.

Les premières s'attaquent surtout aux larves des Siricides (*Sirex*) et les secondes donnent leur préférence aux larves de divers Buprestides et de certains Cérambycides (*Callidium*). Les *Rhyssa persuasoria* Linné sont remarquables par leur taille (3^{cm}) et par la longueur, la mobilité et la gracilité de leur tarière qui, chez l'espèce que nous avons étudiée, atteignait jusqu'à $5^{cm},5$ de longueur. Cet Ichneumonide est assez commun dans les forêts de Pins, Mélèzes, Épicéas, etc., où la femelle vole le long des troncs et des branches à la recherche des larves de Sirex, logées dans des galeries creusées dans le bois. Grâce à un instinct merveilleux, ces insectes savent reconnaître l'endroit précis où se trouve cachée la larve xylophage qui devra servir d'aliment à leur progéniture.

Pour effectuer sa ponte, la femelle de *Rhyssa* enfonce, lentement et après mille précautions, sa longue et souple tarière dans la galerie où se tient la jeune larve de Sirex, atteint cette dernière, perfore son tégument dorsal et dépose son œuf dans sa cavité générale, au-dessus du tube digestif. La ponte se poursuit ainsi, jusqu'à épuisement du contenu ovarien, pendant 12 fois au minimum, parfois même 24 ou 36 fois, et c'est ainsi qu'une seule espèce nous débarrasse, de la sorte, au cours d'une saison, d'une ou de plusieurs douzaines de Sirex. Les *Rhyssa persuasoria* comptent donc parmi les meilleurs défenseurs de nos cultures forestières en débarrassant certaines essences résineuses (Épicéas, Pins, etc.) de leurs pires ennemis.

Nous savons que les Sirex s'attaquent non seulement aux Épicéas, mais

---

([1]) Les matériaux de cette Note proviennent, en partie, des échantillons qu'a bien voulu nous faire expédier M. de Franqueville.

encore aux Pins et aux Sapins. L'an dernier, dans un tronc d'Épicéa, perforé d'un grand nombre de galeries, j'ai rencontré une larve de Siricide parasitée d'un œuf qui, d'après sa forme, sa structure et ses dimensions, appartenait à *Rhyssa persuasoria*. Il était situé dans la région médiane de la cavité abdominale larvaire, au-dessus de l'intestin moyen, dans un massif de tissu adipeux. Rien extérieurement ne permettait d'en déceler la présence tant la larve paraissait saine et de structure normale. A la partie supérieure de la galerie, non loin du parasite, se trouvait l'extrémité terminale d'une tarière, et la *Pimplinæ* avait dû s'amputer accidentellement soit pour fuir l'attaque d'un ennemi, soit après avoir été capturée par ce dernier.

L'*Ephialtes manifestator*, que nous avons également étudiée, est une espèce indigène à corps noirâtre, à pattes pro- et mésothoraciques roussâtres et à jambes postérieures tirant sur le noir. Grâce à sa tarière, longue et flexible, elle pond ses œufs dans les galeries où se logent les larves de certains Cérambycides (*Callidium*). L'œuf éclot dans la larve et amène ainsi la mort de cette dernière. L'*Ephialtes*, comme du reste l'espèce précédente, constitue donc un des plus actifs et des plus utiles défenseurs de nos forêts; ce sont les meilleurs auxiliaires des sylviculteurs.

La TARIÈRE des *Rhyssa persuasoria* est tout à fait caractéristique et remarquable par sa dimension linéaire. Très flexible, très mobile, elle se recourbe et s'allonge selon la volonté de l'insecte. Elle comprend une lame médiane, le gorgeret, avec deux stylets, le tout terminé par une pointe légèrement recourbée en forme de tarière et portant latéralement de fines denticulations. Les deux gaines du fourreau sont constituées par deux lamelles bombées extérieurement, très souples, très mobiles et recouvertes, sur leur face externe, par de nombreuses soies chitineuses à sommet dirigé en arrière.

Les OVAIRES sont localisés à la partie postérieure de la cavité abdominale. Ils sont composés de deux faisceaux de tubes contenant chacun six gaines ovariennes. Chaque gaine ne contient qu'un très petit nombre d'œufs (1 à 3). Il arrive même fréquemment que les deux premiers avortent et qu'un seul arrive à maturité et soit pondu. Chaque œuf est allongé, fusiforme, ou parfois à partie médiane sensiblement cylindrique et à extrémités amincies et terminées par une pointe arrondie. Il est entouré d'une coque chitineuse, mince, souple et transparente et tombe directement dans l'oviducte latéral. De là il passe dans l'oviducte impair qui porte, de chaque côté, un diverticule correspondant à une glande annexe et à un réceptable séminal et arrive ensuite à la base de la tarière.

Les GLANDES VENIMEUSES de *Rhyssa persuasoria* sont bien développées et caractéristiques, quant à leur forme et leurs dimensions; elles comprennent deux organes : les *glandes acides* ou *multifides* et les *glandes tubuleuses* ou *alcalines*. A ces parties il faut ajouter un réservoir venimeux et un canal excréteur.

Ces organes, outre leur caractère défensif, doivent encore jouer un grand

rôle biologique en vue de la conservation et de la propagation de l'espèce. Le liquide injecté à la larve de Sirex, en même temps que s'effectue la ponte, doit être doué de propriétés anesthésiques et rendant imputrescibles les tissus larvaires.

La *glande multifide* correspond, au point de vue morphologique, à la glande alcaline des *Aculeata*. Elle est formée d'un faisceau de tubes cylindriques, généralement au nombre de 3 ou 4, longs, flexueux, de couleur blanchâtre et présentant chacun plusieurs (de 2 à 5) ramifications latérales. Les troncs principaux vont déboucher directement au sommet du réservoir à venin. Chaque tube, terminé par une pointe arrondie, comprend un épithélium glandulaire formé par de hautes cellules cylindriques, limitant un étroit lumen central. Le diamètre de chacun de ces tubes est à peu près le triple de celui des vaisseaux malpighiens.

Le *réservoir glandulaire* ou réceptable venimeux est de forme ovoïde. Ses parois présentent une série de striations transversales dues à des épaississements musculaires. Quant à ses dimensions, elles sont les suivantes : longueur $1^{mm},3$ et largeur $0^{mm},8$. Le canal excréteur ou afférent est cylindrique, peu sinueux et va s'ouvrir, après s'être fusionné avec celui de la glande alcaline, à la base du gorgeret.

La *glande tubuleuse* (glande alcaline des porte-aiguillon) a la forme d'un sac, de couleur blanchâtre, à parois plissées, situé sur le côté du rectum et dont le canal excréteur, très court, va se souder, à sa partie terminale, avec celui de la glande multifide. C'est du mélange du produit de sécrétion de ces deux glandes que résulte le liquide qui jouit des propriétés physiologiques dont j'ai parlé ci-dessus.

PROTISTOLOGIE. — *Protistes nouveaux ou peu connus du Plankton méditerranéen.* Note de M. J. **Pavillard**, présentée par M. Guignard.

I. *Corbicula socialis* Meunier. — Le *Corbicula socialis* a été découvert par A. Meunier (¹) qui l'a rapproché, non sans quelque réserve, du genre *Dinobryon*.

C.-H. Ostenfeld a récemment identifié avec le *C. socialis* un organisme pélagique qu'il a eu l'avantage d'observer vivant dans le plankton des mers danoises, sous la forme de colonies globuleuses composées de cellules sphériques absolument incolores (²). Mes observations personnelles me permettent de confirmer pleinement cette identification.

J'ai rencontré le *C. socialis*, assez abondant, le 8 avril 1910, dans le plankton littoral du golfe du Lion.

Les colonies globuleuses, mesurant en moyenne 90^{μ} de diamètre,

(¹) A. Meunier, *Microplankton des mers de Barents et de Kara*. Bruxelles, 1910.

(²) C.-H. Ostenfeld, *De danske farvandes Plankton : II. Protozoer*. Copenhague, 1916.

peuvent compter plusieurs centaines d'individus juxtaposés autour d'une cavité centrale qui paraît entièrement vide (comme dans les *Volvox*).

Chaque individu possède une armature caractéristique comprenant l'ombrelle gélatineuse et le pédicelle (voir *fig.* 2 et 3).

Les ombrelles voisines paraissent légèrement soudées entre elles à leurs points de contact, ce qui assure la cohésion de la colonie (voir *fig.* 1).

Le bord de l'ombrelle est très mince; l'épaisseur augmente ensuite jusque vers le centre; la face externe est fortement convexe, la face interne légèrement concave. La surface est ornée de lignes rayonnantes, au nombre d'une quinzaine environ, débutant par un petit renflement périphérique. Ces rayons rencontrent ensuite un second cercle, de moitié plus petit, et s'y arrêtent en partie; les autres se prolongent au delà, vers la région médiane, et aboutissent aux angles d'une cavité centrale occupée par le corps cellulaire proprement dit (*fig.* 2).

Le pédicelle est un cordon filiforme pouvant atteindre le double du diamètre de l'ombrelle; il s'attache au centre de la face interne concave et non au sommet externe (*contra* Meunier); il paraît flotter librement dans la cavité générale de la colonie, mais nous n'avons aucun renseignement sur sa mobilité éventuelle ou sur ses fonctions.

Le corps cellulaire, de forme ovoïde, mesure 5^{μ} à 6^{μ} de longueur. Sa région distale, très claire, à peine colorable, émerge en saillie sur l'horizon général de la colonie; la région proximale, très dense, fixe énergiquement tous les colorants cytoplasmiques; elle contient un noyau globuleux nucléolé, de $2^{\mu},5$ de diamètre; les autres détails cytologiques m'ont échappé.

L'évolution individuelle et la situation systématique de ce curieux organisme sont entièrement inconnues; il n'a évidemment aucune affinité avec le g. *Dinobryon* (1); ses relations éventuelles avec la *Magosphæra planula* Hæckel, suggérées par Ostenfeld, sont purement hypothétiques.

II. *Thaurilens denticulata* n. g. n. sp. — Le Protiste que je décrirai brièvement sous ce nom paraît avoir échappé jusqu'ici à l'attention des biologistes; il fut l'un des éléments prépondérants de mes récoltes de février 1905 dans l'étang de Thau; je ne l'ai jamais revu depuis.

La forme générale est celle d'une lentille biconvexe très épaisse, à contour étoilé (diamètre moyen 14^{μ}, sans les appendices), limitée par une

(1) Le *Dinobryon Belgicæ*, donné comme nouveauté par Meunier dans le même Ouvrage (*loc. cit.*, p. 79), n'est pas autre chose que le *D. mediterraneum*, déjà décrit et figuré dans mon Mémoire de 1905 sur le Plankton de l'étang de Thau.

membrane résistante et élastique. Le contour est hérissé de six protubérances pointues, de longueur sensiblement égale, mais diversement disposées; elles ne sont pas contenues dans le même plan, ce qui se manifeste surtout dans les vues de profil (voir *fig.* 5): d'autre part leur distance angulaire est variable, deux d'entre elles étant toujours notablement plus écartées que les autres (voir *fig.* 4).

Le corps cellulaire, toujours légèrement contracté dans mon matériel,

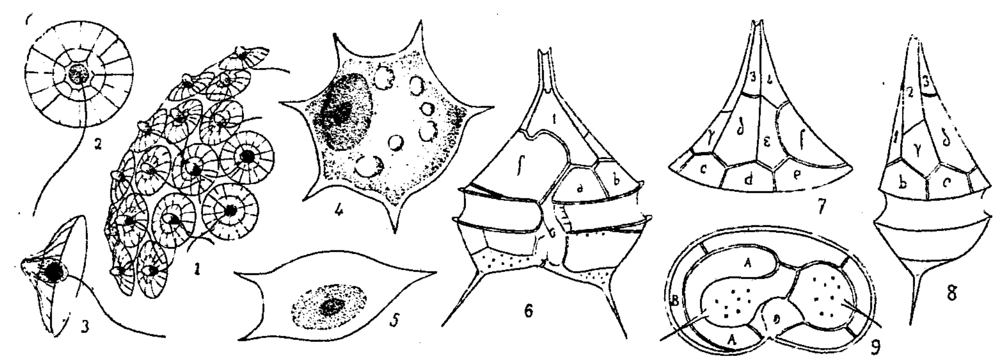


Fig. 1-3. *Corbicula socialis :* 1. Fragment de colonie. — 2 et 3. Individus isolés, vus de face et de profil. — Fig. 4 et 5. *Thaurilens denticulata :* face et profil. — Fig. 6-9. *Peridinium minusculum :* 6. Face ventrale. — 7. Face dorsale de l'épithèque. — 8. Profil gauche. — 9. Tabulation de l'hypothèque.

Gr. : fig. 1, 530 (env.); fig. 4 et 5, 1300 (env.); les autres, 1000.

est formé d'un protoplasme transparent, contenant un certain nombre de corpuscules réfringents et un volumineux noyau nucléolé; la situation de ce noyau paraît fixe, dans la région opposée aux cornes les plus écartées.

Je n'ai aperçu aucun organe locomoteur; cependant l'organisme, observé vivant, se déplaçait en tournant sur lui-même à la manière des Péridiniens; son évolution individuelle et sa situation systématique sont inconnues.

III. *Peridinium minusculum* Pavillard. — Ce petit Péridinien est encore un des éléments dominants de mes intéressantes récoltes de février 1905 dans l'étang de Thau. Sa tabulation caractéristique s'était dérobée jusqu'ici à tous les efforts [1].

La plaque apicale 1, ou plaque en losange, fortement échancrée à droite, est très courte et s'arrête bien au-dessus du sillon transverse (voir *fig.* 6).

Du côté gauche de l'épithèque, les quatre premières pré-équatoriales [*a-d*] sont normalement conformées. Du côté droit, une énorme plaque, représentant peut-être les deux dernières pré-équatoriales normales [*f* et *g*]

[1] E. LEMMERMANN, *Kryptogamenflora der Mark Brandenburg :* III. *Algen.* Leipzig, 1910, p. 630. — O. PAULSEN, *Marine Plankton from the East-Greenland Sea :* III. *Peridiniales.* Copenhague, 1911, p. 315.

intimement soudées, s'élève jusqu'à mi-hauteur de l'épithèque; elle couvre, comme un bouclier, une grande partie de la face antérieure et s'étend largement en arrière au contact de la cinquième pré-équatoriale [*e*] étirée en faucille très effilée.

Les deux intercalaires δ et ε sont très hautes, disposées à peu près comme dans le *Peridinium Steinii*. L'intercalaire γ semble provenir d'un démembrement de l'apicale 2 par une ligne de suture transversale. Son bord antérieur prolonge simplement celui de l'apicale 2, réalisant ainsi un contact direct, aussi évident qu'inusité, entre l'intercalaire γ et la plaque en losange (voir *fig.* 7 et 8).

A l'hypothèque, les deux antapicales sont plus robustes et plus fortement ponctuées que tout le reste de la carapace; la première post-équatoriale A, extraordinairement développée, entoure presque complètement l'antapicale gauche qui n'a aucun point de contact avec la deuxième post-équatoriale [B]; celle-ci est transformée en une étroite et longue faucille, comparable à la pré-équatoriale [*e*] de l'épithèque (voir *fig.* 9).

L'ensemble de ces particularités, entièrement inédites jusqu'ici dans le genre *Peridinium*, assure évidemment à notre espèce une place à part dans ce groupe si fécond en variations morphologiques.

A 16 heures et demie l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Géographie et Navigation présente, par l'organe de son Doyen, la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Hatt* :

En première ligne	M. **Robert Bourgeois**
En seconde ligne, ex æquo et par ordre alphabétique	MM. **Alfred Angot** **Félix Arago** **Charles Doyère** **Louis Favé** **Édouard Perrin**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 18 heures.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 18 JUIN 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. *Leclainche* pour occuper, dans la Section d'Économie rurale, la place vacante par le décès de M. *A. Chauveau*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Leclainche** prend place parmi ses confrères.

MÉCANIQUE DES SEMI-FLUIDES. — *Équilibre-limite (par détente) d'une masse sablonneuse à profil supérieur rectiligne, et que soutient en avant une mince paroi plane verticale, mobile autour de sa base.* Note de M. **J. Boussinesq**.

I. Dans une Note du 4 juin courant (*Comptes rendus*, t. 164, p. 873) j'ai montré comment un massif sablonneux homogène, à surface supérieure en talus montant d'une *déclivité* donnée ω, soutenu à son avant par un mur vertical qui commence à se renverser, peut être intercalé de plusieurs manières, au point de vue de sa résistance à l'éboulement et du complément de cette résistance qu'il demande à la *poussée* de son mur de soutènement, entre certains massifs *hétérogènes* de mêmes figure et poids spécifique Π que lui, mais dont les couches planes divergentes émanées du bas ou *bord* du talus, à angles polaires θ décroissants à partir de la superficie $\theta = \frac{\pi}{2}$, ont leur *coefficient* $\tang \varphi'$ *de frottement intérieur* graduellement croissant en fonction de θ à l'approche du mur, c'est-à-dire

quand θ s'abaisse au-dessous d'une certaine valeur θ_0 jusqu'à laquelle il se réduisait à une constante $\tan\varphi$. Ce coefficient $\tan\varphi'$ grandit donc, dans tout le *coin sablonneux d'hétérogénéité* ayant l'angle $\delta = \omega + \theta_0$, depuis la *couche d'entrée* $\theta = \theta_0$ jusqu'au contact du mur $\theta = -\omega$, où il devient $\tan\Phi$, tandis que le frottement du sable contre le mur a généralement un coefficient moindre $\tan\varphi_1$; et ses valeurs intermédiaires $\tan\varphi'$ *sont réglées*, en fonction de θ, de manière à rendre facilement évaluables dans ces massifs *fictifs* les *pressions d'équilibre-limite*, qui seraient, au contraire, absolument rebelles à nos calculs dans le massif homogène.

D'après les formules (1), (2), (3) et (5) de la Note citée, l'angle δ ou $\omega + \theta_0$ du coin d'hétérogénéité, un certain angle aigu auxiliaire ω' dont celui-là dépend, un autre angle aigu auxiliaire ε définissant l'écart relatif de Φ à φ ou, pour ainsi dire, l'*amplitude de l'hétérogénéité*, enfin, le coefficient φ_1 de frottement extérieur, satisfont aux quatre équations

$$(1)\quad \begin{cases} \varphi + 2\delta + \omega' - \omega = \dfrac{\pi}{2}, \qquad \sin\omega' = \dfrac{\sin\omega}{\sin\varphi}, \qquad \cos\varepsilon = \dfrac{\sin\varphi}{\sin\Phi}, \\ \tan\varphi_1 = \dfrac{\sin\varphi\cos(\varphi - \varphi_1 + 2\delta)}{\cos\varepsilon - \sin\varphi\sin(\varphi - \varphi_1 + 2\delta)}. \end{cases}$$

La quatrième devient plus concise et analogue à la troisième, en y remplaçant $\sin\varphi$ par $\sin\Phi\cos\varepsilon$, $\tan\varphi_1$ par le rapport de $\sin\varphi_1$ à $\cos\varphi_1$, puis, faisant évanouir les dénominateurs et réduisant. Elle est alors

$$(2)\qquad \frac{\sin\varphi_1}{\sin\Phi} = \cos(\varphi - \varphi_1 + 2\delta - \varepsilon);$$

et, comparée à la troisième (1), elle montre que l'égalité de φ_1 à φ entraîne celle de ε à δ.

Cela posé, on admet que le massif homogène proposé, dont l'angle de frottement à la fois intérieur et extérieur est connu, résistera moins à l'éboulement et exercera *plus de poussée-limite* sur le mur que tout massif hétérogène de même poids spécifique et de même figure, qui aurait *partout* ses coefficients de frottement soit intérieurs, soit extérieur, au moins égaux au sien, comme il arrivera si l'on prend pour φ et φ_1 cet angle donné; mais qu'il résistera plus à l'éboulement et exercera moins de poussée, si φ' et φ_1 n'excèdent nulle part le même angle donné, condition évidemment satisfaite quand on le prend lui-même comme valeur de Φ, quels que soient d'ailleurs φ et φ_1 entre zéro et Φ. La poussée du massif réel se trouvera donc, pour ainsi dire, inscrite entre une limite *inférieure*, où φ et φ_1 ont la valeur donnée, et une infinité de limites *supérieures* où c'est Φ seul

qui reçoit cette valeur, distinguées entre elles par le rapport mutuel qu'y auront φ et φ_1.

II. Ces principes trouvent leur application la plus simple dans les expériences de laboratoire où le mur se réduit à une mince paroi plane, librement mobile en charnière autour de sa base horizontale, mais maintenue par la tension d'un fil perpendiculaire attaché en un point de sa partie supérieure (au-dessus du massif), tension mesurable à chaque instant et que l'on fait décroître peu à peu jusqu'à la production de l'équilibre-limite. La poussée n'intervenant dans la formule de cet équilibre de rotation que par son *moment* relatif à la base du mur, sa composante *normale* $(-\mathfrak{N})$ y sera *seule* en jeu. Nous l'appellerons, par unité d'aire, P_0 dans le massif fictif qui fournira la limite inférieure de poussée, P dans le massif qui donnera la limite supérieure particulière obtenue en posant $\varphi_1 = \varphi$ ou $\varepsilon = \delta$, enfin, P', dans ceux qui donneront les autres limites supérieures, mais tout spécialement dans celui où cette limite atteindra son minimum et sera, par conséquent, le plus voisine possible de la limite inférieure P_0.

Ces expressions de la composante normale $(-\mathfrak{N})$ de la poussée auront, à la profondeur verticale r sous le bord du talus, les formes respectives

$$P_0 = k_0 \Pi r, \qquad P = k \Pi r, \qquad P' = k' \Pi r, \tag{3}$$

où k_0, k, k' seront tout autant de coefficients, indépendants de r et de Π, mais fonctions des angles ω, φ, φ_1, Φ, ou de ω, δ, ε, Φ.

III. Par exemple, dans le cas des deux premières formules (3), où l'on a $\varphi_1 = \varphi$, $\varepsilon = \delta$, et où P_0, P seront les produits par $\cos\varphi$ de la pression $\mathfrak{P}$ qu'exprime la relation (6) de la Note citée du 4 juin, il viendra la formule double

$$(k_0, k) = \frac{\cos\omega \cos\varphi \cos^2(\varphi + \delta)}{\cos(\omega - \delta)\cos(\varphi - \delta)}, \tag{4}$$

avec l'expression de δ en fonction de φ résultant des deux premières formules (1) ci-dessus. Mais, tandis que k_0 s'obtiendra immédiatement par la supposition que φ soit l'angle connu de frottement du massif homogène, k se calculera en prenant pour φ la racine de la troisième équation (1), devenue

$$\frac{1}{\sin\varphi} \cos\left[\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2} - \frac{1}{2}\left(-\omega + \arcsin\frac{\sin\omega}{\sin\varphi}\right)\right] = \frac{1}{\sin\Phi}, \tag{5}$$

et où ce sera Φ qui recevra la valeur connue de l'angle de frottement du

massif homogène proposé. La résolution de cette équation se fera par approximations successives, en observant que δ, expression entre crochets, peut s'évaluer à très peu près par la substitution, à φ, de Φ qui est connu.

Si même ω, ω' s'annulent, ou qu'il s'agisse d'un *terre-plein* horizontal, cette équation (5) se réduit au second degré en $\sin\varphi$ et donne, d'après la formule (8) de la Note citée,

$$\sin\varphi = \frac{\sin\Phi}{4}\left(\sin\Phi + \sqrt{8+\sin^2\Phi}\right), \tag{6}$$

tandis que le second membre de (4) se réduit à $\frac{1-\sin\varphi}{1+2\sin\varphi}$.

IV. L'expression de P', savoir $\mathfrak{P}'\cos\varphi_1$ ou $\varpi'\cot\varphi_1$, se formera d'après les principes indiqués au n° IV de la même Note du 5 juin et au n° VI d'une Note antérieure du 14 mai (p. 760). Elle sera, par l'élimination de φ_1, δ et abstraction faite de Πr,

$$k' = \frac{\cos\omega\sin\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi-\omega'+\omega}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi+\omega'-\omega}{2}\right)}\,\frac{\cos\varepsilon}{\cos(\varphi-\varepsilon)}\left[1-\sin\Phi\cos(\omega'-\omega+\varepsilon)\right], \tag{7}$$

formule où Φ reçoit la valeur de l'angle de frottement donné, mais où la variable indépendante φ est quelconque entre ω et Φ.

Le calcul de son minimum sera généralement laborieux; car le second membre contient, outre φ, ses deux fonctions ω' et ε; ce qui suffit pour rendre compliquées la dérivée de k' et l'équation en φ que donne l'annulation de cette dérivée.

V. Bornons-nous ici à traiter complètement le cas du terre-plein horizontal, où ω et ω' sont réduits à zéro. Le premier facteur (fractionnaire) de l'expression (7) de k' y devient $\frac{1-\sin\varphi}{\cos\varphi}$, et, le dernier (entre crochets), $1-\sin\varphi$. Quant au facteur intermédiaire (en ε), son inverse développé est

$$\cos\varphi + \sin\varphi\tang\varepsilon,$$

ou, vu la troisième (1),

$$\cos\varphi + \sqrt{\sin^2\Phi - \sin^2\varphi}.$$

La formule (7) y donne donc

$$\frac{1}{k'} = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} + \frac{\cos\varphi\sqrt{\sin^2\Phi - \sin^2\varphi}}{(1-\sin\varphi)^2}. \tag{8}$$

La dérivée du second membre *par rapport à* $\sin\varphi$, réduite à une seule fraction à dénominateur irrationnel essentiellement positif, a pour numérateur l'expression

$$(9)\qquad 2\cos\varphi\sqrt{\cos^2\varphi-\cos^2\Phi}+2\cos^2\varphi-(2+\sin\varphi)\cos^2\Phi.$$

Or, quand φ grandit de zéro à Φ, celui-ci, dont les trois termes varient évidemment en sens inverse de φ, décroît depuis $2\sin\Phi(1+\sin\Phi)$ jusqu'à $-\sin\Phi\cos^2\Phi$; et il est d'abord positif, puis négatif, en rendant bien k' minimum pour la valeur intermédiaire qui l'annule. Cela donne une relation en $\sin\varphi$ qui, par l'élimination d'un radical, devient l'équation du troisième degré, pourvue effectivement d'une racine positive unique,

$$(10)\qquad (2+\sin\varphi)^2\cos^2\Phi-4(1+\sin\varphi)(1-\sin^2\varphi)=0.$$

L'introduction de $\tan^2\Phi$ à la place de $\cos^2\Phi$ la transforme en celle-ci :

$$(11)\qquad \operatorname{tang}\varphi=\frac{2\sqrt{2}\operatorname{tang}\Phi}{\sqrt{9+\operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)}};$$

et elle se résout alors par approximations successives, en observant que la substitution de Φ à φ dans son second membre le fait croître à peine. Aussi ai-je reconnu qu'on peut prendre, avec des erreurs n'atteignant pas une demi-minute pour les valeurs de Φ qui vont de 19° à 48° et comprennent toutes celles qui sont usuelles,

$$(12)\qquad \operatorname{tang}(\varphi+2')=\frac{2\sqrt{2}\operatorname{tang}\Phi}{\sqrt{9+\operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\Phi}{2}\right)}}.$$

Le minimum cherché de k' résulte ensuite de (8) et, une fois φ ainsi connu, se trouve donné par la formule

$$(13)\qquad k'(\text{minimum})=\frac{1}{4}\operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\left[3+\operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\varphi}{2}\right)\right].$$

VI. Pour des angles donnés de frottement variant de 20° à 50°, la limite inférieure k_0 va de 0,3907 à 0,0924 et, la limite supérieure minima k', de 0,4567 à 0,1153. L'écart de ces limites est donc, par rapport à la plus grande des deux, une fraction n'excédant pas le $\frac{1}{5}$: ce qui, dans des questions de cette nature, constitue une approximation pratiquement suffisante. On pourra donc adopter, comme coefficient théorique *actuellement le meilleur*,

dont le produit par Πr exprime la composante normale P de la poussée dans l'état d'équilibre limite, la moyenne arithmétique

$$K = k_0 + \frac{1}{2}(k' - k_0).$$

Or, j'ai reconnu que, depuis 20° jusqu'à 50° d'angle de frottement, l'écart $k' - k_0$ est environ les $\frac{9}{11}$ de la différence $k - k_0$ obtenue sans sortir de l'hypothèse $\varphi_1 = \varphi$ *qui donne lieu aux calculs les plus simples;* et, cela, sauf erreurs de quelques unités sur la quatrième décimale. On pourra donc prendre

$$(14) \qquad P = K\Pi r, \quad \text{avec} \quad K = k_0 + \frac{9}{22}(k - k_0).$$

Par exemple, pour un angle de frottement de 45°, on trouve ainsi $K = 0,1362$, tandis que la moyenne entre $k_0 = 0,1213$ et $k' = 0,1506$ est 0,1360.

Si la déclivité ω du talus, cessant d'être nulle, devient positive, la fraction $\frac{9}{22}$ qui figure dans la formule (14) de K devra, vraisemblablement, être remplacée par une fonction de ω décroissante; car cette fonction tend vers zéro pour ω approchant de l'angle de terre coulante. Toutefois, comme l'angle δ du coin d'hétérogénéité tend aussi vers zéro dans le même cas, les changements de cette fraction $\left(\text{à valeur initiale } \frac{9}{22}\right)$ n'auraient, sur le meilleur coefficient pratique K à choisir, qu'une influence de plus en plus effacée. Aussi pourra-t-on, sans erreur notable, y garder telle quelle la formule (14). C'est ce que m'a montré l'emploi de cette formule (14) dans le calcul d'expériences soignées dont j'ai pu avoir connaissance, sur des massifs aussi homogènes que possible soit en sable plus ou moins fin, soit en terre sablonneuse; l'accord de la théorie avec l'observation y a été des plus satisfaisants [1].

VII. La démonstration de cette circonstance, que la fonction de ω qui figure comme coefficient dans le second terme de l'expression de K tend vers zéro pour ω approchant de l'angle de terre coulante, ou que la limite inférieure k_0 devient alors infiniment plus près, que la limite supé-

(1) Voir, pour cette comparaison, le IXe Chapitre d'une Étude *sur l'état ébouleux* qui va paraître aux *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure* (janvier, février et mars 1917), avec plusieurs Mémoires déjà anciens des *Annales des Ponts et Chaussées*, qui s'y trouvent rappelés.

rieure k, du vrai coefficient relatif au massif homogène, exige une étude spéciale des massifs dont la déclivité ω devient ainsi très proche de son maximum. Je me propose de terminer prochainement par là ma série de Notes sur la Mécanique des semi-fluides; car il s'y présente des particularités analytiques curieuses.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les surfaces telles que l'équation de Laplace du réseau formé par les lignes de courbure soit intégrable.* Note de M. C. **Guichard**.

La détermination analytique des surfaces qui possèdent la propriété indiquée a été faite, d'une manière complète, par mon regretté maître M. Darboux. Mais les propriétés géométriques de ces surfaces ne sont connues que dans les cas les plus simples. Je me propose de montrer, dans cette Note, comment on peut faire très simplement cette étude. Je dois, pour cela, rappeler et compléter des propositions établies dans ma Note [*Sur les réseaux qui correspondent au cas où la suite de Laplace est limitée dans un sens* (*Comptes rendus*, t. 128, 1899, p. 1149)].

Un réseau est $+A$, si sa première congruence focale a un foyer rejeté à l'infini. Il y a lieu de distinguer deux cas : 1° la courbe focale à l'infini est une véritable courbe; 2° cette courbe se réduit à une droite. Je réserve la notation $+A$ pour le premier cas; dans le second cas je dirai que le réseau est $+A'$. Soit M un réseau A, le réseau qui s'en déduit par la transformation de Laplace, faite du côté de la seconde variable v, sera un réseau $+2A$; puis le suivant sera $+3A$, etc. On définit de même les réseaux $+pA'$.

Si la singularité indiquée se présente pour la seconde congruence focale le réseau sera noté $-A$ ou $-A'$. On voit tout de suite la définition des réseaux $-pA$ ou $-pA'$.

Une congruence est $+\alpha$ si son premier foyer décrit une véritable courbe rejetée à l'infini, $+\alpha'$ si la courbe à l'infini se réduit à une droite. La congruence déduite d'une congruence $+\alpha$ par la transformation sera une congruence $+2\alpha$; la seconde une congruence $+3\alpha$, etc. On définit de même les congruences $p\alpha'$.

Si la singularité indiquée a lieu pour les seconds foyers les congruences seront $-\alpha$ ou $-\alpha'$; on voit alors la définition des congruences $-pa$ ou $-p\alpha'$.

On sait d'autre part que les génératrices d'une développable et un système quelconque de courbes tracées sur cette surface forment un réseau.

Ce réseau sera $+\mathrm{B}$ si les génératrices de la développable (*cylindre exclu*) sont les premieres courbes du réseau; $-\mathrm{B}$ si les génératrices forment les secondes courbes du réseau. Par la transformation de Laplace on en déduit les réseaux $+p\mathrm{B}$ ou $-p\mathrm{B}$.

Une congruence est $+\beta$ si son premier foyer est sur une développable (cylindre exclu); $-\beta$ si c'est le second foyer. On en déduit comme plus haut les congruences $p\beta$ et $-p\beta$.

Si la développable se réduit à un cylindre (qui lui-même peut être réduit à une droite) les éléments correspondants seront désignés par $p\mathrm{B}'$, $-p\mathrm{B}'$, $p\beta'$, $-p\beta'$. Je vais indiquer les propriétés de ces éléments.

I. *Propriétés focales.*

Réseaux.	Congruences focales.	Congruences.	Réseaux focaux.
$p\mathrm{A}$..........	1re $-p\alpha$ 2e $-(p+1)\alpha$	$p\alpha$.........	1re $-(p-1)\mathrm{A}$ 2e $-p\mathrm{A}$
$p\mathrm{A}'$.........	1re $-p\alpha'$ 2e $-(p+1)\alpha'$	$p\alpha'$.........	1re $-(p-1)\mathrm{A}'$ 2e $-p\mathrm{A}'$
$p\mathrm{B}'$.........	1re $-(p-1)\beta'$ 2e $-p\beta'$	$p\beta'$.........	1re $-p\mathrm{B}'$ 2e $-(p+1)\mathrm{B}'$
$p\mathrm{B}$..........	1re $-(p-1)\beta$ 2e $-p\beta$	$p\beta$.........	1re $-p\mathrm{B}$ 2e $-(p+1)\mathrm{B}$

II. *Loi d'orthogonalité des éléments.* — Les réseaux et congruences qui se correspondent par cette loi sont les suivants :

$$p\mathrm{A} \text{ et } p\beta, \qquad p\mathrm{A}' \text{ et } p\beta',$$
$$p\mathrm{B} \text{ et } p\alpha, \qquad p\mathrm{B}' \text{ et } p\alpha'.$$

III. *Propriétés conjuguées.* — Elles sont données par le Tableau suivant :

Réseaux.	Congruences conjuguées.	Congruences.	Réseaux conjugués.
$p\mathrm{A}$..........	$-p\alpha$ $-(p+1)\alpha$	$p\beta$..........	$-p\mathrm{B}$ $-(p+1)\mathrm{B}$
$p\mathrm{A}'$.........	$-p\alpha$ $-p\alpha'$ $-(p+1)\alpha'$	$p\beta'$.........	$-p\mathrm{B}$ $-p\mathrm{B}'$ $-(p+1)\mathrm{B}'$
$p\mathrm{B}'$.........	$-(p-1)\beta'$ $-p\beta'$ $-p\alpha'$	$p\alpha'$.........	$-(p-1)\mathrm{A}'$ $-p\mathrm{A}'$ $-p\mathrm{B}'$
$p\mathrm{B}$..........	$-(p-1)\beta$ $-p\beta$ $-p\beta'$	$p\alpha$...........	$-(p-1)\mathrm{A}$ $-p\mathrm{A}$ $-p\mathrm{A}'$

IV. *Propriétés harmoniques.* — Elles sont données par le Tableau suivant :

Réseaux.	Congruences harmoniques.	Congruences.	Réseaux harmoniques.
pA	$-p\alpha$ $-(p+1)\alpha$ $-(p+1)\alpha'$	$p\beta$	$-pB$ $-(p+1)B$ $-(p+1)B'$
pA'	$-p\alpha'$ $-(p+1)\alpha'$ $-p\beta'$	$p\beta'$	$-pB'$ $-(p+1)B'$ $-pA'$
pB'	$-(p-1)\beta$ $-(p-1)\beta'$ $-p\beta'$	$p\alpha'$	$-(p-1)A$ $-(p-1)A'$ $-pA'$
pB	$-(p-1)\beta$ $-p\beta$	$p\alpha$	$-(p-1)A$ $-pA$

Soit maintenant M un point qui décrit un réseau O. Je désignerai par R, R_1, R_2, ... les réseaux déduits de M par la transformation de Laplace faite du côté de la première variable u; par S, S_1, S_2, ... ceux qui s'en déduisent en faisant cette transformation du côté de la deuxième variable v; par G la congruence formée par les normales au réseau M; par C le premier foyer de cette congruence, par D le second; par C_1, C_2, ... les réseaux déduits de C en faisant la transformation du côté de v; par D_1, D_2, ... ceux qui se déduisent de D par la transformation faite du côté de u.

Je suppose maintenant que la suite R, R_1, R_2, ... soit limitée. Le réseau M appartiendra à l'un des quatre types pA, pA', pB', pB.

Si M est pA, G qui lui correspond par orthogonalité des éléments sera $p\beta$; M étant conjugué à une congruence $p\beta$ sera $-pB$ ou $-(p+1)B$.

Si M est pA', G sera $p\beta'$ et par suite M sera aussi $-pB$ ou $-pB'$ ou $-(p-1)B'$.

Si M est pB', G sera $p\alpha'$ et par conséquent M sera $-(p-1)A'$ ou $-pA'$ ou $-pB'$.

Si M est pB, G sera $p\alpha$ et par suite M sera $-(p-1)A$ ou $-pA$ ou $-pA'$.

Comme on peut échanger les variables u et v on voit que le réseau M rentre nécessairement dans les six types suivants :

I..........	pB',	$-pB'$,	IV..........	pA',	$-(p+1)B'$,
II..........	pA',	$-pB$,	V..........	pA',	$-pB'$,
III..........	pA,	$-(p+1)B$,	VI..........	pA,	$-pB$.

Remarque I. — La démonstration qui précède prouve que les six types indiqués sont les seuls possibles. Elle ne prouve pas que ces types existent réellement. Mais il suffit de se reporter à mon Mémoire [*Étude des propriétés métriques des courbes dans un espace d'ordre quelconque* (*Bulletin des Sciences mathématiques*, 1912)] pour voir que tous les types indiqués existent. Pour faciliter la comparaison j'ai, dans cette Note, placé les six types dans l'ordre où ils se présentent dans le Mémoire indiqué ci-dessus.

Remarque II. — Je vais montrer sur un exemple comment les considérations qui précèdent permettent d'obtenir des propriétés géométriques des surfaces (M). Je suppose que M appartienne au type III et qu'il soit 2A, — 3B; R sera A, — 4B; R_1 sera à l'infini. Parmi les surfaces qui ont la même représentation sphérique que M, il y en a pour lesquelles R se réduit à une courbe gauche.

S sera 3A, — 2B; S_1 sera 4A, — B; S_1 est donc sur une développable. La congruence G est 2β, — 3α; donc C sera — 2B, 3A; C_1 sera — B, 4A; C_1 est donc sur une développable. D sera — 3B, 2A; D_1 sera — 4B, A; parmi les surfaces qui ont même représentation sphérique que M il y en a pour lesquelles D_1 se réduit à une courbe.

PHYSIQUE. — *Sur l'ionisation par les rayons X en champ magnétique.* Note de M. **Auguste Righi** (1).

Mes recherches sur l'influence exercée par un champ magnétique dans les phénomènes de décharge et analogues, et particulièrement celles relatives aux variations du potentiel de décharge, m'ont amené à supposer l'existence d'une action nouvelle du champ sur les gaz, tendant à rendre plus abondante leur ionisation.

En effet j'ai reconnu qu'il y a des cas où le potentiel de décharge est rendu moindre par le champ, bien que les déviations magnétiques imposées aux ions et aux électrons, qui constituent la seule cause de variation généralement admise jusqu'ici, doivent donner lieu au résultat opposé.

J'ai cherché autrefois à expliquer la nouvelle action que j'ai appelée *magnétoionisation* en partant de cette prémisse évidente : que la force

---

(1) Le Mémoire dont cette Note fait connaître le résultat essentiel a été présenté à l'Académie de Bologne le 2 mars 1917 et paraîtra prochainement dans les *Annales de Physique*.

électromagnétique agissant sur un électron satellite dans un atome rendra plus petite ou plus grande l'énergie nécessaire pour séparer l'électron de l'atome, suivant que cette force est dirigée vers l'extérieur ou vers l'intérieur de celui-ci. Il restait à expliquer pourquoi le premier effet doit l'emporter sur le second; mais on y parvient de la manière suivante en tenant compte de l'orientation magnétique des atomes.

On peut assimiler la trajectoire parcourue dans un atome par un électron satellite à un courant fermé; elle doit donc s'orienter (et avec elle l'atome lui-même) sous l'action du champ magnétique. En partant des lois connues on trouve que l'orientation imposée par le champ est précisément celle pour laquelle la force agissant sur l'électron en mouvement est centrifuge. Donc l'ionisation est favorisée par l'orientation des atomes produite par le champ magnétique.

L'existence possible dans un même atome de plusieurs électrons ayant des orbites diversement orientées, de même que l'agitation moléculaire, auront pour conséquence que les atomes ne pourront obéir qu'incomplètement à la force orientatrice; mais cela n'empêche pas la manifestation de l'effet dominant.

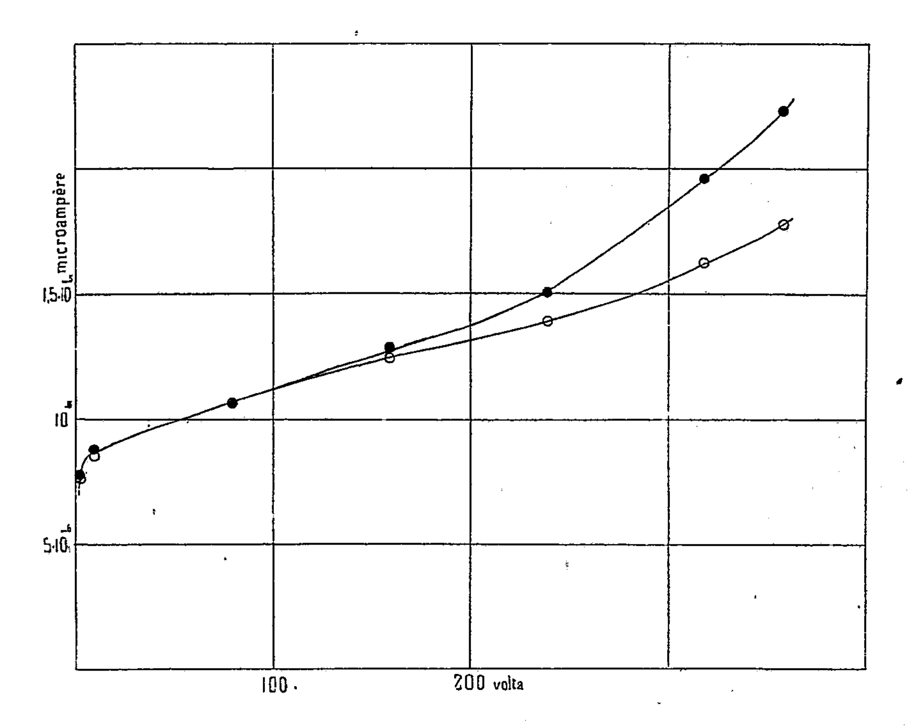
Bien que la magnétoionisation soit indiquée comme hypothèse nécessaire par mes expériences de décharge, qu'elle explique d'une manière satisfaisante, j'ai désiré trouver une démonstration plus directe de cette nouvelle action du champ magnétique; j'y suis parvenu en répétant, sous l'action du champ, les expériences classiques qui montrent la relation entre le potentiel et le courant pour un gaz traversé par les rayons X.

L'appareil employé est un récipient de verre contenant un gaz traversé par les rayons émis par une ampoule Coolidge, et deux électrodes parallèles, dont l'une communique avec l'électromètre et reste isolée pendant un certain temps t, pendant que l'autre a été portée à un potentiel positif. Si la déviation obtenue est d, on peut calculer l'intensité i du courant en microampères : $i = \frac{d(c+C)}{st}$, c étant la capacité en microfarads de l'électromètre, C celle d'un condensateur à mica, qu'il est bon d'ajouter quelquefois, s la sensibilité (déviation de l'électromètre pour 1 volt).

En opérant sans champ magnétique j'ai obtenu dans une série de mesures (air à la pression de $0^{mm},10$) la courbe de la figure ci-après, en portant les potentiels en abscisses et les intensités en ordonnées. La première portion de cette courbe (petits potentiels, loi de Ohm) est à peine indiquée, la deuxième (courant de saturation) est peu étendue en raison de la petitesse de la pression, et la troisième, qui correspond aux plus hautes valeurs du

potentiel, montre l'effet de l'ionisation par choc. Les points déterminés par les mesures sont représentés par de petits cercles.

On a représenté par des cercles pleins les points trouvés par des mesures faites sous l'action d'un champ de 300 gauss environ dirigé perpendiculairement aux électrodes. La nouvelle courbe, qui passe par ces points, se place tout entière au-dessus de la courbe ordinaire, de laquelle elle ne



diffère pas sensiblement pour les petits potentiels. Mais là où il y a ionisation par choc, les deux courbes sont nettement séparées. Les déviations magnétiques des ions rendent l'ionisation plus faible; l'expérience montre un résultat opposé. Donc la nouvelle action existe, et son effet l'emporte sur l'effet des déviations des ions.

Avec des champs dont l'intensité n'est pas assez faible, c'est l'effet des déviations magnétiques qui l'emporte sur la magnétoionisation : la courbe se place tout entière au-dessous de la courbe ordinaire.

Tout cela se vérifie d'une manière tout à fait générale, bien que plus ou moins distincte suivant les conditions expérimentales.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Géographie et Navigation, en remplacement de M. *Hatt*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 47,

M. R. Bourgeois obtient	. . . .	33 suffrages
M. Angot »	. . . .	6 »
M. Doyère »	. . . .	2 »
M. Favé »	. . . .	2 »
M. Perrin »	. . . .	2 »
M. Arago »	. . . .	1 suffrage

Il y a un bulletin nul.

M. **Robert Bourgeois**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu par M. le Président.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Chimie, en remplacement de Sir *Henry Roscoe*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 45,

M. E. Solvay obtient	. . . .	36 suffrages
M. Amé Pictet »	. . . .	6 »
M. Paternò »	. . . .	1 suffrage
M. Werner »	. . . .	1 »

Il y a 1 bulletin blanc.

M. **Ernest Solvay**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

CORRESPONDANCE.

M. **P. Zeeman**, au nom de l'Académie royale des Sciences d'Amsterdam, adresse à l'Académie l'expression de sentiments de condoléance à l'occasion du décès de M. *G. Darboux*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Recherches analytiques sur les carrés magiques*, par le Dr Prompt.

2° Jean Massart. *La presse clandestine dans la Belgique occupée*.

3° Canada. Ministère des Mines. Division des Mines. *Rapport sur les dépôts salifères du Canada et l'industrie du sel*, par L. Heber Cole, et *Ressources du Canada en pétrole et en gaz naturel*, par Frederick G. Clapp et autres, vol. 1.

4° Raphaël Dubois. *La vie et la lumière*.

5° Iowa geological Survey. Volume XXV : *Annual Report*, 1914, with accompanying papers.

6° *L'alimentation de la France et les ressources coloniales ou étrangères*, par Daniel Bellet. (Présenté par M. Armand Gautier.)

M. **L. Bordas** adresse une Note et un Rapport relatifs aux travaux qu'il a exécutés à l'aide de la subvention qui lui a été accordée sur le *Fonds Bonaparte* en 1915.

M. **M. d'Ocagne** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à l'une des places vacantes dans la division des Académiciens libres.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une généralisation de la série de Taylor.* Note (1) de M. **G.-D. Birkhoff**, présentée par M. Hadamard.

Soit $u_1(z)$, $u_2(z)$, ... *une série de fonctions dont chacune est analytique dans un cercle* $|z| \leqq a$ *du plan de la variable complexe* $z = x + y\sqrt{-1}$. *Si la*

(1) Séance du 11 juin 1917.

série

$$\frac{1}{a}|u_1(z)-1|+\frac{1}{a^2}|u_2(z)-z|+\frac{1}{a^3}|u_3(z)-z^2|+\ldots$$

converge uniformément pour $|z|=a$ *et tend vers une valeur moindre que* $\frac{1}{a}$, *toute fonction analytique pour* $|z|\leqq a$ *peut être représentée par une série absolument et uniformément convergente de la forme* $c_1u_1(z)+c_2u_2(z)+\ldots$.

Pour démontrer ce résultat nous emploierons la fonction auxiliaire

$$K(z,w)=\frac{u_1(z)-1}{w}+\frac{u_2(z)-z}{w^2}+\frac{u_3(z)-z^2}{w^3}+\ldots.$$

D'après notre hypothèse, la série qui donne K converge uniformément pour $|w|=a$, $|z|=a$; et $|K|<\frac{1}{a}$, dans les mêmes circonstances. Donc K est une fonction analytique en z et w pour $|z|\leqq a$, $|w|\geqq a$, sauf peut-être pour $|z|=a$ ou $|w|=a$ où elle reste continue. De plus $|K|$ prendra sa plus grande valeur pour $|w|=|z|=a$, et cette valeur ne dépasse pas $\frac{1}{a}$.

Considérons maintenant l'équation intégrale

$$f(z)=g(z)+\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}}\int_C K(z,t)g(t)\,dt,$$

où le contour C d'intégration est le cercle $|t|=a$ pris dans le sens positif.

Pour $|z|=a$, l'équation ainsi obtenue est du type de Fredholm, si l'on pose

$$w=ae^{\theta\sqrt{-1}},\qquad z=ae^{\varphi\sqrt{-1}}.$$

Les variables angulaires θ et φ varieront entre 0 et 2π, et le noyau de l'équation de Fredholm,

$$\frac{a}{2\pi}K\left(ae^{\theta\sqrt{-1}},\, ae^{\varphi\sqrt{-1}}\right),$$

est moindre que $\frac{1}{2\pi}$ en valeur absolue. Mais l'intervalle pour θ, φ est de longueur 2π. Donc il existe une solution unique $g(z)$, donnée par la méthode des approximations successives.

Mais $f(z)$ est analytique pour $|z|\leqq a$; le dernier terme du second membre dans l'équation intégrale est analytique en z dans le même cercle. Il faut donc que leur différence ait la même propriété. Cette différence est égale à $g(z)$ pour $|z|=a$. Il s'ensuit que $g(z)$ peut encore être regardée comme une solution de l'équation intégrale pour $|z|<a$.

Remplaçons maintenant K par son développement en série. En intégrant, on obtient

$$f(z) = g(z) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{[u_k(z) - z^{k-1}]}{2\pi\sqrt{-1}} \int_C g(t)\, t^{-k}\, dt,$$

ou

$$(1) \qquad f(z) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k u_k(z)$$

avec

$$(2) \qquad c_k = \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \int_c g(t)\, t^{-k}\, dt$$

[puisque (pour $|z| \leqq a$) $g(z) = \Sigma c_k z^{k-1}$].

Ce développement de $f(z)$ remplit manifestement les conditions énoncées.

Le théorème ci-dessus a le complément suivant :

A la suite des fonctions $u_1(z)$, $u_2(z)$, ..., on peut associer une autre suite $v_1(z)$, $v_2(z)$, ... de fonctions dont chacune est analytique pour $|z| > a$, et telles que, pour n'importe quelle fonction f, chaque coefficient c_n soit donné par

$$(2') \qquad c_n = \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \int_C f(t)\, v_n(t)\, dt.$$

$v_n(z)$ sera donnée par l'équation (toujours à solution unique)

$$(3) \qquad z^{-n} = v_n(z) + \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \int_C K(t, z)\, v_n(t)\, dt$$

(intégration dans le sens positif). Quoique la fonction $v_n(z)$ ne soit définie tout d'abord que pour $z = a$, on voit que les autres termes de l'équation en $v_n(z)$ sont analytiques pour $|z| > a$ et s'évanouissent pour $z = \infty$. Donc $v_n(z)$ a les mêmes propriétés.

Si maintenant on remplace, dans (3), $K(t, z)$ par son développement, on obtient (pour $|z| > a$)

$$z^{-n} = v_n(z) + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^{-k}}{2\pi\sqrt{-1}} \int_C [u_k(t) - t^{k-1}]\, v_n(t)\, dt.$$

Mais la fonction $v_n(z)$ peut être développée suivant les puissances négatives de z :

$$v_n(z) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^{-k}}{2\pi\sqrt{-1}} \int_C v_n(t)\, t^{k-1}\, dt.$$

Donc l'équation pour $\varphi_n(z)$ se réduit à

$$z^{-n}=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{z^{-k}}{2\pi\sqrt{-1}}\int_C u_k(t)\varphi_n(t)\,dt,$$

qui a lieu pour $|z|>a$. On en conclut que l'intégrale $\int_C u_k(t)\varphi_n(t)\,dt$ est égale à zéro, sauf pour $k=n$, où elle a la valeur $2\pi\sqrt{-1}$.

Dès lors, si une fonction quelconque $f(z)$ de z peut être exprimée pour $|z|\leqq a$ par une série de la forme (1), uniformément convergente, les coefficients doivent avoir les valeurs (2).

La série des fonctions $\varphi_1(z)$, $\varphi_2(z)$, ... joue un rôle pareil à celui de la série de fonctions $u_1(z)$, $u_2(z)$, ..., si l'on veut représenter les fonctions analytiques pour $|z|\geqq a$ et se réduisant à zéro à l'infini.

L'hypothèse numérique $|K(z,w)|<\frac{1}{a}$ pour $|z|=|w|=a$ à être moindre que $\frac{1}{a}$ n'était pas strictement nécessaire (une fois supposée la convergence de la série K). Seulement, il se pourrait alors que la solution de l'équation intégrale ne soit pas unique. Il faudrait donc employer des théorèmes plus généraux, mais encore bien connus, concernant les équations intégrales de Fredholm. On se trouve ou bien dans le cas déjà traité, ou bien dans un cas plus général où il existe des relations linéaires entre $u_1(z)$, $u_2(z)$, ... Dans ce dernier cas, la représentation (1) ne sera possible que si $f(z)$ est assujetti à un certain nombre de conditions.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *La loi de l'attraction universelle.* Note [1] de M. **H. Duport**. (Extrait.)

Ce Mémoire fait suite à divers travaux que j'ai publiés antérieurement [2]. Dans un Mémoire présenté à l'Académie le 18 mars 1901, j'ai traité de l'extension à un système d'atomes des formules de Mayer, et j'ai indiqué des équations fonctionnelles et autres qui renferment en germe la loi de l'attraction universelle.

Dans le Mémoire actuel, je considère un système de points matériels et

---

(1) Séance du 11 juin 1917.

(2) *Bulletin de la Société mathématique de France*, 1896 et 1898; *Comptes rendus*, t. 132, 1901, p. 24.

les équations de Mayer

$$(1)\quad \begin{cases} m\dfrac{dx'}{dt} = \dfrac{\partial\varphi}{\partial x} - \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial\varphi}{\partial x'}\right), \\ m\dfrac{dy'}{dt} = \dfrac{\partial\varphi}{\partial y} - \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial\varphi}{\partial y'}\right), \\ m\dfrac{dz'}{dt} = \dfrac{\partial\varphi}{\partial z} - \dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{\partial\varphi}{\partial z'}\right), \end{cases}$$

m étant la masse d'un point matériel; x, y, z ses coordonnées rectangulaires; x', y', z' les dérivées de x, y, z par rapport au temps t.

Mayer s'est proposé de déterminer la fonction φ du temps, des coordonnées des points et des composantes des vitesses de *façon à satisfaire au principe de l'égalité de l'action et de la réaction*. Par suite d'une erreur commise, *la solution qu'il donne n'est qu'une solution particulière et non la solution générale*.

Dans le cas où il n'y a que deux points matériels, j'ai pu résoudre complètement le problème : malgré la difficulté qu'il présentait j'avais la conviction qu'il pouvait être résolu parce que c'est le problème de la nature dans le cas où il n'existerait que deux points matériels au monde. Un cas particulier conduit à un changement de variables qui ramène le problème à un système de deux équations du premier ordre aux dérivées partielles dont la solution dépend de l'intégration séparée de deux équations différentielles du premier ordre à une variable et d'une fonction inconnue dépendant d'une fonction arbitraire de deux quantités.

Le mouvement de deux points matériels sous l'action de telles forces présente cinq intégrales premières distinctes et se ramène à deux quadratures.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les sulfates de zirconyle.*
Note [1] de M. **Ed. Chauvenet**, présentée par M. A. Haller.

Dans une récente Communication j'ai démontré l'existence des combinaisons suivantes :

$$(SO^4)^2Zr,\quad (SO^4)^2Zr.ZrO^2,\quad 3(SO^4)^2Zr.\,5ZrO^2,$$
$$(SO^4)^2Zr.\,2ZrO^2,\quad (SO^4)^2Zr.3ZrO^2,\quad 5(SO^4)^2Zr.\,7ZrO^2.$$

Les cinq premières étaient déjà signalées, la dernière seule n'était pas

[1] Séance du 4 juin 1917.

connue. Les formules précédentes laissent penser que ces produits (à l'exception du premier) possèdent la constitution de sels doubles dont les constituants sont le sulfate de zirconium et la zircone; or cette conclusion est invraisemblable; je rappelle en effet que les sels de zirconium doivent être considérés comme des dérivés du radical zirconyle. Il convient donc de remplacer ces formules par les suivantes :

$$\left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}, SO^3\right], \quad Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}, \quad \left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}\right]^3, ZrO^2,$$

$$\left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}\right]^2, ZrO^2, \quad \left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}, ZrO^2\right], \quad \left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}\right]^5, ZrO^2.$$

A chacun de ces composés correspondent en outre un ou plusieurs hydrates. Je vais examiner maintenant dans quelles conditions ces combinaisons (anhydres et hydratées) prennent naissance.

La première s'obtient sans difficulté (¹); il suffit de dissoudre la zircone hydratée dans un excès d'acide sulfurique et d'évaporer jusqu'à commencement de précipitation (²); le produit essoré et desséché, en prenant les précautions habituelles, répond à la composition $\left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix} - SO^3.4H^2O\right]$; cet hydrate est très soluble; il résiste jusqu'à 100°; à 120° il perd 3^{mol} de H^2O et fournit un monohydrate; cette combinaison est très robuste, car elle ne devient anhydre que vers 200°.

Si l'on évapore une dissolution formée d'un mélange équimoléculaire de zircone et d'acide sulfurique, on obtient le sulfate neutre de zirconyle hydraté $Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix} - 4H^2O$; l'existence de ce dérivé a été mise en doute, et cependant elle est certaine, car il a été préparé de différentes manières : d'abord l'addition de 2^{mol} de potasse à 1^{mol} de sulfate acide de zirconyle fait précipiter $Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}$ (lequel est peu soluble dans une dissolution de sulfate de potassium) :

$$Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix} - SO^3aq + 2KOH = Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix} + SO^4K^2 + aq.$$

D'autre part un mélange de deux dissolutions de concentrations quelconques de sulfate acide de zirconyle et de sulfate d'ammonium abandonne

(¹) J'indiquerai bientôt quelques réactions de ce sulfate.

(²) L'addition d'acide sulfurique favorise la cristallisation.

ce sulfate neutre quelques jours après. Dans les conditions précédentes, on obtient un tétrahydrate; dans l'air sec, il perd 2^{mol} de H^2O et il ne devient anhydre que vers 150°.

En ajoutant du sulfate de potassium à des dissolutions de chlorure de zirconyle de concentrations variables, on précipite la combinaison $\left[Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix}\right]^2 - ZrO^2.8H^2O$. $\left[Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix} - SO^3\right]$ et $Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix}$ s'hydrolysent rapidement en solution étendue; toutefois le deuxième se transforme avec une vitesse plus grande que le premier; les réactions sont les suivantes :

$$4\left[Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix} - SO^3\right] + aq = 5SO^4H^2 + \left[Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix}\right]^3 - ZrO^2,$$
$$4Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix} + aq = SO^4H^2 + \left[Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix}\right]^3 - ZrO^2;$$

le trisulfate basique de zirconyle cristallise avec 8^{mol} de H^2O qu'il perd à 100°.

L'addition d'alcool à une dissolution concentrée de sulfate acide de zirconyle détermine la formation d'un précipité de $\left[Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix}\right]^5 - ZrO^2.12H^2O$; ce dérivé se déshydrate entièrement à 100°.

Enfin j'ai pu reproduire la combinaison d'Endemann

$$\left[Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix} - ZrO^2.8H^2O\right];$$

ce sulfate est un produit de l'hydrolyse de $\left[Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix}\right]^3 - ZrO^2$:

$$\left[Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix}\right]^3 - ZrO^2 + aq = SO^4H^2 + 2\left[Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix} - ZrO^2\right],$$

il perd ses 8^{mol} de H^2O vers 100°.

En résumé les combinaisons du zirconium avec l'acide sulfurique sont les suivantes :

Le sulfate neutre de zirconyle et ses hydrates :

$$Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix}, \quad Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix} - 4H^2O, \quad Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix} - 2H^2O \quad \text{et} \quad Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix} - H^2O;$$

le sulfate acide et ses deux hydrates :

$$Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix} - SO^3, \quad Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix} - SO^3.H^2O \quad \text{et} \quad Zr\begin{smallmatrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{smallmatrix} - SO^3.4H^2O;$$

quatre sulfates basiques et l'hydrate correspondant :

$$\left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}\right]^5 - ZrO^2 \quad \text{et} \quad \left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}\right]^5 - ZrO^2.12H^2O,$$

$$\left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}\right]^3 - ZrO^2 \quad \text{et} \quad \left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}\right]^3 - ZrO^2.\ 8H^2O,$$

$$\left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}\right]^2 - ZrO^2 \quad \text{et} \quad \left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}\right]^2 - ZrO^2.\ 8H^2O,$$

$$\left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}\right] - ZrO^2 \quad \text{et} \quad \left[Zr\begin{matrix}\diagup O\\ \diagdown SO^4\end{matrix}\right] - ZrO^2.\ 8H^2O.$$

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'iode sur les alcalis.* Note (¹) de M. J. **Bougault**, présentée par M. Charles Moureu.

On admet que l'iode en présence des alcalis donne lieu à un équilibre entre l'iode, l'hypoïodite, l'alcali et l'iodure. L'iodate qui prend naissance également ne figure pas dans l'équilibre (²).

M. Péchard (³) a fait un exposé très clair de cette réaction complexe. L'iode, dit-il, peut être divisé en trois parties : I_1, l'iode libre; I_2, l'iode qui réagit suivant l'équation (I); I_3, l'iode qui réagit suivant l'équation (II) :

$$\text{(I)} \qquad 2I + 2NaOH = IONa + NaI + H^2O,$$

$$\text{(II)} \qquad 6I + 6NaOH = IO^3Na + 5NaI + 3H^2O.$$

Il donne une méthode pour doser l'iode sous ces trois états.

Rappelons en outre un travail de Topf (⁴) dont la conclusion principale peut être résumée ainsi :

Lorsqu'on ajoute de l'iode à un alcali et qu'on titre l'iode ajouté : 1° en acidulant par HCl et ajoutant l'hyposulfite, ce qui donne

$$I_1 + I_2 + I_3 = n^{cm^3} \text{ d'hyposulfite};$$

2° en décolorant d'abord la liqueur par l'hyposulfite, acidulant par HCl, puis complétant l'addition d'hyposulfite, ce qui donne $I_1 + I'_2 + I_3 = m^{cm^3}$ d'hyposulfite; on remarque que m est toujours plus petit que n. Cela tient à la différence des valeurs I_2 et I'_2. En effet, I_2, c'est l'hypoïodite, titré

(¹) Séance du 11 juin 1917.

(²) Remarquons que la présence d'hypoïodite n'a jamais été formellement démontrée et que tous les phénomènes observés peuvent s'expliquer sans son intermédiaire.

(³) *Comptes rendus*, t. 128, 1899, p. 1454.

(⁴) *Zeits. für analyt. Chemie*, t. 26, 1887, p. 163.

à l'état d'iode (1^{at} d'iode $= 1^{mol}$ d'hyposulfite), tandis que I'_2 c'est l'hypoïodite ayant réagi directement sur l'hyposulfite (8^{at} d'iode $= 1^{mol}$ d'hyposulfite), d'après la formule

$$S^2O^3Na^2 + 4IONa\ (\text{ou } 8I) + H^2O = S^2O^8Na^2H^2 + 4NaI;$$

d'où l'on voit que $I_2 = 8I'_2$.

En s'appuyant sur ces deux dosages on pourrait facilement en déduire I_1, I_2, I_3; étant donné que I_3 est connu par le deuxième dosage, dans lequel il a été évalué isolément après acidulation chlorhydrique.

I. Mais une observation de Topf, à laquelle celui-ci ne paraît pas avoir attaché d'importance, fait apparaître une difficulté qu'il est impossible de résoudre d'une façon satisfaisante. Voici cette observation :

Lorsqu'on verse de l'hyposulfite dans une solution alcaline d'iode, jusqu'à décoloration, la quantité nécessaire pour arriver à ce résultat *varie suivant la vitesse* avec laquelle se fait l'affusion d'hyposulfite; elle est d'autant plus faible que la vitesse d'addition est plus faible également.

J'explique ce fait de la façon suivante : l'addition d'hyposulfite détruit l'hypoïodite en même temps qu'un peu d'iode; l'équilibre entre l'iode et l'hypoïodite se rétablit par production de nouvel hypoïodite aux dépens de l'iode. Une nouvelle affusion d'hyposulfite reproduit les mêmes phénomènes et ainsi de suite; et l'erreur qui en résulte est d'autant plus sensible que, par la lenteur des affusions, on a donné plus de temps à l'hypoïodite pour se reformer.

On voit par là que le réactif, employé au dosage, produit de l'hypoïodite qui n'existait pas; de là l'impossibilité d'arriver à des résultats exacts.

II. Mais cette remarque a une portée plus générale; elle s'applique à tous les équilibres de même espèce. On peut affirmer qu'il est impossible d'arriver, par un moyen chimique, à la connaissance d'un équilibre chimique, parce que le réactif employé, détruisant nécessairement l'équilibre en agissant inégalement sur ses facteurs, fait apparaître un équilibre différent de celui que l'on veut connaître.

III. Malgré cette cause d'erreur, qu'il est d'ailleurs possible de réduire en mélangeant rapidement l'hyposulfite à la liqueur d'iode, et, au mieux, en versant la prise d'essai dans un excès d'hyposulfite, j'ai effectué un certain nombre de dosages, d'après le mode résumé plus haut, sur diverses

liqueurs d'iode d'alcalinité différente, pour me rendre compte approximativement de leur variation avec le temps et avec le degré d'alcalinité. J'avais, en effet, besoin de ces renseignements pour les applications à la Chimie analytique du réactif (iode + alcali).

Les détails de ces dosages ne peuvent trouver place ici; ils seront exposés dans un autre Recueil.

IV. Il résulte de leur ensemble les remarques suivantes :

En présence de soude libre, le potentiel oxydant, exprimé en hypoïodite, baisse très rapidement, si rapidement même, que sa variation est très notable pendant la durée du dosage, ce qui enlève toute signification aux chiffres trouvés. On peut seulement dire qu'aux premiers instants du mélange, le potentiel oxydant doit être très élevé, ce qui se déduit de la forte proportion d'iodate qui prend naissance (en quelques minutes la presque totalité de l'iode est passé à l'état d'iodate I_3). On peut considérer en effet que l'iodate est le résultat de l'action oxydante du réactif sur lui-même, et que la rapidité de sa formation donne une mesure de la vitesse de cette oxydation.

En présence de carbonate de soude, les réactions qualitativement identiques sont beaucoup plus lentes.

En présence de bicarbonate de soude, on n'observe pas de formation sensible d'iodate, même après plusieurs jours, et l'on ne trouve pas non plus d'hypoïodite. Cependant il est facile de faire apparaître l'hypoïodite dans ces conditions, en ajoutant l'hyposulfite très lentement au mélange (iode + bicarbonate). On s'aperçoit que la quantité d'hyposulfite, nécessaire pour la décoloration, est plus ou moins diminuée, et que du sulfate prend naissance, indice de l'action oxydante spéciale attribuée à l'hypoïodite.

Les milieux (iode + soude), (iode + carbonate de soude), (iode + bicarbonate de soude) constituent autant de réactifs différents, susceptibles de produire des actions (oxydantes ou iodantes) de même ordre, mais d'intensités variables. Au point de vue des applications analytiques, on devra choisir de préférence, parmi ceux de ces réactifs susceptibles de produire la réaction cherchée, celui dont l'alcalinité est la plus faible, parce que c'est celui qui utilisera le mieux l'iode au but proposé, circonstance favorable pour la précision des dosages.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Condensation, sous l'action de la potasse, du cyclohexanol avec l'alcool isopropylique; synthèse de l'alcool cyclohexylisopropylique.* Note de M. **Marcel Guerbet**, présentée par M. Moureu.

Les alcools secondaires de la série grasse, chauffés vers 200° avec leurs propres dérivés sodés ou avec les dérivés sodés d'autres alcools secondaires, s'y combinent comme je l'ai montré (¹) avec départ d'une molécule de soude et donnent d'autres alcools secondaires plus condensés.

Cette même réaction peut encore être obtenue en chauffant le mélange des deux alcools à condenser avec la potasse caustique anhydre qui les transforme d'abord en leurs dérivés potassés (²).

Par exemple le méthylisobutylcarbinol sodé se condense avec l'alcool isopropylique pour donner le diméthyl-2-4-heptanol-6 :

$$\begin{array}{l} {CH^3 \atop CH^3}\!\!>\!CH - CH^2 - \underset{\displaystyle CH^3}{\underset{|}{CH}}\boxed{ONa + H}CH^2 - CHOH - CH^3 \\ = {CH^3 \atop CH^3}\!\!>\!CH - CH^2 - \underset{\displaystyle CH^3}{\underset{|}{CH}} - CH^2 - \underset{\displaystyle CH^3}{\underset{|}{CHOH}} + NaOH. \end{array}$$

Dans la série grasse, la condensation s'effectue toujours aux dépens du groupement fonctionnel de l'alcool le plus riche en carbone.

Il m'a paru intéressant de voir comment se comporterait, à l'égard des alcools secondaires de la série grasse, le cyclohexanol $C^6H^{11}.OH$, dont le groupement fonctionnel est attaché à une chaîne fermée. J'ai tenté la réaction en chauffant avec la potasse caustique le mélange de cyclohexanol et d'alcool isopropylique.

Mes recherches antérieures avaient montré que, en dehors de l'alcool cherché, issu de la condensation du cyclohexanol avec l'alcool isopropylique, il devait se former simultanément les alcools résultant de la condensation de chacun d'eux avec son propre dérivé sodé. Le produit de la réaction devait donc renfermer aussi les alcools diisopropylique, triisopropylique, le cyclohexylcyclohexanol, le dicyclohexylcyclohexanol et, peut-être même, leurs produits de condensation. Mais, de tous ces alcools, qui

(¹) *Comptes rendus*, t. 132, 1901, p. 685; t. 149, 1909, p. 129; t. 150, 1910, p. 183.

(²) *Ibid.*, t. 154, 1912, p. 222, et t. 155, 1912, p. 1156.

pouvaient se former simultanément, seul l'alcool triisopropylique possède un point d'ébullition voisin de celui de l'alcool cherché : encore, celui-ci en diffère-t-il d'une dizaine de degrés. De plus, il y avait lieu de penser qu'en employant un grand excès de cyclohexanol par rapport à l'alcool isopropylique, on éviterait en grande partie sa formation. Il devait dès lors être possible d'isoler, par distillation fractionnée, l'alcool produit dans la condensation du cyclohexanol avec l'alcool isopropylique. C'est ce que l'expérience a démontré.

L'enchaînement des deux molécules pouvait se faire soit aux dépens du groupement fonctionnel du cyclohexanol, soit aux dépens du groupement fonctionnel de l'alcool isopropylique.

L'expérience a montré que l'alcool, issu de la condensation, est le cyclohexyl-3-propanol-2, que l'on peut appeler alcool cyclohexylisopropylique :

$$\begin{array}{c} CH^2\ CH^2 \\ CH^2\langle\quad\rangle CH - CH^2 - CHOH - CH^3. \\ CH^2\ CH^2 \end{array}$$

L'enchaînement s'est donc réalisé d'après la première hypothèse. Comme dans la série grasse, il s'est produit aux dépens du groupement fonctionnel de l'alcool le plus riche en carbone.

Alcool cyclohexylisopropylique. — $C^6H^{11} - CH^2 - CHOH - CH^3$:

Pour obtenir cet alcool, on prépare une série de tubes scellés renfermant chacun 10g de cyclohexanol, 3g d'alcool isopropylique, 5g de potasse caustique, préalablement déshydratée par fusion, et on les chauffe 24 heures à 220°.

Le produit de la réaction, repris par l'eau, fournit un liquide séparé en deux couches : une couche huileuse, jaune, contenant les alcools, que l'on sépare par décantation; une couche aqueuse très alcaline renfermant, avec un peu de ces alcools, une petite quantité d'acides provenant de leur oxydation par la potasse caustique.

On distille cette couche aqueuse jusqu'à entraîner la totalité des alcools qu'elle tient en dissolution. On ajoute du carbonate de potasse au distillat, on décante les alcools qui viennent surnager et on les joint à ceux déjà séparés.

Ce mélange d'alcools renferme une petite quantité des éthers correspondant aux acides, provenant de leur oxydation. On les saponifie par la potasse, on sature ensuite l'alcali par un courant d'acide carbonique; enfin, on dessèche les alcools sur le carbonate de potasse et on les soumet à une série de distillations fractionnées, qui permettent d'isoler l'alcool cyclohexylisopropylique.

Cet alcool est un liquide incolore, répondant à la formule $C^9H^{18}O$. Il bout à 204°-205° (corr.) à la pression de 764mm. Sa densité à 0° est 0,9203.

L'oxydation ménagée de cet alcool par le mélange chromique conduit à l'acétone correspondante, la *cyclohexylacétone*. Celle-ci, oxydée à son tour par le même réactif, donne naissance aux *acides acétique* et *hexahydrobenzoïque*, ce qui établit sa constitution :

$$C^6H^{11} - CH^2 - CO - CH^3 + 3O = C^6H^{11} - CO^2H + CH^3 - CO^2H.$$

L'*éther acétique* de l'alcool cyclohexylisopropylique $C^2H^3O^2.C^9H^{17}$ bout à 213°-214° (corr.) à la pression de 763^{mm}.

Le *phényluréthane* du même alcool prend naissance en mélangeant molécules égales d'alcool cyclohexylisopropylique et d'isocyanate de phényle :

$$C^9H^{17}.OH + CO = N - C^6H^5 = CO \begin{cases} NH.C^6H^5 \\ O.C^9H^{17} \end{cases}.$$

Après quelques jours de contact à froid, le mélange, d'abord liquide, se prend en une masse solide que l'on fait cristalliser dans l'alcool. Il se présente en petites aiguilles prismatiques incolores et fond à 124°-125°.

Cyclohexylacétone $C^6H^{11} - CH^2 - CO - CH^3$. — La cyclohexylacétone est un liquide incolore répondant à la formule $C^9H^{16}O$. Elle bout à 194°-195° (corr.) à la pression de 761^{mm}. Sa densité à 0° est 0,9350.

Agitée avec le bisulfite de sodium, elle donne une combinaison cristalline que l'ébullition avec une solution de carbonate de sodium décompose en régénérant la cyclohexylacétone.

Sa *semicarbazone* $C^6H^{11} - CH^2 - \underset{\displaystyle CH^3}{\underset{|}{C}} = N - NH - CO - NH^2$ s'obtient en laissant réagir pendant quelques jours, à froid, molécules égales de cyclohexylacétone, de chlorhydrate de semicarbazide et d'acétate de sodium, dissous dans l'acide acétique cristallisable. On étend d'eau, ou sature l'acide acétique par du carbonate de sodium et l'on fait cristalliser dans l'alcool la semicarbazone lavée à l'eau et essorée. Elle se présente alors en petites aiguilles prismatiques incolores. Elle fond à 199°-200°. Presque insoluble dans l'eau, elle se dissout en abondance dans l'alcool, surtout à chaud.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la durée de chute d'une pierre au centre de la Terre.* Note de M. **Maurice Sauger**, présentée par M. Bigourdan.

Le problème de la recherche de la durée de chute d'une pierre au centre de la Terre avait préoccupé les géomètres du XVIIe siècle. Mersenne, qui l'a

traité, donne 6 heures; Gassendi, 20 minutes. C'est cette dernière valeur qui est la plus rigoureuse; en admettant à l'intérieur de la Terre une densité constante égale à la densité moyenne, soit 5,53, on trouve, en effet, pour cette durée, 1234 secondes, c'est-à-dire 20 minutes 34 secondes. Dans cette hypothèse approximative, la durée de chute ne dépend pas de la distance initiale au centre de la Terre, pourvu que cette distance ne surpasse pas la longueur du rayon terrestre; c'est ce qui ressort de l'équation du mouvement

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = C\frac{4}{3}\pi\rho r$$

(C = constante de gravitation; ρ = densité moyenne; r = distance au centre de la Terre), équation qui définit un mouvement pendulaire de période

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{4}{3}C\pi\rho}}.$$

Dans la présente Note, nous nous proposons de reprendre la question en tenant compte de la variation de la densité du globe terrestre avec la profondeur.

Nous prendrons, comme fonction représentative de la variation de la densité terrestre, l'expression

$$\rho = 10\left(1 - 0,76\frac{r^2}{R^2}\right),$$

dont la forme se tire du rapport des moments d'inertie principaux de notre globe donné par la précession des équinoxes et dont les résultats sont d'accord avec les expériences sur l'intensité de la pesanteur effectuées dans des puits de mine, ainsi que nous l'avons déjà dit dans une précédente Note [1].

Considérons une couche sphérique de rayon r et d'épaisseur dr; la masse de cette couche est

$$dm = \rho . 4\pi r^2 dr,$$

c'est-à-dire, en utilisant la loi précitée pour la densité,

$$dm = 4\pi\left(10 r^2 dr - 7,6\frac{r^4}{R^2}dr\right);$$

---

(1) *Comptes rendus*, t. **164**, 1917, p. 172.

d'où, pour la masse totale de la sphère de rayon r,

$$M = \int_0^r dm = 4\pi\left(\frac{10}{3} r^3 - \frac{7,6}{5R^2} r^5\right).$$

Sur une masse de m grammes placée à sa surface, cette sphère exerce une force attractive

$$F = C\frac{Mm}{r^2} = Cm4\pi\left(\frac{10}{3} r - \frac{7,6}{5R^2} r^3\right).$$

Le travail de cette force, quand le corps de masse m tombe de la distance R (distance à la surface) à la distance r, est

$$W = -\int_R^r F\,dr = 4\pi C m\left[\frac{10}{6}(R^2 - r^2) - \frac{7,6}{20R^2}(R^4 - r^4)\right],$$

soit

$$W = 4\pi C m\left(1,286R^2 - 1,666r^2 + \frac{0,38}{R^2} r^4\right),$$

soit, en remplaçant le rayon terrestre R par sa valeur,

$$W = 4\pi C m(5,214 \times 10^{17} - 1,666r^2 + 9,377 \times 10^{-19} r^4).$$

Appliquons le théorème des forces vives; il vient

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = 8\pi C(5,214 \times 10^{17} - 1,666r^2 + 9,377.10^{-19} r^4),$$

d'où

$$dt = \frac{1}{\sqrt{8\pi C}} \frac{dr}{\sqrt{5,214.10^{17} - 1,666r^2 + 9,377.10^{-19} r^4}}.$$

Nous arrivons à une intégrale elliptique; mettons-la sous la forme canonique.

Les racines en r^2 du trinome bicarré sont réelles et positives; employons la transformation

$$5,214.10^{17} - 1,666r^2 + 9,377.10^{-19} r^4 = m^2(1 - p^2r^2)(1 - q^2r^2)$$

avec les conditions

$$m^2 = 5,214.10^{17}, \quad \text{soit} \quad m = 7,220.10^8,$$

$$p^2 + q^2 = \frac{1,666}{5,214.10^{17}}, \quad p^2q^2 = \frac{9,377.10^{-19}}{5,214.10^{17}},$$

soit

$$p = 1,570.10^{-9}, \quad q = 0,8538.10^{-9}.$$

Posons

$$k = \frac{q}{p} = 0,5438, \qquad pr = \sin\varphi,$$

il vient finalement

$$dt = \frac{1}{\sqrt{8\pi C}} \frac{1}{mp} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}}.$$

Les limites d'intégration sont : à la surface,

$$\sin\varphi = pR = 0,999462,$$

d'où, sensiblement,

$$\varphi = \frac{\pi}{2};$$

au centre,

$$\sin\varphi = 0, \qquad \text{d'où} \qquad \varphi = 0.$$

Les Tables des intégrales elliptiques donnent pour cette intégrale la valeur

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}} = 1,694;$$

ce qui fait, pour la durée de chute,

$$t = 682,3 \times 1,694 = 1155 \text{ secondes},$$

soit

19 minutes 15 secondes.

On voit que l'écart avec le résultat obtenu, en supposant la densité constante, est peu sensible; il est de 79 secondes, soit à peu près le vingtième de la durée totale de chute.

En supposant l'expérience possible, le corps abandonné en chute libre (abstraction faite de la rotation de la Terre sur elle-même et de toutes causes perturbatrices) apparaîtrait aux antipodes au bout de 38 minutes 30 secondes et reviendrait à son point de départ, après avoir exécuté une oscillation qui ne serait pas exactement pendulaire, au bout de 1 heure 17 minutes.

BOTANIQUE. — *Comment préserver nos Chênes*. Note de M. **Lucien Daniel**, présentée par M. Gaston Bonnier.

En 1908, j'ai signalé [1] la marche envahissante du Blanc du Chêne et les inquiétudes qu'elle faisait naître dans l'ouest de la France. Des obser-

[1] *Le Bonhomme breton*, 22 août 1908.

vations multiples que j'avais faites à cette époque en des points variés de nos départements bretons, manceaux, angevins ou normands m'avaient permis de constater très nettement que le développement du champignon et l'intensité relative de son attaque étaient en rapport direct avec la santé particulière de chaque arbre et avec le mode particulier d'exploitation auquel celui-ci est soumis, en vue de la production des fagots ([1]).

Dans beaucoup de fermes, le Chêne est émondé tous les sept ans et forme des émousses; la tête et les branches sont coupées : c'est en somme un élagage complet au ras du tronc suivi d'une décapitation au sommet. L'arbre ainsi traité ressemble à un gros échalas. En d'autres points, la décapitation se fait vers le milieu du tronc, à des hauteurs assez variables, et les souches ont alors la forme de têtards.

Ces deux procédés détruisent radicalement l'équilibre normal de la végétation. L'appareil absorbant resté intact continue à amener dans les parties aériennes l'eau chargée des produits nutritifs puisés dans le sol; l'appareil aérien fournit des rameaux réparateurs qui se couvrent de feuilles en vue de faire disparaître l'eau en excès dans les tissus. Mais ce rétablissement de l'équilibre entre les deux fonctions primordiales de la plante ne se fait pas instantanément; elle exige un temps assez long et même plusieurs années. Il résulte de là que, jusqu'à rétablissement complet de l'équilibre de végétation, les tissus du Chêne renferment plus d'eau qu'à l'ordinaire et que l'arbre souffre de cette pléthore à un degré d'autant plus marqué que les différences entre les valeurs relatives de l'appareil absorbant et de l'appareil assimilateur sont plus considérables.

La conséquence, c'est que les arbres qui viennent d'être taillés sont plus atteints que les exemplaires taillés l'année précédente; que ceux-ci résistent moins que les Chênes taillés il y a plusieurs années; enfin que les Chênes non taillés sont ceux sur lesquels le Blanc a le moins de prise. Il suffit d'ailleurs de parcourir les campagnes au cours du printemps et de l'été, surtout dans les années chaudes et humides, pour constater l'exactitude de ces faits et leur généralité. Mais ceux-ci portent en eux-mêmes un enseignement.

Le système actuel d'exploitation du Chêne est mauvais et responsable en grande partie de l'extension de la maladie ainsi que de ses ravages. Il serait urgent de le remplacer par un autre qui consiste à laisser à chaque souche une certaine quantité de branches au sommet et à ne couper que les pousses inférieures situées sur le tronc. Les branches du sommet se feuillent comme

---

([1]) Lucien Daniel, *La maladie du Chêne* (*Revue bretonne de Botanique*, 1908).

à l'ordinaire et appellent en ce point les matières nutritives en vaporisant l'eau. Non seulement le déséquilibre de nutrition consécutif à la taille est réduit d'autant, mais le sommet de l'arbre, bien irrigué, ne se dessèche pas comme cela arrive souvent après décapitation et attaque par le Blanc. Celui-ci est alors beaucoup moins à craindre, l'arbre lui résistant mieux par le fait de l'humidité moindre de ses tissus.

Le procédé que je recommande a été essayé en diverses régions de l'Ouest, sur ma demande; il a donné les résultats que la théorie faisait prévoir. Il est avantageux pour le propriétaire, car l'arbre ainsi traité grossit davantage et est de meilleure qualité comme bois d'œuvre ou bois de chauffage. Mais il donne un peu moins de fagots et, pour cette raison, les fermiers hésitent à l'employer en grand, leur intérêt se trouvant alors en opposition avec celui du propriétaire. Pourtant c'est le seul moyen pratique de lutter contre le Blanc du Chêne, qui semble aujourd'hui établi à demeure dans nos contrées et y cause des dégâts très inquiétants. Depuis bientôt 10 ans, la récolte des fagots a considérablement baissé et le nombre des souches mortes ou mourantes est singulièrement élevé. On peut prévoir la mort de beaucoup d'autres, si les saisons chaudes et humides se succèdent et si l'on continue à suivre les errements du passé.

A cause de la dualité d'intérêts existant entre les fermiers et les propriétaires, il est peu probable que les cultivateurs changent de bonne grâce leur système séculaire d'exploitation. Ils laisseront aller les choses et finalement disparaîtra une importante source de richesse nationale. Seuls les pouvoirs publics pourraient intervenir, puisqu'il s'agit d'une question d'intérêt général, et imposer le remède.

ANATOMIE. — *Sur la glande parotide venimeuse des Colubridés aglyphes, et sur l'existence de cette glande chez des espèces appartenant aux Boïdés et aux autres familles de Serpents qui s'y rattachent.* Note (1) de Mme **Marie Phisalix**, présentée par M. Edmond Perrier.

Chez les Colubridés aglyphes et les opisthoglyphes, la fonction venimeuse est assumée par une glande que Leydig a désignée sous le nom de *parotide*, elle était considérée comme exclusivement salivaire.

Dans les onze espèces où sa sécrétion a été étudiée depuis, elle s'est

(1) Séance du 11 juin 19117.

constamment montrée venimeuse, capable, suivant les espèces, de produire les différents types d'intoxication que déterminent les venins des C. protéroglyphes et des Vipéridés.

Cette constatation m'a engagée à rechercher :

1° *Si la parotide existe chez tous les Colubridés aglyphes;*

2° *Si on la rencontre dans des familles de Serpents autres que celle des Colubridés;*

3° *Si son existence et son développement sont en rapport avec la dentition qui constitue toujours l'appareil inoculateur de sa sécrétion.*

1° *La glande parotide des Colubridés aglyphes.* — Il est admis jusqu'à présent que seuls les Serpents des familles des Colubridés et des Vipéridés possèdent une glande venimeuse.

Cette glande, chez les grands venimeux (Colubridès protéroglyphes et Vipéridés), est très développée : son acinus, situé dans la région temporale, sert de réservoir au venin; son long canal excréteur aboutit à la gaine des crochets venimeux, toujours situés en avant de la bouche. Un ou plusieurs faisceaux du temporal antérieur recouvrent partiellement l'acinus et, à la volonté du Serpent, en expriment un venin limpide, de couleur jaune et de consistance gommeuse.

L'homologue de cette glande chez les C. opisthoglyphes et aglyphes est, comme l'avait déjà soupçonné Leydig, la glande parotide.

Dans les deux groupes c'est une masse pleine, d'un blanc opaque rosé, à large lobulation et sans réservoir central. Elle est appliquée contre la lèvre supérieure, entre l'œil et la commissure labiale, et ne contracte aucune adhérence musculaire avec les temporaux sous-jacents. Son court canal excréteur sous-muqueux s'aperçoit sur le bord antéro-interne, en désinsérant la glande, et s'ouvre sur le bord inférieur du repli gingival, au niveau des dernières dents maxillaires (C. aglyphes), ou dans la gaine que forme ce repli autour du crochet sillonné (opisthoglyphes); sa sécrétion, blanche, crémeuse, se mélange donc ou non aux autres liquides salivaires avant d'être inoculée dans les tissus mordus.

J'ai constaté la présence de cette parotide chez 72 espèces sur 95 d'opisthoglyphes et d'aglyphes qui ont été examinées. L'existence de la parotide, pour être fréquente chez les C. aglyphes, n'est donc pas constante; il est des Couleuvres qui méritent encore le qualificatif d' « innocentes » que Duvernoy accordait à toutes.

2° *La glande parotide chez les Boïdés et chez les autres familles qui s'y rattachent.* — Les collections du service d'Herpétologie du Muséum m'ont permis l'exploration systématique des principaux genres de toutes les familles de serpents.

J'ai constaté que seuls les serpents des familles des *Typhlopidés* et des *Glauconiidés* ne présentent pas de parotide.

Dans les autres familles la parotide a, comme chez les Colubridés aglyphes, un caractère de fréquence, mais non de constance.

L'énumération des espèces où, dans chaque famille, il existe une parotide est résumée dans le Tableau suivant :

Boïdés. — *Eryx conicus* Schn., *E. jaculus* Lin., *E. Johnii* Russel, *E. Muelleri* Boulenger.

Ilysiidés. — *Ilysia scytale* Lin., *Cylindrophis rufa* Laur, *Cylindrophis maculata* Boulenger.

Uropeltidés. — *Rhinophis trevelyanus* Kelaart, *Silybura nigra* Bedd., *S. melanogaster* Gray, *Plecturus perroteti* D. B., *Platyplecturus madiaensis* Bedd.

Xenopeltidés. — *Xenopeltis unicolor* Reinw.

Amblycéphalidés. — *Leptognathus brevifascies* Cope, *L. Viguieri* Bocourt, *L. pavonina* Schleg., *L. elegans* Günther.

La parotide n'appartient donc pas seulement aux Colubridés, mais encore aux Boïdés et à toutes les autres familles qui s'y rattachent.

3° *Rapports de la parotide avec la dentition.* — La sécrétion parotidienne étant déversée dans la bouche au niveau des dernières dents maxillaires, c'est la disposition de ces dents qui semblerait devoir influencer la présence ou l'absence de glande parotide.

Beaucoup d'espèces appartenant aux familles ci-dessus énumérées ont des dents maxillaires petites, nombreuses et égales; elles méritent véritablement le nom d'*Aglyphes;* d'autres ont des dents inégales, les antérieures ou les postérieures étant les plus longues : dans ce dernier cas, les dents postérieures se développent parfois en volumineux crochets, séparés des autres dents par une barre, et ne différant de ceux des Opisthoglyphes que par l'absence de sillon (*Macropisthodon*, *Heterodon*, etc.). Les serpents qui ont de tels crochets pleins ne sont déjà plus des aglyphes; auraient-ils toujours une parotide et seraient-ils seuls à en avoir ?

L'examen de plus de 130 espèces appartenant aux diverses familles donne les résultats suivants :

1° Il existe des espèces dépourvues de parotides qui ont néanmoins des crochets maxillaires (*Prosymna, Pseudaspis*, etc.);

2° Il existe des espèces pourvues de parotides et dépourvues de crochets (*Coronella*, *Contia*, *Xenopeltis*, etc.);

3° Chez des serpents appartenant à un même genre d'une même famille, ayant par conséquent la même dentition, certaines espèces ont une parotide, d'autres n'en ont pas (genres *Coluber*, *Polyodontophis*, *Rhadinea*, *Leptognathus*, etc.).

Ainsi la présence et l'absence de la glande parotide se montrent indépendantes de la dentition chez tous les serpents dérivés des Boïdés.

Quand la présence de la glande parotide coïncide avec celle des crochets maxillaires (*Macropisthodon*, *Xenodon*, *Heterodon*, etc.), on a le type préopisthoglyphe de l'appareil venimeux. Vis-à-vis de la proie du serpent, ce type est l'équivalent du type opisthoglyphe, car le venin des Aglyphes est aussi actif que celui des autres serpents; sa dilution dans la salive mixte le rend même plus diffusible que lorsqu'il est inoculé pur, et enfin sa pénétration est assurée par les multiples plaies cutanées qui se produisent pendant le travail long et laborieux de l'engagement de la proie, qui précède la déglutition.

Bien que la sécrétion parotidienne se soit montrée toxique chez tous les Colubridés aglyphes où elle a été essayée jusqu'ici, le nombre de ces espèces est encore trop restreint pour que les résultats acquis puissent être généralisés.

Des expériences plus nombreuses, déjà en cours d'exécution, nous diront s'il y a lieu d'étendre la fonction venimeuse à tous les serpents qui possèdent une parotide, si l'on doit considérer cette parotide comme étant essentiellement et primitivement venimeuse, ou au contraire si elle est avant tout une glande salivaire, comme on le croyait autrefois, et qui aurait secondairement acquis la fonction venimeuse.

PHYSIOLOGIE. — *Recherches sur le sérum de la murène* (Muræna helena *L.*). *La toxicité du sérum de la murène*. Note de M. **W. Kopaczewski**, présentée par S. A. S. le Prince Albert de Monaco.

On savait, d'après les travaux de Phisalix et Bertrand (1), que le sang de la vipère est toxique. La même constatation a été faite par Calmette (2) et ses élèves pour d'autres serpents venimeux. Mosso (3) a prouvé que le sang d'anguille possède également des propriétés toxiques. On trouve dans la littérature une indication vague sur la toxicité du sang des murénides.

Nous nous sommes proposé d'étudier de plus près cette toxicité sur la murène.

Voici comment nous avons procédé pour obtenir le sérum :

Une murène de 85^{cm} de longueur et d'un poids de $2^{kg},100$ est clouée vivante sur une planche; le cœur est dénudé. On fait une ligature sur la partie étroite du bulbe aortique (*bulbus arteriosus*), qui aussitôt commence à se gonfler; par un point cautérisé on introduit uné canule du tube à essais effilé et stérilisé. Le sang afflue dans le tube; à la fin de l'opération on incline la planche de façon que la tête de la murène soit plus bas et l'on aspire; les dernières gouttes de sang sont récupérées. Une telle murène fournit environ 30^{cm^3} de sang, qu'on laisse 12 heures dans le tube et dont on prélève aseptiquement le sérum. On récolte environ 15^{cm^3} d'un liquide légèrement jaunâtre et opalescent.

Avec ce sérum nous avons fait aux cobayes une série d'injections sous-cutanées aux doses suivantes :

	Sérum.	Observations.
1. Cobaye de 300^{g}	1^{cm^3}	Animal survit.
2. » 275	2	Au bout de 25 minutes, frissons, dyspnée; animal survit.
3. » 250	3	Mort en 4 heures.

A l'autopsie le cœur gonflé est arrêté en diastole; pas d'emphysème pulmonaire.

Nous avons également expérimenté ce sérum en injections intrapéritonéales.

(1) Phisalix et Bertrand, *Archives de Physiologie*, 1894, et *Revue générale des Sciences*, 1896.

(2) Calmette, *Comptes rendus de la Société de Biologie*, 1894.

(3) Mosso, *Archives italiennes de Biologie*, 1888 et 1889.

	Sérum.	Observations.
	cm³	
1. Cobaye de 220g	0,5	Mort en 48 heures.
2. » 210	1,0	Mort en 4 heures.
3. » 360	1,5	Mort en 2 heures.

Les expériences suivantes nous ont permis de constater que le sérum de la murène est de beaucoup plus actif en injections intrajugulaires.

	Sérum.	Observations.
	cm³	
1. Cobaye de 445g	0,5	Mort instantanément après quelques crampes.
2. » 485	0,2	Id.
3. » 425	0,1	Id.
4. » 440	0,05	Mort après quelques secousses et crampes.
5. » 485	0,025	Dyspnée, secousses violentes; survit.

On peut donc constater que la dose de $0^{cm^3},05$ est mortelle pour un cobaye. Étant donné que le sérum expérimenté contient 8,37 pour 100 de matières sèches, dont 0,39 pour 100 de cendres, on peut calculer que la dose mortelle correspond à $4^{mg},19$ de matières solides.

Nous avons fait ensuite des essais sur d'autres animaux afin d'examiner leur sensibilité vis-à-vis du sérum de la murène, notamment sur des lapins et chiens.

On injecte $0^{cm^3},4$ du sérum dans la veine marginale d'un lapin de 2500^g.

Deux minutes après l'injection, l'animal présente des signes de faiblesse et tombe sitôt après inerte; la respiration devient très gênée; la dyspnée et les secousses violentes apparaissent; quelques crampes et au bout de 4 minutes l'animal meurt. A l'autopsie le cœur est arrêté en diastole et il regorge de sang liquide non coagulé; les poumons sont rétractés.

A un chien de 5^{kg} on injecte $1^{cm^3},5$ du sérum dans la veine saphène. Dix minutes après l'injection l'animal ne se tient plus debout, s'affaisse lourdement et reste dans la position où on le place; 15 minutes après dyspnée; 20 minutes après la respiration devient de plus en plus gênée; au bout de 45 minutes de véritables crampes apparaissent et, dans 1 heure et 10 minutes, le chien succombe dans des sursauts.

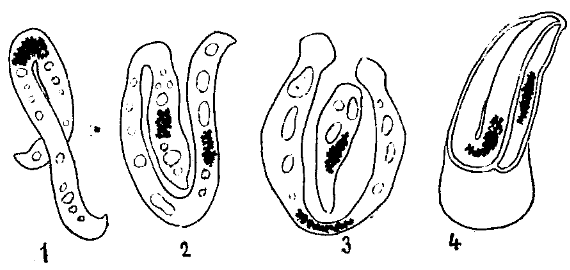
D'après ces résultats nous pouvons conclure que le sérum de la murène est éminemment toxique. Une dose suffisante provoque la mort instantanée. Cette rapidité d'intoxication et le tableau à l'autopsie rappellent dans une certaine mesure le choc anaphylactique.

PARASITOLOGIE. — *Sur un hématozoaire endoglobulaire nouveau de l'homme* (Hæmogregarina hominis). Note de M. **Armand Krempf**, présentée par M. Laveran.

Une ponction de rate hypertrophique faite chez un jeune Chinois des environs de Tien-Tsin que les hasards d'une vie cosmopolite et mouvementée ont amené sur la côte d'Annam, m'a permis de déceler dans le sang de ce malade la présence d'un hématozoaire endoglobulaire nouveau pour l'homme : c'est une hémogrégarine d'organisation classique autant qu'il est possible d'en juger par le très petit nombre de figures que m'ont fournies mes préparations. Je propose pour ce protozoaire le nom d'*Hæmogregarina hominis* et voici les caractéristiques que j'en donne, d'après une observation restée unique :

Le parasite n'existe que dans le sang splénique, encore s'y montre-t-il fort rare : une ou deux formes par lame dans les frottis les plus heureux. Il s'y présente à l'état de sporontes vermiculaires et virgulaires, tantôt inclus dans les hématies, tantôt libéré de ces éléments par la manœuvre de l'étalement du sang sur la lame.

Le globule infecté se dilate et se déforme pour loger excentriquement une volumineuse capsule de 5^{μ} de large sur 10^{μ} de long qui contient le sporonte vermiculaire replié une ou deux fois sur lui-même. Presque toujours le vermicule à ce stade subit une division inégale, donnant ainsi naissance à deux nouveaux éléments de taille et d'aspect différents qui demeurent inclus côte à côte dans la même capsule; le plus grand reste recourbé en U sur lui-même et conserve la forme vermiculaire; le plus petit affectant celle d'une virgule épaisse ou d'une courte massue, parfois même d'un fuseau assez régulier. Malgré ces différences de dimension, leur structure cytologique est identique. Chacun d'eux est pourvu d'un noyau granuleux se colorant en rouge



Hæmogregarina hominis : 1, 2, 3, parasites libres; 4, parasites endoglobulaires.

sombre par l'éosinate d'azur et d'un cytoplasme dense bleu violacé au sein duquel on observe souvent, disséminées çà et là, des masses chromatoïdes régulièrement arrondies ou ovalaires et remarquables par la constitution homogène de leur contenu fortement coloré en rouge vif.

Les formes qu'on rencontre dans le plasma, libérées du globule qui les a hébergées, ne diffèrent pas de celles qui s'y trouvent encore incluses : elles sont seulement moins comprimées latéralement par suite de la disposition des parois de l'hématie et tendent à se dérouler.

Les dimensions des plus grands individus supposés extraits de leur globule et redressés sont de 20^{μ} de long sur $1^{\mu},5$ de large; les sporontes virgulaires conservent cette largeur maxima de $1^{\mu},5$ dans la portion la plus épaisse de leurs corps, mais leur longueur ne dépasse pas 6^{μ} à 8^{μ}.

Je n'ai trouvé, ni formes jeunes, ni formes schizogoniques; le sang périphérique s'est montré toujours stérile et il n'a pas été possible, par suite de l'opposition du jeune céleste, de pratiquer de ponction de la moelle osseuse ni du foie. Je dois dire toutefois que l'examen clinique de ce dernier organe ne révélait rien de particulier. A mon grand regret je n'ai pu conserver le malade plus de deux mois à ma disposition.

L'histoire de ce sujet est intéressante à connaître et renferme des éléments susceptibles d'orienter l'esprit dans l'étude de la question que soulève notre observation. En voici les principaux traits :

Le malade est un adolescent de 16 ans ayant toujours voyagé depuis sa jeunesse : il a traversé plusieurs fois toute l'Asie et parcouru une partie de l'Europe orientale, partageant les aventures et la vie errante d'une troupe théâtrale chinoise. Il me fut adressé de la région de Phanthiet (Sud-Annam) comme suspect de peste après les décès brusques et simultanés de deux personnes de son entourage immédiat. Il a été facile d'établir, par l'étude du sang prélevé sur les cadavres et sur le malade que ces deux décès étaient dus à des accès palustres pernicieux et que le jeune sujet soumis à mon examen était lui-même atteint de paludisme. C'est au cours de cette recherche que je fus amené à constater l'existence de l'hématozoaire dont j'ai fait connaître plus haut les premiers stades sporogoniques. Interrogé sur son état de santé antérieur à la maladie actuelle, c'est-à-dire à son récent accès de paludisme, notre sujet, d'intelligence d'ailleurs éveillée, affirma n'avoir jamais été malade de son existence; par contre, aussi loin qu'il remonte dans son souvenir, il se reconnaît porteur d'une rate volumineuse et déclare en avoir été souvent gêné. Avant que la question ne lui ait été posée, il fit spontanément la remarque qu'en Chine, dans son village d'origine, où s'est écoulée sa première enfance, non loin de Tien-Tsin, la splénomégalie s'observait fréquemment dans les deux sexes à tous les âges de la vie, qu'elle était assez prononcée pour attirer l'attention des sujets atteints, parfois même pour les incommoder.

Cette observation établit la notion nouvelle d'hémogrégarinose humaine.

Je dois me résoudre à n'en présenter qu'un cas unique. Il eût été profitable, assurément, d'en réunir et d'en étudier d'autres manifestations; cela ne m'a pas été possible. J'ai vainement cherché et fait chercher autour de moi, depuis plus d'un an : tant en Annam qu'à Saïgon et à Cholen les examens de rate faits dans cette intention sont restés négatifs.

On peut donc penser que cette affection est inconnue dans le sud de la presqu'île indochinoise. Je ne saurais affirmer qu'il en soit de même dans le nord : le delta du fleuve rouge pourrait fort bien, à cet égard, se ressentir de son voisinage et de ses communications directes avec la Chine. Quoi qu'il en soit, c'est sur les provinces septentrionales de l'immense Empire asiatique, de préférence sur le Petchili, qu'il faut à mon sens porter son attention.

Les environs immédiats de Tien-Tsin, désignés avec précision par notre malade, semblent être la région qui devrait servir de point de départ à de nouvelles investigations, sur la répartition géographique et la fréquence de cette splénomégalie, sur sa marche clinique et sa gravité, sur les conditions dans lesquelles elle se transmet, enfin sur le cycle évolutif d'*Hæmogregarina hominis*.

A 16 heures et demie l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 18 heures.

E. P.

ERRATA.

(Séances des 7 et 21 mai 1917.)

Note de M. *G.-A. Boulenger*, Les Batraciens Urodèles rapportés au genre *Euproctus*, leurs rapports éthologiques et phylogéniques :

Page 710, ligne 14, *au lieu de* ou péroné, *lire* au péroné.

Page 711, ligne 7, *insérer* une virgule après présence, la *supprimer* après fronto-squamosale; avant-dernière ligne, *au lieu de* maxillaire, *lire* prémaxillaire.

Page 802, ligne 5, *au lieu de* couche, *lire* souche.

Page 803, ligne 24, *au lieu de* azilis, *lire* agilis; ligne 32, *au lieu de* modifient, *lire* modifiant.

Page 804, ligne 6, *au lieu de* fiuamana, *lire* fiumana; ligne 20, *au lieu de* ulticoles, *lire* alticoles; ligne 29, *au lieu de* modèles, *lire* Urodèles.

(Séance du 11 juin 1917.)

Note de M. *A. Carnot*, Sur les molybdate, tungstate et vanadate ammonio-cobaltiques :

Page 901, ligne 13 (formule), *supprimer* le terme $+ n H^2O$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 JUIN 1917.

PRÉSIDENCE DE M. A. D'ARSONVAL.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. le général *R. Bourgeois* pour occuper, dans la Section de Géographie et Navigation, la place vacante par le décès de M. *Hatt*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. le général **R. Bourgeois** prend place parmi ses confrères.

PÉTROLOGIE. — *Sur la transformation de quelques roches éruptives basiques en amphibolites*. Note de M. **A. Lacroix**.

La plupart des auteurs qui ont discuté l'origine des schistes cristallins se sont efforcé de démontrer l'unité de cette origine en s'appuyant d'ordinaire sur des observations faites dans des régions limitées, observations auxquelles était attribué un caractère de grande généralité.

Les recherches que j'ai poursuivies pendant de nombreuses années dans des régions très variées et fort éloignées les unes des autres me font incliner au contraire vers une solution éclectique de cette difficile question.

Mes études sur les contacts des granites des Pyrénées en particulier ont apporté un argument en faveur de la théorie métamorphique proposée par Michel-Lévy; mais, s'il me paraît certain que cette théorie permet d'expliquer un grand nombre de cas, on ne saurait la considérer comme générale.

Je me propose de mettre en évidence quelques exemples de production

de schistes cristallins *par transformation paramorphique* de roches éruptives préexistantes, c'est-à-dire par transformation moléculaire effectuée sans changement notable de composition chimique; les roches qui vont être étudiées sont donc des *orthogneiss*, dans le sens que Rosenbusch a donné à ce terme. Avant de discuter les causes du phénomène, il semble nécessaire d'apporter tout d'abord des preuves de sa réalité; c'est ce point de vue seulement que j'envisagerai pour l'instant.

Une démonstration de ce genre, pour être rigoureuse, doit s'appuyer à la fois sur des constatations géologiques et sur une étude comparative à la fois minéralogique et chimique. Il est nécessaire de trouver des gisements dans lesquels s'observe la roche originelle intacte présentant avec les formations géologiques avoisinantes des relations stratigraphiques nettes, de façon que son origine éruptive soit indiscutable; il faut ensuite suivre le passage de cette roche intacte au schiste cristallin, puis démontrer, à l'aide de l'analyse, que les deux termes extrêmes de la série, minéralogiquement différents, sont chimiquement identiques. On conçoit aisément qu'un tel ensemble de conditions soit rarement réalisé dans les régions très gneissifiées, où les transformations sont le plus généralement totales. Dans ce cas, l'étude minéralogique et chimique est seule possible, le problème se résume donc à comparer la composition du schiste cristallin avec celle de roches éruptives connues et de conclure, par analogie, à la communauté d'origine première quand la ressemblance chimique entre les deux roches est suffisamment étroite. Mais souvent des objections graves peuvent être faites à des conclusions de ce genre, à cause de l'existence de complications d'ordre varié sur lesquelles je ne veux pas insister pour l'instant. Je ferai remarquer seulement que les probabilités d'exactitude de l'interprétation sont d'autant plus grandes que le type pétrographique auquel appartenait la roche originelle était plus spécial; aussi est-ce à des roches de cette catégorie que j'aurai recours tout d'abord.

La présente Note a pour objet l'étude de trois cas, dans lesquels sont réunies les conditions optima pour la démonstration dont il s'agit.

I. M. Pisani a fait connaître jadis ([1]) l'existence à Arvieu (Aveyron) d'une roche à gros grain, riche en hypersthène, qui a été étudiée plus tard par M. J. Bergeron ([2]). D'après ce dernier, l'axe d'un anticlinal gneissique

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 86, 1878, p. 1419.

([2]) *Ann. Soc. géol., Paris*, t. 22, n° 1, 1889, p. 282.

est jalonné par une traînée d'affleurements de serpentine; dans l'un d'eux, situé à Pentézac, au sud d'Arvieu, se trouve la roche en question; elle est séparée de la serpentine par une zone d'amphibolite que M. Bergeron a considérée comme une roche sédimentaire transformée.

La roche éruptive est essentiellement constituée par l'association de grandes plages de labrador et d'hypersthène (1^{cm} à 3^{cm}), à éclat bronzé, ce dernier minéral prédomine beaucoup sur le plagioclase et présente parfois des contours géométriques; localement et souvent sur les bords du filon, — car il s'agit là d'un filon semblable à ceux qui sont fréquents au milieu de tant de péridotites, — le feldspath se raréfie et la roche passe à une véritable *hypersthénite* contenant un peu de pyrrhotite.

Le microscope permet de voir que cette *norite* a été fort disloquée par des actions mécaniques; l'hypersthène est tordu, présente des macles secondaires; il est fissuré dans tous les sens, comme aussi les minéraux qui l'accompagnent; une structure cataclastique s'est développée entre leurs fragments. Toutefois, la structure générale originelle n'est nulle part masquée.

A ce premier stade de transformation purement structurel s'ajoutent fréquemment des modifications d'ordre minéralogique. En outre de transformations banales (d'origine atmosphérique) du plagioclase en damourite, on observe alors tous les stades d'une transformation de caractère saussuritique. Au contact du plagioclase et de l'hypersthène se développe de l'actinote verte qui cristallise aussi, avec un peu de zoisite, dans le feldspath lui-même. L'hypersthène se transforme progressivement en aiguilles jaunes d'anthophyllite, puis apparaissent des plages pœcilitiques de grenat rosé, puis de l'albite (maclée ou non) granoblastique. A travers les aiguilles d'anthophyllite diversement orientées, on distingue souvent encore les inclusions ferrugineuses caractéristiques de l'hypersthène, jalonnant la silhouette de ce pyroxène disparu. Dans d'autres cas, ces inclusions sont épigénisées par du rutile (¹).

Ainsi de proche en proche, tous les éléments de la norite se transforment en un mélange d'amphiboles, rhombiques ou monocliniques, de grenat et d'albite; cette transformation s'effectue avec ou sans orientation des amphiboles.

Il y a quelque vingt ans, M. Gaubert, et plus récemment M. Arsandaux, ont visité ce gisement et ont bien voulu m'y recueillir un riche matériel

(¹) Voir pour plus de détails ma *Minéralogie de la France*, t. 1, 1895, p. 557.

d'étude; ils ont constaté que cette amphibolite n'est pas localisée sur les bords du filon de norite, mais se rencontre aussi le long des diaclases qui le traversent en divers sens.

La démonstration du passage progressif du schiste cristallin à la roche éruptive est donc aussi complète que possible. Reste la question chimique.

Les trois analyses suivantes ont été effectuées par M. Raoult : 1. Hypersthénite [IV (V). (1)2.1.1.(1)2]; 2. Norite, type moyen (III'.'5.4'.4-5)]; 3. Amphibolite.

	1.	2.	3.
SiO^2	49,90	51,38	49,40
Al^2O^3	3,35	13,07	12,43
Fe^2O^3	7,23	4,46	5,86
FeO	8,15	6,17	6,17
MnO	0,18	0,16	0,22
MgO	26,64	17,31	18,22
CaO	3,10	5,56	5,50
Na^2O	0,40	1,06	1,04
K^2O	0,15	0,21	0,35
TiO^2	0,60	0,60	0,60
P^2O^5	tr.	tr.	tr.
H^2O à 105°	»	»	»
» au rouge	0,30	0,36	0,41
S	0,39	»	»
	100,39	100,34	100,20

La comparaison des analyses 2 et 3 montre que la composition de l'amphibolite est identique à celle de la norite. Les petites différences qu'on peut relever entre elles sont de l'ordre de celles qu'on rencontrerait en analysant deux fragments distincts de l'une ou l'autre de ces roches.

II. Au sud-ouest du massif volcanique de l'Ankaratra, à Madagascar, les micaschistes, les quartzites et les calcaires de la partie supérieure des schistes cristallins sont traversés par de nombreux dykes de roches éruptives basiques grenues; j'ai rencontré parmi celles-ci des gabbros, avec ou sans olivine ou hypersthène, et aussi des types mélanocrates ou même holomélanocrates, essentiellement ou exclusivement constitués par des pyroxènes, les uns rhombiques, les autres monocliniques. Ces roches sont pour la plupart des *websterites*, feldspathiques ou non.

L'un de ces dykes se trouve à Tsaramanga, au nord du mont Tongafeno, entre la pegmatite exploitée pour son beau béryl d'un bleu spécial et un orthogneiss dérivant d'un granite. Tandis que les déformations dues à des actions mécaniques sont extrêmement intenses dans ce dernier et sautent

aux yeux, la webstérite ne présente pas à l'œil nu de déformation structurelle appréciable, mais une partie du dyke est transformée en une amphibolite très tenace, localement schisteuse, avec orientation parallèle à celle du gneiss voisin. La roche intacte est noire verdâtre, à grands éléments; des cristaux de bronzite, accompagnés de diallage et parfois enveloppés pœcilitiquement par une hornblende d'un brun clair, sont englobés, pœcilitiquement aussi, par de grandes plages de bytownite riches en inclusions ferrugineuses.

L'amphibolite est essentiellement constituée par une hornblende, d'un vert pâle, en grands cristaux criblés d'inclusions ferrugineuses aciculaires ou granuleuses. Çà et là se rencontre une autre amphibole plus claire, à macles polysynthétiques très fines; il existe un peu de titanomagnétite entourée par du sphène secondaire.

D'autre part, le mont Ankitsika, à l'extrémité nord-nord-ouest du lac Alaotra dans la partie septentrionale de Madagascar, est essentiellement constitué par une roche à très grands éléments dans laquelle on ne distingue à l'œil nu que du diallage à éclat bronzé. L'examen microscopique montre que ce pyroxène, riche en inclusions ferrugineuses violacées, est associé à un peu de titanomagnétite, d'apatite, d'hypersthène et de bytownite; quand celle-ci devient plus abondante, la *diallagite* passe à un gabbro mélanocrate.

La bordure de la diallagite d'Ankitsika, qui paraît intrusive au milieu des gneiss, est formée [1] par une amphibolite friable constituant aussi de nombreuses veinules au milieu de la roche éruptive. Cette amphibolite est essentiellement formée par une hornblende d'un vert très foncé; mais l'examen microscopique y décèle en outre un peu de diopside et de titanomagnétite cerclée de sphène.

Les analyses suivantes (par M. Boiteau) permettent de comparer la composition de la webstérite feldspathique [2] de Tsaramanga (1),

[1] Les roches de cette région sont très latéritisées, aussi n'est-il pas possible de délimiter exactement le massif éruptif; j'ai constaté qu'en de nombreux points il est traversé par des pegmatites exceptionnellement riches en biotite.

[2] J'ai fait analyser deux autres filons de cette région : 1. *Webstérite feldspathique* (andésitique) d'Ambohimasina (par M. Raoult) [IV.1'.1.'2.2]; 2. *Webstérite non feldspathique* de Tsahatsaha (par M. Pisani) [(IV)V.1.(1).2.1'].

	SiO^2.	Al^2O^3.	Fe^2O^3.	FeO.	MgO.	CaO.	Na^2O.	K^2O.	TiO^2.	P^2O^5.	H^2O à 105°.	H^2O au rouge.	
1......	53,48	6,47	2,74	8,76	16,23	6,97	1,50	0,97	1,20	0,58	0,09	0,79	= 99,78
2......	53,50	3,42	3,05	3,80	24,10	11,60	0,29	0,20	0,03	tr.	0,43		= 100,43

[IV.1'.1'.2.2] et celle de l'amphibolite résultant de sa transformation (2), puis de la diallagite feldspathique du mont Ankitsika (3), [IV.1.(1)2.2.2] et de l'amphibolite correspondante (4).

	1.	2.	3.	4.
SiO^2	48,93	49,12	48,40	47,36
Al^2O^3	8,79	6,51	8,66	7,05
Fe^2O^3	3,35	5,44	0,95	4,72
FeO	7,33	5,29	10,12	9,11
MgO	16,12	17,60	14,59	13,91
CaO	13,46	13,28	14,69	14,27
Na^2O	0,48	0,50	0,54	0,72
K^2O	0,20	0,16	0,14	0,14
TiO^2	0,59	0,59	1,60	1,89
P^2O^5	0,11	0,07	0,07	0,10
H^2O à 105°	0,14	0,18	0,13	0,10
» au rouge	0,79	1,08	0,31	0,51
	100,29	99,82	100,20	99,88

On voit que, comme à Arvieu, la transformation s'est effectuée sans changement notable de composition chimique, avec seulement ici suroxydation d'une partie de l'oxyde ferreux ([1]). Il est intéressant de constater que, dans ces deux exemples, les réarrangements moléculaires ont fait passer à l'état potentiel dans les amphiboles la petite quantité de plagioclase exprimée dans la roche éruptive. C'est là un fait extrêmement fréquent et qu'il est nécessaire de noter pour l'interprétation de tant d'amphibolites dépourvues de feldspath, bien qu'elles dérivent de roches éruptives originellement feldspathiques. La notion de feldspath potentiel est donc aussi importante pour l'étude des schistes cristallins que pour la comparaison des roches volcaniques et des roches intrusives de composition minéralogique différente, mais de composition chimique semblable.

([1]) M. Harris Teall a décrit une transformation du même ordre sur les bords du dyke de diabase de Scourie (Sutherlandshire, en Écosse) (*British Petrography*, p. 197), mais l'amphibolite y est feldspathique et quartzifère.

ASTRONOMIE. — *Sur les observations attribuées au prince Louis de Valois, et sur l'astronome Jacques Valois.* Note de M. G. **Bigourdan**.

En divers passages de ses *Annales célestes*, Pingré rapporte des observations ([1]) qu'il attribue au prince Louis de Valois ou à son jardinier Elzéar Féronce. Il y a là diverses confusions que des recherches faites dans quelques manuscrits m'ont permis de dissiper : en réalité Féronce n'était pas jardinier du prince et les observations sont d'un autre Valois, tout à fait oublié par les biographes.

Ce prince, Louis Emmanuel de Valois (1596-1663), petit-fils de Charles IX, porta les titres de comte d'Alais, puis de duc d'Angoulême, et fut gouverneur de Provence de 1637 à 1650. Protecteur des gens de lettres, il était particulièrement lié avec Gassendi, comme le montre la longue correspondance échangée entre eux (Gass., *Op.*, VI).

Les observations astronomiques attribuées à ce prince sont en réalité de *Jacques* Valois ou de Valois, dont la vie ne nous est guère connue que par sa correspondance ([2]) restée manuscrite, particulièrement celle qu'il échangea avec Boulliau, à raison d'une lettre chaque semaine.

Valois était un Écossais qui, en raison des faveurs accordées en France à ses compatriotes ([3]), était devenu Trésorier général de France à Grenoble; en outre il fut, à partir de 1620, intendant de Charles de Créqui, comte de Sault : celui-ci fut (1610) lieutenant général du Dauphiné, maréchal de France (1622), duc de Lesdiguières (1626) après la mort de son beau-père, le connétable de Lesdiguières, possesseur du château de Vizille.

Jacques de Valois naquit en mars 1582 et mourut à Grenoble le 3 décembre 1654; il connut Snellius et par ses conseils se livra aux observations, mais bien peu activement comme on va voir; il commença vers 1620.

([1]) Voir pages 65 (1626), — 88 (1632), — 105 (1635), — 172 (1645).

([2]) Bibl. nat., *Manuscrits*, f. français, n° 13030 et n° 13042 (f° 20-36). Beaucoup des lettres de Valois ne sont pas signées. Les premières portent la signature « de Valois ». Il écrit son prénom « Jaques ».

([3]) En considération des services rendus par l'Écosse à la France, un édit de Louis XII avait dispensé tous les Écossais résidant en France de l'obligation de demander des lettres de naturalité, leur accordant en masse le droit de tester, de tenir des bénéfices, etc. Henri II renouvela leurs privilèges et, par lettres-patentes de 1558, leur accorda la faculté d'acquérir en France des biens meubles ou immeubles, comme s'ils étaient originairement nés Français.

Dès 1623, d'après Bougerel (p. 15), il était lié avec Gassendi qui, député à Grenoble par son chapitre pour soutenir un procès, vint le voir en 1624, et l'aurait fait revenir de ses préjugés en faveur de l'Astrologie; toutefois ce fut bien incomplètement, car, dans les dernières années de sa correspondance, Valois explique tout par les astres : sa goutte, ses palpitations de cœur, ses pertes d'argent ([1]).

D'après Pingré (*Ann. cél.*, p. 65), en 1626 il aurait aidé Féronce pour mesurer les distances de Saturne à Régulus et à l'Épi; et d'après une lettre de J. Gaultier à Peiresc (P. — C_2, IV, 41), il s'était préparé en 1631 pour chercher Mercure sur le Soleil, mais il en fut empêché par les nuages (Gassendi, *Op.*, IV, 185).

En 1635 il observa l'éclipse de Lune du 3 mars (Gass., *Op.*, IV, 263) et cette observation, dans laquelle il fut gêné par les nuages, est peut-être avec la précédente la seule de lui qui ait été publiée. Cependant il devait être déjà connu, car Morin (*Lettres*..., p. 11), peut-être pour les besoins de la cause, le tient pour un des « trois plus célèbres Astronomes que nous ayons en France ».

Duret lui attribue ([2]) des observations de Saturne et de Jupiter, faites à Vizille de 1622 à 1637, et d'où l'on aurait conclu des longitudes et latitudes de ces planètes. Il nous paraît absolument certain, après avoir par-

---

([1]) Voici, à titre d'exemple, les extraits de quelques-unes de ses lettres à Boulliau (F. fr., n° 13030) :

Fol. 78, 1653 juin 25. — Le thème astrologique de M. de Créqui explique pourquoi il a été fait duc.

Fol. 140, 1654 janv. 11. — Ma main est « encore empeschee par la goutte qui me tient tousiours depuis que Mars est entré au Poisson. Il y a 7.8 ans que je ne manque jamais destre indispose des que le Soleil entre au Capricorne.... »

Fol. 148, 1654 févr. 15. — Valois a de nouveau la goutte « par l'☍ de ♄ au ☉ qui ne manquent jamais de se faire sentir.... » Mars intervient aussi..., « nonobstant l'opinion de Mr Gassendi contre l'Astrologie ».

Fol. 156, 1654 . — Au moment où il entre dans sa 73e année « le ciel ne semble pas estre trop contraire quoy que ☉.... »

Fol. 203, 1654 sept. 27. — Il a failli mourir deux fois depuis 8 jours. « Cette ♑ de ♄ et ♂ sur l'☍ de mon ascendant ma bien fait du mal. Le jour de la ☌ jeus une palpitation de cœur, mais le jour que ♂ passa par le degré de l'☍ de mon ♄ radical je demeuray comme mort d'assoupissement; il y eut de la peine à me faire revenir et je me reprins mon cerveau estant fort embarrassé. Et lorsque ♂ passa par le degré ☍ a mon ascendant je prins la serie de mes palpitations et especes de defaillances.... »

([2]) *Natal.* DURRET, *Novæ motuum cœlestium Ephemerides Richelianæ*, Parisiis, 1641, dans l'épitre *ad lectorem*.

couru la correspondance de Valois, qu'il ne fut là qu'un intermédiaire, et que les observations furent faites réellement par Féronce.

Il observa aussi, mais bien médiocrement à ce qu'il semble, l'éclipse de Lune de 1652 mars 8 et celle de Soleil de 1654 [1] août 11, ainsi que la comète qui parut en décembre 1652. Il se plaint d'ailleurs vivement du ciel de Grenoble [2].

« Notre horizon est si malheureux pour les observations des éclipses qu'à grand-peine en ai-je vu une entière en cette ville en 40 ans que j'y suis; tousiours ou les nuées ou les montagnes nous cachent les luminaires. »

Outre quelques calculs [3] et des remarques sur les réfractions (*Lettres...*, p. 22), Valois a aussi fait des traductions de l'anglais, restées sans doute inédites, et divers petits travaux que l'on trouve à Carpentras dans les papiers de Peiresc [4]. Celui-ci, en 1627 (P. — C_1, I, 384), le comparait ainsi à J. Gaultier : « Je crois bien que ledict Sr Valois ayant plus de loisir, plus de santé et plus de vigueur que l'autre, il pourra y vaquer [aux obser-

---

(1) Cette éclipse fut observée à Erbeys, près de Grenoble, par le P. de Billy qui fut en relation de voisinage avec Valois de décembre 1653 à septembre 1654, époque où le P. de Billy alla à Dijon.

Jacques de BILLY (Compiègne, 1602 — Dijon, 14 janv. 1679), jésuite, professa les mathématiques et fut recteur des collèges de Châlons, Langres, Sens. Il est connu par plusieurs traités didactiques sur diverses parties des Mathématiques et sur la Chronologie. Pour l'Astronomie, il composa des Tables planétaires (*Tabulæ Lodoicæ*, 1656; — *Opus astronomicum*, 1661), deux Traités sur les comètes (*Discours de la comète qui a paru l'an* 1665; — *Crisis astronomica de motu cometarum*, 1666) et deux petits Mémoires sur les éclipses de Soleil de 1654 août 12 et 1659 qu'il observa respectivement à Erbeys et à Dijon.

Il observa aussi à Reims l'éclipse de Soleil du 20-21 août 1645 et à Langres celle du 26 janvier 1656 : cette dernière est peut-être la seule observation faite à Langres.

Après avoir entretenu une correspondance avec Fermat il publia un extrait de ses lettres dans un Ouvrage paru en 1670 sous le titre : *Doctrinæ analyticæ inventum novum* dont une traduction française a été jointe aux *Œuvres de Fermat* récemment publiées par P. Tannery et Ch. Henry, t. III, p. 325-398. Il combattit l'astrologie judiciaire, et le *Journal des savans* de 1666 (p. 430) contient de lui une méthode pour trouver l'année de la période julienne.

(2) F. fr., n° 13030, fol. 13, v°. Lettre de 1643, oct. 25.

(3) Par sa lettre du 17 mai 1648 (F. fr., n° 13030, f° 40) on voit qu'il a calculé quelques observations faites par Féronce. Voir aussi : *Lettres escrites au Sr Morin* ....

(4) Voici ce que l'on trouve dans ces papiers, d'après *Cat. Mss. Carpentras :*

I, p. 645, n° 1253. — Recueil de lettres adressées à l'abbé Rive par ... Valois.

II, p. 229, n° 1777. — « Voyage au Cathai d'Evascho Petrin, cosaque de Sybérie,

vations] plus assidüement, mais je ne desfererais pas jamais à son jugement à l'esgal de celuy de l'autre... ».

En somme J. Valois fut surtout astrologue, et la principale obligation que lui ait l'Astronomie c'est d'avoir dirigé Féronce, comme nous verrons.

Valois ne donne aucun renseignement sur les lunettes dont il dispose; mais déjà en 1624 (Gass., *Op.*, IV) il avait un quart de cercle qu'il céda généreusement à Boulliau; voici la description qu'on en trouve dans sa lettre du 25 mai 1653 (1); elle est fort diffuse, comme le reste de sa correspondance.

Vous avez désiré de savoir la grandeur, les dimensions et le prix de mon quart de cercle. Je vous diray que ses branches sont solides d'un demy doigt de quarrement, de deux pieds de Roy de . Sa circumference est d'un pouce de largeur divisé en degrez. Ces degrez sont marquez au bord de la circumference et divisez en 20 parties chascun ainsi chasque partie fait 3 minutes. Mais aprez cela il y a deux cercles dans la circumference distants l'un de l'autre de dix lignes entre lesquels sont tirez des transversales de 15 en 15 minutes et sur l'alhidade en la mesme distance sont marquez toutes les minutes en sorte que l'alhidade coupant une de ces transversales coupe précisément sur soy la minute du degré marqué.

Or au commencement voyant que les transversales n'estoient pas distinguées en minutes et ne pensant pas à la division dans l'alhidade et distinction en minutes, on fit faire des points sur les transversales par les minutes et au lieu d'en marquer 15 sur chaque transversale l'on n'en marqua que 14 qui est le manquement dont je vous ai

---

traduit de l'anglais de l'édition de Purchas en langue française par un ... et suppléé par le sieur Valois. » 1620.

II, p. 495, nº 1089. — « Copie de lettre de Saumaise à Dupuy sur les *Eglogues de Polybe* du sieur Valoys. » 1634.

II, p. 498, nº 1809. — Extrait d'une lettre où il est question du « golphe et de la multiplicité des ports de Smyrne, tel que l'ont peu desseigner des matelots ». La lettre de Peiresc était adressée à Valois. (Voir la copie de la réponse de Valois à Peiresc, au fol. 174 du Tome II du présent recueil.)

II, p. 513, nº 1810. — Copie d'une lettre de M. de Valois à Peiresc. Paris, 22 novembre 1633. Il lui accuse réception d'un « crayon du golfe de Smyrne » et combat l'opinion d'Aristide sur la ressemblance de ce golfe avec certains vases. (Voir extrait de la lettre de Peiresc à de Valois, à ce sujet, au fol. 169 du recueil XLI, t. I.)

III, p. 14, nº 1832. — De Gaultier à Peyresc sur la responce du Sr Valoys sur ses demonstrations pour la mesure et dimensions des distances des cieux. Aix, 20 mai 1632.

III, p. 320, nº 1876. — « M. Vallois ». Sous ce titre, 12 lettres au susdit, 13 mars 1633-28 octobre 1636.

III, p. 518, nº 2085.

(1) F. fr., nº 13030, fº 75.

escrit, mais ce défaut n'empesche pas que l'on en remarque precisement le point de l'intersection de l'alhidade et de la transversale qui marque precisement la minute demandée. Il y a un soutien à ce quadrant de loton de mesme qui a tous les mouvements necessaires pour le tenir en haust et en bas en travers et en toutes positions. Si vous desirez l'avoir je le vous enverray...

C'est ce qui fut fait, car le 5 octobre et le 16 novembre 1653 il écrit (¹) :

Jay esté ravy dapprendre par vostre lettre du 26 du passé que vous avez recu a la fin le quadrant astronomique que je vous ay envoyé. Il n'y manque rien de tout ce qui me fust baillé en lacheptant. Je ne m'ensuis guères servy surtout [?] par un lieu propre pour le mettre en usage. Mr Ozias sen est servy quelque temps, mais rien que pour prendre les haulteurs de ☉ et des Estoiles fort precisement. Vous avez raison de dire qu'il a esté destiné pour tourner sur un cercle horizontal pour en marquer les azimuts, mais je ne me suis pas mis en peine d'en faire faire un a faulte de bras [?] pour le poser et le mettre en pratique. Vous le pouvez faire faire de fer pourvu qu'il y a it des personnes qui le sachent bien precisement marquer. Jay deux pinnules très bien faites selon la façon descripte par M. Morin en son livre des Longitudes. C'est M. Ferrier qui les fit il me coustent une pistole. Si vous les voulez je les vous enverray avec le reste. Quant au prix de l'instrument je ne vous en dy point car je scay que vous ne m'en baillerez pas ce qu'il me couste. Faites estimer a qui vous voudrez et en payerez le prix que vous voudrez et aux tems que vous voudrez en tout ou en partie.... Pour le payement vous n'en serez jamais pressé ny par moy durant ma vie ny par mon neveu aprez moy qui vous est autant acquis que moy.

Monsieur Gassendi l'a veu et l'a autrefois voulu achepter lorsqu'il croioit aller a Constantinople avec M. de Marcheville.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence de l'eau et des matières minérales sur la germination des pois*. Note de MM. **L. Maquenne** et **E. Demoussy**.

On sait que certaines matières minérales sont indispensables à l'alimentation des plantes, que toutes sont capables d'agir sur la végétation, et que leur influence se fait sentir, en bien ou en mal, dès le début même de la germination. Mlle Thérèse Robert, dans un travail justement remarqué (²), a fait récemment à ce sujet une importante étude des rapports de la végétation avec les composés du calcium, mais, à part seulement celles qui touchent aux toxiques, ces recherches n'ont, en général, porté que sur des doses considérables de matière active, très supérieures aux besoins du végétal naissant. Celui-ci se trouve alors en présence d'une quantité exces-

(¹) F. fr., n° 13030, f° 106, 118.

(²) *Thèse de la Faculté des Sciences de Paris*, 1915.

sive de matière soluble, dépassant de beaucoup celle qu'il trouve habituellement dans le sol, et qui, par cela même qu'il n'y est pas adapté, peut lui être nuisible. C'est, en particulier, le cas des sels de potasse et des sels ammoniacaux, que la plupart des solutions nutritives artificielles renferment en beaucoup trop grand excès. C'est pourquoi nous avons pensé qu'il y aurait intérêt à reprendre cette étude avec des doses plus faibles et nous avons été amenés à reconnaître que certains de ces principes utiles agissent avec une énergie du même ordre que celle des toxiques les plus puissants, l'influence du calcium, par exemple, étant déjà sensible à la dilution de quelques cent-millionièmes seulement.

Pour constater ces effets il est nécessaire d'observer un certain nombre de précautions, dont la plus importante est l'emploi d'eau pure. La redistillation dans le verre de l'eau distillée commerciale est à ce point de vue tout à fait illusoire, car, à cause de l'attaque par l'eau des parois du réfrigérant ou du flacon collecteur, elle ne peut fournir qu'un liquide renfermant de 8^{mg} à 10^{mg} de matières minérales par litre, quantité plus de 50 fois supérieure à celle qui commence à se montrer active. La stérilisation dans le verre, en autoclave, conduit à des résultats plus fâcheux encore : de l'eau primitivement pure arrive ainsi à contenir, après une demi-heure de chauffe à 120°, jusqu'à 40^{mg} et 50^{mg} par litre de matières salines, ce qui la rend comparable à de l'eau de source étendue de 3 à 4 fois son volume d'eau pure.

C'est l'attaque du verre qui est la principale cause de ce fait observé par M. Molliard ([1]) qu'une graine germe moins bien dans de l'eau qui a déjà servi à une ou deux germinations que dans de l'eau neuve (distillée et stérilisée dans le verre). En réalité la première graine se développe, au début, d'une manière passable dans un pareil liquide parce qu'elle y trouve une dose massive de matières minérales; celles qui suivent viennent moins bien parce que ces mêmes matières ont été absorbées par les cultures précédentes. En fait, rien de semblable ne s'observe quand on opère avec de l'eau pure, stérilisée ou non, dans des tubes de quartz : la seconde culture est ni plus ni moins mauvaise que la première, et elle ne saurait guère l'être davantage, puisque, dans ces conditions, les racines cessent de s'accroître dès le troisième jour et ne dépassent que rarement 35^{mm} en longueur. Si donc il y a là quelque toxique en jeu, comme l'admet M. Molliard, son action doit être bien minime, d'autant plus que si l'on fait germer les graines (pois) directement sur l'eau, disposée en couche de 4^{mm} à 5^{mm} d'épaisseur dans

([1]) *Revue générale de Botanique*, t. 27, 1915, p. 289.

des capsules de quartz, on assiste au phénomène inverse : la seconde culture est meilleure que la première, avec des racines une fois et demie plus étendues et la troisième meilleure que la seconde. Ce sont alors les matières extractives, minérales et organiques, cédées à l'eau par les téguments, qui interviennent comme agents favorisants.

Longueur des racines après 24 heures de trempage et 6 jours de germination.

	mm	mm	mm
Première culture : 10 graines dans 8$^{cm^3}$ d'eau pure	35	36	39
Deuxième culture : 10 graines dans le liquide de la première	53	52	55
Troisième culture : 10 graines dans le liquide de la seconde	60	62	»

Pour la même raison les plantules qu'on désire cultiver en dehors du germoir doivent être placées dans des vases de quartz et non de verre, les racines et même les tiges, à la lumière, s'allongeant davantage dans ceux-ci que dans ceux-là.

Longueur des racines après 2 jours de germination et 6 jours de culture en tubes.

	mm	mm	mm
Tubes de quartz	22	34	27
Tubes de verre	41	53	32

Les résultats sont d'ailleurs extrêmement variables avec la nature du verre, la façon dont il a été traité auparavant, ainsi qu'avec la forme et la capacité des vases, qui modifient l'étendue de leur surface de contact avec l'eau. Certains tubes de verre se comportent comme le quartz, tandis que d'autres, en apparence identiques, mais plus attaquables, fournissent des plantes trois à quatre fois plus hautes. Une pareille irrégularité s'oppose évidemment à ce que l'on puisse tirer aucune conclusion ferme d'observations comparatives faites avec des liqueurs de compositions très voisines. Il n'y a qu'un seul moyen d'y porter remède : c'est l'exclusion absolue, dans ce genre de recherches, de tous ustensiles de verre, surtout de petite dimension, et leur remplacement par des vases de quartz ou, s'il s'agit de simples germoirs, de porcelaine bien vernissée; les résultats sont alors comparables et même, si l'on procède par séries de 10 graines, d'une constance remarquable.

L'eau qui nous sert est préparée en distillant deux fois de suite de l'eau de source, naturellement exempte de cuivre, dans un gros ballon en verre d'Iéna relié, sans raccords ni bouchons de caoutchouc, à un condenseur en quartz transparent; c'est une disposition qui a été déjà employée pour

obtenir de l'eau de conductibilité minima. 250cm³ d'un pareil liquide, réduits par évaporation au volume de deux gouttes, ne doivent donner aucun trouble avec l'oxalate d'ammoniaque ni le chlorure de baryum; on n'y trouve qu'une trace inévitable de matière organique, s'élevant peut-être à 1 ou 2 cent-millionièmes. Le meilleur moyen d'apprécier sa pureté consiste à y faire germer des graines après l'avoir ramené par ébullition dans le platine au dixième de son volume primitif : le résultat doit être sensiblement le même qu'avec le liquide non concentré. Une pareille eau doit naturellement être conservée à l'abri des poussières atmosphériques, riches en calcium, et dans des vases de quartz ou de platine; nous nous sommes assurés que son séjour dans ce métal ne modifie en rien ses propriétés physiologiques.

Le choix du germoir n'a pas moins d'importance que celui de l'eau. La germination dans l'eau seule, en soucoupes de porcelaine ou en capsules de quartz, présente l'inconvénient de souiller le liquide de toutes les substances solubles que renferment les téguments; pour éliminer cette influence perturbatrice il est indispensable de faire reposer les graines sur un support assez rigide pour qu'elles ne le touchent qu'en un petit nombre de points.

Le coton hydrophile et le papier buvard sont à proscrire absolument, à cause de la grande quantité de matières salines qu'ils contiennent; le papier à analyses, dit *sans cendres*, lavé à l'acide chlorhydrique et à l'acide fluorhydrique, ne doit même être employé qu'avec circonspection, car il arrive parfois qu'il cède à l'eau une trace de substance calcaire. Le meilleur substratum est le quartz étonné, puis finement concassé, bouilli avec de l'eau régale, lavé à l'eau pure et finalement calciné dans le platine. A défaut de quartz nous avons fait le plus souvent usage de sable de Fontainebleau, également purifié par l'eau régale et calcination. Il conduit aux mêmes résultats que le quartz; son seul défaut est, à cause de la forme arrondie de ses éléments, de se laisser traverser par les racines, ce qui oblige, si l'on ne veut pas voir celles-ci se tordre au lieu de rester droites, comme il convient si l'on se propose de poursuivre leur culture dans des flacons ou des tubes, à retourner fréquemment les graines qu'il supporte.

Quand on dispose plusieurs semences sur le même substratum il faut éviter que les racines ne se trouvent en contact avec les téguments des graines voisines parce qu'il en résulte une absorption anormale et d'ailleurs absolument locale de principes minéraux qui se manifeste par un développement caractéristique de poils au point touché. La même chose a lieu si

quelque racine, en se courbant d'une façon exagérée, arrive au contact de la lame de verre qui sert de couvercle au germoir.

Ces observations, bien entendu, ne sont valables que pour les graines de pois, les seules que nous ayons expérimentées; nous avons choisi, comme donnant des germinations plus régulières que toute autre, la variété rustique connue sous le nom de *pois gris d'hiver*.

En vue d'éviter toute modification possible des éléments contenus dans leurs enveloppes, au contact des antiseptiques, les graines n'ont pas été stérilisées; on s'est contenté de les laver abondamment, sous violente agitation, avec de l'eau pure. Des essais comparatifs nous ont d'ailleurs montré que, pour cette espèce de graine, la stérilisation préalable (par l'eau oxygénée) est parfaitement inutile.

Après gonflement par immersion de 24 heures dans l'eau pure ([1]), elles étaient placées, par série de 10, dans des capsules de quartz ou des soucoupes, soigneusement lavées à l'acide nitrique, et à moitié remplies de sable humide (40^{g} de sable et 9^{cm^3} à 10^{cm^3} de liquide, eau pure ou solution saline). Les germoirs étaient recouverts d'une plaque de verre et maintenus dans une armoire obscure à une température comprise entre 20° et 25°. Les racines, seuls organes qui nous aient préoccupés jusqu'à présent parce que ce sont de beaucoup les plus sensibles aux premiers effets du liquide nourricier et que, les expériences ayant été faites à l'abri de la lumière, les tiges ne pouvaient, dans ces conditions, prendre une allure normale, ont été généralement mesurées après 6 jours, temps au bout duquel leur évolution est complètement arrêtée dans l'eau pure. Cette évolution peut se poursuivre encore plus d'une semaine si le milieu est favorable, mais, comme nous nous proposions surtout d'établir des comparaisons avec l'eau seule et que ce temps de 6 jours est suffisant, dans le cas des pois, pour que les toxiques commencent à produire leur effet, nous n'avons pas cru nécessaire de faire durer nos expériences davantage.

Examinons d'abord ce qui se passe avec l'eau pure. Le Tableau suivant donne la longueur des racines venues comme il a été dit plus haut, sur sable dans des soucoupes de porcelaine; chaque chiffre représente la moyenne de 20 mensurations, en sorte que la moyenne générale correspond à 200 observations individuelles.

([1]) Le trempage dans l'eau calcaire donne lieu à une absorption de chaux qui se traduit plus tard par un accroissement sensible des tiges.

Longueur des racines après 24 heures de trempage et 6 jours de germination.

26^{mm}	23^{mm}	30^{mm}	25^{mm}	26^{mm}	27^{mm}	24^{mm}	27^{mm}	26^{mm}	25^{mm}

Moyenne générale : 26^{mm}

Ces dimensions extraordinairement réduites s'accordent avec celles qu'on observe quand on cultive des graines semblables dans l'eau pure, en tubes de quartz et à la lumière. Même dans ces conditions, qui sont pourtant plus avantageuses, les racines de pois ne dépassent guère 35^{mm}, alors qu'elles peuvent atteindre 50^{mm} dans des tubes de verre et jusqu'à 70^{mm} ou 80^{mm} si l'on emploie de l'eau distillée dans le verre.

Ajoutons qu'avec l'eau pure la croissance s'arrête au troisième ou quatrième jour; la racine principale reste glabre, sauf dans les seuls cas où elle a touché accidentellement l'enveloppe d'une graine voisine, et les radicelles sont rares, le plus souvent absentes. L'aspect général est celui d'une plante limite, tout à fait différent de celui qu'offrent les cultures venues dans l'eau distillée ordinaire, qui contient toujours un peu de chaux.

Cette influence fâcheuse de l'eau seule, déjà signalée, mais non d'une façon aussi frappante parce qu'elle n'a jamais été vue qu'avec des liquides renfermant encore des matières salines en dissolution, a été attribuée par certains auteurs à une action toxique qui serait exercée par l'eau pure. C'est là une opinion que nous ne saurions admettre, car on n'a le droit de considérer comme toxiques que les substances qui, à faible dose, sont capables d'influencer défavorablement un organisme sain, en pleine possession de tous ses moyens et exerçant en toute liberté ses fonctions vitales essentielles. Or, ce n'est pas le cas de l'eau qui, même en excès, n'a jamais été nuisible à aucun être vivant, lorsque ses rapports avec le monde extérieur n'en sont pas profondément modifiés, sous le triple rapport de l'alimentation, de la respiration et de l'osmose.

Si donc l'eau pure n'est pas toxique, et l'on ne voit vraiment pas à quel terme de comparaison il faudrait se rapporter pour établir qu'elle l'est réellement, c'est qu'elle est simplement insuffisante pour entretenir le métabolisme de la germination. A son action doivent se joindre d'autres influences également nécessaires, et c'est alors qu'apparaît le rôle de la matière minérale.

Au cours de cette étude les sels ont été ajoutés en une seule fois à l'eau d'humectation du sable ; il en résulte que, le volume total du liquide étant

très restreint (10^{cm^3} environ), les solutions offertes aux jeunes racines se trouvent contenir au début de $\frac{1}{100000}$ à $\frac{5}{10000}$ de matière active, mais il faut remarquer que cette concentration relativement forte est bientôt diminuée par suite de l'absorption que les racines exercent sur la matière dissoute, en sorte que les choses se passent comme si elles se trouvaient en présence d'un volume plus grand d'une solution plus diluée. On verra plus tard que nous avons vérifié cette équivalence dans le cas du sulfate de calcium.

Les produits employés doivent être naturellement aussi purs que possible, leur action spécifique pouvant être contre-balancée par celle des matières étrangères qu'ils contiennent à l'état brut. C'est ainsi que le sel marin ordinaire, toujours mélangé de chlorures alcalino-terreux, se montre nettement favorable, tandis qu'à l'état pur il reste à peu près indifférent.

Nous ne pourrons donner les résultats de ces recherches que dans une prochaine Communication; cependant une remarque générale s'impose au sujet de l'intervention du verre dans les expériences de physiologie. Les sels enlevés par l'eau au verre ordinaire, moins abondants à froid qu'à chaud, mais toujours en quantité suffisante pour jouer un rôle actif, sont constitués surtout par un mélange de silicates alcalins et de sulfate de calcium, d'où il suit que c'est aux métaux alcalins et alcalino-terreux qu'elle renferme que l'eau distillée et stérilisée dans le verre doit son action favorisante. Or, nous verrons bientôt que le sodium et le potassium n'influencent pas sensiblement la germination des pois ; c'est donc exclusivement le calcium qui est ici en cause, et ainsi se révèle une nouvelle fonction de ce métal, méconnue jusqu'à présent parce qu'on n'avait pas suffisamment purifié les milieux de culture, celle d'agir sur la végétation à dose infinitésimale.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur un terrain artificiel, à peu près exempt de tout matière minérale ou organique, propre à l'étude des cultures végétales et à l'examen de l'influence des divers engrais chimiques.* Note de M. A. GAUTIER (¹).

Au cours des recherches que je poursuis depuis longtemps, avec M. P. Clausmann, sur le rôle et la présence du fluor dans les organes des animaux et des plantes, je me suis demandé quelle pouvait être l'influence

(¹) Communiquée à l'Académie à l'occasion de la précédente Note de MM. *Maquenne* et *Demoussy*.

qu'exerce le fluor des terres, naturelles ou artificielles, sur la végétation des plantes les plus diverses, et surtout les plus utiles.

Nous avons dû pour cette étude réaliser un milieu autant que possible exempt de fluor, ce qui nous a amenés à faire d'abord nos cultures en pots de 4 litres remplis d'une poudre de verre aussi pur que possible, spécialement fabriqué pour ces recherches à la verrerie de Clichy, à qui nous devons tous nos remerciements. Mais ce verre ayant été reconnu contenir encore de 3^{mg} à 4^{mg} de fluor par kilogramme, il a fallu chercher comme support de culture un milieu bien exempt de fluor et autant que possible de toute autre substance minérale ou organique. J''ai pu réaliser ce terrain grâce à la braise de boulanger pulvérisée, portée d'abord au rouge, puis bouillie avec l'acide chlorhydrique, enfin lavée à fond à l'eau distillée (¹). Ce milieu, très pauvre en sels de toute sorte et en fluor, est un excellent milieu de culture que je propose aux botanistes expérimentateurs pour remplacer très avantageusement le verre, le coton, le sable siliceux lavé aux acides ou l'eau pure, et ne pas transformer, dans leurs essais, les cultures terrestres en cultures aquatiques. C'est dans ce milieu que j'ai opéré et que les botanistes pourront, comme moi, étudier les effets activants ou nuisibles des divers engrais ou matières minérales. L'eau employée par nous était de l'eau de pluie (²). Après avoir d'abord fait nos cultures en pots dans ce milieu charbonneux, nous avons repris ensuite sur de véritables champs de plusieurs ares les expériences pratiques que nous nous proposons de communiquer bientôt à l'Académie, relativement aux effets qu'exerce sur la végétation l'addition des fluorures aux sols arables.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur la chaleur spécifique des fluides maintenus à l'état de saturation*. Note (³) de M. E. **Ariès**.

L'entropie S d'un fluide maintenu à l'état de saturation est, comme la tension P que ce fluide exerce et comme le volume v qu'il occupe, une fonction de la température seule. En prenant le volume comme abscisse et la pression comme ordonnée, le cycle de transformations que subit le corps

(¹) Le quartz ordinaire pulvérisé contient du fluor et cède de la silice.

(²) On sait qu'elle contient seulement une *trace* de sulfates de soude et de chaux, un peu de chlorures alcalins et de nitrate d'ammoniaque; ces traces étaient totalement indifférentes dans nos essais sur l'action des fluorures.

(³) Séance du 29 mai 1917.

est représenté par une courbe qu'on peut appeler la *courbe de saturation*. Ce cycle donne lieu à la considération de la chaleur spécifique M, définie par la formule générale $M = T \frac{\partial S}{\partial T}$. Suivant que le corps sera à l'état de vapeur ou à l'état liquide, on peut affecter les quantités variables qui s'y rapportent de l'indice 1 ou de l'indice 2, et poser

$$M_1 = T \frac{\partial S_1}{\partial T}, \qquad M_2 = T \frac{\partial S_2}{\partial T}.$$

Tout le monde s'accorde à reconnaître que la chaleur spécifique M_2 d'un liquide saturé est une quantité positive. L'ingénieur aussi bien que le physicien ont un grand intérêt à connaître, aux différentes températures, la valeur ou, tout au moins, le signe de la chaleur spécifique M_1 d'une vapeur saturée. Cependant nos connaissances sont encore assez bornées et incertaines sur ce sujet.

Combes, Dupré et bien d'autres savants ensuite, en se basant sur l'allure des variations de la chaleur spécifique M_1 avec la température pour l'eau, le sulfure de carbone, l'acétone, la benzine, le chloroforme, le chlorure de carbone, l'alcool et l'éther, ont été conduits à admettre que ce coefficient, négatif aux températures assez basses, croît constamment avec la température et passe par une *température d'inversion*, à partir de laquelle il resterait vraisemblablement positif jusqu'à la température critique. Mais on s'est généralement abstenu de se prononcer sur la valeur et le signe que pouvait prendre M_1 aux températures voisines du zéro absolu.

Une application plus complète et plus rigoureuse que celle qui a été faite jusqu'ici des principes de la Thermodynamique peut, croyons-nous, porter quelque clarté sur les points encore obscurs.

Ces principes assignent les propriétés suivantes aux lignes isothermiques et adiabatiques indiquées respectivement sur la figure par des traits pointillés et des traits fins.

1° Deux lignes d'un même système ne peuvent se couper.

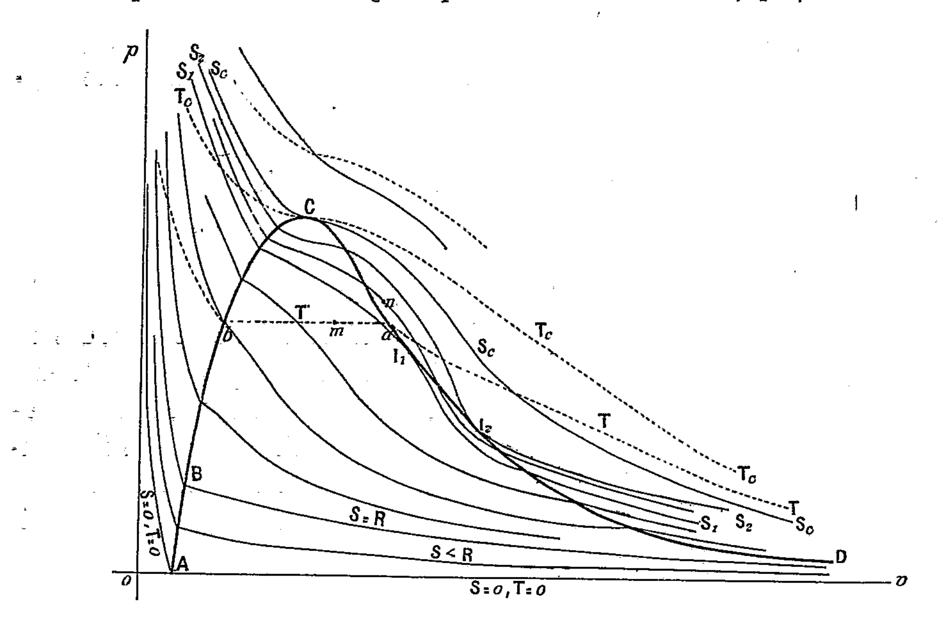
2° Pour chaque système, l'ordonnée varie en sens inverse de l'abscisse.

3° Chaque ligne d'un système progresse vers la direction positive des axes de coordonnées, à mesure que la température ou l'entropie croît.

4° Chaque ligne d'un système coupe en un seul point chaque ligne de l'autre système, la ligne adiabatique passant de droite à gauche au-dessus de la ligne isothermique.

Nous admettrons, en outre, comme indiquées par l'expérience les hypothèses suivantes concernant l'état de saturation :

a. La température croissant du zéro absolu à la température critique T_c, la densité du liquide décroît, et la densité de la vapeur, d'abord nulle, croît sans cesse, les deux densités tendant rapidement à s'égaliser par une faible élévation de la pression pour faire aboutir le fluide à l'état critique. La courbe de saturation aura, en conséquence, la forme générale et continue représentée sur la figure par le trait fort $ABCI_1I_2D$, avec une tan-



gente horizontale à son sommet C, qui est le point critique. Tout point *m* intérieur à la courbe, et situé sur une droite horizontale *ab*, figure une liquéfaction partielle à température constante T, et l'on sait que le point *m* est le centre de gravité des quantités de vapeur et de liquide en les supposant concentrées respectivement aux points extrêmes *a* et *b*.

b. Au voisinage de la température critique, M_1 est positif et finit par devenir négatif à plus basse température. C'est la conclusion, peut-être encore contestable, à laquelle sont arrivés les savants cités plus haut : il en résulte que la ligne adiabatique S_c qui passe au point critique C, aura, en ce point, une inflexion comme la ligne isothermique T_c.

Par la seule inspection de la partie de courbe ABC, on voit que l'entropie du liquide croît sans cesse avec la température et que, par suite, la chaleur

spécifique M_2 est toujours positive. Mais, au zéro absolu, M_2 s'annule comme nous allons le voir.

Considérons d'une façon générale la chaleur spécifique $T\frac{dS}{dT}$ d'un corps pris dans un état quelconque, et dont la définition, laissée ici indéterminée, dépendra de la manière dont peut être conçue la transformation élémentaire donnant lieu à une variation dS d'entropie pour une variation dT de la température. Prenons comme variables indépendantes la température et la pression : nous aurons (¹)

$$(1)\qquad T\frac{\partial S}{\partial T} = \lim \frac{T}{dT}\left[\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p dT + \left(\frac{\partial S}{\partial p}\right)_T dp\right]$$
$$= \lim \frac{T}{dT}\left[\left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_p dT - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p dp\right]$$
$$= C_p - T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p \frac{\partial p}{\partial T} = C_p - Tv\alpha_p \frac{\partial p}{\partial T}.$$

Le second membre de cette formule bien connue représentera la chaleur spécifique M, si p est constamment égal à la tension P du fluide maintenu à l'état de saturation. Si on l'applique alors au calcul de la chaleur spécifique M_2, en faisant tendre la température T vers le zéro absolu, on aura tout à la fois, comme nous l'avons déjà démontré,

$$C_p = 0, \qquad \left(\frac{\partial v_2}{\partial T}\right)_p = 0, \qquad \frac{\partial P}{\partial T} = \lim \frac{P}{T} = \lim \frac{R}{v_1} = 0 \qquad \text{pour} \qquad T = 0$$

et, par conséquent,

$$M_2 = C_p - T\left(\frac{\partial v_2}{\partial T}\right)_p \frac{\partial P}{\partial T} = 0 \qquad \text{pour} \qquad T = 0. \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

La chaleur spécifique M_1, quand on fait tendre T vers le zéro absolu, se calcule par la même formule. La vapeur saturée devient alors gaz parfait, et sa tension P satisfait aux relations

$$Pv_1 = RT \qquad \text{et} \qquad P = KT^{\frac{m}{m-1}}, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{T}{P}\frac{\partial P}{\partial T} = \frac{m}{m-1}.$$

On a d'ailleurs

$$C_p = C, \qquad \left(\frac{\partial v_1}{\partial T}\right)_p = \frac{R}{P};$$

(¹) Pour les notations, formules et propriétés rappelées, se reporter à trois de nos précédentes Communications (*Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 343, 477 et 593). Voir aussi la manière dont M. C. Raveau a traité le même sujet : *Journal de Physique*, 1892, p. 461.

et la formule (1) donne

$$M_1 = C - T\frac{R}{P}\frac{\partial P}{\partial T} = C - \frac{m}{m-1}R = C - C = 0 \qquad \text{pour} \qquad T = 0.$$

La chaleur spécifique d'une vapeur saturée, comme la chaleur spécifique d'un liquide saturé, s'annule au zéro de la température absolue.

M_1 est positif aux très basses températures, car la ligne adiabatique $S = R$ (S étant l'entropie du poids moléculaire du corps) touche la courbe de saturation à l'infini; les lignes immédiatement supérieures coupent cette courbe en des points très éloignés qui s'élèvent également, en sorte que l'entropie moléculaire de la vapeur saturée qui part de la valeur R pour $T = 0$, commence par croître avec la température, d'où résulte que M_1 est positif au voisinage du zéro absolu.

M_1 est encore positif au voisinage de la température critique; donc il change de signe un nombre pair de fois dans l'intervalle, ce qui donne lieu à un nombre pair de températures d'inversion. Comme toutes les données de l'expérience ont paru démontrer l'existence de chaleurs spécifiques négatives, il semble naturel d'admettre qu'il existe pour tous les corps deux températures d'inversion, et deux seulement. Elles correspondent aux points de contact I_1 et I_2 que les lignes adiabatiques S_1 et S_2 ont avec la courbe de saturation.

Le long de cette courbe, l'entropie du fluide saturé, d'abord nulle au point A, va en croissant jusqu'au point critique C, en décroissant du point C au point I_1, puis en croissant du point I_1 au point I_2, et enfin en décroissant du point I_2 pour tendre vers la valeur R, quand le volume de la vapeur saturée augmente indéfiniment. Cette entropie atteint une valeur maxima aux points C et I_2, et une valeur minima au point I_1.

Par raison de continuité, les deux chaleurs spécifiques M_1 et M_2 semblent prendre une valeur commune et finie au point critique.

On suit facilement sur la figure l'effet d'une détente ou d'une compression adiabatique exercée sur un gaz ou une vapeur. Cet effet varie suivant la valeur constante que conserve l'entropie du fluide dans ces opérations; il est particulièrement intéressant à observer quand la vapeur part d'un état initial, marqué par le point *n*, avec une température supérieure à la température d'inversion T_2 et avec une entropie comprise entre S_1 et S_2. Dans ce cas, une compression finira par aboutir à une condensation qui pourra être complète et transformer toute la vapeur en liquide; une détente

entraînera d'abord une condensation partielle qui, après avoir atteint un maximum, finira par disparaître pour laisser la vapeur sèche, quelque prolongée que soit la détente.

M. G. **Mittag-Leffler** fait hommage à l'Académie des fascicules 40 : 4 et 41 : 1 des *Acta mathematica*.

PLI CACHETÉ.

M. J. **Persoz** demande l'ouverture d'un pli cacheté, reçu dans la séance du 14 août 1865 et enregistré sous le n° 2298.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *Deuxième Mémoire sur l'état moléculaire des corps ; matières organiques ; de la formation des acides.*

(Renvoi à la Section de Chimie.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** invite l'Académie à lui présenter une liste de candidats pour une chaire de *Chimie organique* au Collège de France.

(Renvoi à la Section de Chimie.)

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les formes binaires à indéterminées conjuguées qui restent invariantes par un groupe de substitutions linéaires.* Note de M. **Gaston Julia**.

J'ai montré (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 599) que, si φ et ψ sont deux formes d'Hermite indéfinies à coefficients entiers, et à demi-sphères représentatives sécantes, il existe un groupe G, cyclique, formé d'une infinité de substitutions modulaires hyperboliques, conservant à la fois φ et ψ. Il en résulte qu'un tel groupe conserve la forme à indéterminées conjuguées

de degré $2n$

$$f = a_0\varphi^n + a_1\varphi^{n-1}\psi + a_2\varphi^{n-2}\psi^2 + \ldots + a_n\psi^n,$$

les a_i étant des nombres réels quelconques. On voit donc que, contrairement à ce qui se passe pour les formes binaires ordinaires, il existe des formes à indéterminées conjuguées de degré arbitrairement élevé, invariantes par un groupe *infini* de substitutions linéaires.

Il est cependant aisé de montrer que :

Toute forme binaire à indéterminées conjuguées qui reste invariante par un groupe infini de substitutions linéaires est du type

$$f = a_0\varphi^n + a_1\varphi^{n-1}\psi + \ldots + a_n\psi^n,$$

φ *et* ψ *étant deux formes d'Hermite distinctes* (à coefficients quelconques, non forcément entiers), *les* a_i *étant des nombres réels quelconques*. Inversement, toute forme de ce type admet une infinité de substitutions automorphes, à savoir toutes celles qui conservent à la fois φ et ψ.

Les formes du type précédent sont décomposables :

$$f = a_0(\varphi - \lambda_1\psi)(\varphi - \lambda_2\psi)\ldots(\varphi - \lambda_n\psi).$$

Il leur correspond dans le plan $O\xi\eta$ des courbes

$$f(z, 1) = \varphi(z, z') = 0$$

qui se décomposent en n cercles; ces cercles auront des équations en $\xi\eta$ $(z = \xi + i\eta)$ à coefficients réels lorsque λ_i sera réel; à deux valeurs complexes conjuguées de λ correspondront deux cercles imaginaires conjugués.

Il est donc possible d'affirmer qu'une forme binaire à indéterminées conjuguées *indécomposable* ne peut admettre comme groupe automorphe qu'un *groupe fini*.

Ces groupes finis sont bien connus maintenant, et il est facile de donner les types canoniques auxquels se ramènent (par une substitution linéaire) toutes les formes à indéterminées conjuguées que ces groupes laissent invariantes. On suppose pour cela que le groupe fini est un groupe de polyèdre régulier. Si alors on fait la projection stéréographique Γ sur la sphère de la courbe $\varphi(z, z') = 0$ du plan $O\xi\eta$ qui correspond à la forme f, on trouve que le cône qui a pour sommet l'origine et pour directrice la courbe Γ revient sur lui-même par toutes les rotations du groupe d'un polyèdre. Ce cône est donc une des surfaces qui ont été étudiées par M. Goursat. On connaît toutes ces surfaces, on en déduit toutes les formes cherchées.

On trouve que toutes ces formes sont des polynomes homogènes par rapport à *quatre formes fondamentales* P, Q, R, S qui caractérisent le groupe fini considéré; ces quatre formes fondamentales sont du même degré, ce sont des formes binaires à indéterminées conjuguées à coefficients entiers.

Voici, à titre d'exemple, les formes P, Q, R, S auxquelles on parvient pour le groupe du tétraèdre :

$$P(x, y) = [4xx'yy'(x^2x'^2 - xyx'y' + y^2y'^2) - (x^2y'^2 + x'^2y^2)^2](xx' + yy')^2,$$
$$Q(x, y) = -i(x^2y'^2 - x'^2y^2)(xx' - yy')(xx' + yy')^3,$$
$$R(x, y) = 2(x^2y'^2 + x'^2y^2)[(x^2y'^2 + y^2x'^2)^2 - (x^2x'^2 - 4xx'yy' + y^2y'^2)y^2y'^2],$$
$$S(x, y) = (xx' + yy')^6.$$

Elles sont toutes du degré 12, et à coefficients entiers.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une extension de la notion de densité des ensembles*. Note (¹) de M. **W. Sierpiński**.

Dans cette Note nous donnerons une extension de la notion de *densité* (épaisseur) d'un ensemble de points qui sera applicable aux ensembles quelconques (mesurables ou non) et nous démontrerons un théorème général sur les ensembles de points. Pour simplifier nous nous bornerons aux ensembles linéaires.

Soit E un ensemble donné quelconque, mesurable ou non. Désignons généralement par $E_{a,b}$ la partie de l'ensemble E contenue dans l'intervalle (a, b). Appelons *densité extérieure* de l'ensemble E en un point x la limite, si elle existe,

$$\lim_{\varepsilon=0} \frac{m_e(E_{x-\varepsilon, x+\varepsilon})}{2\varepsilon},$$

$m_e(E)$ désignant la mesure extérieure, au sens de Lebesgue, de l'ensemble E.

Théorème. — *Les points où la densité extérieure d'un ensemble* E (mesurable ou non) *est égale à* un, *forment un ensemble mesurable* G *dont la mesure est égale à la mesure extérieure de l'ensemble* E. *Les points de* E *qui n'appartiennent pas à* G *forment un ensemble de mesure nulle.*

Démonstration. — Soit E un ensemble donné quelconque, mesurable ou

(¹) Séance du 18 juin 1917.

non, et désignons par G l'ensemble de tous les points (appartenant à E ou non) en lesquels la densité extérieure de E est égale à un.

On démontre sans peine qu'il existe, pour l'ensemble E, un ensemble mesurable M contenant E et tel que

$$m(M) = m_e(E). \tag{1}$$

De là résulte sans peine que les ensembles M et E ont la même mesure extérieure dans tout intervalle, donc la même densité extérieure aux points où elle est déterminée, Or, pour un ensemble mesurable, la densité extérieure se confond avec la densité (épaisseur), et d'après un théorème qui est dû à M. Lebesgue la densité d'un ensemble mesurable M est presque partout égale à un dans M et presque partout égale à zéro dans le complémentaire de M. Il en résulte que les points de M n'appartenant pas à G et les points de G n'appartenant pas à M forment un ensemble de mesure nulle. Donc

$$m(G) = m(M)$$

et, d'après (1),

$$m(G) = m_e(E). \tag{2}$$

Or, M contenant E et l'ensemble M — G étant de mesure nulle, l'ensemble de tous les points de E n'appartenant pas à G est de mesure nulle. Notre théorème est donc démontré complètement.

Posons encore

$$H = E + G;$$

d'après $m(E - G) = 0$, nous aurons évidemment $m(H) = m(G)$; donc, d'après (2),

$$m(H) = m_e(E).$$

H sera donc un ensemble mesurable bien déterminé par E, contenant E et ayant une mesure égale à la mesure extérieure de E. Nous pouvons donc affirmer :

On peut définir une loi d'après laquelle à tout ensemble non mesurable E *correspond un ensemble mesurable* $H = H(E)$ *bien déterminé contenant* E *et ayant une mesure égale à la mesure extérieure de* E.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Contribution à l'étude du cas le plus général du choc dans un système de points matériels soumis à la loi de Newton.* Mémoire de M. **E. Jablonski**, présenté par M. Appell. (Extrait par l'auteur.)

Le cas du choc binaire a été complètement résolu par M. Sundmann, pour trois corps, et sa solution s'étend facilement au cas d'un nombre quelconque de corps lorsque deux d'entre eux et deux seulement se heurtent au même instant. Plus tard le même auteur a abordé l'étude du cas où, dans un système de trois corps, tous les trois se heurteraient simultanément (*Acta societatis Fenicæ*, t. 34). Je me suis proposé l'examen de la question sous la forme la plus générale en envisageant le cas où, dans un système de n points matériels soumis à la loi de Newton, abstraction faite de toute force autre que les attractions mutuelles, il se forme, au même instant, un ou plusieurs groupes de points, à savoir : un groupe de n' points se heurtant simultanément en un point A, un groupe de n'' points se heurtant simultanément en A_1, ..., les autres points du système restant isolés. Je suis arrivé, dans un Mémoire qui paraîtra prochainement, à cette conclusion générale qui comprend comme cas très particuliers les résultats trouvés par M. Sundmann : dans chaque groupe, les points matériels qui viennent simultanément se choquer au point A tendent à former une figure bien définie, polyédrale, plane ou rectiligne; les rapports de leurs distances mutuelles tendent vers des limites bien déterminées, jamais ni nulles ni infinies, qui ne peuvent dépendre que des masses et de la constante d'attraction universelle et qui même, dans certains cas particuliers, peuvent en être indépendantes et être des nombres constants.

Ces figures de groupement ont une signification intéressante; ce sont celles de l'équilibre d'un système fictif de points, ayant respectivement les mêmes masses que ceux du groupe considéré et en même nombre, qui s'attireraient mutuellement suivant la loi de Newton, mais, en outre, se repousseraient mutuellement proportionnellement à leur distance et au produit de leurs masses, l'action répulsive de l'unité de masse sur l'unité de masse à l'unité de distance étant $\frac{1}{M}$ où M désigne la masse totale du groupe.

J'ai été conduit à ces recherches par la rencontre de solutions particulières des équations différentielles du mouvement d'un système de n points matériels, solutions qu'on peut aisément mettre en évidence toutes les fois

qu'il y a une fonction de forces homogène par rapport à l'ensemble des coordonnées de tous les points du système. En me limitant au cas d'un système newtonien, j'ai, dans la première partie de mon travail, étudié ces solutions particulières. Elles donnent un mode de mouvement relatif par rapport au centre de gravité du système où chaque point décrit toujours la même droite passant par ce centre de gravité, tandis que l'ensemble des points du système affecte, à tout instant, une figure homothétique par rapport à ce centre de gravité d'une figure fixe définie plus haut. Dans ce mouvement, tous les points du système peuvent simultanément se heurter au centre de gravité, une fois, ou périodiquement un nombre illimité de fois, et après chaque choc, il y a rebroussement simultané de tous les points, mais ceci doit s'entendre dans le sens de la cinématique.

Un cas particulièrement intéressant est celui où ce mouvement relatif est périodique; alors le système des points ou atomes forment une molécule en équilibre mobile, c'est-à-dire stable, dont la figure conserve une forme invariable se dilatant et se contractant suivant une loi déterminée. La condition de périodicité, c'est-à-dire de stabilité, mérite de retenir l'attention: il faut et il suffit que la constante des forces vives ou énergie totale du système, dans son mouvement relatif par rapport à son centre de gravité, soit négative.

Le cas bien connu de deux corps soumis à la loi de Newton conduit à la même conclusion lorsqu'on cherche la condition pour qu'il y ait stabilité, c'est-à-dire pour que le mouvement relatif soit elliptique. J'ai été amené ainsi, incidemment, à voir si elle subsiste pour un nombre quelconque de corps et à démontrer cette proposition : Pour qu'il y ait stabilité, c'est-à-dire pour que toutes les distances mutuelles restent finies lorsque le temps t croît indéfiniment, il *faut* que, dans le mouvement relatif par rapport au centre de gravité du système, la constante des forces vives ou énergie totale du système soit négative, et si cette condition est satisfaite, il y a stabilité d'au moins une partie du système, toutes les distances mutuelles ne pouvant pas croître indéfiniment avec t.

L'étude des figures de groupement définies plus haut est capitale pour savoir si les solutions particulières en question sont possibles, mais surtout pour la question plus générale du choc multiple qui est l'objet principal de mes recherches et dont la possibilité est liée à l'existence de ces figures. Je démontre qu'il y a toujours au moins une figure polyédrale pour $n \geqq 4$, n étant le nombre des points du groupe (pour $n = 4$ la figure est un tétraèdre régulier), et que pour n quelconque il y a au moins une figure plane poly-

gonale et au moins une où tous les points sont disposés sur une même droite. J'ai étudié complètement le cas de trois points pour lequel je trouve un triangle équilatéral et trois dispositions rectilignes quand les masses sont inégales, deux si deux des masses sont égales, une seule si les trois masses sont égales (M. Sundmann, dans le Mémoire précité, avait trouvé le triangle équilatéral et une disposition rectiligne possible, mais par une analyse difficilement généralisable). Je démontre en outre que, dans le cas le plus général où les masses sont quelconques, il ne peut pas y avoir, pour un même système de points, une infinité de figures de groupement répondant à la question.

Dans la seconde partie de mon travail, j'aborde le cas général du choc et, par une suite de propositions, sans rien préjuger sur l'espèce de la valeur critique $t = t_1$ pour les intégrales des équations différentielles du mouvement, j'arrive à la conclusion générale énoncée au début de cette Note.

Le problème de l'étude du mouvement dans chaque groupe et pour tout le système est ramené par mon analyse à celui de l'étude des intégrales de systèmes d'équations différentielles où les variables dépendantes convenablement choisies qu'on substitue aux coordonnées des points et aussi la variable indépendante qu'on substitue au temps t, prennent à l'instant t_1 du choc des valeurs finies et bien déterminées, par exemple $u_p^{(0)}$ pour l'une d'elles u_p; et grâce aux transformations effectuées, les équations différentielles du mouvement sont, pour $t - t_1$ assez petit, développables en séries convergentes et entières par rapport aux différences $u_p - u_p^{(0)}$ (p de 1 à n), ce qu'on ne pouvait pas faire, dans le cas du choc, sur les équations différentielles du mouvement prises sous la forme classique fondamentale.

C'est une première étape sur la voie que j'espère pouvoir continuer à suivre.

ASTRONOMIE. — *Sur quelques principes applicables à la Planétographie comparée.* Note (¹) de M. **Émile Belot**, présentée par M. Bigourdan.

Dans des Notes antérieures (²) j'ai appliqué à la Terre des notions de Cosmogonie tourbillonnaire et des principes de la Physique de l'eau qui

(¹) Séance du 18 juin 1917.
(²) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 647; t. 159, 1914, p. 89; t. 162, 1916, p. 516 et 951.

peuvent aussi servir à une étude des astres voisins de la Terre (Mars, Vénus, Lune) dont les conditions de formation ont dû se ressembler.

Calculons par la loi des distances des satellites, précisée dans ma Note [1], les distances x des quatre premiers satellites primitifs de ces astres; puis par l'intégrale de Jacobi la distance α où un satellite ne peut plus être retenu par son astre central. Simplifiant une formule déjà appliquée par M. Luc Picart [2] à la Terre et à Mars, on exprime D distance au Soleil en rayons de la planète dont on considère les satellites, et m la masse de la planète en fraction de celle du Soleil; on a alors

$$\alpha = D\sqrt[3]{\frac{m}{81}} \qquad (\alpha \text{ en rayons de la planète}).$$

Le Tableau suivant contient les distances x et α ainsi que les valeurs de g (intensité de la pesanteur) et t (température théorique) à la surface de chaque astre :

	Mars.	Terre.	Vénus.	Lune.
Loi des distances x.	$0,165 + 2,605^n$	$0,35 + 2,897^n$	$0,32 + 2,82^n$	$0,08 + 2,45^n$
x_1	**2,77** (Phobos)	3,25	3,14	2,53
x_2	**6,95** (Deimos)	8,74	7,92	6,08
x_3	17,84	24,67	21,27	(14,79)
x_4	46,21	**70,81** (Lune) [3]	(58,08)	(36,14)
α	105,7	78,1	54,7	11,77
g	0,37	1	0,88	0,166
t [4]	$-37°$	6°,5	65°	de $+150°$ à -250^m
H	51^m	3000^m	1760^m	29^m [5]

Ainsi Mars pourrait avoir deux satellites stables au delà de Deimos (x_5 dépasse 105,7) : la Lune que la résistance de la nébuleuse primitive a arrêtée à la distance angulaire de 18° au-dessous de l'équateur terrestre (distance moyenne 60,27) est le dernier satellite stable de la Terre; les satellites x_4 de Vénus et x_3, x_4 de la Lune n'ont pu exister. Mais tandis que x_1, x_2 subsistent pour Mars, ils ont disparu pour la Terre, Vénus et la Lune, ainsi que x_3 pour la Terre et Vénus. Pour expliquer ces disparitions il faut admettre que l'atmosphère primitive de ces astres très diluée, mais consti-

(1) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 564.

(2) *Quelques points relatifs à la théorie de la capture des comètes* (Lille, 1903).

(3) Distance où la Lune aurait atteint ce plan de l'équateur terrestre.

(4) D'après Christiansen.

(5) Hauteur moyenne d'eau.

tuant une résistance de milieu, ne s'est pas étendue jusqu'à 2,77 pour Mars, mais a atteint 24,67 pour la Terre, 21,27 pour Vénus et 6,08 pour la Lune.

Sachant que l'atmosphère primitive de la Terre contenait une hauteur moyenne de 3000^{m} d'eau, on peut par comparaison avec les distances des satellites disparus ou non obtenir l'ordre de grandeur des hauteurs H d'eau contenues dans les atmosphères primitives de Mars, Vénus et la Lune, en supposant négligeables les gaz atmosphériques au regard de la vapeur d'eau, et la hauteur de chaque atmosphère variant en sens inverse de g et dilatée en proportion des t, températures calculées par Christiansen au moyen de la constante solaire sur la Terre.

Le Tableau ci-dessus indique les hauteurs H d'eau qui doivent subsister sur Mars, Vénus et la Lune, et qui donnent lieu aux suggestions suivantes par comparaison avec la Terre :

Mars. — La même cause que sur la Terre (frottement de la nébuleuse sur les couches externes de l'atmosphère) a dû produire un déluge austral primitif sur Mars, Vénus et la Lune; en effet sur Mars presque toutes les mers sont australes (mare *Australe Erythræum*, etc.); comme sur la Terre elles présentent une dissymétrie en longitude analogue à la dissymétrie du Pacifique qui s'explique [1] par un phénomène d'équilibre instable autour d'un pôle. Sur le quart de sphère austral contenant Syrtis major et s'étendant de 70° longitude à 250° longitude, les mers martiennes s'avancent jusqu'à 10° de latitude de l'équateur, tandis que sur l'autre quart de sphère austral, elles ne vont que jusqu'à la latitude 45°. Occupant 0,28 de la surface de Mars, elles ont ainsi une profondeur moyenne maxima de 180^{m}. Cette faible profondeur montre qu'il n'a pu se produire ni effet antipodique ni érosion avec transport de sédiments comme sur la Terre : de même l'absence de précipitation satellitaire a empêché toute surrection orogénique. Les reliefs doivent donc être peu accentués et même instables à la suite de la fusion des glaces polaires. La torsion vers l'Est des saillies martiennes australes existe pour la même cause que sur la Terre (Atlantis, Hesperia, Ausonia).

Vénus. — Les 1760^{m} de hauteur moyenne d'eau sur Vénus correspondent à une pression atmosphérique primitive qui serait sur la Terre de 154^{atm} alors que la pression critique de l'eau est 194^{atm}. Ainsi il n'y a pas eu sur Vénus, autour du pôle austral, de *déluge critique* comme sur la Terre, où la pression initiale dépassait 300^{atm}; par suite pas d'érosion violente ni de transport de sédiments pour former des soubassements de continents boréaux. Ainsi l'eau s'est étendue lentement, à partir du pôle austral, recouvrant probablement toute la surface de Vénus, d'autant que le refroidissement de son atmosphère a été plus long que sur la Terre.

[1] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 951.

L'absence de saillies continentales sur Vénus expliquerait bien l'uniformité d'aspect des vapeurs qui l'enveloppent, mais à une condition, c'est que sa rotation ne s'effectue pas comme celle de la Lune : car dans ce cas l'hémisphère constamment opposé au Soleil agissant comme un puissant condenseur à — 200° aurait dépouillé Vénus de son atmosphère aqueuse. Cet argument physique est la preuve la plus forte qu'on puisse apporter de la rotation rapide de Vénus, en dehors de celle qui résulte du calcul de sa durée de rotation ($28^h 13^m$) par la loi des rotations [1].

Lune. — Comment avec moins d'eau encore que Mars, la Lune a-t-elle des saillies importantes? On sait [2] que le volcanisme doit être considéré comme résultant de fissures profondes où pénètre l'eau; or il est beaucoup plus abondant sur l'hémisphère austral que sur l'autre : la Lune a donc eu aussi un déluge austral primitif. Les fissures, absorbant l'eau au profit du volcanisme, sont dues sur la Lune aux marées de l'écorce, à la chute des satellites x_1, x_2, au retrait de sa surface qui passe en $13^j,5$ de + 150° à — 250°, conditions qui n'existent sur aucune planète à rotation rapide. La Lune diffère encore de ces astres par la position de son axe à peu près normal à l'écliptique. La pression du *vent relatif* de la nébuleuse qui explique bien la dépression de l'Océan arctique sur la Terre s'exercera donc sur la Lune à une grande distance du pôle boréal, surtout si l'on tient compte de l'entraînement de la Lune sur l'orbite terrestre. Or toute dépression sur une surface sphérique à faible rotation est *circulaire* par raison de symétrie : c'est là l'origine des mers circulaires boréales (mers des *pluies*, de la sérénité, des crises). En même temps s'explique la couleur plus foncée des mers : en effet, si le vent divergent a chassé des mers vers leur pourtour les scories calcaires de densité 2, 3, il met à nu des roches fondues plus denses (2, 7) mélanocrates (basalte, péridot, etc.) dont la couleur est plus foncée. On peut d'ailleurs produire ce phénomène d'une crête circulaire en soufflant normalement à la surface d'un bain de paraffine en fusion saupoudré de poudre de liège.

En résumé, on voit combien la Physique des fluides impose de variété aux reliefs des surfaces planétaires, même lorsque leurs conditions de formation se ressemblent.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 143, 1906, p. 1126.
(2) *Ibid.*, t. 162, 1916, p. 639.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Recherches expérimentales sur le tétraèdre terrestre et distribution des terres et des mers.* Note de M. **Pierre-Th. Dufour**, présentée par M. Ch. Lallemand.

L'hypothèse de la déformation tétraédrique de l'écorce terrestre a reçu une confirmation dans l'expérience classique de M. Ch. Lallemand qui consiste à faire le vide dans un ballon de caoutchouc. Il se creuse à la surface du ballon quatre poches qui lui donnent une symétrie tétraédrique. Le même phénomène s'observe avec un ballon de verre ramolli par la chaleur.

On n'obtient pas à coup sûr cette déformation tétraédrique qui ne semble se réaliser que pour une parfaite homogénéité de l'écorce et une parfaite symétrie des actions extérieures. La déformation, habituelle, d'écorces moins parfaites présente une seule poche déprimée qui donne à la sphère l'apparence « d'un fourneau de pipe ». C'est en outre à des sphères creuses que se rapportent ces expériences.

Pour observer la déformation d'une écorce sphérique s'appuyant sur un noyau liquide, nous avons utilisé le dispositif expérimental suivant (¹), analogue à celui de Plateau :

Des globules de paraffine liquide de 6^{mm} à 8^{mm} de diamètre sont immergés dans de l'alcool méthylique, de même densité que la paraffine, porté à une température légèrement supérieure à la température de fusion de la paraffine. En laissant refroidir le bain on assiste à la solidification du globule, parfaitement sphérique, en suspension dans l'alcool et l'on peut s'assurer que l'écorce qui se forme s'appuie bien sur un noyau central, liquide.

Dans un bain au repos qui présente toujours à sa partie inférieure de l'alcool plus froid et qui provoque, par conséquent, une solidification un peu irrégulière, le globule se déforme toujours en « fourneau de pipe », c'est-à-dire avec une seule poche. En maintenant le bain en mouvement, de façon à avoir une solidification plus régulière, on peut obtenir alors des globules à symétrie tétraédrique à faces convexes et arêtes et sommets arrondis; mais, comme dans la déformation de la balle en caoutchouc, cette déformation tétraédrique semble être un équilibre instable et ne se produisant qu'avec une parfaite symétrie des actions extérieures.

(¹) Pierre-Th. Dufour, *Annales de l'Institut océanographique*, t. 7, fasc. 10. Paris, Masson.

Ces globules ne sont pas assez réguliers pour permettre la mesure des rayons de courbure; nous avons cherché, cependant, une construction géométrique *empirique* définissant un solide ayant même apparence que les globules en tétraèdre émoussé. Nous utilisons pour cela une circonférence de cercle qui serait déformée suivant une ligne sinueuse définie par

$$r = R + a \sin n\varphi,$$

où r = rayon vecteur; R = rayon de la circonférence primitive; a = amplitude maximum de l'ondulation; n = nombre des ondulations complètes le long de la circonférence; φ = angle du rayon vecteur avec un rayon origine.

La construction géométrique empirique de la déformation de la sphère est alors la suivante : par un point quelconque de la sphère pour lequel on cherche la dénivellation on mène, passant par les quatre sommets d'un tétraèdre régulier inscrit, quatre grands cercles déformés comme il est indiqué ci-dessus, de telle façon que le rayon vecteur d'un sommet d'une protubérance du cercle déformé coïncide avec le rayon vecteur d'un sommet du tétraèdre inscrit par lequel ce cercle est astreint à passer. Au point d'intersection de ces quatre grands cercles nous aurons quatre dénivellations partielles dont nous faisons la somme algébrique, celle-ci définit la déformation de la sphère en ce point.

En prenant pour n la valeur 3, on obtient un solide en premier degré imitant fort bien la déformation tétraédrique des globules de paraffine. Avec n égal à 9, on obtient un bossellement de la sphère en deuxième degré avec 24 protubérances, conservant la symétrie tétraédrique, et qui pourrait être provoqué par la réaction du noyau central limitant l'amplitude des dépressions.

En augmentant la valeur de n on peut faire varier dans des limites arbitraires le rapport des nombres qui expriment la surface enveloppante et le volume enveloppé. En passant de la déformation en premier degré à la déformation en second degré, certaines régions de la surface du solide qui avaient une cote positive prennent une cote négative et inversement.

Le solide en deuxième degré peut expliquer la subdivision des masses continentales, en compartiments, et celle des océans en bassins séparés par des seuils, l'origine marine d'une grande partie des terres actuelles et l'immersion d'anciens continents dans les océans.

Ces déformations tétraédriques, cependant, ne sont compatibles, d'après le résultat de nos expériences, qu'avec une homogénéité parfaite de l'écorce

et son refroidissement régulier. Mais une telle déformation qui se serait produite au début de la solidification aura nécessairement conduit à l'hétérogénéité subséquente de l'écorce terrestre. Les parties les moins denses du magma central se seront accumulées sous ces premières protubérances et auront participé par la suite à la solidification dans ces régions. M. John F. Hayford, dans ses recherches sur l'isostasie aux États-Unis, a confirmé ces variations de densité de l'écorce terrestre; elles jouent probablement un rôle prépondérant dans la distribution des terres et des mers conservant ainsi le dessin d'une déformation tétraédrique ancienne.

Dans l'état d'hétérogénéité de l'écorce terrestre et par suite du refroidissement irrégulier, la déformation produite actuellement par la contraction du noyau central semble devoir conduire, par analogie avec nos expériences, à la forme en fourneau de pipe. La grande surface occupée par l'océan Pacifique rend cette déformation fort probable.

Sur la silhouette lunaire, on a une opposition diamétrale des régions montagneuses et des régions de plaine qui feraient croire à la déformation tétraédrique. Mais comme l'ont montré MM. Puiseux et Jekhowsky (¹), les variations du rayon de courbure du disque lunaire sont beaucoup plus faibles que sur la Terre. La déformation de la Lune en fourneau de pipe, axé suivant la droite joignant la Terre et la Lune, est compatible avec cette grande régularité du disque lunaire.

PHYSIQUE. — *Dilatabilité de l'argon et du néon. Pression interne dans les gaz monatomiques*. Note de M. **A. Leduc**, présentée par M. J. Violle.

Le nouvel appareil dont je me sers pour étudier la compressibilité des gaz entre 1 et 5 atmosphères diffère de celui déjà décrit (²) par d'importants perfectionnements qui le rendent propre à la détermination des coefficients de dilatation sous volume constant.

Le tube-laboratoire, formé, comme le précédent, de trois ampoules raccordées par des tubes cylindriques, a un volume total de 950^{cm^3}. Il est plongé, ainsi qu'une partie du tube manométrique, dans une cuve de $0^m,90$ de hauteur qui contient 80^l d'eau convenablement agitée au moyen d'un courant d'air réglable.

(¹) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 562.

(²) *Annales de Chimie et de Physique*, 7ᵉ série, t. 15, p. 62 et suiv.

La température de cette eau ayant été abaissée jusque vers 5° ou 10°, un aide attentif la maintient constante à 0°,01 près par affusion d'eau glacée. Elle peut aussi être maintenue constante aux environs de 30° au moyen de lampes à incandescence convenablement distribuées dans le bain et alimentées par un courant dûment surveillé.

La dilatabilité du verre a été déterminée sur place par la méthode du thermomètre à poids.

Les températures, lues sur des thermomètres de Baudin, sont ramenées à l'échelle du thermomètre à hydrogène. L'étude du tube-laboratoire, la détermination des volumes et des pressions se font suivant les méthodes déjà décrites, et les niveaux du mercure sont repérés au moyen d'excellents cathétomètres construits suivant mes indications par M. Pellin.

Les seuls coefficients déterminés jusqu'ici sont les suivants :

Néon, entre 5°,47 et 29°,07 : 3664.10^{-6}.

Argon, entre 11°,95 et 31°,87 : 3669.10^{-6}.

Je les considère comme approchés à moins de 2.10^{-6} près. Mais cette précision est encore insuffisante, comme on va le voir, en ce qui concerne l'objet principal de cette recherche, qui est la comparaison des pressions internes dans les gaz monatomiques.

Admettons provisoirement l'exactitude de la dernière décimale. On sait que les coefficients $\beta = \frac{1}{p_0} \frac{dp}{dT}$ de l'hydrogène et de l'azote par exemple, ont très sensiblement la même valeur à 0° qu'à 20°, la variation ne portant que sur le cinquième chiffre. On peut donc admettre pour coefficients vrais à 0° de l'argon et du néon les coefficients moyens ci-dessus. Dès lors, si nous admettons pour température absolue de la glace fondante 273°,07 (et par conséquent 3662.10^{-6} pour coefficient du gaz parfait fictif), les pressions internes de nos deux gaz dans les conditions normales sont respectivement égales à

$$273,07 \times 3664.10^{-6} - 1 = 53.10^{-5} \text{ atm},$$

et

$$273,07 \times 3669.10^{-6} - 1 = 190.10^{-5} \text{ atm}.$$

Le rapport (3,6) de ces deux nombres est aussi peu éloigné qu'on pouvait l'espérer du rapport des carrés des masses moléculaires (3,98).

Ce résultat serait déjà très intéressant, s'il pouvait être donné comme certain. Malheureusement, il est fortement modifié si l'on prend pour température absolue de la glace fondante 273°, ou si l'on ajoute ou retranche une unité au quatrième chiffre du coefficient du néon. Comme il ne m'est

pas possible jusqu'ici de garantir ce chiffre, je suis obligé de faire des réserves relativement à la conclusion qui semble en vue.

Le cas est particulièrement épineux parce que le coefficient du néon est très voisin de celui du gaz parfait. La difficulté est encore plus grande avec l'hélium, de sorte qu'il y a peu de chances de résoudre directement la question.

Mais la réciproque nous apporte néanmoins un petit appoint à la justification de cette hypothèse que *les pressions internes dans les gaz monatomiques sont proportionnelles aux carrés des masses moléculaires.* D'après cela, en effet, la pression interne dans l'hélium doit être 100 fois plus faible que dans l'argon, c'est-à-dire 19.10^{-6} atmosphères dans les conditions normales. On en déduit que son coefficient β est $3662,1.10^{-6}$, c'est-à-dire pratiquement égal à celui du gaz parfait, comme l'a trouvé expérimentalement Kamerlingh Onnes. Le coefficient du néon, calculé de la même manière, serait $3663,8.10^{-6}$, pratiquement confondu avec mon nombre expérimental.

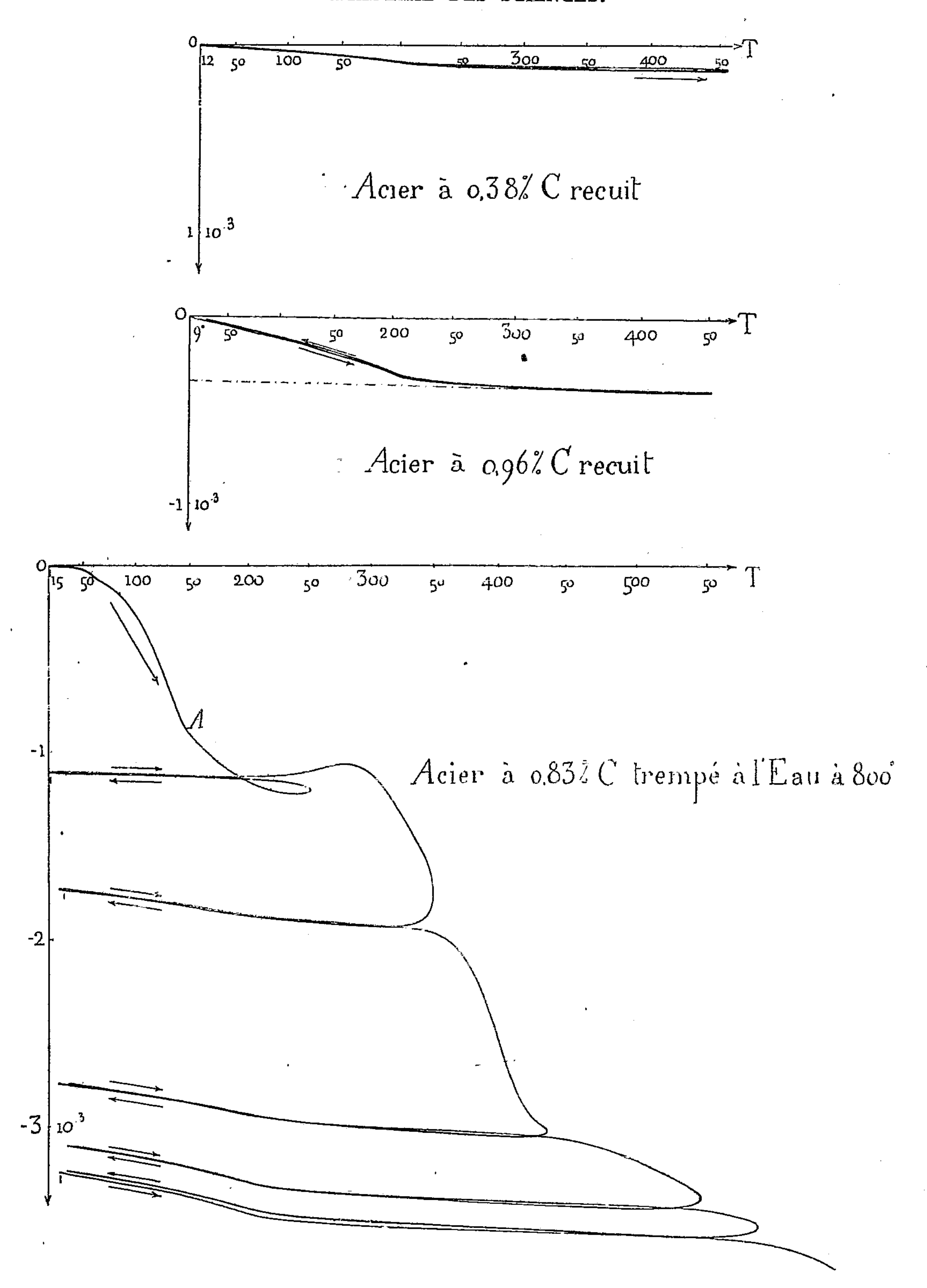
CHIMIE PHYSIQUE. — *Anomalie de la cémentite dans les aciers au carbone recuits, trempés et demi-trempés.* Note (¹) de M. **P. Chevenard**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

La transformation magnétique de la cémentite des aciers au carbone, découverte par Wologdine (²), s'accompagne d'un changement de direction de la courbe de dilatation. Le dilatomètre différentiel enregistreur, décrit dans une précédente Note, se prête aisément à l'étude quantitative de cette anomalie.

Les essais ont porté sur neuf aciers très purs, préparés en fondant au four électrique du fer de Suède et des débris d'électrodes de graphite. Les éprouvettes de dilatation de 100^{mm} de longueur étaient opposées à un étalon de fer électrolytique totalement dépourvu de carbone. Les courbes différentielles obtenues mettent en relief une *anomalie de dilatation négative*, presque exactement réversible, tout à fait comparable à l'anomalie négative des ferro-nickels du groupe Fe^2Ni. Pour tous les aciers, le coude de la transformation se trouve à 210°; ce point coïncide avec la température de chute brusque de l'aimantation de la cémentite obtenue par MM. Honda

(¹) Séance du 18 juin 1917.

(²) Wologdine, *Comptes rendus*, t. 148, 1909, p. 776.



0
T
12
50
100
50
50
300
50
400
50
Acier à 0,38% C recuit
1
10⁻³
0
T
9°
50
50
200
50
300
50
400
50
Acier à 0,96% C recuit
-1
10⁻³
0
T
15
50
100
50
200
50
300
50
400
50
500
50
A
-1
-2
-3
10⁻³
Acier à 0,83% C trempé à l'Eau à 800°

et Tagaki (¹). La singularité à 210° peut encore être observée dans un acier à 0,10 pour 100 C.

Au delà de 300°, les courbes sont quasi rectilignes; l'asymptote peut être tracée avec assez de certitude, et la distance verticale de la courbe à cette droite mesure, pour chaque température, l'amplitude de l'anomalie. Dans la limite des aciers étudiés : C = 1,30, cette amplitude est, en première approximation, proportionnelle à la teneur en carbone; les courbes d'anomalie peuvent se déduire l'une de l'autre par amplification des ordonnées. L'amplitude à 15° a pour valeur $3,3.10^{-5}$ C (C teneur en carbone pour 100).

L'étude de l'anomalie de la cémentite peut servir à préciser l'état du carbone dans un acier après traitement et fournir ainsi un appoint à l'analyse micrographique. Cette méthode a été appliquée à un acier à 0,83 pour 100 C trempé à 800° dans l'eau froide. L'éprouvette, de 100^{mm} de longueur, était opposée à un étalon de fer électrolytique, et l'on décrivait des cycles de températures de plus en plus étendus.

La courbe de la première dilatation traduit la résultante entre l'allongement thermique normal et la contraction de revenu; cette contraction même résulte de la superposition des *variations passagère et progressive.* L'allure de cette courbe dépend donc essentiellement de la vitesse de sa description; la courbe publiée a été obtenue avec une vitesse de chauffe à peu près constante de 250° par heure.

Chaque courbe d'aller coïncide suivant un parcours notable avec la courbe de retour qui la précède immédiatement; la dilatabilité du métal, à une certaine distance de la température maxima d'un cycle, peut donc être envisagée comme une propriété caractéristique de l'état créé au cours du revenu précédent.

Dans le cas de l'acier trempé à bloc, l'anomalie de la cémentite est tout à fait insensible après recuit à 250°; elle apparaît progressivement au fur et à mesure des progrès du revenu, et atteint son amplitude définitive après chauffe à 700°. Ce résultat confirme l'identité des états *recuit* et *revenu maximum* et l'identité de constitution de la *sorbite* et de la *perlite.*

L'analyse dilatométrique a été appliquée aux aciers demi-trempés, c'est-à-dire formés de troostite et de martensite. Des baguettes d'acier à 0,83 de carbone, trempées à l'huile ou au mercure, étaient fragmentées en tronçons de 10^{mm} à 15^{mm} de longueur. Les deux faces terminales de chaque

(¹) K. Honda et H. Tagaki, *Journal of the Iron and Steel Institute*, 1915.

tronçon étaient polies, subissaient l'empreinte d'une bille de $1^{mm},6$, pressée par un poids de 25^{kg}, étaient enfin examinées au microscope après attaque à l'acide picrique. L'éprouvette de dilatation était formée de l'alignement de quelques-uns de ces tronçons dont l'homogénéité de constitution et de dureté avait été contrôlée.

Dans le cas d'une trempe incomplète, le dilatomètre révèle l'anomalie de la cémentite dès la première chauffe à 250°. L'amplitude du phénomène est d'autant plus faible que la proportion de martensite est plus élevée. Ce résultat permet d'envisager la *troostite* comme un complexe des phases stables à froid : ferrite et cémentite.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle méthode de dosage des sucres aldéhydiques.* Note de M. J. **Bougault**, présentée par M. Charles Moureu.

Les sucres aldéhydiques, monoses ou bioses, et sans doute aussi ceux à poids moléculaire plus élevé, sont oxydés par le mélange (iode + carbonate de soude) en donnant l'acide monobasique correspondant. L'équation suivante exprime les rapports des substances réagissantes :

$$R.CHO + H^2O + 2I = R.CO^2H + 2HI.$$

La réaction n'est pas instantanée. La vitesse dépend de l'excès d'iode employé ; elle dépend aussi de l'alcalinité du milieu et elle est diminuée par l'addition de bicarbonate de soude.

Il est avantageux d'employer une quantité d'iode égale environ à trois fois la quantité théoriquement nécessaire à l'oxydation. Il faut en effet tenir compte de ce que tout l'iode ne concourt pas à l'oxydation du sucre, une partie est perdue à l'état d'iodate (1). D'autre part, avec un excès d'iode suffisant, la variation du potentiel oxydant (hypoïodite) est moins considérable au cours de l'opération, circonstance utile comme nous le verrons.

Notons, en outre, que l'oxydation n'est pas limitée à l'équation ci-dessus. Il se fait simultanément une autre oxydation, d'importance minime au regard de la première, mais non négligeable cependant.

I. Un exemple de dosage, effectué avec du glucose, permettra de se rendre compte de la marche de l'oxydation et de la correction exigée par la réaction secondaire dont nous venons de parler.

---

(1) Voir ma Note précédente : *Action de l'iode sur les alcalis* (*Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 949).

Nous faisons le mélange suivant : 25^{cm^3} de solution contenant $0^g,2500$ de glucose, 50^{cm^3} de solution d'iode ($1^{cm^3} = 0^g,020$ d'iode) et 50^{cm^3} de solution de carbonate de soude cristallisé à 15 pour 100.

Cette solution est répartie par fractions de 25^{cm^3}, dans des flacons munis de bouchons de verre, et les titrages sont effectués au bout de 30 minutes, 60 minutes, etc., après acidulation chlorhydrique. La solution d'hyposulfite de soude employée au titrage contient environ 10^g de ce sel par litre. On trouve ainsi :

	Iode absorbé.	Différences.
	mg	mg
Après 30 minutes.......	71,00	0,40 pour 30 minutes
» 60 »	71,40	0,70 pour 60 »
» 120 »	72,10	0,60 pour 60 »
» 180 »	72,70	

Ces chiffres montrent que l'oxydation du glucose, dans les conditions de l'expérience, est complète au bout de 30 minutes (absorption d'iode théorique, $70^{mg},56$).

I. L'absorption très faible que l'on constate ensuite est due à la réaction secondaire qui doit être attribuée à l'ensemble des fonctions alcool de la molécule. Nous verrons en effet que tous les alcools polyatomiques, même non réducteurs (saccharose, tréhalose, etc.), subissent une oxydation du même ordre.

Comme cette réaction parasite a fonctionné également pendant la première demi-heure, il faut en tenir compte par une correction appropriée. Déjà l'absorption de la deuxième demi-heure (0,4) nous donne une valeur minima de cette correction. Mais le potentiel oxydant (hypoïodite) étant nécessairement plus élevé dans les premiers moments de l'expérience, j'augmente le chiffre trouvé d'un cinquième, augmentation arbitraire, mais légitimée par les renseignements fournis par de nombreuses expériences. L'absorption d'iode attribuable au glucose est ainsi

$$71,00 - 0,48 = 70^{mg},52.$$

Convertie en glucose, elle donne pour la totalité du mélange $0^g,2498$ (au lieu de $0^g,2500$).

En utilisant la seule correction 0,4 imposée par l'expérience au lieu de la correction rectifiée, j'aurais trouvé $0^g,2502$ de glucose.

II. J'ai obtenu des résultats analogues avec tous les sucres aldéhydiques que j'ai soumis aux mêmes essais : arabinose, glucose, mannose, galactose,

lactose et maltose. Pour tous ces sucres, l'oxydation, dans les conditions décrites, est terminée en 30 minutes, sauf pour le mannose qui exige 90 minutes. D'ailleurs, cette particularité se révèle d'elle-même par l'examen des résultats des titrages successifs; l'oxydation ne devant être considérée comme terminée que lorsqu'on obtient des différences constantes.

J'ai étudié également l'action de l'iode et du carbonate de soude sur les sucres cétoniques et les sucres non réducteurs; l'influence de l'alcalinité sur la vitesse d'oxydation; l'influence de la température et de la lumière; le dosage des sucres aldéhydiques en présence des sucres cétoniques ou des sucres non réducteurs.

Les détails relatifs à toutes ces recherches ne pouvant trouver place ici seront décrits dans un autre Recueil; je me borne aux conclusions qui en résument les principaux résultats :

1° On peut doser avec une grande précision les sucres aldéhydiques en mesurant la quantité d'iode qu'ils exigent pour leur oxydation. Cette réaction est précieuse pour la détermination du poids moléculaire d'un sucre pur, ou comme critérium de pureté quand le poids moléculaire est connu.

Une réaction accessoire de peu d'importance accompagne l'oxydation aldéhydique; elle est due à une oxydation lente intéressant les fonctions alcool de la molécule. On peut en tenir compte par une correction appropriée. Cette correction a toutefois l'inconvénient d'exiger plusieurs titrages à intervalles égaux; mais on peut toujours opérer par comparaison avec un échantillon de sucre pur, auquel cas un seul dosage suffit.

2° Les sucres cétoniques se distinguent nettement des sucres aldéhydiques : ils ne sont pas oxydés sensiblement. La faible absorption d'iode constatée tient à la réaction accessoire observée également avec les sucres aldéhydiques.

On peut donc doser les sucres aldéhydiques en présence des sucres cétoniques, ce que ne permet pas le procédé à la liqueur cupro-potassique.

3° Les sucres non réducteurs (saccharose, tréhalose, etc.) se comportent comme les sucres cétoniques.

4° Dans le cas de mélanges de sucres aldéhydiques avec du saccharose ou d'autres sucres non réducteurs, la précision de la méthode dépend des proportions relatives des deux sortes de sucres. A mesure qu'augmente la proportion de sucre non réducteur, la valeur du terme de correction

augmente, et les incertitudes qui en résultent diminuent l'exactitude des résultats.

Cependant, pour des quantités de sucres aldéhydiques inférieures au millième (cas du sucre raffiné), on peut arriver à de bons résultats, en opérant par comparaison avec du saccharose pur.

5° Le principal inconvénient de la nouvelle méthode réside dans ses nombreuses incompatibilités (plus nombreuses que celles de la liqueur cupro-potassique), dues au fait que le mélange (iode + carbonate de soude) réagit sur de nombreux composés organiques.

C'est au chimiste averti d'en tenir compte lorsqu'il y a lieu.

GÉOLOGIE. — *Les anciens glaciers du Massif volcanique des Monts-Dore. Les trois périodes glaciaires sur le versant nord-ouest du Sancy.* Note (¹) de M. **Ph. Glangeaud**, présentée par M. Pierre Termier.

I. Les glaciers qui s'installèrent sur le Massif des Monts-Dore dès la fin de son édification modifièrent profondément son modelé et celui de ses abords. Durant leur maximum d'extension, ils recouvrirent un territoire dont la superficie fut environ le double de celle de la région volcanique proprement dite. Julien, Michel Lévy et Munier-Chalmas distinguaient dans les Monts-Dore un glaciaire ancien et un glaciaire récent. M. Marcellin Boule pense (²) que ces géologues ont parfois confondu avec les formations glaciaires anciennes des dépôts qui ont une origine volcanique (conglomérats andésitiques, coulée boueuse de Perrier, etc.). Il conclut de ces études à l'existence d'un *glaciaire des plateaux*, *pliocène* et d'un *glaciaire des vallées, quaternaire*. L'étude d'ensemble que j'ai entreprise me permet d'établir qu'il y eut *au moins trois périodes glaciaires dans les Monts-Dore* et que la dernière offrit *plusieurs stades de retrait*.

La plus récente, d'âge *würmien*, se relie dans la haute vallée de la Dordogne et de ses affluents (La Bourboule, Saint-Sauves) et dans la vallée moyenne (Bort) à la *basse terrasse* qui présente, par places, trois paliers alluviaux de 8^m, 12^m et 20^m, comparables à ceux que j'ai signalés dans la vallée de l'Allier. Les deux autres périodes ne peuvent être vraisemblablement qu'équivalentes des périodes *rissienne* et *mindélienne;* et

(¹) Séance du 18 juin 1917.

(²) M. Boule, *Géologie des environs d'Aurillac et nouvelles observations sur le Cantal* (*Bull. Serv. Cart. géol. Fr.*, n° 76, t. 11, 1900).

quelques rares dépôts plus anciens seraient d'âge güntzien. Les formations et la topographie rissiennes sont moins bien conservées que celles des périodes mindélienne et würmienne.

Il existe, dans la vallée de la Dordogne, des terrasses alluviales et fluvio-glaciaires qui se rattachent aux moraines rissiennes et mindéliennes. Ce sont les *terrasses de* 90^m *et de* 165^m; cette dernière, très puissante entre la Pradelle, Lanobre et Bort, avait fait l'objet d'observations de Marcou et de M. Boule. D'autres terrasses (*terrasses de* 130^m *et de* 215^m) correspondent à des *périodes interglaciaires* et le dépôt (signalé par M. Boule) qui *couronne* la coulée phonolitique de Bort et culmine la vallée de la Dordogne de 345^m représenterait, ce semble, une *moraine de surface de la période güntzienne*.

Les *quatre périodes glaciaires alpines* se retrouveraient donc dans les Monts-Dore et probablement dans les régions montagneuses similaires du Massif Central. Aux périodes mindélienne, rissienne et würmienne correspondent trois systèmes de topographies et de dépôts glaciaires : cirques, vallées, drumlins, verrous, lacs, tourbières, moraines, alluvions fluvio-glaciaires, d'une conservation plus ou moins parfaite suivant les points.

II. La *calotte de glace* qui, à la période mindélienne, s'étendait sur les Monts-Dore, principalement sur le volcan du Sancy, le plus élevé de la région (2500^m environ), n'était pas uniforme. Elle comprenait, en réalité, de *larges lobes* de 10^{km} à 25^{km} de long, coalescents, par places, surtout au Sud, mais *au-dessus desquels émergeaient* généralement (couverts incomplètement de neige et de névés) les volcans secondaires, les dômes et parfois les épaisses coulées qui accidentaient les flancs du volcan du Sancy. L'aspect de ce volcan devait alors rappeler singulièrement celui du mont Rainier (États-Unis) étudié par H.-M. Sarvent et G.-F. Evans, où l'ensemble des glaciers qui le recouvrent et irradient de son sommet dans toutes les directions, simule les bras d'une gigantesque pieuvre dont le cratère central formerait la bouche.

J'ai essayé de reconstituer la plupart de ces glaciers dont les produits de fusion étaient entraînés, à l'Ouest, dans un grand collecteur, la Dordogne de cette époque, qui commençait à s'individualiser.

III. Je prendrai comme exemple le système glaciaire qui recouvrit le secteur nord-ouest du Sancy, entre les puys de Cliergue et des Chabanots, le Mont-Dore, la Tour d'Auvergne et Tauves.

a. La *période mindélienne* est représentée dans ce territoire par une série de dépôts morainiques et tourbeux (avec drumlins) convergeant vers Cliergue et les Chabanots. Le glacier submergeait une grande partie de la colline trachytique et phonolitique de Bozat (1400^m), le puy de Chambourguet et les épaisses coulées trachytiques de Charlannes et de Cherbonnières. Il creusait entre ces dernières un fossé de 400^m de large, remblayé aujourd'hui par un dépôt morainique les soudant l'une à l'autre, puis recouvrait les collines de Lachaud (1200^m et 1184^m) et venait buter contre le puy Lafont (1189^m), dont le cratère s'élevait primitivement à environ 1500^m, en abandonnant jusqu'à la partie supérieure de son piton cratérique de nombreux et énormes blocs de roches de l'amont (trachytes, trachy-andésites, trachy-phonolites, etc.).

En raison de ses dimensions, le puy Lafont, ainsi que certains de ses congénères, jouait le rôle de *verrou* et divisait la nappe de glace en deux lobes dont l'épaisseur atteignait au moins 100^m. Le lobe nord-ouest a fourni la moraine 1114, qui domine Liournat et la série des dépôts qui s'étendent au delà de Méjanesse. Le glacier devait fondre vers Fanostre (altitude 933) où l'on observe des alluvions fluvio-glaciaires, culminant la Dordogne de 200^m.

Le *lobe sud-ouest*, plus important, qui a recouvert le territoire de Ferréroles d'innombrables blocs erratiques, s'écoulait ensuite dans la direction de Tauves, où *il se soudait* à un autre lobe issu du versant nord du puy de Chambourguet, formant également verrou, vis-à-vis du glacier descendant de Cliergue.

La réunion de ces deux lobes constituait une nappe de glace submergeant tout le territoire compris entre la Tour, Saint-Pardoux (Vierge de Natzy), mont Balliard et Tauves, sur plus de 8^{km} de long et 3^{km} de large, ainsi que le prouvent les puissants dépôts morainiques couronnant les collines précitées entre les altitudes 1150 et 850. Ce glacier mindélien qui avait 14^{km} de long a laissé une très belle *moraine frontale* à Manaranches, au sud de Tauves (avec blocs de plus de 30$^{m^3}$), reposant à Noalhat sur une brèche trachytique, à blocs vernissés, déposée par une *nuée ardente* (1).

En aval, les dépôts glaciaires passent à un cône de *déjection fluvio-glaciaire* couvrant les collines de Ribes, Rimaudeix et Serrettes et atteignant Périssanges.

---

(1) Quelques lambeaux glaciaires ont été figurés sur la feuille d'Ussel, de la Carte géologique détaillée.

b. La *période rissienne* comprend des tourbières suspendues et plusieurs lambeaux morainiques échelonnés depuis le Capucin, la Roche Vendeix, le flanc nord de Charlannes, la partie supérieure moutonnée des collines de Chateauneuf, 901 et de Massanges. Il faut y rapporter les moraines de la Grande Scierie, le placage morainique de la Roche Vendeix, qui a joué le rôle de verrou, les dépôts des Granges, ainsi que la belle série d'alluvions fluvio-glaciaires s'étendant entre Liournat et le sud de Massanges et au milieu desquelles émergent des collines moutonnées.

c. La *glaciation würmienne* est représentée, dans la haute vallée de la Dordogne, par un *glacier principal* de 7^{km} de long, qui a laissé plusieurs moraines en retrait, depuis les environs de la Bourboule jusqu'en amont du Mont-Dore, et par plusieurs *glaciers de cirques* dont les lobes frontaux venaient fondre dans la vallée jusqu'à l'altitude 750. Parmi ces derniers, celui du Fouhet, au sud de la Bourboule, est particulièrement typique par son fond tourbeux, le verrou qui le limite au Nord, et les pentes moutonnées par sa langue jusque près du Casino de la Bourboule. Un petit glacier descendant des Granges se fusionnait avec le glacier du Fouhet. Il faut citer encore les dépôts fluvio-glaciaires de Châteauneuf et le glacier du vallon de Liournat, qui a laissé une série de buttes moutonnées jusqu'à la Dordogne, où ses dépôts se relient à la basse terrasse.

RADIOLOGIE. — *Recherches radiologiques sur l'angle d'inclinaison du cœur humain.* Note de M. **Laurent Moreau**, présentée par M. A. d'Arsonval.

Les Traités d'Anatomie fixent à l'angle d'inclinaison du cœur normal une valeur variant entre 55° et 60°.

Cet angle d'inclinaison, ouvert en bas et à gauche, est formé par la rencontre du grand axe du cœur avec la ligne médio-sternale. Ferrannini, qui l'a étudié sur le vivant au moyen des procédés d'exploration sémiologique et de sa méthode cardio-topo-mégétométrique [1], l'évalue à 60°, confirmant ainsi les résultats des recherches anatomiques. Tous les anatomistes ne sont d'ailleurs pas d'accord et donnent des chiffres tout à fait différents. D'après Testut, le grand axe du cœur fait avec l'horizontale un angle de 40°; l'angle d'inclinaison, tel que nous l'avons défini, serait donc de 50°. D'après Poirier, le grand axe se rapprocherait de l'horizontale. Ferrannini,

[1] A. Ferrannini, *Antropologia clinica e dislocazioni autoctone del cuore* (*Atti del IX Congresso della Soc. ital. di Médicina interna in Pisa*, ottobre 1901); *Dislocations autochtones du cœur* (*Revue de Médecine*, 1902).

d'après ses recherches séméiologiques, croit devoir distinguer des cardio-dystopies transverses et des cardio-dystopies verticales, selon que l'angle d'inclinaison est très ouvert ou, au contraire, très réduit. Mais la délimitation par la percussion de l'aire cardiaque est sujette à de nombreuses erreurs. Le bord droit de l'organe est recouvert par le plastron sterno-costal, le bord gauche par une languette pulmonaire. A peine peut-on apprécier le choc de la pointe contre la paroi thoracique; encore est-il très difficile de délimiter la pointe elle-même, dont la configuration est pourtant indispensable pour tracer le grand axe du cœur.

Au contraire, par la radioscopie et l'orthodiagraphie, en promenant le rayon normal sur tout le contour de l'organe, on obtient sur la poitrine du sujet la projection fidèle du cœur, avec ses dimensions exactes.

En mesurant, au cours d'investigations radiologiques, l'angle d'inclinaison du cœur, nous pensons être arrivé à des résultats plus précis, bien que différents de ceux fournis par la clinique et l'anatomie. Nous avons examiné 100 sujets normaux, adolescents ou adultes. Pour chacun d'eux, l'image du cœur et des gros vaisseaux a été tracée par orthodiagraphie. La pointe est très facile à délimiter, malgré qu'elle soit en partie recouverte par le diaphragme, car l'expiration la découvre presque complètement. L'aire cardiaque étant obtenue, on la relève sur un calque, on tire une ligne verticale correspondant à la ligne médio-sternale, puis on mène le grand axe du cœur. Ce grand axe n'est autre que la bissectrice de l'angle formé par la pointe; il coupe la ligne médio-sternale et aboutit en un point plus ou moins élevé du bord droit du cœur. Le point d'union de la veine cave supérieure et de l'oreillette droite nous semble sur ce bord trop imprécis et trop difficile à déterminer pour qu'on puisse s'en servir dans le tracé du grand axe. Ce dernier obtenu, il est facile de mesurer l'angle formé par lui et la ligne médio-sternale; cet angle, ouvert en bas et à gauche, est l'angle d'inclinaison du cœur.

Les mensurations de nos 100 cas se répartissent de la façon suivante :

Angle d'inclinaison.	Cas.
45° à 50°	4
50 à 60	8
60 à 70	43 (¹)
70 à 80	41
80 à 90	4

Cet angle d'inclinaison du cœur, quoique très variable suivant les indi-

(¹) Dont 32 au-dessus de 65°.

vidus, oscille dans 74 pour 100 des cas entre 65° et 78°, chiffres bien supérieurs à ceux indiqués par l'anatomie et la clinique. Sa plus faible valeur est de 45°; sa plus forte, de 83° (cardio-dystopie verticale et cardio-dystopie transverse de Ferrannini, qui a trop de tendance, selon nous, à considérer ces deux extrêmes comme des entités pathologiques).

Chez le même sujet, cet angle varie très peu avec les mouvements respiratoires, la pointe du cœur ne subissant que de faibles déplacements. Bien que le diaphragme gauche ait une amplitude plus grande que le diaphragme droit, que la pointe du cœur soit libre, alors que la base est fixée par les veines caves, cette pointe est à peine abaissée pendant l'inspiration, remontée pendant l'expiration. Toutefois, nous avons noté dans certains cas d'amplitude diaphragmatique considérable, une augmentation de l'angle d'inclinaison par ascension de la pointe pendant l'expiration forcée. Dans l'un d'eux, où la pointe était remontée de quatre travers de doigt, l'angle d'inclinaison était passé de 71° à 80°; dans un autre, de 58° à 75°. A la fin de l'expiration, le cœur s'étalait, agrandissant son diamètre longitudinal, l'oreillette droite dépassant fortement la ligne parasternale. Mais ces cas sont exceptionnels et témoignent d'une hypotonie particulière du myocarde.

Quelques états pathologiques donnent lieu à des variations intéressantes de l'angle d'inclinaison cardiaque, qu'on peut fixer normalement à environ 68°. Dans les ectasies et les dilatations aortiques, nous n'avons noté aucune modification de sa valeur. Par contre, dans les hypertrophies du ventricule gauche, cette valeur tend à s'accroître. Dans les états prétuberculeux, où le cœur est petit et l'aorte allongée, l'angle a une ouverture inférieure à la normale. L'obésité ou simplement le développement exagéré de l'abdomen, par la tension intra-abdominale qui les accompagne, tendent à diminuer l'obliquité du cœur et, par conséquent, à augmenter l'angle d'inclinaison. Dans les ptoses viscérales (hépatoptoses, gastroptoses, etc.), le cœur peut être également ptosé, mais la variation de l'angle d'inclinaison nous a paru plus rare. L'augmentation de volume du foie ne modifie pas non plus sensiblement cet angle, à cause de la fixité de la base du cœur. Du côté opposé, le développement anormal de la chambre à air gastrique par aérophagie ne déplace pas notablement la pointe, l'ampliation de la cavité se faisant surtout en arrière.

ZOOLOGIE. — *Sur l'évolution du* Maupasina Weissi *Seurat* (Heterakidæ). Note ([1]) de M. L.-G. SEURAT, présentée par M. Edmond Perrier.

La présence à peu près constante dans le cæcum du Macroscélide (*Elephantulus deserti* Thomas), à côté de nombreux individus adultes des deux sexes, de larves à divers stades nous permet de tracer l'évolution de ce Nématode parasite.

1° L'œuf fécondé, encore privé de coque et simplement entouré de la membrane vitelline, est régulièrement ovoïde; il mesure 84^{μ} de diamètre maximum et 64^{μ} de diamètre transversal : ces œufs se trouvent en petit nombre dans la région distale, attenante à l'oviducte, des utérus;

2° L'œuf en voie de segmentation mesure 115^{μ} de longueur sur 88^{μ} de largeur et est protégé par une coque très épaisse (10^{μ}) très élastique formée d'une assise externe mince et d'une assise interne épaisse, découpée en une soixantaine de petites plaques polygonales, hexagonales et pentagonales, de 20^{μ} de largeur, formant mosaïque.

La coque des œufs *larvés* renfermés dans les utérus est plus petite, lisse et ne présente plus l'aspect en mosaïque : à ce stade l'œuf mesure 100^{μ} de longueur sur 75^{μ} de diamètre transversal.

3° Les œufs parvenus dans l'ovéjecteur et en particulier ceux qui sont alignés dans la trompe n'atteignent plus que 77^{μ} de diamètre maximum sur 67^{μ} de largeur et leur coque, transparente, a une épaisseur de 5^{μ}; ils sont régulièrement ovoïdes, subsphériques.

4° Enfin, ceux qui sont libres, soit dans le cæcum soit au dehors, ont une couleur brun clair, due à l'apposition d'un vernis sécrété par des glandes unicellulaires logées dans la tunique musculaire de l'ovéjecteur cuticulaire ([2]).

L'œuf mûr, placé dans l'eau sur lame creuse, a donné, 24 heures plus tard (juillet), une larve de 400^{μ} de longueur, à queue obtuse, arrondie à l'extrémité, mesurant 70^{μ}; cette larve est ornée, de chaque côté, d'une membrane latérale très nette et présente deux glandes très réfringentes dans la région œsophagienne. La larve du premier stade, enfermée dans l'œuf, présente en outre un aiguillon perforant sur la lèvre supérieure.

([1]) Séance du 18 juin 1917.

([2]) Nous avons précédemment insisté (1912) sur le séjour des œufs dans le vagin et la sécrétion d'un vernis cuticulaire protégeant leur coque, à propos du *Thelandros alatus* Wedl.

Larve enkystée du second stade. — Les plus jeunes larves observées dans les viscères du Macroscélide sont des larves du second stade, enkystées, mesurant $2^{mm},7$ à $3^{mm},4$ de longueur. Le corps, transparent, plus épais dans la moitié antérieure, est régulièrement atténué dans la moitié postérieure et terminé par une queue conique, pointue, relativement allongée.

La région céphalique porte deux paires de grosses papilles; le pore excréteur est situé en avant du bulbe œsophagien. La queue présente, vers le milieu de sa longueur, les deux pores caudaux latéraux et une glande caudale terminale. La cuticule est ornée, le long des aires latérales, de deux ailes prenant naissance immédiatement au delà des papilles céphaliques et s'étendant sur toute la longueur du corps, au delà de l'anus, jusqu'à une distance de 35^{μ} de la pointe caudale.

La cavité buccale, très courte, est entièrement occupée par trois dents semi-circulaires qui bordent l'entrée du pharynx. L'œsophage, beaucoup plus allongé que chez l'adulte ($\frac{1,3}{5}$ à $\frac{1}{7}$ de la longueur du corps), légèrement renflé en massue dans sa région terminale, est entouré en son milieu par l'anneau nerveux et relié au bulbe à clapets par un col plus étroit, de 35^{μ} de longueur.

En traitant la préparation par l'acide acétique : les deux cuticules, externe (2e stade) et interne (3e stade) se séparent alors très nettement, surtout dans la région postérieure du corps. Cette larve enkystée après une mue passe au troisième stade [1]. Les larves du troisième stade sont incolores, celles du quatrième ont déjà la couleur sanguinolente de l'adulte. La taille des larves du troisième stade oscille entre $3^{mm},8$ et $7^{mm},4$ [2]; elles diffèrent de celles du précédent stade par la forme de la queue, conique et terminée par un petit mucron, par la longueur relative plus faible de celle-ci et surtout par l'absence d'ailes latérales.

Leur cavité buccale est profonde et divisée en deux étages, l'étage inférieur étant occupé par trois dents triangulaires simples.

Le développement des organes génitaux est déjà très avancé; chez la larve

---

(1) L'existence de ces larves *enkystées* du second stade dans le cæcum du Macroscélide montre que le développement est direct, conclusion à laquelle on arrive d'autre part par la considération de la richesse des œufs en vitellus; chez les formes hétéroxènes, l'œuf est pauvre en vitellus et le passage dans l'hôte définitif a lieu à l'état de larve *encapsulée* du troisième stade.

(2) La taille de la larve n'est pas fonction absolue de son degré d'évolution ; les larves du troisième stade peuvent, chez certains individus, être plus grandes que celles du quatrième et même que les formes adultes jeunes d'autres individus.

femelle, notamment, on observe à peu de distance (120^{μ}) en avant de l'anus l'orifice de la vulve caché sous la cuticule; la région prévulvaire est d'ailleurs régulièrement atténuée et ne montre pas l'étranglement si caractéristique des stades ultérieurs.

La larve du quatrième stade se distingue immédiatement à sa couleur sanguinolente; la cuticule ne présente pas d'ailes latérales, mais seulement les deux paires de papilles céphaliques et les deux papilles postcervicales latérales. L'étage inférieur de la cavité buccale est occupé par trois dents trilobées et présente ainsi les mêmes caractères que chez l'adulte.

La région postérieure du corps de la larve mâle est régulièrement atténuée et terminée par une queue mucronée; les pores caudaux s'ouvrent latéralement au milieu de la longueur de celle-ci. Chez la larve âgée on observe, par transparence à travers la cuticule, les papilles génitales, encore sessiles; les ailes caudales et le renflement vésiculeux précloacal de l'adulte ne sont pas encore formés. La larve femelle est caractérisée par le brusque étranglement du corps immédiatement en avant de la vulve; l'ovéjecteur existe avec sa conformation définitive.

La taille de la larve, au moment de la quatrième mue, est variable : une jeune femelle fécondée depuis peu, encore privée de ceinture, mesure $11^{mm},220$; la région initiale de l'ovéjecteur est occupée par un bouchon copulatoire, sorte de mastic brun clair, et les spermatozoïdes sont accumulés dans la région distale, distendue, des utérus; d'autre part, une femelle, fécondée depuis longtemps et pourvue de l'anneau vulvaire dont nous avons indiqué (1913) le mode de formation, n'atteint que $8^{mm},6$.

L'adulte, après cette dernière mue, subit une élongation considérable, la taille de la femelle oscillant, en effet, entre $8^{mm},5$ et 25^{mm}, celle du mâle entre 5^{mm} et 16^{mm}.

MÉDECINE. — *Sur la vaccination active de l'homme contre le tétanos.* Note de MM. **H. Vallée** et **L. Bazy**, présentée par M. E. Roux.

Les circonstances de la présente guerre ont modifié maintes notions considérées comme définitivement acquises en chirurgie. C'est ainsi qu'évoluent nos connaissances relatives à l'éclosion du tétanos. De *passagère* qu'elle était, la menace de cette redoutable complication des traumatismes devient en certains cas *permanente*. Durant des semaines le chirurgien redoute parfois aujourd'hui, pour son blessé, l'évolution d'un tétanos tardif et imprévu.

Une telle transformation dans les conditions étiologiques du tétanos

appelle une modification parallèle des moyens propres à le prévenir. Au danger *transitoire* que représente d'ordinaire l'intoxication tétanique, il convient d'opposer les effets immédiats, mais sans longue durée, de la *sérothérapie* antitétanique. A la menace *permanente* d'une infection toujours pendante, on portera remède par une *vaccination* appropriée, dont les effets utiles seront durables.

Jusqu'ici, à notre connaissance, la sérothérapie antitétanique a seule été utilisée dans la prévention du tétanos en toutes circonstances. Rien, à notre avis, n'est préférable à cette pratique. Les réinjections successives permettent d'ailleurs de renouveler ou de renforcer la résistance conférée par le sérum, lorsque celle-ci, par élimination des substances protectrices, vient à faiblir.

Le problème se pose, cependant, de l'efficacité *certaine* de cette pratique. D'origine hétérologue, le sérum antitétanique est, à mesure que se multiplient les réinjections, de moins en moins bien *utilisé* par l'organisme humain. Les constatations de Dehne et Hamburger (1), celles aussi, encore inédites, de l'un de nous, l'établissent d'évidente façon.

Nous avons donc estimé qu'au cas où le blessé doit être longuement maintenu en état de défense contre le tétanos, la pratique de la vaccination active à l'égard de cette infection doit être substituée à celle des réinjections sériques qui ne confèrent qu'une immunité passive de plus en plus incertaine.

La vaccination active contre le tétanos a fait l'objet, de la part de Roux et Vaillard, de recherches partout considérées comme classiques et le bactériologue est aujourd'hui maître de la conduire à son gré.

On sait ainsi que l'iode exerce sur le poison tétanique une action neutralisante définitive, qui le transforme en un complexe de constitution nouvelle, neutre pour l'organisme et vaccinant aussi. A la faveur des toxines iodées, la vaccination d'espèces aussi sensibles que le lapin et le cheval peut être conduite rapidement à bien.

C'est à cette technique, d'une incomparable sécurité, que nous avons eu recours pour la vaccination de l'homme.

Comme toxine, nous avons utilisé un poison tétanique, mis aimablement à notre disposition par M. Ramon de l'Institut Pasteur, actif sur le cobaye

(1) DEHNE et HAMBURGER, *Wiener Klinis. Wochenschrift*, t. 17, 1904, p. 807, et t. 20, 1907, p. 817.

au dix-millième de centimètre cube. La solution iodée neutralisante employée titre 1^{g} d'iode et 2^{g} d'iodure de potassium pour 200^{cm^3} d'eau.

L'utilisation des toxines iodées nous paraît supérieure, à titre vaccinal, à l'emploi des mélanges toxine-sérum antitoxique, d'un titrage beaucoup plus complexe en ce qu'il doit porter sur l'activité des deux constituants du mélange.

Après tous contrôles désirables sur le cobaye et le lapin, sept blessés ont été soumis à la vaccination. Tous de race noire, ceux-ci présentaient, outre des traumatismes divers et graves, des gelures étendues et profondes des pieds, des fractures du membre inférieur, sources permanentes de complications tétaniques d'autant plus redoutables ici que ces sujets avaient été blessés en une zone du front reconnue, par ailleurs, certainement tétanigène. Trois vaccinations successives à 5 jours d'intervalle ont été effectuées chez chacun d'eux, à la faveur des mélanges suivants :

Première vaccination...	1^{cm^3}	d'un mélange $\frac{2}{3}$ toxine, $\frac{1}{3}$ solution iodée.
Deuxième vaccination ..	2	du même mélange.
Troisième vaccination ..	5	de toxine mélangés à 2^{cm^3} de solution iodée.

La saturation de la toxine par l'iode étant instantanée, le mélange est réalisé au moment même de l'emploi.

Les injections ont été indolores ; aucun incident ni local, ni général, ne les a accompagnées. Actuellement, un mois après le traitement, les blessés sont toujours indemnes. Le titrage du sérum de deux d'entre eux a montré que 1^{cm^3} de celui-ci contenait 10 unités antitoxiques.

Nous avons conduit, parallèlement à la vaccination de l'homme, celle de séries de lapins injectés avec le même vaccin, les uns à la dose utilisée chez nos blessés, les autres avec un trentième de celle-ci, correspondant au rapport du poids de nos sujets à celui des lapins utilisés.

Dix jours après la dernière vaccination, l'épreuve de la valeur de l'immunité conférée a été satisfaite à la faveur d'une toxine tétanique extrêmement active, capable de tuer, au dix-millième de centimètre cube, un cobaye de 400^{g}.

Nous avons ainsi constaté que nos lapins vaccinés à l'aide de la dose totale résistent à une quantité de toxine capable de tuer 2000^{kg} de substance vivante. Le contrôle n'a pas été poussé au delà de cette épreuve déjà si sévère.

Les lapins vaccinés avec le trentième de la dose de vaccin employé chez

l'homme résistent régulièrement à une épreuve susceptible de tuer 200^{kg} d'animal.

On sait que la toxine tétanique se comporte de façon identique que, proportionnellement au poids, sur les animaux des diverses espèces et l'on ne peut dès lors que conclure de la résistance démontrée du lapin à celle du blessé vacciné.

Il reste à rechercher la durée de la résistance conférée que toutes notions, acquises sur diverses espèces, indiquent devoir être suffisante à une protection efficace et prolongée. Ce point fait l'objet de nos recherches actuelles.

La valeur de l'immunisation active n'étant complète que vers le dixième où le douzième jour qui suit la dernière vaccination, nous considérons qu'il est indispensable de recourir dès la blessure à la pratique de la sérumisation chez tout blessé menacé du tétanos, la vaccination ne devant être mise en œuvre que dans les cas de menace tétanique permanente et entreprise, au plus tôt, le cinquième jour qui suit l'injection sérique.

M. **Michel Stephanidès** adresse une Note intitulée : *Un essai de la couleur du vin par l'eau potable.*

A 16 heures et demie l'Académie se forme en comité secret.

La séance est levée à 17 heures et demie.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE MARS 1917 (*suite et fin*).

Ministère de l'Agriculture. Direction générale des Eaux et Forêts. 2e partie : eaux et améliorations agricoles. Service des grandes forces hydrauliques (région des Alpes); *Compte rendu et résultats des études et travaux au* 31 *décembre* 1915; t. VII, 1916. 1 vol. in-8°, avec un carton annexe contenant les *cartes et nivellements.*

La motoculture, par le capitaine JULIEN. Paris, rue Auguste-Comte, n° 7, sans date; 1 vol. in-12.

Une formule de rémunération du personnel industriel et commercial, par CAMILLE CAVALLIER. Nancy, Rigot, 1917; 1 fasc.

Annuaire astronomique et météorologique pour 1917, par CAMILLE FLAMMARION. Paris, Ernest Flammarion, 1917; 1 vol. in-12.

Anuario del Observatorio astronomico nacional de Tacubaya para el año de 1917, par JOAQUIN GALLO. Mexico, Secretaria de Fomento, 1916; 1 vol. in-12.

Catalogo astrographico, 1900, *Seccion del Observatorio astronomico de Tacubaya, Mexico, de* — 9° *a* — 17°; t. I. Mexico, Secretaria de Fomento, 1916; 1 fasc. in-folio.

Sui mezzi di salvataggio dei naufraghi con speciale riguardo al freddo, par IPPOLITO STERZI. Roma, Officina poligrafica italiana, 1917; 1 fasc.

Ufficio idrografico del r. magistrato alle acque, Venezia. *Catalogo alfabetico della biblioteca dalla lettera* D *alla lettera* G *compresa.* Venezia, Carlo Ferrari, 1916; 1 fasc.

Catalogo astrografico 1900,0, *Sezione vaticana, decl. da* + 55° *a* + 65° *sopra fotografie eseguite e misurate all Osservatorio vaticano e calcolate all' Osservatorio di Oxford.* Vol. II : *Coordinate rettilinee e diametri di immagini stellari su lastre il cui centro è in declinazione* + 63°. Roma, Tipografia poliglotta vaticana, 1915; 1 fasc. in-4°.

Società reale di Napoli. *Atti della reale Accademia delle scienze fisiche e matematiche;* serie seconda, t. XVI. Napoli, 1916; 1 vol. in-4°.

The danish Ingolf-Expedition; t. V, part 6 : *Hjalmar broch : Hydroida.* Copenhagen, H. Hagerup, 1916; 1 fasc. in-4°.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES D'AVRIL 1917.

Service du nivellement général de la France. *Nivellement des vallées des Alpes et relevé des profils en long des cours d'eau;* notice rédigée par MM. CH. LALLEMAND et E. PRÉVOT. Paris, 1916, extrait des Comptes rendus des études du service des grandes forces hydrauliques de la région du sud-est, publiés par le Ministère de l'Agriculture; 1 fasc. in-8°. (Présenté par M. Lallemand.)

Localisation et extraction des projectiles, par L. OMBREDANNE et R. LEDOUX-LEBARD. Paris, Masson, 1917; 1 vol. in-16. (Présenté par M. d'Arsonval.)

Annuaire et mémoires du Comité d'études historiques et scientifiques de l'Afrique occidentale française, 1916. Gorée, Imprimerie du Gouvernement général, 1916; 1 vol. in-8°.

Détermination du point par les hauteurs circumzénithales correspondantes; note sur l'horizon à mercure à cuvette amalgamée, par E. PERRIN. Paris, Berger-Levrault, 1884; 1 fasc.

Détermination exacte de la latitude et du temps du lieu à l'aide d'observations au sextant par la méthode des hauteurs égales d'étoiles, par ÉDOUARD PERRIN. Paris, Gauthier-Villars, 1888; 1 fasc.

Installation d'un compas de bord pour des exercices de compensation, par E. PERRIN. Paris, Chapelot-Challamel, 1907; 1 fasc.

Nouvelles tables destinées à abréger les calculs nautiques, par le vice-amiral PERRIN. Paris, Challamel, 1916; 1 vol. in-8°.

L'œuvre scientifique de Pierre Duhem, par E. JOUGUET. Extrait de la *Revue générale des sciences*, numéro du 30 janvier 1917. Paris, Doin, 1917; 1 fasc.

Étude sur les plaies du pied et du coup-de-pied par projectiles de guerre, par E. QUÉNU. Extrait de la *Revue de Chirurgie*, numéro de juillet-août 1916. Paris, Alcan, 1917; 1 fasc. (Présenté par M. Laveran.)

L'Enseignement agricole, par E. TISSERAND. Extrait du bulletin de la Société d'encouragement pour l'Industrie nationale, numéro de janvier-février 1917. Paris, Renouard, 1917; 1 fasc. (Présenté par l'auteur.)

(*A suivre.*)

FIN DU TOME CENT-SOIXANTE-QUATRIÈME.

COMPTES RENDUS
DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1917.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 164.

A

C

CHIMIE BIOLOGIQUE.

CRISTALLOGRAPHIE.

D

E

ÉLECTRICITÉ.

F

G

GÉOLOGIE.

H

I

L

M

MAGNÉTISME.

PHYSIOLOGIE.

PHYSIQUE.

R

S

T

V

Z

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

K

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

V

W

Y

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
58395 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.